

EISTI

RAPPORT PROJET

Optimisation difficile pour des problème à variable continue

Auteurs :

Elie POUSSOU
Ludovic LAMARCHE
Nicolas BEHRA

Professeur :

Rémi VERNAY

7 avril 2015



Sommaire

1	Modifications d'algorithme	3
1.1	Heuristique des abeilles	3
1.2	Heuristique des essaims	3
2	API	5
2.1	Fonction Objectif	5
2.2	Constructeur Abeille	5
2.3	Constructeur Essaim	6
2.4	Solve	6
2.5	GetResultat	6
2.6	Flux de sortie «	7
2.7	Exemple	7
2.8	Exécution des tests	7
3	Tests expérimentaux	8

Introduction

Dans le cadre de notre 3ème semestre de cycle ingénieur, il a été proposé aux élèves du parcours GSI un projet dont le but est de créer une librairie permettant d'effectuer une optimisation difficile pour des problèmes à variable continue.

Le but de cette librairie est de trouver la solution à des fonctions difficiles en un temps réduit.

Pour mener à bien ce projet et résoudre ces problèmes, il nous a été proposé des heuristiques qui sont des méthodes pour trouver des solutions à des problèmes difficiles.

Dans un premier temps, nous avons travaillé sur le fonctionnement de ces différentes heuristiques dans le cahier des charges.

Dans ce rendu final, nous allons tout d'abord expliquer comment nous avons adapté les deux heuristiques choisies pour les faire fonctionner dans notre cas. En effet, notre librairie peut fonctionner avec l'heuristique des essaims particuliers ou avec celle des colonies d'abeilles artificielles.

Ensuite, nous allons expliquer comment un développeur souhaitant utiliser notre librairie peut le faire en fonction de l'heuristique choisie.

Enfin, une comparaison des performances en fonction de l'heuristique choisie sera présentée.

Cette librairie pourra fonctionner sur un seul ordinateur en mode séquentiel ou sur plusieurs ordinateurs en mode parallèle.

1 Modifications d'algorithme

1.1 Heuristique des abeilles

Concernant l'heuristique des abeilles, nous avons présenté le déroulement de cette méthode mais nous n'avons pas précisé l'algorithme. Voici ci-dessous l'algorithme final utilisé pour implémenter cette heuristique.

Algorithm 1 Algorithme des colonies d'abeilles artificielles

```
res=une fleur très mauvaise
pour  $i = 1$  jusqu'à  $max\_iterations$  faire
  mise à jour des fitness
  pour chaque observatrice faire
    fleur = choisir une fleur aléatoirement
    fleur->nbIterations=fleur->nbIterations+1
    voisin=générer une fleur voisine à fleur
    si fitness(voisin)>fitness(fleur)faire
      fleur<-voisin
      fleur->nbIterations=0 fin si
    si fitness(fleur)>fitness(res)
      res=fleur
    fin si
  fin pour
fin pour
retourner res
```

1.2 Heuristique des essais

Après implémentation de l'algorithme des essais particuliers avec voisinage, fourni dans le premier rapport, nous avons dû adapter de manière empirique cet algorithme pour un fonctionnement et une efficacité optimale.

Après étude et application de cet algorithme sur des fonctions objectifs concrètes telles que la fonction carré ou encore la fonction de Bohachevsky [?]. Les principales modifications se sont faites au niveau du calcul de la nouvelle vitesse.

Précédemment on calculait la nouvelle vitesse ainsi :

$$v_i \leftarrow \kappa(v_i + \rho_1(x_{p_i} - x_i) + \rho_2(x_{v_i} - x_i))$$

avec :

- x_i : la position de cette particule dans l'espace ;
- v_i : sa vitesse ;
- x_{p_i} : position par laquelle elle est déjà passée et dont la solution est la meilleure ;
- x_{v_i} : position du voisin pour laquelle la solution est la meilleure ;
- $\kappa = 1 - \frac{1}{\rho} + \frac{\sqrt{|\rho^2 - 4\rho|}}{2}$
- $\rho = \rho_1 + \rho_2 > 4$
- $\rho_1 = r_1 * c_1$
- $\rho_2 = r_2 * c_2$

Où c_1, c_2 sont deux constantes positives déterminées de façon empirique et telles que $c_1 + c_2 \leq 4$ et r_1, r_2 suivent une loi uniforme sur $[0..1]$.

Nous évoquons aussi le fait que la fonction de constriction devait être comprise entre 0.8 et 1.2 pour une convergence optimale d'où la nouvelle vitesse est calculée comme suit :

$$v_i \leftarrow c1 * v_i + R * (x_{p_i} - x_i) + (1 - R) * (x_{v_i} - x_i)$$

avec $c1$: variable aléatoire entre 0.8 et 1.2 ;

R : variable aléatoire entre 0 et 1.

