

第3回 MPC 勉強会

鶴原康太

November 1, 2023

今回の目標

HJB 方程式を理解する

$$-\frac{\partial V}{\partial t}(x, t) = \min_u H \left(x, u, \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T (x, t), t \right)$$

前回のおさらい

微分法

変分法

偏微分と似た考え方をする

二点境界値問題の解

オイラーラグランジュ方程式を満たす

制約を含んだ場合

最適性条件まとめ

ラグランジュの未定乗数法
KKT 条件
オイラーラグランジュ方程式

動的計画法 1

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

$$J = \psi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt$$

別の表現を見てみる

$$V(x, t) = \min_{u[t, t_f]} \left(\psi(x(t_f)) + \int_t^{t_f} L(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau \right)$$

$$V(x, t) = \min_{u[t, t_f]} \left(\int_t^{t+dt} L(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau + \psi(x(t_f)) + \int_{t+dt}^{t_f} L(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau \right)$$

$$V(x, t) = \min_{u[t, t_f]} \left(\int_t^{t+dt} L(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau + \min_{u[t+dt, t_f]} \left(\psi(x(t_f)) + \int_{t+dt}^{t_f} L(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau \right) \right)$$

動的計画法 2

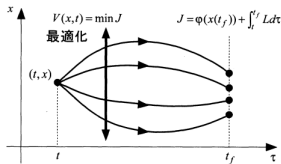
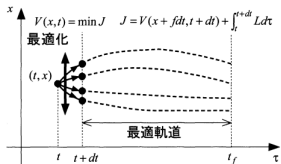


図 2 評価区間 $[t, t_f]$ の最適制御問題



大塚: 非線形最適制御入門

動的計画法 3

HJB 方程式

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

$$-\frac{\partial V}{\partial t}(x, t) = \min_u H\left(x, u, \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T(x, t), t\right)$$

次元の呪い

Pontryagin の最小原理

最適性条件まとめ

ラグランジュの未定乗数法

KKT 条件

オイラーラグランジュ方程式

動的計画法 (new)

HJB 方程式 (new)

最小原理 (new)

動的計画法から HJB 方程式を導いたが、最小原理からも導ける

ここに各関係の図を貼る

参考資料

書籍

- 非線形最適制御入門 (名著です)
- しっかり学ぶ数理最適化 (最適化全般について)
- はじめての最適化 (変分法の説明が分かりやすいです)

サイト (URL)

- MyEnigma の MPC 導入:
<https://myenigma.hatenablog.com/entry/2016/07/25/214014>
- MyEnigma の MPC 数式:
<https://myenigma.hatenablog.com/entry/2017/02/07/084922>
- MPC の具体例:
<https://ramune6110.hatenablog.com/entry/2022/02/13/154405>
- MPC を用いた倒立振子:
<https://qiita.com/slowsingle/items/f3074ea6670da42696e0>
- MPC の説明と実機を用いた実験: