

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка

# АНТОЛОГІЯ СУЧАСНОЇ ФІЛОСОФІЇ НАУКИ,

*або усмішка ASIMO*

*За науковою редакцією  
В. П. Мельника та А. С. Синиці*

Львів  
ЛНУ імені Івана Франка  
2017

## Жан-Ів Безьє ЛОГІКА – ЦЕ НЕ ЛОГІКА<sup>1</sup>

### Резюме

Ми обговоримо різницю між логікою як процесом мислення та логікою як теорією цього процесу. У світлі цього розрізнення дослідимо центральні питання історії, філософії і врешті самої природи логіки. Ми з'ясуємо, у якому сенсі Арістотеля можна розглядати як першого логіка, Декартове заперечення силогістики – як логічне, а Буля – як засновника сучасної логіки замість Фреге. У цій перспективі ми вивчимо також розвиток логіки у напрямі поділу на логіку та металогіку, проліферацію логічних систем, питання відносності та універсальності логіки, а наприкінці – становище логіки та її взаємодію з іншими науками, як-от з фізикою, біологією, математикою та інформатикою.

### 1. Анатомія логіки

#### 1.1. Логіка у тіні

Слово «логіка» належить до загальновживаного лексикону повсякденної мови, однак прикметник «логічний» використовують ще частіше. Тож значення слова «логіка» переважно тлумачать через прикметник «логічний». Проте що саме означають «логічний» і «логіка» – профану достеменно невідомо. Як і у випадку багатьох інших слів, тут наявна семантична розпливчастість: одне і те саме слово може означати більш або менш суперечливі речі; «логіка» тут не становить винятку, навіть якщо це слово лунає з вуст логіків. Йому властиві невиразність, двозначність та заплутаність.

---

<sup>1</sup> Béziau J.-Y. Logic is not Logic / Jean-Yves Béziau // Abstracta. – 2010. – Vol. 6, No. 1. – P. 73–102. Переклад виконали І. Грабовський та А. Синиця з люб'язного дозволу автора. – Прим. ред.

У цій праці ми хочемо не просто обговорити значення слова «логіка» – ми хочемо з'ясувати, чим логіка є. Ми хочемо навести лад у захаращеній кімнаті логіки. Це завдання є критично важливим, адже де й ще можна сподіватися знайти ясність і розуміння, якщо навіть на рівні логіки панує плутанина? Чи, може, варто змиритися з всеохопною плутаниною, впасти у м'який релятивізм або у пошуки іншого месії на кшталт когнітивістики?

Були часи, коли світ, здавалося, ось-ось стане логічним. Творцями цього світу були люди на кшталт Вітгенштайна, Карнапа і Тарського. Карнап написав книгу під промовистою назвою «Логічна структура світу» (1928). Відроджуючи аристотелівський проект, ці люди були переконані, що логіка є чимось суттєвим, що вона є основою науки та раціональності. У такому ж дусі поляки з львівсько-варшавської школи використовували вираз «методологія дедуктивних наук» як синонім «логіки».

Не минуло й ста років, як цей логічний світ бозна-куди й подівся. Ми не живемо ані в концептуальному раю Фреге, ані на небесах типів Рассела. Хто ж у цьому винен? Гьодель з його теоремами про неповноту? Черч з його результатом нерозв'язності? Чи Стів Джобс, який безсоромно виставляє на огляд своє яблуко у супермаркетах усього світу?

Отримані Гьоделем та Черчем результати можна розглядати як крах програми Ляйбніца<sup>1,2</sup> з побудови великої системи, яку можна було б використовувати для того, аби мислити без мислення, так само як ми перемо одяг у пральній машині, не завдаючи шкоди своїм рукам. Однак цей крах є водночас і щасливим кінцем історії про найкращий-зі-світів. Ці результати є доброю звісткою: людський розум неможливо звести до алгоритму та демонстрації

<sup>1</sup> Щодо проекту Ляйбніца див. чудову книгу: Couturat L. La Logique de Leibniz – D'après des Documents Inédits / Louis Couturat. – Paris : Félix Alcan, 1901.

<sup>2</sup> Ось як з цього приводу висловлюється Гьодель: «1678 року Ляйбніц висунув твердження про універсальну характеристику. А по суті, нічого такого не існує: хай би яким був тип вирішуваних проблем, усяка систематична процедура їх вирішення повинна бути немеханічною» (Wang H. A Logical Journey: From Gödel to Philosophy / Hao Wang. – Cambridge : MIT Press, 1996. – 6.3.16); «Згідно з моєю теоремою про неповноту, розум, імовірно, не є механічним» (Wang H. A Logical Journey: From Gödel to Philosophy / Hao Wang. – Cambridge : MIT Press, 1996. – 6.1.9).

розробленої логіками теорії обчислень. Вони (результати) дають початок машинам, що не замінюють людських істот, але звільняють їхній розум від діяльності, уважати яку відображенням інтелекту можуть хіба що фанати Deep Blue.

Можливо, саме з успіхом комп'ютерів пов'язаний занепад логіки. Сьогодні логіка перебуває у тіні інформатики. Технологія переважає над наукою. Проте ми не можемо забути про коріння інформатики: її дивовижні плоди є побічним продуктом логіки. Втім, навіть якщо логіка і не зводиться до інформатики, то можна сказати, що інформатика за допомогою ліфтингу омолодила обличчя логіки. На світанку сучасної логіки існувала тенденція до побудови великих архітектонічних логічних систем, що описували все і вирішували всі проблеми. Вчені-інформатики, керуючись принципом ефективності, а не манією величчя, зламали цю доісторичну тенденцію. Це зумовило виникнення великого різноманіття взаємодоповнюваних логічних систем. Однак нам не варто втрачати пильність, аби не заблукати у цих хащах та не забути, чим є логіка. Вона має стосунок до раціональності, а не є лише набором ефективних, проте обмежених у застосуванні інструментів.

## 1.2. Логічне популярі

Для того щоб наголосити на двозначності, якою просякнута сама природа логіки, та на способі, у який слово «логіка» використовують, поглянемо на те, що про неї писали деякі славетні мислителі.

Логіка є анатомією мислення	Джон Локк	бл. 1700 р., джерело не визначене
Що логіка пішла цим надійним шляхом уже від найдавніших часів, – видно з того, що, починаючи від Арістотеля, ... досі не змогла зробити й жодного кроку вперед і, таким чином, видається цілком замкнутою й завершеною <sup>1</sup>	Іммануїл Кант	1787 р., передмова до другого видання «Критики чистого розуму»

<sup>1</sup> Цит. за: Кант І. Критика чистого розуму / Іммануїл Кант ; [пер. з нім. І. Бурковського]. – К. : Юніверс, 2000. – С. 22. – Прим. перекл.

Задум цього трактату полягає в тому, аби дослідити фундаментальні закони тих операцій розуму, через які відбувається мислення; у тому, аби виразити їх за допомогою символічної мови числення і побудувати на цьому фундаменті науку <i>логіки</i>	Джордж Буль	1853 р., «Дослідження законів мислення»
Людина має таку пристрасть до систем та абстрактних висновків, що готова навмисне спотворювати істину, готова заперечувати свідчення власних відчуттів, аби тільки виправдати свою <i>логіку</i>	Федір Достоєвський	1864 р., «Записки із підпілля»
Навпаки, якщо б це було так, то це ще могло б бути; а якщо б нічого, то воно так і було б, але оскільки це не так, то воно й не отак. Ось це і є <i>логіка</i>	Льюїс Керролл	1871 р., «Аліса в Задзеркаллі»
Можливим є як погане, так і добре мислення. На цьому факті ґрунтується практичний бік <i>логіки</i>	Чарльз Сандерс Пірс	1877 р., «Засвоєння переконань»
<i>Логіка</i> сама про себе подбає, а усе, що залишається нам, – це простежити, яким чином їй це вдається	Людвіг Вітгенштайн	1914 р., «Щоденник»
Чиста <i>логіка</i> – це згуба для духу	Антуан де Сент-Екзюпері	1942 р., «Військовий льотчик»
Відкривши конвенційний та відносний характер <i>логіки</i> , людський дух спалив останнього з своїх ідолів	Луї Руж'є	1955 р., «Трактат про знання»
Той, хто хоче говорити про атомні частинки самі по собі, повинен або використовувати математичну схему як єдиний додаток до природної мови, або поєднувати її з мовою, що використовує модифіковану <i>логіку</i> чи не використовує жодної чітко визначеної логіки взагалі	Вернер Гайзенберг	1958 р., «Фізика та філософія»

Цілком очевидно, що в усіх цих цитатах слово «логіка», не залежно від стилю й особистих поглядів, використане в різних значеннях. Нижче ми спробуємо розплутати клубок значень логіки, наведених у цій таблиці.

### 1.3. Логіка і логіка

За парадоксальним твердженням «Логіка – це не логіка» стоїть важливе розрізнення: *логіка як процес мислення і логіка як дослідження цього процесу*. Це розрізнення досить схоже на те, яке проводять між Історією як серією подій та історією як наукою, що вивчає ці події – *Історія* є об'єктом вивчення *історії*<sup>1</sup>. Для того, аби не забувати про цю паралель, можна використовувати слово «Логіка» на позначення процесу мислення і слово «логіка» на позначення науки, що вивчає цей процес: *Логіка* є об'єктом вивчення *логіки*. Це хороший «диферанс»<sup>2</sup>, що вказує на тісний зв'язок між двома сторонами однієї логічної медалі.

У більшості наук ці дві сторони переважно є чітко відокремленими лінгвістично, хоча міра такого розрізнення може варіювати від кількох літер до цілковито відмінних слів. Радикальна відмінність слів часом є наслідком мовних змін, як-от у випадку біології та фізики. Таким є і випадок логіки: коли ми кажемо, що логіка є наукою про мислення, то назва об'єкта вивчення – «мислення» – є цілковито відмінною від назви науки про нього – «логіки»; англійське слово «reasoning» («мислення») є словом латинського походження на позначення логіки як процесу мислення.

