

EIN REIN AUTOMATENTHEORETISCHER AUFBAU  
DER THEORIE DER KONTEXT-FREIEN SPRACHEN.

GÜNTER HOTZ

Universität des Saarlandes

Beim Aufbau der Theorie der einseitig linearen Sprachen geht man bekanntlich mit Vorteil nicht von den Grammatiken aus sondern von der Theorie ihrer Akzeptoren, nämlich den nichtdeterministischen und deterministischen endlichen Automaten.

Einen entsprechenden Aufbau der Theorie der k.f. Sprachen schlägt Goldstine [G1] 1977 vor, indem er den PDA etwas modifiziert. Hierbei spielt der Übergang vom freien Monoid  $X^*$  zu der Halbgruppe  $X^{[*]}$

( $X^{[*]} = X^* / \{xx^{-1} = 1 \mid x \in X\}$ ) eine entscheidende Rolle. In [G2] zeigt er, daß sich hierdurch insbesondere die AFL - Theorie elegant gewinnen läßt. Goldstine zeigt in [G1], daß sich auf dieser Basis die zentralen Sätze der Theorie: der Satz von Chomsky-Schützenberger und der Satz von Greibach über die schwerste c.f. Sprache leicht ableiten lassen. Zum Beweis des Satzes von Greibach wird der Satz über die Existenz der Greibach-Normalform verwendet. Offen bleibt die Behandlung der deterministischen Automaten.

Wir bestätigen diese Idee von Goldstine, indem wir zeigen, daß sich im Rahmen dieses Aufbaues der Satz von Greibach auch ohne Verwendung des Normalformensatzes leicht ergibt. Hierzu zeigt man, daß sich jeder PDA  $p$  im Sinne von Goldstine in einen Automaten  $p'$  des gleichen Types transformieren läßt, so daß  $p'$  keine  $\epsilon$ -Bewegungen enthält und für die zugehörigen Sprachen gilt  $L_p = L_{p'}$ . Hieraus folgt dann umgekehrt der Normalformensatz.

Bei diesem Beweis verwenden wir allerdings anstelle von  $X^{[*]}$  das Monoid  $X^\sigma$  = Syntaktisches Monoid der zu  $X$  gehörigen Dycksprache  $D_X$ . ( $\sigma$  erinnert an Schützenberger). Wir beweisen den Satz über die schwerste c.f. Sprache, indem wir den Automaten deterministisch machen und auf einen Punkt zusammenziehen. Dies geschieht durch den Übergang von  $X^\sigma$  zu einem Semiring  $\mathbb{N}(X^\sigma)$  oder  $\mathbb{B}(X^\sigma)$  ( $\mathbb{B}$  boolesche Algebra mit zwei Elementen) und der Ausnutzung der Möglichkeit, beliebige endliche Graphen in  $X^\sigma$  leicht kodieren zu können.

Wir gewinnen so zunächst einen Satz, der für Ringe  $R(X^{[*]})$  von Shamir [Sh], gezeigt wurde. Aus diesem Satz läßt sich der Satz über die schwerste c.f. Sprache leicht beweisen [Ho]. Die Verwendung der Semiringe hat den Vorteil, daß man beim Deterministischemachen fast automatisch zu algebraischen Problemen geführt wird, die mit dem Analyseproblem der c.f. Sprachen äquivalent sind. Unter anderem erhält man so auch einen direkten Zugang zu den LR(k) - Analysatoren.

Im Grunde genommen ist der hier skizzierte Aufbau eine konsequente Weiterführung von alten Ideen von Schützenberger, die ja auch bei der Arbeit von Shamir Paten gestanden haben. Die Durchführung dieses Konzeptes findet man in [Ho.-E.]. Jean Berstel danke ich für den Hinweis auf die Arbeiten von Goldstine.

#### LITERATUR:

- [G1] Goldstine, J.: "Automata with Data Storage", Proc.Conf. on Theoretical Computer Science, University of Waterloo, Ontario, Canada (August 1977) P. 239-246
- [G2] Goldstine, J.: "A Rational Theory of AFLS", Lecture Notes in Comp. Science, Vol. 71, Automata, Languages and Programming, Graz 1979 (Editor H.A. Maurer). P. 271-281
- [Ho.-E.] Hotz, G.-Esterfeld, K.: "Automatentheorie und Formale Sprachen I", Bibliographisches Institut Mannheim, erscheint in diesem Jahr.
- [Ho.] Hotz, G.: "Der Satz von Chomsky-Schützenberger und die schwerste kontext-freie Sprache von S.Greibach". Société Mathématique de France. Astérisque 38-39 (1976) P. 105-115.
- [Sh] Shamir, E.: "A Representation Theorem for Algebraic and Context-free Power Series in Noncommuting Variables". Information and Control 11, 1967 P. 239-254