

1) Вычислим площади поперечных сечений

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4b \cdot 2b = 4b^2$$

$$A_2 = 2b \cdot 2b = 4b^2$$

$$A_3 = 3b \cdot 3b = 9b^2$$

2) Основное уравнение равновесия $\sum X = 0$

$$R_1 + R_2 - qL - 2q \cdot 3L + 3q \cdot 4L$$

$$R_1 = -R_2 + qL + 6qL - 12qL$$

$$R_1 = -R_2 - 5qL \quad (1)$$

3) Основное уравнение совместности перемещений $\Delta_B = 0$

$$\Delta_B = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 = 0$$

$$\Delta L_1 = \frac{[-qL - 6qL + 12qL + R_2] \cdot 2L}{E \cdot 4b^2} = \frac{(5qL + R_2) \cdot 2L}{E \cdot 4b^2}$$

$$= \frac{2LR_2 + 10qL^2}{E \cdot 4b^2} = \frac{2LR_2}{4Eb^2} + \frac{10qL^2}{4Eb^2}$$

$$\Delta L_2 = \frac{(3q \cdot 4L + R_2) \cdot 3L}{E \cdot 4b^2} + \frac{1}{2} \frac{q(3L)^2}{E \cdot 4b^2} = \frac{3R_2L}{E \cdot 4b^2} + \frac{10,5qL^2}{E \cdot 4b^2}$$

$$\Delta L_3 = \frac{R_2 \cdot 4L}{E \cdot 9b^2} - \frac{1}{2} \frac{3q \cdot (4L)^2}{E \cdot 9b^2} = \frac{4R_2L}{9Eb^2} - \frac{24qL^2}{9Eb^2}$$

напряжения $\Delta L_1, \Delta L_2, \Delta L_3$

$$U_B = \frac{1}{2} \frac{R_2 L}{EB^2} + \frac{1}{2} \frac{qL^2}{EB^2} + \frac{3}{4} \frac{R_2 L}{EB^2} + \frac{40,5}{4} \frac{qL^2}{EB^2} +$$

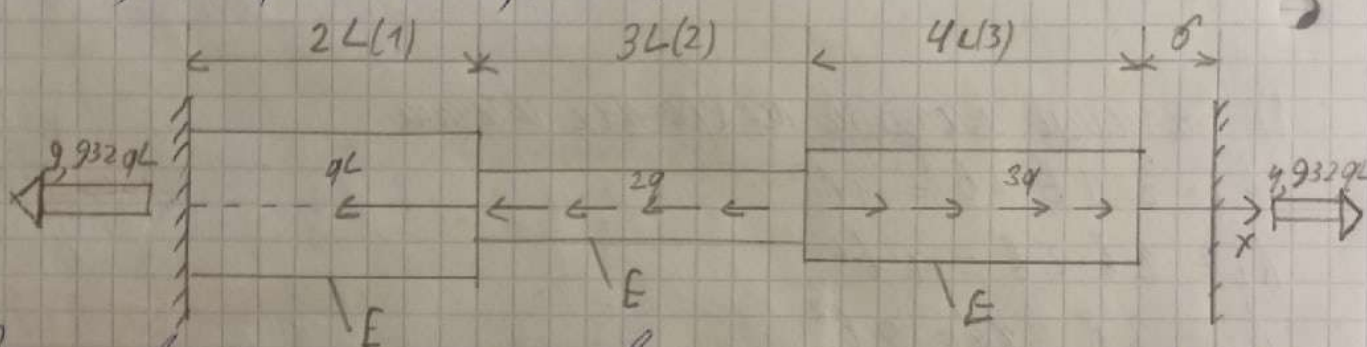
$$+ \frac{4}{9} \frac{R_2 L}{EB^2} - \frac{24}{9} \frac{qL^2}{EB^2} = \delta = 0,4 \frac{qL^2}{EB^2}$$

$$\frac{61}{36} \frac{R_2 L}{EB^2} + \frac{191}{24} \frac{qL^2}{EB^2} = \delta = 0,4 \frac{qL^2}{EB^2}$$

$$\frac{61}{36} R_2 + \frac{191}{24} qL = 0,4 qL \quad (2)$$

4) Решая совместно уравнения (1) и (2), получаем

$$R_1 = -9,932 qL \quad R_2 = 4,932 qL$$



б) Запишем основные соотношения для определения продольных сил, нормальных напряжений, деформаций и перемещений

$$k_\delta = \frac{qL}{B^2}$$

$$k_E = \frac{k_\delta}{E} = \frac{qL}{EB^2}$$

$$k_H = E \cdot L = \frac{q \cdot L^2}{EB^2}$$

Часть 1 ($0 \leq x \leq 2L$)