Перед вами табличка, що ілюструє відповідні відмінності та варіації:

НАУКА	ПРО
Біологія	Живі організми
Фізика	Матерія
Лінгвістика	Мови
Соціологія	Суспільство
Поетика	Поезія
Антропологія	Людські істоти

<sup>1</sup> Див., наприклад: *Woolf D. A Global History of History* / Daniel Woolf. – Cambridge : Cambridge University Press, 2011.

<sup>2</sup> Диферанс (від франц. *differance*) – термін, запроваджений у філософію Жаком Дерріда на позначення одночасно і встановлення відмінності, і відтермінування, відкладання. – *Прим. ред.*

Чому ж у випадку історії люди використовують те саме слово, позначаючи – та й то не завжди – відмінність лише графічно? І чому в логіці люди взагалі ніяк – ані графічно, ані якимось по-іншому – не позначають відмінності, сприяючи таким чином плутанині між наукою та об'єктом її вивчення. Така мішанина нагадує те, що відбувається у процесі приготування їжі. Проте у цьому випадку змішування можна виправдати теорією/практикою прихильників комбінування інгредієнтів, унаслідок якої може з'явитися смачний омлет. Чи є логіка, так само як і кулінарія, мистецтвом? Власне кажучи, саме такою є її французька концепція, якщо вірити назві славетної книжки Арно і Ніколя «Логіка, або мистецтво мислення» (1662). Якщо продовжити наш виклад ілюстрацією з самби, то той, хто вивчає танець, зазвичай робить це не заради теоретичного інтересу, а для того, щоб навчитися танцювати. Танець є мистецтвом, а також практичним його втіленням, наявну тут відмінність між англійськими іменником «dance» («танець») та дієсловом «dance» («танцювати») не обов'язково виділяти графічно. Можна сказати: «Мері вивчає танець для того, аби танцювати». А як щодо Джона? Ми скажемо: «Джон вивчає логіку для того, аби мислити». Таке формулювання оголює відмінність, адже дієслова «логіка» не існує. Найбільш вичерпне формулювання, яке ми лише здатні зробити, матиме вигляд: «Джон вивчає логіку для того, аби бути логічним». Але чи справді такою є мета Джона в ході вивчення логіки?

У випадку історії, танців та логіки йдеться, з одного боку, про діяльність, якою займаються людські істоти (ми не розглядатимемо тут історію танців наділених логічними здібностями качок), а з іншого, – про теорію цієї діяльності, яку створюють ці самі ссавці. Цей зв'язок є сильним, адже на обох сторонах медалі перебувають людські істоти; такою є прикметна риса гуманітарних наук (та чи належить до них логіка?). Його (зв'язок) можна тлумачити як взаємодію, що враховує дуальний характер теорії/практики.

Коли йдеться про історію, то відмінність окреслена чіткіше, адже навряд чи знайдеться історик, робота якого полягає у практикуванні історії. А причина, з якої різниця все-таки не є аж такою великою, і використовують фактично те саме слово, полягає в

тому, що об'єкт історичної науки є не таким уже й об'єктивним. Існує багато різних за стилем та фокусом уваги історичних оповідей. Іноді важко повірити, що вони стосуються однієї й тієї самої Історії. Зокрема, Історія губиться в «колись, одного разу». Коли почалася Історія? Точно не з самого початку, адже є ще передІсторія (pre-History) з доісторичними (pre-historical) чоловіками та жінками, яких загалом не треба плутати з фахівцями з передІсторії – передІсториками (pre-Historians)<sup>1</sup>. Істориків також не варто плутати з першими історичними людськими істотами, хоча, можливо, тут і є певний таємний зв'язок. Де і коли виникли історичні люди? Відсутність чіткої відповіді на це запитання є відображенням нереальності Історії. Осілість, будівництво довговічного житла, сільське господарство, образотворче мистецтво, письмо – усі ці види діяльності можна розглядати як такі, що супроводжують постання історичних людських істот, та чи не є вони занадто буржуазними, чи не роблять наголос на малорухливості та комфорті замість бурхливої течії Історії з усіма її завоюваннями, революціями та кризами? Згідно з дещо іншим поглядом, Історія почалася у рік під номером 0 або 1 і ніколи не закінчиться – таким є математичне бачення світу... Гайдеггер дотримувався раціональнішого погляду. Він був схильний уважати, що Історія почалася з виникненням історичної науки, з Геродота та Фукідіда, перших істориків<sup>2</sup>. На противагу увічненним міфологічним кармічним циклам, їхні об'єктивні історичні оповіді змінили Історію. Чи можемо ми схожим чином стверджувати, що Логіка почалася з Арістотеля? Дослідженням саме цього питання ми й займемося далі після зауваг щодо магріттівського характеру назви нашої статті.

Парадоксальне твердження «Логіка – це не логіка» нагадує таке ж парадоксальне твердження Магрітта: «*Ceci n'est pas une pipe*» («*Це не люлька*»). Це твердження можна побачити на найві-

<sup>1</sup> У науковий обіг також були запроваджені такі поняття, як *protoісторія* (Otte M. La Protohistoire / Marcel Otte. – Bruxelles : De-Boeck, 2008) та *глибинна історія* (Smail D. L. On Deep History and the Brain / Daniel Lord Smail. – Berkeley : University of California Press, 2008).

<sup>2</sup> Див., наприклад: Schanske D. Thucydides and the Philosophical Origin of History / Darien Schanske. – Cambridge : Cambridge University Press, 2007.



домішій його картині, яка насправді має назву не «*Це не люлька*», а «*La trahison des images*», тобто «*Зрадливість образів*». Магрітт відверто виставляє на огляд двозначність графічної репрезентації. Напевно, з першого погляду багато кому може здатися, що люлька на Магріттовому полотні більше схожа на справжню люльку, ніж логічна наука<sup>1</sup> – на процес мислення. Однак графічна схожість і справді зрадлива: зорова ілюзія є однією з наймогутніших. Намальована люлька, властиво, дуже відрізняється від справжньої, як може пересвідчитися кожен, спробувавши скористатися нею для куріння. Звісно, слово «банан» не має того ж смаку, що й справжній банан, проте контраст між річчю та її репрезентацією є у цьому випадку не таким сильним, адже між ними немає схожості.

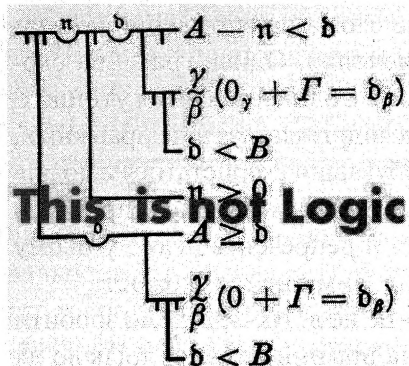
Ми, стверджуючи, що «Логіка – це не логіка», хочемо зробити наголос водночас і на схожості, і на відмінності між логікою як процесом мислення та логікою як наукою. По-перше, якщо не зважати на різницю в написанні або ж уважати, що велика літера «Л» – це данина початкові речення, то це твердження може здатися справді внутрішньо суперечливим, як, скажімо, твердження «Життя – це не життя», обернене до приспіву «Життя – це життя» із популярної пісні<sup>2</sup>. Така декламація в багатьох можливих варіантах, як-от «Чорне – це чорне», не є тавтологічним твердженням – суть у тому, щоб виділити саму природу речі, яка, можливо, не надається до визначення. Відомий історик логіки Жан Ван Хейснорт стверджував: «Життя не є явищем першого порядку, життя не є явищем другого порядку: Життя – це життя»<sup>3</sup>. Але ж яким тоді

<sup>1</sup> Вираз «логічна наука» ми використовуємо тут як синонім до «науки логіки», так само як «логічну теорему» використовують як синонім до «теореми з логіки». Відтак, «логічна наука» означає логіку як науку. Вираз «наука логіки» є двозначним, адже його можна витлумачити і як «наука Логіки», і як «наука логіки». Другу треба тлумачити на зразок «науки біології», яка є синонімом до «біології» tout court (як такої), тобто просто визначає те, що біологія є наукою. Саме в такому сенсі Буль використав вираз «наука логіки» у таблиці з нашого логічного попуру.

<sup>2</sup> Пісня популярного австрійського поп-рок гурту «Orpus» вперше виконана 1984 р. – Прим. перекл.

<sup>3</sup> Цит. за: Anellis I. H. *Logic and Its History in the Work and Writings of J. van Heijenoort* / Irving H. Anellis. – Ames : Modern Logic Publishing, 1994. – P. 45.

є значення антилогічного твердження «життя – це не життя»? У ньому може наголошуватися на тому, що життя – це не те, чим ми його зазвичай вважаємо.



Період «квітування» нашого дискурсу ми завершимо картиною на магіртітвський смак. Наведена поряд картина у згорнутому вигляді передбачає зміст нашого обговорення у наступних розділах, засвідчуючи, що «*Begriffsschrift*» є не логікою в сенсі мислення – адже його було б важко в такому вигляді практикувати, – а (графічною) теорією мислення.

## 2. Еволюція логіки

### 2.1. Логічні тварини

Від багатьох людей можна почути, що Арістотель є першим логіком. Та чи вважають вони його першою людиною, здатною мислити? Ні, переважно його вважають першим, хто розробив науку про мислення. І мають рацію<sup>2</sup>, але нам іще належить збагнути весь перебіг подій. Для цього корисно з головою зануритися в часи класичної Греції, не забуваючи про розрізнення *Логіка/логіка*. Слово «логіка» походить від властивого грецькій культурі слова – «логос», – що не має відповідників у інших мовах. Його семан-

<sup>1</sup> «*Begriffsschrift*» (з нім. «Числення понять») – праця Готлоба Фреге з логіки 1879 р., у якій викладено перше в історії логічне числення. – *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Ю. М. Бохенський, який поглиблено вивчав індійську логіку (див.: *Bochenski J. M. Formale Logik / Józef Maria Bocheński. – Fribourg : Karl Alber, 1956. (English translation: A History of Formal Logic. – Indiana : Notre Dame, 1961)*), стверджує, що за індійськими вченими-логіками можна визнати щонайменше такі ж цінні відкриття, як і за Арістотелем, різниця лише в тому, що на ці відкриття вони, на відміну від Арістотеля, витратили кілька століть (див.: *Bochenski J. M. Entre la Logique et la Foi / Józef Maria Bocheński. – Montricher : Noir sur blanc, 1990*).