Ici, on doit comprendre que la vitesse peut accélérer, décélérer ou bien même stagner c'est pourquoi on multiplie la vitesse précédente par $c1$. Puis on simule la tendance d'une particule à suivre son instinct ou à suivre ses voisins par la variable R .

2 API

2.1 Fonction Objectif

Pour la création d'une nouvelle fonction Objectif, il faut créer une classe qui contient, les méthodes `getMin()`, `getMax()`, et la formule de la fonction Objectif.

```
double f(const std::vector<double> params) const;
```

- `params` les paramètres de la fonction
- retourne l'image des paramètres par la fonction objectif

```
std::vector<double> getMin() const;
```

```
std::vector<double> getMax() const;
```

Ces deux méthodes permettent respectivement de fournir les bornes min et les bornes max de la fonction objectif correspondante.

Au vu de notre implémentation on peut créer des fonctions objectifs avec autant de dimensions que l'on souhaite.

2.2 Constructeur Abeille

```
Abeille(F _obj, unsigned _nbFleurs, unsigned _iterationMaxParFleur,  
        unsigned _maxIteration);
```

- `_obj` Objet contenant une fonction objectif `f(vector<double> v)`, `getMin()` et `getMax()` pour donner les bornes de cette fonction
- `_nbFleurs` le nombre de fleur souhaité pour l'exécution de l'algorithme
- `_iterationMaxParFleur` le nombre de fois qu'une abeille observatrice passe sur une fleur avant de la laisser tomber
- `_maxIteration` le nombre d'itération total de l'algorithme

2.3 Constructeur Essaim

```
Essaim(F _obj, unsigned _nbParticules, unsigned _cArret);
```

- `_obj` Objet contenant une fonction objectif `f(vector<double> v)`, `getMin()` et `getMax()` pour donner les bornes de cette fonction
- `_nbParticules` le nombre de particule souhaité pour l'exécution de l'algorithme
- `_cArret` la condition d'arrêt, c'est à dire le nombre maximum d'itération.

2.4 Solve

- `solve` : permet de lancer l'algorithme en parallélisant
- `solve(unsigned n)` : permet de lancer l'algorithme en utilisant `n` threads.
- `solveMpi(const MpiBind &mpi)` : parallélise en utilisant MPI, le résultat sera mis à jour dans l'objet du thread 0

```
Fschwefel<3> f;  
Abeille<Fschwefel<3>> e(f, 100, 1000, 10000);  
e.solveMpi(mpi); //Execution MPI  
if (mpi.getRank() == 0) {  
    cout << "MPI :" << e << endl; //Resultat sur le thread 0  
}  
e.solve(3); //Execution parallele  
e.solve(1); //Execution non parallele
```

2.5 GetResultat

Permet de récupérer la position minimum de la fonction après l'exécution de `solve`.

```
std::vector<double> Abeille<F>::getResultat() const;
```

2.6 Flux de sortie «

Vous pouvez afficher le résultat sous la forme $F(x) = y$ en utilisant le flux de sortie sur l'objet après avoir appliqué solve.

```
Fschwefel<3> f;  
Abeille<Fschwefel<3>> e(f, 100, 1000, 10000);  
e.solve();  
cout << e << endl;
```

2.7 Exemple

```
Fbohachevsky f { };  
Abeille<Fbohachevsky> abeille(f, 500, 100, 10000);  
abeille.testGenererFleur();
```

```
Fbohachevsky f { };  
Essaim<Fbohachevsky> e(f, 100, 10000);  
e.testGenererFleur();
```

2.8 Exécution des tests

Pour exécuter les test en utilisant openmp, il y a deux options possible :

- -a : exécute les tests sur les abeilles
- -e : exécute les tests sur les essaims

```
$/Debug/projetgsi  
    $./Debug/projetgsi -a  
    $./Debug/projetgsi -e
```

Pour désactiver le multithreading, il faut mettre la variable d'environnement OMP_GET_NUM_THREADS à 1.

Pour tester MPI :

```
$mpirun -np 4 ./Debug/projetgsi
```


3 Tests expérimentaux

Pour tester les différentes solutions de notre librairie, nous avons utilisé différentes fonctions en 1,2 et 3 dimensions.

Les fonctions que nous avons testées ont beaucoup de variations et donc beaucoup de minimums locaux, par exemple les deux fonctions suivantes.

