

# (1)

---

俳優 $i$  ( $i = 1 \sim 5$ ) が役 $j$  ( $j = 1 \sim 5$ ) を演じる時  $x_{ij} = 1$ 、演じない時  $x_{ij} = 0$  とする。

$x_{ij}$  は俳優 $i$  が役 $j$  を演じる可能性があるときのみ定義する。

この問題の目的は担当の適正度の和を最大にすることであるから、適正度の和を目的関数とする。

表より、適正度の和は、

$$\begin{aligned} z = & 5 * x_{11} + 1 * x_{13} \\ & + 2 * x_{22} + 8 * x_{24} + 7 * x_{25} \\ & + 4 * x_{31} + 6 * x_{33} + 7 * x_{34} \\ & + 9 * x_{43} + 4 * x_{45} \\ & + 7 * x_{51} + 8 * x_{52} + 6 * x_{55} \end{aligned}$$

と表される。

制約条件は、俳優の全員それぞれが異なる1つの役を演じることである。

まず、各俳優が1つの役を演じる制約を定式化する。

俳優1 は役1, 3 のうちの1つを演じることから

$$x_{11} + x_{13} = 1$$

と表される。

俳優2 は役2, 4, 5 のうちの1つを演じることから

$$x_{22} + x_{24} + x_{25} = 1$$

と表される。

俳優3 は役1, 3, 4 のうちの1つを演じることから

$$x_{31} + x_{33} + x_{34} = 1$$

と表される。

俳優4 は役3, 5 のうちの1つを演じることから

$$x_{43} + x_{45} = 1$$

と表される。

俳優5 は役1, 3 のうちの1つを演じることから

$$x_{51} + x_{53} = 1$$

と表される。

次に、各役が1人の俳優によって演じられる制約を定式化する。

役1は俳優1, 3, 5 のうちの1人が演じることから

$$x_{11} + x_{31} + x_{51} = 1$$

と表される。

役2は俳優2, 5 のうちの1人が演じることから

$$x_{22} + x_{52} = 1$$

と表される。

役3は俳優1, 3, 4 のうちの1人が演じることから

$$x_{13} + x_{33} + x_{43} = 1$$

と表される。

役4は俳優2, 3 のうちの1人が演じることから

$$x_{24} + x_{34} = 1$$

と表される。

役5は俳優2, 4, 5 のうちの1人が演じることから

$$x_{25} + x_{45} + x_{55} = 1$$

と表される。

以上の式をまとめると、この問題は次の0-1整数最適化問題として定式化される。

最大化:

$$\begin{aligned} z = & 5 * x_{11} + 1 * x_{13} \\ & + 2 * x_{22} + 8 * x_{24} + 7 * x_{25} \\ & + 4 * x_{31} + 6 * x_{33} + 7 * x_{34} \\ & + 9 * x_{43} + 4 * x_{45} \\ & + 7 * x_{51} + 8 * x_{52} + 6 * x_{55} \end{aligned}$$

制約条件:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{13} &= 1 \\ x_{22} + x_{24} + x_{25} &= 1 \\ x_{31} + x_{33} + x_{34} &= 1 \\ x_{43} + x_{45} &= 1 \\ x_{51} + x_{53} &= 1 \\ \\ x_{11} + x_{31} + x_{51} &= 1 \\ x_{22} + x_{52} &= 1 \\ x_{13} + x_{33} + x_{43} &= 1 \\ x_{24} + x_{34} &= 1 \\ x_{25} + x_{45} + x_{55} &= 1 \end{aligned}$$

## (2)

計算結果は以下のようになる。

$$\begin{aligned} x_{11} &= 1 \\ x_{25} &= 1 \\ x_{34} &= 1 \\ x_{43} &= 1 \\ x_{52} &= 1 \end{aligned}$$

よって、下記の表のような配役が評価値の和が最大となる。

	役1	役2	役3	役4	役5
俳優1	o				
俳優2					o
俳優3				o	
俳優4			o		
俳優5		o			

## アンケート

1. Ubuntu 20.04
2. PuLP (Docker上に環境を構築)