тична мережа містить чотири головні значення: *відношення, мова, мислення, наука* (Згодом у Біблії логос став Богом – Івана 1:1<sup>1</sup>). У таблиці нижче наведено приклади, що описують цю ситуацію.

ЧОТИРИ ЗНАЧЕННЯ ЛОГОСУ	ПРИКЛАДИ
Відношення	Ірраціональні числа (не <i>відношення</i> між натуральними числами)
Мова	Неологізм (нове <i>слово</i> )
Мислення	<i>Раціональні тварини</i> λογικόν ον
Наука	Антропологія ( <i>наука</i> про людей)

Хтось, можливо, стверджуватиме, що сучасна логіка першого порядку є повною реалізацією *логосу*: це наука про мислення, що описує його відношення до мови. Однак повернемося в минуле на понад дві тисячі років. Дехто доводить, що математика почалася із запропонованого піфагорійцями доведення ірраціональності квадратного кореня з двох<sup>2</sup>. Це вважають першим математичним доказом. Його головною рисою є використання прийому зведення до абсурду. Можна сказати, що зі зведення до абсурду виник новий спосіб мислення, нова *Логіка*. Мабуть, цей момент можна зафіксувати як дату народження *Логіки*, що позначила відмінність між раціональними та нераціональними людьми. Це було б повною протилежністю до Арістотелевого визначення людських істот як *раціональних тварин* (дослівний переклад: *логічних тварин*). У цьому визначенні раціональність розуміють як сутнісну рису людських істот, а відтак, вважають, що вони завжди були раціональними.

<sup>1</sup> Традиційним є ось який переклад Івана 1:1: «Спочатку було Слово, і Слово було в Бога, і Слово було Бог», де «Слово» є перекладом «logos»: «Ἐν ἀρχῇ ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν, καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος». Гёдель говорить про «раціональний принцип, який є в основі світу» (Wang H. A Logical Journey: From Gödel to Philosophy / Hao Wang. – Cambridge : MIT Press, 1996. – 8.4.10).

<sup>2</sup> Див., наприклад: Dieudonné J. Pour l'Honneur de l'Esprit Humain / Jean Dieudonné. – Paris : Hachette, 1987. (English translation: Mathematics – The Music of Reason. – Berlin : Springer, 1992).

Згідно з Шабо<sup>1</sup>, зведення до абсурду вперше використали філософи зі школи елеатів Парменід та Зенон. Теза Шабо, заснована на детальному історіографічному дослідженні, слугує підтвердженням ідеї, яку понад століття тому обстоював Шопенгауер, наголошуючи на тому, що раціоналізм є філософською позицією, яка ґрунтується на відкиданні чуттєвих даних. Проте Шопенгауер уважав, що раціоналізм, зокрема математичний, який знайшов підтримку у процедурі зведення до абсурду, є хибним. У Евклідових «Началах» вісімдесят відсотків доказів ґрунтуються на зведенні до абсурду, і Шопенгауєрові не бракує сміливості заявити, що сам цей метод є цілковито абсурдним. У першій книзі «Про четвертий корінь закону достатньої підстави» (1813)<sup>2</sup> він запропонував нові доведення теорем геометрії, засновані на зображеннях, а не на «абсурдних міркуваннях». Підхід Шопенгауєра вплинув на Вітгенштайна та інтуїціоністів. Шопенгауєрова філософія математики не є чимось докорінно новим. Способом уникнути дихотомії емпіризму/раціоналізму була для нього кантіанська теорія чистих інтуїцій простору і часу: про простір можна мислити прямо та надійно, використовуючи певні інтуїтивні графічні доведення, що набагато ліпше, ніж кілометри доведень через зведення до абсурду. Шопенгауєра надихав Кант, однак він розробив власну оригінальну теорію розрізнення між логікою і математикою та відношення між ними, ставши, відтак, імовірно, першим, хто запровадив у науковий обіг термінологію «металогічного». Він використовує це слово для того, аби виокремити четвертий клас істин, що відповідає четвертому кореневі закону достатньої підстави<sup>3</sup>.

Повернемося до старої доброї Греції. Греки були раціональними тваринами. То чому ж ці раціональні тварини запровади-

<sup>1</sup> Szabó A. Anfänge der Griechischen Mathematik / Árpád Szabó. – Budapest : Akademiai Kiado, 1969. (English translation: The Beginnings of Greek Mathematics. – Dordrecht : Kluwer, 1978); Szabó A. Die Entfaltung der Griechischen Mathematik / Árpád Szabó. – Mannheim : B. I. Wissenschaftsverlag, 1994.

<sup>2</sup> Schopenhauer A. Über die Vierfache Wurzel des Satzes vom Zureichenden Grunde / Arthur Schopenhauer. – Rudolstadt, 1813.

<sup>3</sup> Див.: Béziau J.-Y. La Critique Schopenhauerienne de l'Usage de la Logique en Mathématiques / Jean-Yves Béziau // O Que Nos Faz Pensar. – No. 7. – P. 81–88.

ли поняття *ірраціональних* чисел? Це одна з таємниць *логосу*. Піфагорійці вірили, що все можна пояснити за допомогою натуральних чисел або *відношень* між ними – *раціональних* чисел. Однак на зміну цій вірі прийшов *логос*, що виражався у *мисленні*, заснованому на зведенні до абсурду, на доведенні *ірраціональності* квадратного кореня з двох. Тож вони у раціональний спосіб дійшли до ірраціональності чи, навіть, скажемо ще ліпше: зведення до абсурду стало ключем до *логосу*, що відкрив для ірраціональних чисел царство раціональності, а також зробив іще багато чого. Підсумовуючи, можна сказати, що логіка народилася на піфагорійському кораблі, а її справжнім обличчям є зведення до абсурду<sup>1</sup>.

Отже, яким є відношення між Арістотелем і такою *Логікою*? Арістотель її не практикував, а його *логіка* не є наукою про неї. Крім того, математики ніколи не використовували силогістику у своїй практиці. Цікаво порівняти цю ситуацію з ситуацією трагедії: Арістотель у «Поетиці» розробив теорію трагедії, що ґрунтувалася на визначних трагедіях його часу. Сам він трагедій не писав, але його теорію використовували для їхнього написання – голлівудські сценарії досі пишуть на її основі<sup>2</sup>.

Попри це, Арістотель вельми посприяв розвитку логіки в сенсі знаряддя науки. На його думку, *доведення* є головною характеристикою науки. Він був зацікавлений у розвитку логіки як загальної методології науки, а також з огляду на її здатність долати софізми. Сучасну логіку пов'язує з арістотелівською перспективою безперервна традиція: логіка постає у вигляді методології науки та критичного мислення. Відкинуто було лише арістотелівську логіку в сенсі задалегідь даної теорії, що описує мислення, тобто силогістику. Це зроблено насамперед на тій підставі, що ця логіка не дає точного опису математичного мислення.

<sup>1</sup> З приводу відношення між ірраціональними числами й ірраціональністю див. цікаву книгу Ж.-І. Гранже «Ірраціональне» (*Granger G.-G. L'Irrationnel / Gilles-Gaston Granger. – Paris : Odile Jacob, 1998*).

<sup>2</sup> Див., наприклад: *Tierno M. Aristotle's Poetics for Screenwriters: Storytelling Secrets from the Greatest Mind in Western Civilization / Michael Tierno. – New York : Hyperion, 2002*.

Логіка першого порядку пропонує ліпший опис, однак дехто доводить, що вона, як і силогістика, є радше теорією мислення, а не ефективним його способом. Проте в наш час налагоджено ліпшу взаємодію між *Логікою* та *логікою*. Попри неприйняття деякими математиками нової логічної науки, логіка таки змінила математику: якщо придивитися, можна зауважити, що сучасна математика безпосередньо пов'язана з сучасною логікою. Розглянувши математику як процес мислення (чи його частину), можна сказати, що *логіка* змінила *Логіку*. І навпаки, *Логіка* змінила *логіку*, адже логіку як математичне мислення застосовували у процесі розвитку логічної науки – на відміну від Арістотелевої силогістики, не заснованої на математиці. У процесі розвитку логіки як науки про мислення застосовували алгебру, топологію і теорію категорій.

Найвище досягнення першого етапу сучасної логіки – напряму дослідження основ математики – є побудова теорії моделей. Ця теорія є зразком чудової взаємодії між *Логікою* і *логікою*, що перекидає життєво важливий місток між математичними структурами та способом нашого мислення про них. На другому етапі розвитку сучасної логіки, пов'язаному з проліферацією неklasичних логік, також відбувалася взаємодія між *Логікою* і *логікою*: люди вибудовують логічні системи та застосовують їх, тож виникає дуальність теорії/практики, як у випадку з танцем чи іншими видами мистецтва і техніки – тобто *техно-логіка*.

Сьогодні ми більше, ніж будь-коли раніше, є логічними тваринами.

## 2.2. Логічна кухня

Проти арістотелівського напряму виступив такий видатний філософ, як Декарт. Його можна вважати батьком сучасної філософії, зокрема, й через те, що він зламав арістотелівську традицію. Декарт не був антираціоналістом, однак виступив проти раціоналізму Арістотеля та неоаристотелівської філософії (схоластики). Він посприяв розвитку нового типу раціоналізму. Розрізнення між логікою як мисленням та логікою як наукою допоможе нам зрозуміти цей зсув у раціоналізмі. З погляду багатьох людей, «картезіанський» означає

«логічний». Тож твердження про те, що Декарту не подобалася логіка, може заскочити людей зненацька. Розплутати цей картезіанський парадокс можна за допомогою пояснення, що Декартові не подобалася логіка як наука, зокрема силогістика. На його думку, для того, аби бути логічним, необов'язково використовувати силогістику – вона навіть може відволікати наше мислення так само, як тоді, коли ми намагаємося застосувати теорію ходи до процесу ходи: ліпше ходити ми не станемо, а от упасти можемо.