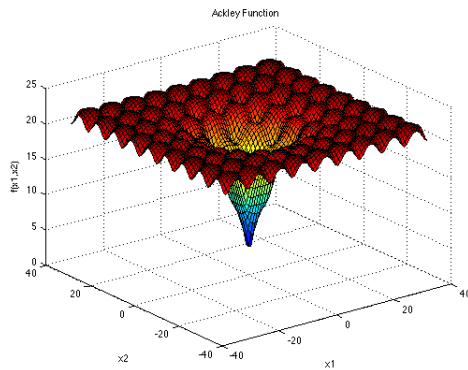


FIGURE 1 – Fonction de Ackley

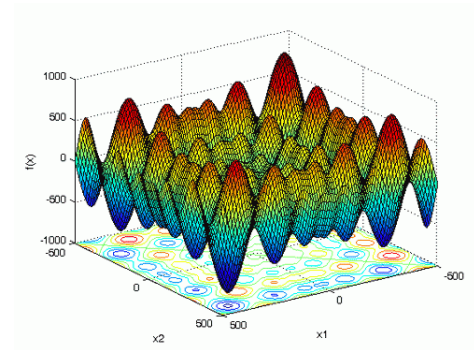


FIGURE 2 – Fonction de Schwefel

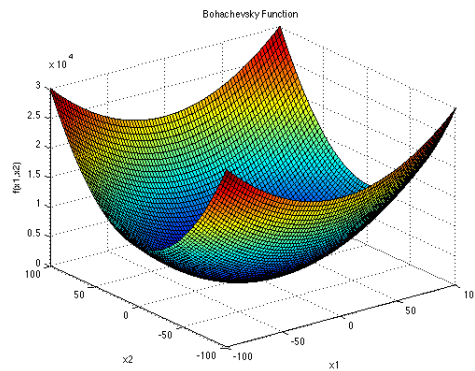


FIGURE 3 – Fonction de Bohachevsky

Nous avons noté des différences entre les performances des 2 algorithmes, nous avons récapitulé ces différences dans le tableau suivant :

	Essaim	Abeille	resultat attendu
F carré	$F(-4.4*10^{-9}) = 1.9*10^{-17}$	$F(-5.4*10^{-6}) = 2.9*10^{-11}$	$F(0)=0$
Ackley	$F(-5.9*10^{-4}, 3.4*10^{-4}) = 1.9*10^{-3}$	$F(-1.4*10^{-2}, 5.7*10^{-2}) = 4.8*10^{-2}$	$F(0,0)=0$
Bohachevsky	$F(-6.4*10^{-4}, 10^{-3}) = 4.6*10^{-5}$	$F(8.3*10^{-2}, -9.6*10^{-2}) = 0.3$ resultat boha abeille	$F(0,0)=0$
Schwefel	$F(420.969, 420.969, 420.969) = 3.8*10^{-5}$	$F(421.673, 420.704, 421.028,) = 7.2*10^{-2}$	$F(420.969, 420.969, 420.969)=0$

La différence de précision entre les deux algorithmes est flagrante, même pour une fonction assez simple comme la fonction carrée, on observe une différence de 3 chiffres après la virgule.

Cette différence se maintient sur les 3 autres fonctions.

Néanmoins, même si il est difficile de comparer les temps d'exécution car il dépend des différents paramètres de l'algorithme comme le nombre d'itérations par exemple, on observe que l'algorithme des abeilles est à peu près 2 fois plus rapide.

Finalement, si l'on veut privilégier la vitesse d'exécution, on peut utiliser l'algorithme des abeilles qui donne quand même une bonne idée de la solution exacte.

Si l'on veut privilégier la précision, il faudra utiliser l'heuristique des essaims qui renverra des résultats plus proches de la solution exacte.

Conclusion

L'étude des comportements animaliers nous permet d'en déduire des algorithmes pouvant être utilisés dans le cadre d'optimisation difficile de fonctions dites objectifs. Après implémentation avec parallélisation on peut en tirer plusieurs conclusions, l'algorithme des essaims particuliers est plus optimal en terme de précision que l'algorithme des Abeilles bien que ce dernier soit plus rapide. De la manière dont on a implémenté la parallélisation, côté mpi ce n'est pas plus rapide mais le résultat est un peu plus précis et côté openmp on observe une exécution plus rapide remarquable.

Références

- [1] Surjanovic Sonja and Bingham Derek. Virtual library of simulation experiments. <http://www.sfu.ca/ssurjano/optimization.html>.
- [2] Dréo Johann, Pétrowski Alain, Siarry Patrick, and Taillard Eric. Métaheuristiques pour l'optimisation difficile. http://www.eyrolles.com/Chapitres/9782212113686/chap4_Dreo.pdf.
- [3] Blaise Barney. Message passing interface (mpi). <https://computing.llnl.gov/tutorials/mpi/>.
- [4] Guillaume CALAS. Optimisation par essaim particulière. http://guillaume.calas.free.fr/data/Publications/PSO-Overview_v2.pdf.
- [5] Abbas El Dor. Perfectionnement des algorithmes d'optimisation par essaim particulière. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00788961/document>.
- [6] Dr James Mc Caffrey. Utiliser des algorithmes de colonies d'abeilles pour résoudre des problèmes impossibles. <https://msdn.microsoft.com/fr-fr/magazine/gg983491.aspx>.