Продольные силы

$$N_x = -R_1 = 9,932 qL$$

Нормальные напряжения:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A_x} = \frac{9,932 qL}{4B^2} = 2,483 \frac{qL}{B^2} = 2,483 k_\delta$$

Деформация

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{EA_1} = \frac{9,932 \text{ qL}}{4Eb^2} = 2,483 \text{ КЕ}$$

Перемещение

$$U_x = \frac{9,932 \text{ qL} \cdot x}{E \cdot 4b^2} + C$$

$$U_x(0) = 0 \quad C = 0$$

$$U_x(2L) = \frac{1}{2} \frac{9,932 \cdot q \cdot L^2}{E \cdot 4b^2} = 4,966 \text{ Кн}$$

2 частями ($0 \leq x \leq 3L$)

Продольные силы

$$N_x = 9,932 \text{ qL} - qx$$

$$N_x(0) = 9,932 \text{ qL}$$

$$N_x(3L) = 6,932 \text{ qL}$$

Нормальная напряженность:

$$\sigma_x = \frac{9,932 \text{ qL} - qx}{4b^2} =$$

$$\sigma_x(0) = 2,483 \text{ Кб}$$

$$\sigma_x(3L) = 1,733 \text{ Кб}$$

Деформация:

$$\epsilon_x = \frac{N_x}{EA_2} = \frac{9,932 \text{ qL} - qx}{4Eb^2}$$

$$\epsilon_x(0) = 2,483 \text{ Кб}$$

$$\epsilon_x(3L) = 1,733 \text{ Кб}$$

Перемещение

$$U_x = \frac{9,932 \text{ qL}x - 0,5qx^2}{E \cdot 4b^2} + C$$

$$U_x(0) = 4,966 \text{ Кн} \quad C$$

$$U_x(3L) = 4,966 \text{ Кн} + \frac{9,932 \text{ qL} \cdot 3L - 0,5q(3L)^2}{E \cdot 4b^2} = 11,29 \text{ Кн}$$

Определение температурного расширения перемещения

$$U_{x \text{ темп.}} = 4,966 \text{ Кн} + \frac{9,932 \text{ qL} \cdot 9,932 \text{ L} - 0,5q(9,932 \text{ L})^2}{E \cdot 4b^2}$$

$$= 30,8686 \text{ Кн}$$

Участок 3 ($0 \leq x \leq 4L$)

Продольные силы:

$$N_x = 0,932 qL + 3qx$$

$$N_x(0) = 0,932 qL$$

$$N_x(4L) = 11,068 qL$$

Поперечные изгибающие моменты

$$\sigma_x = \frac{0,932 qL + 3qx}{96^2}$$

$$\sigma_x(0) = 0,1035 K\sigma$$

$$\sigma_x(4L) = 1,4368 K\sigma$$

Реакции опор

$$E_k = \frac{0,932 qL + 3qx}{E 96^2}$$

$$E_k(0) = 0,1035 KE$$

$$E_k(4L) = 1,4368 KE$$

Поперечные силы:

$$U_x = \frac{0,932 qL + 1,5 q x^2}{E 96^2} + C$$

$$U_x(0) = 0,2702 K\sigma$$

$$U_x(4L) = 0,2702 K\sigma + \frac{0,932 qL \cdot 4L + 1,5 q \cdot (4L)^2}{E 96^2} = 3,35109 K\sigma$$

Определим экстремум

$$\frac{dU_x}{dx} = \frac{0,932 qL + 3q \cdot x_0}{E 96^2} = 0$$

$$x_0 = -0,3106L$$

$$U_{x \text{ экстр}} = 0,2702 K\sigma + \frac{0,932 qL \cdot (-0,3106L) + 1,5 (-0,3106L)^2}{E 96^2} =$$

6) Определить гонимую нагрузку при нормальном напряжении σ_{max} [МПа]

$$\sigma_{max} = 0,1035 \frac{qL}{b^2} \leq [\sigma] \leq \frac{\sigma_T}{n_T}, \quad \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{400}{2} = 200 \text{ (МПа)}$$

$$\bullet [\sigma] = \sqrt{\frac{0,1035 qL}{\sigma}} \geq \sqrt{\frac{0,1035 \cdot 80000 \cdot 0,2}{200 \cdot 106}} \geq 0,00709 \text{ (м)}$$