То яким же є картезіанський метод? Декарт вірив у існування вроджених схильностей: «З-поміж усього, чим наділені люди, здоровий глузд розподілений між ними найбільш рівномірно». Щоб мислити, не потрібна теорія мислення, *Логіка* не потребує *логіки*. Декарт написав дві книги з промовистими назвами: «Правила для керівництва розумом» (1628) і «Міркування про метод, щоб правильно спрямовувати свій розум і відшукувати істину в науках» (1637), проте вони не посунули науку про мислення вперед у розвитку.

Декарт наголошував на потребі мислити ясно й виразно та підсумовував свою методологію в чотирьох принципах, які висунув на противагу логіці як силогістиці: «... замість численних правил, що становлять логіку, я визнав, що було б достатньо і чотирьох, аби я тільки прийняв тверде рішення постійно дотримуватися їх без жодного винятку»<sup>1</sup>. У таблиці далі наведено чотири правила Декарта (авторство їхніх назв, уміщених у лівому стовпці, належить нам):

ЧОТИРИ ПРАВИЛА ДЕКАРТА	
Ясність	Ніколи не приймати за істинне нічого, що я не визнав би таким з очевидністю, тобто ретельно уникати похапливості й упередженості та включати у свої судження тільки те, що уявляється моему розумові настільки ясно і виразно, що не дає мені жодного приводу для сумніву
Поділ	Ділити кожне з розглядуваних мною труднощів на стільки частин, скільки можливо і потрібно для ліпшого їх розв'язання

<sup>1</sup> Descartes R. Discours de la Méthode / René Descartes. – Leyde, 1637. Цит. за: Декарт Р. Міркування про метод, щоб правильно спрямовувати свій розум і відшукувати істину в науках / Рене Декарт ; [пер. з франц. В. Андрушка і С. Гатальської]. – К. : Тандем, 2001. – С. 32. – Прим. перекл.

Сходження	Розташовувати свої думки у певній послідовності, починаючи з предметів найпростіших і найлегше пізнаваних, і сходити поволі, мов по сходинках, до пізнання найскладніших, припускаючи існування порядку навіть серед тих, які природно не передують одне одному
Вичерпність	Робити скрізь переліки настільки повні й огляди настільки всеохопні, щоб бути впевненим, що ніщо не пропущено <sup>2</sup>

Ці правила можна вважати такими, що розвивають логіку в сенсі доброго раціонального мислення. Мета Декарта полягала не в теоретизуванні, що розвиває науку про мислення, а у практиці: у «Міркуваннях про метод» міститься додаток із застосуванням цього методу до діоптрики, метеорології та геометрії. Свою методологію Декарт також застосовує до філософських проблем, доводячи своє власне існування та існування Бога. Такі доведення не є ланцюжками силогізмів. Декарт ясно стверджував, що *cogito ergo sum* не є висновком силогізму. Він вибудовував Логіку як раціональне мислення, вільне від Барбарської<sup>1</sup> силогістики<sup>2</sup>.

Позиція Блеза Паскаля в цьому питанні була схожою на Декартову. Найвищим способом мислення був у розумінні Паскаля геометричний, заснований на очевидній природній методології. Тож можна було попрощатися з Barbara, Celarent<sup>3</sup> та усіма їхніми силогістичними друзями, з яких немає жодної користі для розвитку правильного мислення та уникнення софізмів. У «Мистецтві переконання»<sup>4</sup> Паскаль писав: «Щоб викрити всі софізми та двозначності облудних міркувань, логіки вигадали варварські імена, що зачудовують інших людей... В основі мислення є аж ніяк не Barbara й не Baralippton. Розум не треба ні до чого силувати: штучні

<sup>1</sup> Гра слів «варварський» («barbarian») та одного з модусів першої фігури силогізму («Barbara»), про які див. нижче. – Прим. ред.

<sup>2</sup> Добрий виклад поглядів Декарта на логіку можна знайти у: Gaukroger S. Cartesian Logic – An Essay of Descartes's Conception of Inference / Stephen Gaukroger. – Oxford : Oxford University Press, 1989.

<sup>3</sup> Barbara, Celarent – мнемонічні назви правильних модусів першої фігури силогізму. – Прим. ред.

<sup>4</sup> Pascal B. De l'Esprit Géométrique et de l'Art de Persuader / Blaise Pascal, 1657.



та скуті прийоми сповнюють його безглуздою зверхністю, що є наслідком неприродного вивищення, а також марнотної і сміховинної бундючності, тим часом як він потребує здорового і поживного харчу. Однією з головних причин, що збиває тих, хто починає вивчати це знання, з істинного шляху, яким вони повинні прямувати, є прищеплювана їм від самого початку ілюзія, нібито корисні речі є недосяжними, адже ці речі пишномовно йменують великими, високими, піднесеними, величними. Цим усе занепащується. Я б назвав їх звичайними, простими, усім відомими: ці ймення доречніші для них. А ті бундючні вислови мені осоружні».

На противагу софізмам силогістики Паскаль обстоював вісім правил – «істинних правил», що є «простими, нехитрими і природними». Вони викладені у поданій нижче таблиці:

ВІСІМ ПРАВИЛ ПАСКАЛЯ	
<i>Правила для визначень</i>	Не братися за визначення тих речей, які є настільки добре відомими самі по собі, що для їхнього пояснення годі вигадати ясніші терміни
	Не залишати без визначення жодного цілковито неясного або двозначного терміна
	Не вживати у визначенні термінів жодних інших слів, окрім тих, що є повністю нам відомими або вже заздалегідь поясненими
<i>Правила для аксіом</i>	Не оминати жодного необхідного принципу, не запитавши себе, чи є він загальновизнаним, хай би яким ясным та очевидним він здавався
	Не визнавати за аксіоми нічого, окрім речей, що є цілковито очевидними самі по собі
<i>Правила для доведень</i>	Не намагатися доводити жодної речі, якщо вона є настільки очевидною сама по собі, що для її доведення годі навести іще ясніші докази
	Доводити всі цілковито неясні висловлювання та наводити на їхній доказ лише цілком очевидні максими або висловлювання, що вже є загальновизнаними або заздалегідь доведеними
	Завжди подумки ставити визначення на місце речей, яких вони стосуються, аби двозначність термінів, для яких визначення встановили межі, не вводила нас в оману

Чи можна вважати позицію Декарта/Паскаля типово французькою? Чи є вона квінтесенцією французького бачення логіки, що простягається в часі аж до Пуанкаре (1905–06), який не побоявся назвати нову логістику<sup>1</sup> *pipi de chat*<sup>2</sup>? Мабуть, ясність мислення є, разом із шампанським та рокфором, типово французькою коронною стравою: а й справді – хороше поєднання.

Однак ця французька логічна кухня не обмежується місцевими делікатесами. На Дев'ятому міжнародному конгресі філософії, що відбувся у Парижі 1937 р., Тарський виголосив доповідь під назвою «Sur la méthode deductive», опубліковану надалі французькою мовою під тою ж назвою в «Анналах», видання яких супроводжувало цей захід. У розділі 6 бестселера Тарського «Вступ до логіки та методології дедуктивних наук» (1936) цю статтю продубльовано під назвою «Про дедуктивний метод».

Альфред Тарський був шанувальником Блеза Паскаля. Він уважав, що сучасна логіка, як методологія дедуктивної науки, є дуже схожою на методологію, викладену Паскалем у «Мистецтві переконання». Перша частина розділу «Про дедуктивний метод» має назву «Фундаментальні складові дедуктивної теорії – первинні та визначені терміни, аксіоми», а до першого речення цієї частини зроблено ось яку примітку: «Ідеї, близькі до викладених у цій частині книги, можна знайти й у давнішій літературі. Дивись, наприклад, есе (посмертно видане) «Про геометричний розум та про мистецтво переконання»<sup>3</sup> видатного французького філософа та математика Б. Паскаля (1623–1662)».

Тарський, як і Паскаль, уважав, що модель мислення треба шукати в геометрії Евкліда. У сучасній логіці Тарський вбачав відродження цього методу. На його погляд, між Евклідом, Паскалем та Гільбертом існує історична тяглість. Триєдність *визначення-аксіоми-доведення*, розвинута Паскалем у дедуктивному методі та поставлена Тарським на центральне місце в архітектурі цього

<sup>1</sup> Логістика – термін, який на початках уживали на позначення математичної логіки. – Прим. ред.

<sup>2</sup> *Pipi de chat* (з франц.) – нісенітниця (перен.). Так французи характеризують кепське вино. – Прим. перекл.

<sup>3</sup> *Pascal B. De l'Esprit Géométrique et de l'Art de Persuader.*

методу, нічим не завдячує Арістотелеві. Цей метод розвинули математики, і він є методологією мислення, а не наукою про нього. Проте Тарський, услід за Арістотелем<sup>1</sup>, вважає, що мислення не зводиться до мислення математичного – сучасна логіка «на своїх початках виникла з досить обмеженого завдання щодо зміцнення основ математики. На сучасному етапі розвитку вона, утім, має набагато ширші цілі. Вона прагне бути співвіднесеною з усією повнотою людських знань. Зокрема, вона має на меті вдосконалити та посилити дедуктивний метод, який посідає головне місце не лише у математиці, а й майже в кожній галузі інтелектуальних зусиль, слугує незамінним знаряддям виведення висновків із заздалегідь прийнятих припущень»<sup>2</sup>. Однак, на відміну від Арістотеля, Тарський вважає, що ця методологія засадниче ґрунтується на математиці: «Логіка (дедуктивний метод) має застосування в кожній науці, зокрема, у самій науці логіки, яку, відтак, треба вважати математичною дисципліною»<sup>3</sup>.

Далі ми детальніше вивчимо цей *рефлексивний характер логіки*.

### 2.3. Логічні споруди

Гільберт вигадав нове слово «метаматематика». У наші дні цю страхітливу назву вживають зрідка – люди надають перевагу виразові «теорія доведення», що його Гільберт використовував як синонім. Послідовник Гільберта Ніколя Бурбакі починає свій знаменитий багатотомний трактат «*Eléments de Mathématique*»<sup>4</sup> зі слів «*qui dit mathématique, dit démonstration*»<sup>5</sup>. З погляду Гільберта,

<sup>1</sup> Тарський, як і Арістотель, дуже цікавився біологією – вона була його першим захопленням, а свого друга Дж. Г. Вуджера він заохочував до розробки методології біології, див. (*Woodger J. H. The Axiomatic Method in Biology / Joseph Henry Woodger ; with Appendices by Alfred Tarski and W. J. Floyd. – Cambridge : Cambridge University Press, 1937*).

<sup>2</sup> *Tarski A. 0 Logice Matematycznej i Metodzie Dedukcyjnej / Alfred Tarski. – Lwów, Warszawa : Ksiaznica-Atlas, 1936. (English translation: Tarski A. Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences, 4th edition / J. Tarski (ed.). – Oxford : Oxford University Press, 1994. – P. IX).*

<sup>3</sup> Ibid. – P. 112.

<sup>4</sup> *Eléments de Mathématique* (з франц.) – «Елементи математики». – Прим. перекл.

<sup>5</sup> *Qui dit mathématique, dit démonstration* (з франц.) – «Хто говорить “математика”»,

доведення становить саму сутність математики. Отже, для нього дослідження математики дорівнювало вивченню того, чим є доведення. Аби виконати таке дослідження, треба стати над математикою, звідки і виникла гучна назва «метаматематика», у якій префікс «мета» означає «над».

Упродовж певного часу слово «метаматематика» вживали в широкому значенні, властиво кажучи, як синонім до слова «логіка». То були часи неподільного панування Гільберта. У 1952 р. Кліні написав книгу під назвою «Вступ до метаматематики», що стала фундаментальним посібником із логіки. Через одинадцять років вийшла книга під курйозною назвою «Математика метаматематики» (1963). Чи можна вважати, що ця курйозна назва стала початком кінця метаматематики? З певністю можна сказати, що відбулася зміна перспективи. Ця назва є провокативною, адже суть програми Гільберта полягала в розвитку математики за допомогою використання іншої, ніж у *межах* самої математики, методології, зокрема з урахуванням результатів внутрішньої послідовності доведення. Згідно з традиційним поглядом, доведення складаються з рядків символів, а ми в цьому разі залишаємося у межах зчисленних величин для того, щоб цими символами маніпулювати. Проте Генцен, представник школи Гільберта, змінив стан справ: тоді ж, коли Гьодель довів свою другу теорему про неповноту, Генцен, використовуючи трансфінітну індукцію, довів відносну послідовність арифметики.

У Польщі цю проблему від початку розглядали з іншої перспективи. Польська школа зазнала значного впливу праць Шредера з алгебри логіки<sup>1</sup>. У Польщі виникла традиція використання математики для розвитку логіки як рівноправної серед інших галузей математики. Як зазначав Тарський, логіка, безперечно, має рефлексивний характер, проте його необов'язково розглядати як порочне коло – можна, натомість, вбачати у ньому спіраль, що підіймає нас

---

той має на увазі “доведення”». – Прим. перекл. Див.: Bourbaki N. *Théorie des Ensembles* / Nicolas Bourbaki. – Paris : Hermann, 1970.

<sup>1</sup> Див.: Woleński J. *Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School* / Jan Woleński. – Dordrecht : Kluwer, 1989.

на дедалі вищі рівні. Логіка є не фундаментом, на якому зводять споруди математики або науки, а радше архітектурою цих споруд. З іншого погляду, який можна зрозуміти у зв'язку із визначенням логічних понять, що його запропонував Тарський, вони є інваріантами, що не зазнають змін за жодної трансформації<sup>1</sup>.

Слово «метаматематика» асоціюється з Гільбертом, а в Польщі популярнішим було пов'язане з цим терміном слово «металогіка». Що таке металогіка? Якщо логіка є синонімом метаматематики, то металогіка – це прізвисько метаматематики. Отже, ми постаємо перед триповерховою спорудою, яку можна відобразити у наведеній нижче таблиці, наочно демонструючи диферанс між *Логікою* та *логікою*:

	Назва	Суть
Третій поверх	Металогіка	теорія теорії мислення
Другий поверх	логіка	теорія мислення
Перший поверх	Логіка	мислення
ТРИПОВЕРХОВА СПОРУДА ЛОГІКИ		

Переважаю люди беруть до уваги радше двоповерхову споруду. Така позиція не позбавлена двозначності. Чи не накладаються у такому разі другий та третій поверхи один на одного? У системі доведення, скажімо  $LK^2$ , теорема – це щось, що доводять у межах системи  $LK$ , об'єкт другого поверху. Метатеорема, на кшталт теореми Генцена про усунення правила перерізу, є об'єктом третього поверху, адже вона є результатом, що стосується  $LK$ , а не результатом, доведеним у  $LK$ . Якщо комусь захочеться дослідити систему, у межах якої доведено усунення правила перерізу, то це може призвести до появи четвертого поверху, проте логіки схильні рухатися радше вниз, а не вгору, намагаючись редукувати третій поверх до другого. Діяльність Гьоделя щодо арифметизації синтаксису та перетворення поняття доведення на модальний оператор у межах логічної системи добре вкладається в такий напрям.

<sup>1</sup> Tarski A. What are Logical Notions? / Alfred Tarski // History and Philosophy of Logic. – 1986. – Vol. 7, No. 2. – P. 143–154.

<sup>2</sup> Система  $LK$  – одна з систем секвенційного числення, запропонована 1934 р. Герхардом Генценом. – Прим. ред.

Однак редукція до двоповерхової споруди може ґрунтуватися й на іншому погляді. Інколи люди вживають слово «металогіка» на позначення теорії, об'єктом якої є логіка, не роблячи чіткого розрізнення між мисленням (*Логікою*) і системою, що описує це мислення (*логікою*). У такому разі один на одний накладаються перший та другий поверхи споруди.

Префікс «мета», мабуть, завдячує популярності у філософії зумовлюваному ним почуттю зверхності. Філософи ведуть мову про «метаетику», «метафілософію» та навіть «метаметафізику». З іншого боку, сучасні логіки не вживають так багато метаслів. Напевно, причина у тому, що для розуміння речей не потрібно дертися високо вгору – рай уже на землі: якщо Джон скаже Мері, що вивчає логіку, то вона радше за все зрозуміє це так, що він вивчає певні логічні системи, які описують мислення. Можливо, її більше вразило б, якби він сказав, що вивчає металогіку. У відповідь він отримав би пекельно нестерпне запрошення до метатанцю.

### 3. Космологія логіки

#### 3.1. Логіка, логіка і логіки

Двадцяте століття було для логіки дуже плідним як з якісного, так і з кількісного погляду. Упродовж цього періоду «бебі-буму» на світ з'явилися незліченні логічні системи. І цей демографічний вибух усе ще триває. Що ж стало його результатом: розмаїття *логік* чи *Логік*? Щоб належно відповісти на це питання, необхідно дослідити відношення між логікою (як системою) та Логікою, яку ця система описує.

Щоб мати під рукою потрібні приклади та задля ліпшого розуміння проблеми, варто спробувати спершу класифікувати розмаїття логічних систем. Ми маємо на меті не запропонувати вичерпну класифікацію всіх логік, що вже існують та можуть існувати, а продемонструвати наявність багатьох різних способів «нарізання пирога» логіки, які ми проілюструємо за допомогою характерних зразків.

Можна почати з відмінностей між *відхиленням* (*deviation*) від класичної пропозиційної логіки та її *розширенням* (*expansion*). Відхилення означає, що властивості традиційних класичних зв'язків зазнали змін, а розширення, – що з'явилися певні додаткові зв'язки<sup>1</sup>.

ВІДХИЛЕННЯ/РОЗШИРЕННЯ	
Відхилення	Інтуїціоністська логіка Релевантна логіка
Розширення	Модальна логіка Каузальна логіка

Зазначимо, що в цьому випадку «модальна логіка» є назвою не логічної системи, а цілого класу таких логічних систем: існують тисячі систем модальної логіки. Крім того, дихотомія відхилення/розширення не обов'язково має бути ексклюзивною: релевантна модальна логіка є цілком можливою. У таблиці вище в явній формі не наведено класифікації вертикального типу, яку можна досягнути за допомогою розрізнення пропозиційної логіки/логіки першого порядку і яка повніше виражається у наведеній нижче таблиці, що ґрунтується на прикладі класичної логіки, однак може бути застосована до інтуїціоністської та інших логік.

РАНГИ	
Підсистеми	Позитивна класична пропозиційна логіка Повна класична пропозиційна логіка
Надсистеми	Багатотипна класична логіка першого порядку Класична логіка другого порядку

Логічну систему можна створити багатьма способами, якогось привілейованого способу нема. Можна пересвідчитися, що в певному сенсі двом різним системам відповідають дві техніки. Логічні системи можна класифікувати за способом, у який вони

<sup>1</sup> На позначення слова «розширення» Гаак (*Haack S. Philosophy of Logics / Susan Haack. – Cambridge : Cambridge University Press, 1974*) використовує доволі дво-значний термін «extensions», ми натомість використовуємо термін «expansions», посилаючись на його вживання у теорії моделей.

виникли. *Підструктурні логіки* визначають ось у якій перспективі: це логіки, сконструйовані за допомогою модифікації структурних правил систем секвенцій. Перед вами проста таблиця, що описує класифікацію за техніками:

ТЕХНІКИ	
Доведення	Системи Гільберта Системи секвенцій
Семантика	Логічні матриці Структури Кріпке

Наголосимо, що ці різні способи «нарізання пирога» не спричиняють однакових результатів. Наприклад, якщо звернутися до логік Кріпке, логічних систем, породжених технікою структур Кріпке, то цей клас логік не дорівнює класу модальних логік, адже, з одного боку, існують певні модальні системи, що їх неможливо схарактеризувати за допомогою структур Кріпке, а з іншого, – структури Кріпке можна використовувати і для розвитку логік без модальностей на кшталт логіки імплікації.

Пропоную тепер вивчити питання, чи відповідає розмаїття логік (логічних систем) розмаїттю *Логік* (способів мислення).

Дехто вважає, що існує лише одна Логіка, одиничному характерові якої не суперечить різноманіття логік: численні логічні системи можна розглядати як опис багатьох аспектів цієї великої Логіки. Наявність багатьох теорій у фізиці не має означати, що існують різні фізичні реальності. У цих теоріях можна вбачати опис різних аспектів однієї й тієї самої реальності. Коли у логіці наявні розширення, як-от модальна логіка, або варіації рангів на кшталт багатотипної логіки, можна стверджувати, що всі ці логіки описують одну й ту саму Логіку. Це однаково правильно й у випадку відхилень, як да Коста<sup>1</sup> зазначав щодо випадку паранесуперечливих логік: паранесуперечливе заперечення можна розглядати як додатковий оператор.

У фізиці можуть існувати різні конкурентні теорії, наприклад, теорія Птолемея відрізняється від теорії Ньютона. Вони стосують-

<sup>1</sup> da Costa N. C. A. Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica / Newton C. A. da Costa. – São Paulo : Hucitec, 1980.



ся тієї самої реальності, однак видається, що одна з них ближча до реальності, ніж інша. Так можна сказати і про логіку першого порядку порівняно з силогістикою. Це знову-таки не означає наявності різних фізичних реальностей або різних Логік – просто на одну і ту ж річ можна дивитися в різний спосіб.

Проте випадок логіки є складнішим, ніж випадок фізики, адже логіка є водночас і нормативною, і дескриптивною теорією<sup>1</sup>. Розрізнення нормативного/дескриптивного допомагає зрозуміти відмінні позиції, яких можуть дотримуватися неklasичні вчені-логіки. Твердження про те, що класична логіка не є «справжнім мисленням», можна тлумачити у два відмінні способи. З одного боку, можна доводити, що класична логіка не є правильним описом мислення як такого, з іншого, – що класична логіка не є правильним способом мислення. У першому випадку йтиметься про класичну логіку, у другому – про класичну Логіку.

Типовим зразком другого випадку слугує Брауер. На його думку, класична Логіка є хибною: математичне мислення повинне відбуватися в інший, правильний, спосіб, за який він уважав інтуїціоністську Логіку. Брауера, як і інших математиків, не цікавила логіка як наука про мислення, йому байдуже було до розвитку інтуїціоністської логіки. Натомість до такого розвитку доклав зусиль його учень Гейтінг, хоча люди переважно вважають, що логіка Гейтінга є хорошим описом Логіки Брауера<sup>2</sup>.

### 3.2. Відносність логіки

Відповідь на це питання залежить від двох боків логічної медалі та відношення між ними, однак не треба забувати і про

<sup>1</sup> Льюїс Керролл визначає логіку як «науку про правильне мислення», див.: Moktefi A. That's Logic! / Amirouche Moktefi // Daresbury Lewis Carroll Society Journal. – 2008. – No. 8. – P. 22–23. Це класичне визначення відображає нормативний характер логіки. Однак це формулювання є доволі двозначним: його значення може варіювати від «мистецтва мислити (правильно)» до «теорії про те, що таке правильне мислення».

<sup>2</sup> Див.: van Stigt W. P. Brouwer's Intuitionism / van Stigt W. P. – Amsterdam : North Holland, 1990; Moschovakis J. R. The Logic of Brouwer and Heyting / Joan Rand Moschovakis / Handbook of the History of Logic, vol. 5 / D. M. Gabbay and J. Woods (eds.). – Amsterdam : Elsevier, 2009.

третій, прихований, вимір: про логіку реальності. Не потрібно бути постмодерністом, для якого теорія відносності має таку ж цінність, як і космологія тупі-гуарані<sup>1</sup>, для того щоб уважати, що наука є відносною з огляду на постійні зміни, яких вона зазнає – нині ця ідея видається цілком природною. Суть у тому, що наука прогресує. Теорії помалу вдосконалюють або ж відбуваються розриви: теорію відкидають як хибну і замінюють цілковито новою. Силогістику відкинули, проте дехто вбачає в логіці першого порядку вдосконалення силогістики.

У наші дні, без сумніву, усе ще є люди, які сповідують науковість релігійного ґтибу, властиву періодові просвітництва, за якого наукову теорію могли вважати цілковито істинною. Це, зокрема, стосувалося теорії Ньютона – абсолютність істини перебувала в гармонії з внутрішньою абсолютністю фізики Ньютона: абсолютністю простору, часу та законів природи. Подібно, декому може здаватися, що логіка першого порядку є абсолютно істинною теорією, яка бездоганно описує досконале мислення. Зміни в сучасній фізиці кинули серйозний виклик абсолютності ньютоніанства: на мікроскопічному рівні його кинула квантова фізика, а на макроскопічному – теорія відносності. Окремі фізики доводять, що відносними є не лише час і простір, а й закони природи, які також зазнають змін<sup>2</sup>.

Необхідно поглянути у вічі самій природі об'єктивної реальності. Фізики копенгагенської школи не наполягали на необхідності відкинути ідею об'єктивної реальності; власне кажучи, теорія доповнюваності Бора – це спосіб зберегти таку реальність. Однак, зважаючи на висновки квантової фізики, виникла ідея про непізнаність реальності як вона є, незалежно від людського експериментування, що її змінює. Оскільки фізика є основною наукою, що описує наш спільний дім, Усесвіт, то всі ці разючі зміни у фізиці впливають на те, як ми тлумачимо науку та реальність загалом.

<sup>1</sup> Тупі-гуарані – група корінних народів Південної Америки, що проживають переважно в тропічній зоні Болівії, Гвіани, Бразилії, Парагваю та Перу. – *Прим. ред.*

<sup>2</sup> Див., наприклад: *Barrow J. D. The Constants of Nature: From Alpha to Omega – The Numbers that Encode the Deepest Secrets of the Universe / John D. Barrow. – New York : Pantheon Books, 2002.*

Та й справді між сучасними фізикою та логікою від самого початку усталилася взаємодія. Гайзенберг переконував, що мислення, засноване на класичній логіці, нездатне описати феномени мікроскопічного світу<sup>1</sup>. Можна було спробувати змінити нашу логіку, що й сталося: були запропоновані нові логіки<sup>2</sup>. Цю ситуацію можна інтерпретувати по-різному: дехто вважає, що логіка фізичної реальності не є класичною логікою. Якщо ми розглядаємо логіку як мислення, то як може йтися про «логіку фізичної реальності»? Хіба можна сказати, що камінь є мисленням? Для Арістотеля закон несуперечності був законом реальності, становив структуру світу. Сьогодні наш погляд на реальність є менш антропоморфним. Ми не вбачаємо у запереченні частину реальності: реальність не є ані чорною, ані білою, ані триколірною. Заперечення, чи то класичне чи неокласичне, є знаряддям осягнення реальності. Саме у такому сенсі може йтися про логіку фізичної реальності: вона є способом мислення про реальність, а самі ми здатні розробити систему логіки, що описує її, опосередковано описуючи фізичну реальність<sup>3</sup>. Малюнок, що перед вами, унаочнює цю стратифікацію:

<sup>1</sup> Див., наприклад: *Heisenberg W. Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science* / Werner Heisenberg. – New York : Harper, 1958.

<sup>2</sup> Універсум квантової логіки перебуває у процесі постійного розширення. Цікаву логічну систему, що безпосередньо стосується принципу невизначеності Гайзенберга, запропонувала 1937 р. Полет Февріє, виступаючи в Парижі на тому ж конгресі, на якому Тарський доповідав про дедуктивний метод (див.: *Février P. Les Relations d'Incertitude d'Heisenberg et la Logique* / Paulette Février // *Travaux du IXème Congrès International de Philosophie*, VI. – Paris : Hermann, 1937. – P. 88–94). Упродовж багатьох років Тарський приятелював з Полет Февріє (див.: *Feferman S. Tarski: Life and Logic* / Solomon Feferman, Anita Feferman. – Cambridge : Cambridge University Press, 2004). У цій книзі автори також розповідають, як Тарський спонукав Патріка Сампса організувати 1957 р. у Берклі великий захід, присвячений аксіоматичному методові з наголосом на його застосуванні в геометрії та фізиці (присутньою була і Полет Февріє). Успіх цього заходу заохотив Тарського започаткувати серію конгресів ЛМФН (LMPS) («Логіка, методологія та філософія науки»), що відбуваються і в наші дні.

<sup>3</sup> Порівняйте з поглядами Джо Бреннера, викладеними у книзі «Логіка у реальності» (*Brenner J. E. Logic in Reality* / Joseph E. Brenner. – Berlin : Springer, 2009).



Фізика – це не єдина наука, теорії якої докорінно змінюють наше бачення науки та світу. Власне кажучи, у біології зміни почалися навіть раніше, разом із теорією еволюції, що відкинула ідею про незмінність типу живих істот, зокрема й людей. Якщо наш мозок еволюціонує, і якщо ми вважаємо, що він є органом, нерозривно пов'язаним із мисленням, то природно вважати, що мислення зазнає змін, а *Логіка* є відносною. А відтак, і *логіка* як наука: когнітивісти справедливо вважають, що замість вивчення аристотелівського органону треба вивчати інший орган – мозок, і не тільки людський, а ще й мозок інших тварин, аби побачити, у чому вони подібні та відмінні, а врешті – з'ясувати, що характерне для логічності людського мозку. Нещодавні відкриття засвідчують, що логічність людей не так уже й суттєво відрізняється від логічності інших тварин – ще багато років тому було доведено, що собаки можуть виконувати диз'юнктивні силогізми, не читавши Арістотеля<sup>1</sup>.

Ситуація, у якій ми перебуваємо нині, цілковито відмінна від часів, коли люди на кшталт Канта були переконані, що Логіка є набором фіксованих правил мислення, бездоганно описаних аристотелівською логікою. Буль також уважав, що Логіка складається з законів мислення, проте, на його думку, силогістика не була правильним описом цих законів. Описуючи їх, він, зі свого боку,

<sup>1</sup> Див.: *Aberdein A. Logic for Dogs / Andrew Aberdein // What Philosophy Can Tell You about Your Dog / S. D. Hales (ed.). – Chicago : Open Court, 2008. – P. 167–181.*

почав використовувати математику, а далі все змінилося завдяки взаємодії між об'єктом дослідження та теорією, між *Логікою* та *логікою*.

З цієї причини Буля, на противагу Фреге, можна вважати справжнім натхненником (а не творцем) сучасної логіки. Фреге з його «*Begriffsschrift*» створив статичний образ мислення, що є чудовим кліше, але не надається до практичного використання. Люди не є послідовниками Буля, людські мозки необов'язково повинні працювати за законами Булевої алгебри. Проте завдяки науці про мислення, заснованій на математиці, ми прийшли до розуміння нових систем логіки, наприклад, таких, у яких заперечення не підпорядковується ані закону несуперечності, ані закону виключеного третього. Така логіка може бути реалізованою у комп'ютерах<sup>1</sup>, а окрім того, її можуть використовувати люди для того, аби в інший спосіб мислити про реальність.

Перша частина шостого розділу «Філософії логіки» Куайна<sup>2</sup> має назву «Зміна логіки – зміна предмета». Усупереч девіантним логічним системам, Куайн стверджує: «Якщо справжня логіка не є переконливою, то що ж тоді є переконливим? Який верховний суд міг би скасувати логіку функцій істинності або квантифікації?». Можна поцікавитися, про що тут веде мову Куайн: про *Логіку* чи про *логіку*? Куайн каже, що люди, які мають справу з неklasичними запереченнями, припускаються лінгвістичної плутанини: вони самі не знають, про що говорять. Отже, чи можна сказати, що люди, які наполягали на сферичній, а не на пласкій формі Землі, не заперечували попередньої доктрини, а тільки змінювали предмет?

Виникнення логіки функцій істинності як логічної системи датоване початком ХХ ст. Вона має як певні переваги, так і певні недоліки. Уважати, що вона описує істинну *Логіку*, бо є хорошою системою, – це те саме, що доводити, нібито все у Всесвіті має сферичну форму, тому що сферична астрономія є чудовою теорією.

<sup>1</sup> Див., наприклад: *Belnap N. A Useful Four-Valued Logic / Nuel Belnap // Modern Uses of Multiple-Valued Logic / M. Dunn (ed.). – Boston : Reidel, 1977. – P. 8–37.*

<sup>2</sup> *Quine W. V. O. Philosophy of Logic / Willard Van Orman Quine. – New Jersey : Prentice Hall, 1970.*

єю. На щастя, наше мислення не є рабом окремих своїх законів, описуваних бінарними функціями істинності. За допомогою нашого мислення ми можемо розробити нові логічні системи, що змінюють *Логіку*.

### 3.3. Універсальність логіки

Проаналізуємо спершу питання універсальності логіки як науки. Твердження про те, що наука є водночас і відносною, і універсальною, не конче суперечливе<sup>1</sup>.

Універсальність можна вважати фундаментальною та характерною рисою науки у тому сенсі, що: (1) наука не є приватною справою, вона є об'єктивною, а не суб'єктивною, не є питанням смаку; (2) наука пояснює певні загальні моделі феноменів, а не характерні особливості конкретного феномена. Як неважко пересвідчитись, від часів Арістотеля логіка має ці дві універсальні риси. Перша з них явно виражена в теорії силогістики, що є системою із набором правил. Друга також є очевидною, адже силогістика стосується всіх типів мислення. З іншого боку, на думку Арістотеля, науку історії розробити неможливо, адже в його розумінні за хаотичними коливаннями людських суспільств не стоїть жодна універсальність – отже, простіше розробляти логіку, біологію та метеорологію.

Науку цікавить УСЕ в подвійному сенсі – УСІ розуми та УСІ об'єкти. Цікаво було б провести тут зв'язок із квантором загальності у логіці. Чуакуї і Саппс<sup>2</sup> продемонстрували, що класичну фізику можна описати в межах логіки першого порядку за допомогою самих лише кванторів загальності.

Проте конкретна наука не буває чисто універсальною. Наука на кшталт біології не стосується всіх феноменів, вона стосується

<sup>1</sup> Руж'є обстоював відносність логіки і водночас єдність науки (див.: *Marion M. Louis Rougier on the Relativity of Logic – an Early Defence of Logical Pluralism* / Mathieu Marion // *An Anthology of Universal Logic* / J.-Y. Béziau (ed.). – Basel : Birkhäuser, 2011).

<sup>2</sup> *Chuaqui R. Free-Variable Axiomatic Foundations of Infinitesimal Analysis: A Fragment with Finitary Consistency Proof* / Rolando Chuaqui, Patrick Suppes // *The Journal of Symbolic Logic*. – 1995. – Vol. 60, No. 1. – P. 122–159.

частини реальності, чи то пак, її *аспекту*. Біологія – це наука про життя, тож тавтологічно можна сказати, що вона не стосується неживих предметів на кшталт каменя, однак вона також не обов'язково має стосуватися всіх аспектів живих істот, наприклад, основні концепти біології зазвичай не використовують для пояснення математичної діяльності живих істот. Отже, ані у зовнішньому, ані у внутрішньому вимірах біологія не є цілковито універсальною. Різні галузі біології використовують різні методи для вивчення різних об'єктів. Вивчення китів відрізняється від вивчення грибів, так само як і від вивчення дерев. Тут є дещо спільне і дещо відмінне. Той, хто досліджує виникнення життя, цікавиться всіма живими істотами, але не безпосередньо всіма їхніми проявами. У межах біології існують різні рівні універсальності.

Щось схоже відбувається і в логічній науці: цікавитися можна лише певними конкретними типами мислення. Існує багато різних типів мислення, кожен з яких наділений власною специфікою. Вивчаючи правове мислення, цікаво було б розробити деонтичну систему логіки з оператором «обов'язково». Цей оператор може поділяти певні спільні властивості з іншими логічними операторами на кшталт «необхідно», проте якщо хтось досліджує математичне мислення, то йому не потрібно працювати з системою логіки, у якій наявний оператор «обов'язково». Спроба розробити велику «універсальну» систему логіки, що охоплювала б усі різновиди мислення, приречена на поразку. Однак так само як біолога цікавить сама природа життя, так когось може зацікавити і сама природа мислення понад усіма його конкретними типами. У такому разі можна досліджувати певні загальні концепти на кшталт відношення слідування. Такі дослідження відбуваються в руслі «універсальної логіки»<sup>1</sup>, що інтерпретується у схожий до універсальної алгебри спосіб<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Див.: Béziau J.-Y. 13 Questions about Universal Logic / Jean-Yves Béziau // Bulletin of the Section of Logic. – 2006. – Vol. 35, No. 2/3. – P.133–150.

<sup>2</sup> Див.: Birkhoff G. Universal Algebra / Garrett Birkhoff // Birkhoff G. Selected Papers on Algebra and Topology / G.-C. Rota and J. S. Oliveira (eds.). – Birkhäuser : Basel, 1987. – P. 111–115.

Така універсальна логіка не є універсальною системою логіки на тій же підставі, на якій універсальна лінгвістика не є універсальною мовою. Загальна лінгвістика досліджує спільні риси всіх мов. У цьому сенсі вона є універсальною. Люди використовують тисячі різних мов. Можна поставити запитання «Чи є мова універсальною?», маючи на увазі «Чи є щось спільне між усіма конкретними людськими мовами?» На це запитання можна дати ствердну відповідь, але це не означає, що спільне для всіх мов і саме є мовою. Загальну лінгвістику можна розглядати як універсальну з огляду на те, що об'єктом її вивчення є дещо універсальне – не універсальна мова, а універсальні риси всіх мов. Через універсальний характер об'єкта вивчення та через свою методологію загальна лінгвістика володіє універсальною характеристикою науки, не будучи при цьому універсальною мовою.

Подібно, логіку можна розвивати як науку, об'єктом вивчення якої є загальні риси всіх типів мислення, а не універсальне мислення. Універсальність цієї логічної науки забезпечувана універсальністю об'єкта її вивчення, хоча вона не є ані універсальною логічною системою, ані універсальним способом мислення<sup>1</sup>.

### Подяки

Я не пам'ятаю, коли саме почав використовувати для виділення відмінності між логікою як мисленням та логікою як наукою про мислення різне написання слів «Логіка» і «логіка», проте можу об'єктивно відстежити цей момент у минулому за допомогою слайдів, використаних під час лекції в Інституті Санта-Фе, штат Нью-Мексико, 29 вересня 2005 р. Хочу подякувати Девідові Кракауеру, який гостинно прийняв мене в Інституті Санта-Фе.

Подорож до Нью-Мексико, як і подорож, що відбулася одразу по тому, із Сан-Франциско до Лос-Анджелеса по шосе № 1, залишила по собі найкращі спогади. Висловлюю подяку також покійному Гербові Ендертону, який запросив мене прочитати доповідь на ту ж тему в Каліфорнійському університеті в Лос-Анджелесі

<sup>1</sup> Детальніше проблему розглянуто у: *Béziau J.-Y. Preface: Is Logic Universal? / Jean-Yves Béziau // Logica Universalis. – 2010. – Vol. 4, No. 2. – P. 161–162.*



7 жовтня 2005 р., і в якого я гостював упродовж перебування в цьому університеті за програмою Фулбрайта у 1995 р.

### Посилання<sup>1</sup>

*Aberdein A.* Logic for Dogs / Andrew Aberdein // What Philosophy Can Tell You about Your Dog / S. D. Hales (ed.). – Chicago : Open Court, 2008. – P. 167–181.

*Anellis I. H.* Logic and Its History in the Work and Writings of J. van Heijenoort / Irving H. Anellis. – Ames : Modern Logic Publishing, 1994.

*Arnauld A.* La Logique ou l'Art de Penser / Antoine Arno, Pierre Nicole. – Paris : Savreux, 1662.

*Barrow J. D.* The Constants of Nature: From Alpha to Omega – The Numbers that Encode the Deepest Secrets of the Universe / John D. Barrow. – New York : Pantheon Books, 2002.

*Belnap N.* A Useful Four-Valued Logic / Nuel Belnap // Modern Uses of Multiple-Valued Logic / M. Dunn (ed.). – Boston : Reidel, 1977. – P. 8–37.

*Béziau J.-Y.* (ed.) An Anthology of Universal Logic. – Basel : Birkhäuser, 2011.

*Béziau J.-Y.* La Critique Schopenhauerienne de l'Usage de la Logique en Mathématiques / Jean-Yves Béziau // O Que Nos Faz Pensar. – 1993. – No. 7. – P. 81–88.

*Béziau J.-Y.* Preface: Is Logic Universal? / Jean-Yves Béziau // Logica Universalis. – 2010. – Vol. 4, No. 2. – P. 161–162.

*Béziau J.-Y.* 13 Questions about Universal Logic / Jean-Yves Béziau // Bulletin of the Section of Logic. – 2006. – Vol. 35, No. 2/3. – P.133–150.

*Birkhoff G.* Universal Algebra / Garrett Birkhoff // Birkhoff G. Selected Papers on Algebra and Topology / G.-C. Rota and J. S. Oliveira (eds.). – Birkhäuser : Basel, 1987. – P. 111–115.

*Bochenski J. M.* Entre la Logique et la Foi / Józef Maria Bocheński. – Montricher : Noir sur blanc, 1990.

<sup>1</sup> Висловлюю подяку Артурові Ронелю де Валлорі Бушбому за допомогу в електронному пошуку посилань, а також Амірушу Моктефі.

*Bochenski J. M.* Formale Logik / Józef Maria Bocheński. – Fribourg : Karl Alber, 1956. (English translation: A History of Formal Logic. – Indiana : Notre Dame, 1961).

*Boole G.* An Investigation of the Laws of Thought, on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities / George Boole. – London, Cambridge : Macmillan & Co, 1854.

*Bourbaki N.* Théorie des Ensembles / Nicolas Bourbaki. – Paris : Hermann, 1970.

*Brenner J. E.* Logic in Reality / Joseph E. Brenner. – Berlin : Springer, 2009.

*Carnap R.* Der Logische Aufbau der Welt / Rudolf Carnap. – Leipzig : Felix Meiner, 1928. (English translation: The Logical Structure of the World ; Pseudoproblems in Philosophy. – Berkeley : University of California Press, 1967).

*Carroll L.* Through the Looking-Glass, and What Alice Found There / Lewis Carroll. – London : Macmillan, 1871.

*da Costa N. C. A.* Ensaio Sobre os Fundamentos da Lógica / Newton C. A. da Costa. – São Paulo : Hucitec, 1980.

*Chuaqui R.* Free-Variable Axiomatic Foundations of Infinitesimal Analysis: A Fragment with Finitary Consistency Proof / Rolando Chuaqui, Patrick Suppes // The Journal of Symbolic Logic. – 1995. – Vol. 60, No. 1. – P. 122–159.

*Couturat L.* La Logique de Leibniz – D'après des Documents Inédits / Louis Couturat. – Paris : Félix Alcan, 1901.

*Descartes R.* Discours de la Méthode / René Descartes. – Leyde, 1637.

*Descartes R.* Regulae ad Directionem Ingenii, 1628 / René Descartes ; published in Amsterdam, 1701.

*Dieudonné J.* Pour l'Honneur de l'Esprit Humain / Jean Dieudonné. – Paris : Hachette, 1987. (English translation: Mathematics – The Music of Reason. – Berlin : Springer, 1992).

*Dostoyevski F.* Zapiski iz Podpolya (Записки из подполья, 1864). (English translation : Notes from Underground).

*Feferman S.* Tarski: Life and Logic / Solomon Feferman, Anita Feferman. – Cambridge : Cambridge University Press, 2004.

*Février P.* Les Relations d'Incertitude d'Heisenberg et la Logique / Paulette Février // Travaux du IXème Congrès International de Philosophie, VI. – Paris : Hermann, 1937. – P. 88–94.

*Frege G.* Begriffsschrift, Eine der Arithmetischen Nachgebildete Formelsprache des Reinen Denkens (Concept Notation, the Formal Language of the Pure Thought Like that of Arithmetics) / Gottlob Frege. – Halle a. S. : Louis Nebert, 1879.

*Gaukroger S.* Cartesian Logic – An Essay of Descartes's Conception of Inference / Stephen Gaukroger. – Oxford : Oxford University Press, 1989.

*Granger G.-G.* L'Irrationnel / Gilles-Gaston Granger. – Paris : Odile Jacob, 1998.

*Haack S.* Philosophy of Logics / Susan Haack. – Cambridge : Cambridge University Press, 1974.

*Heidegger M.* Sein und Zeit / Martin Heidegger. – Tübingen : Niemeyer, 1927.

*Heisenberg W.* Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science / Werner Heisenberg. – New York : Harper, 1958.

*Hilbert D.* Gesammelte Abhandlungen, 3 volumes / David Hilbert. – New York : Chelsea, 1965.

*Kant I.* Kritik der Reinen Vernunft (Critique of Pure Reason, second edition) / Immanuel Kant, 1787.

*Kleene S. C.* Introduction to Metamathematics / Stephen Cole Kleene. – Amsterdam : North-Holland, 1952.

*Kneale W.* The Development of Logic / William Kneale, Martha Kneale. – Oxford : Oxford University Press, 1962.

*Marion M.* Louis Rougier on the Relativity of Logic – an Early Defence of Logical Pluralism / Mathieu Marion // An Anthology of Universal Logic / J.-Y. Béziau (ed.). – Basel : Birkhäuser, 2011.

*Moktefy A.* That's Logic! / Amirouche Moktefi // Daresbury Lewis Carroll Society Journal. – 2008. – No. 8. – P. 22–23.

*Moschovakis J. R.* The Logic of Brouwer and Heyting / Joan Rand Moschovakis / Handbook of the History of Logic, vol. 5 / D. M. Gabbay and J. Woods (eds.). – Amsterdam : Elsevier, 2009.

*Otte M.* La Protohistoire / Marcel Otte. – Bruxelles : De-Boeck, 2008.

*Pascal B.* De l'Esprit Géométrique et de l'Art de Persuader / Blaise Pascal, 1657.

*Peirce C. S.* The Fixation of Belief / Charles Sanders Peirce // Popular Science Monthly. – 1877. – Vol. 12. – P. 1–15.

*Poincaré H.* Les Mathématiques et la Logique / Henri Poincaré // Revue de Métaphysique et de Morale, 1905. – P. 815–835; 1906. – P. 17–38, 294–317.

*Quine W. V. O.* Philosophy of Logic / Willard Van Orman Quine. – New Jersey : Prentice Hall, 1970.

*Rasiowa H.* The Mathematics of Metamathematics / Helena Rasiowa, Roman Sikorski. – Warsaw : Polish Academy of Sciences, 1963.

*Rougier L.* The Relativity of Logic / Louis Rougier // Philosophy and Phenomenological Research. – 1941. – Vol. 2, No. 2. – P. 137–158, reprinted in: An Anthology of Universal Logic / J.-Y. Béziau (ed.). – Basel : Birkhäuser, 2011.

*Rougier L.* Traité de la Connaissance / Louis Rougier. – Paris : Gauthiers-Villars, 1955.

*Saint-Exupéry A. de.* Pilote de Guerre / Antoine de Saint-Exupéry. – New York : Editions de la Maison Française, 1942.

*Schopenhauer A.* Über die Vierfache Wurzel des Satzes vom Zureichenden Grunde / Arthur Schopenhauer. – Rudolstadt, 1813.

*Schanske D.* Thucydides and the Philosophical Origin of History / Darien Schanske. – Cambridge : Cambridge University Press, 2007.

*Smail D. L.* On Deep History and the Brain / Daniel Lord Smail. – Berkeley : University of California Press, 2008.

*van Stigt W. P.* Brouwer's Intuitionism / Stigt W. P. van. – Amsterdam : North Holland, 1990.

*Szabó A.* Anfänge der Griechischen Mathematik / Árpád Szabó. – Budapest : Akademiai Kiado, 1969. (English translation: The Beginnings of Greek Mathematics. – Dordrecht : Kluwer, 1978).

*Szabó A.* Die Entfaltung der Griechischen Mathematik / Árpád Szabó. – Mannheim : B. I. Wissenschaftsverlag, 1994.

*Tarski A.* O Logice Matematycznej i Metodzie Dedukcyjnej / Alfred Tarski. – Lwów, Warszawa : Ksiaznica-Atlas, 1936. (English transla-

tion: Tarski A. Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences, 4th edition / J. Tarski (ed.). – Oxford : Oxford University Press, 1994).

*Tarski A.* Sur la Méthode Deductive / Alfred Tarski // Travaux du IXe Congrès International de Philosophie, VI. – Paris : Hermann, 1937. – P. 95–103.

*Tarski A.* What are Logical Notions? / Alfred Tarski // History and Philosophy of Logic. – 1986. – Vol. 7, No. 2. – P. 143–154.

*Tierno M.* Aristotle's Poetics for Screenwriters: Storytelling Secrets from the Greatest Mind in Western Civilization / Michael Tierno. – New York : Hyperion, 2002.

*Wang H.* A Logical Journey: From Gödel to Philosophy / Hao Wang. – Cambridge : MIT Press, 2006.

*Wittgenstein L.* Notebooks 1914–1916 / Ludwig Wittgenstein. – New York : Harper, 1961.

*Woleński J.* Logic and Philosophy in the Lvov-Warsaw School / Jan Woleński. – Dordrecht : Kluwer, 1989.

*Woodger J. H.* The Axiomatic Method in Biology / Joseph Henry Woodger ; with Appendices by Alfred Tarski and W. J. Floyd. – Cambridge : Cambridge University Press, 1937.

*Woolf D.* A Global History of History / Daniel Woolf. – Cambridge : Cambridge University Press, 2011.