SPRAWOZDANIE NUM1

1.Wprowadzenie:

Celem sprawozdania jest analiza błędów przybliżania pochodnych numerycznych dla funkcji f(x) = sin(x^2), g(x)=cos(x^2). Korzystamy z dwóch metod: różniczki w przód oraz różniczki centralnej. Przybliżenia są uwzględnione dla precyzji float i double.

2.Uruchomeinie programu:

Do uruchomienia będą potrzebne dwie biblioteki numpy i matplotlib. Jeżeli nie są zainstalowane to:

pip install numpy matplotlib

Po otwarciu katalogu i przejściu do projektu mamy do wyboru 4 możliwości, dla jakich są generowane wykresy:

- Dla funkcji sinus(x^2) i zmiennej float
  make run1
- Dla funkcji sinus(x^2) i zmiennej double
  make run2
- Dla funkcji 2cos(x^2) i zmiennej float
  make run3
- Dla funkcji 2cos(x^2) i zmiennej double
  make run4

Należy zamknąć okienko z wykresem aby móc uruchomić kolejne wykresy

3.Metody numeryczne:

A. Różniczka w przód

$$D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

B. Różniczka centralna

$$D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$$

4.Badane w projekcie

W ramach projektu zbadano dwie funkcje matematyczne:

sin(x^2): Funkcja została zaimplementowana zarówno dla typów danych float, jak i double. Analizowano różnice w dokładności przybliżeń dla obu typów danych.

Dodatkowo 2 cos(x^2): Podobnie jak w przypadku poprzedniej funkcji, również analizowano dokładność przybliżeń dla dwóch typów danych.

Mamy problem z niektórymi liczbami które mają w systemie dziesiętnym skończone rozwinięcie, może się okazać, że mają one nieskończone rozwinięcie w systemie binarnym.

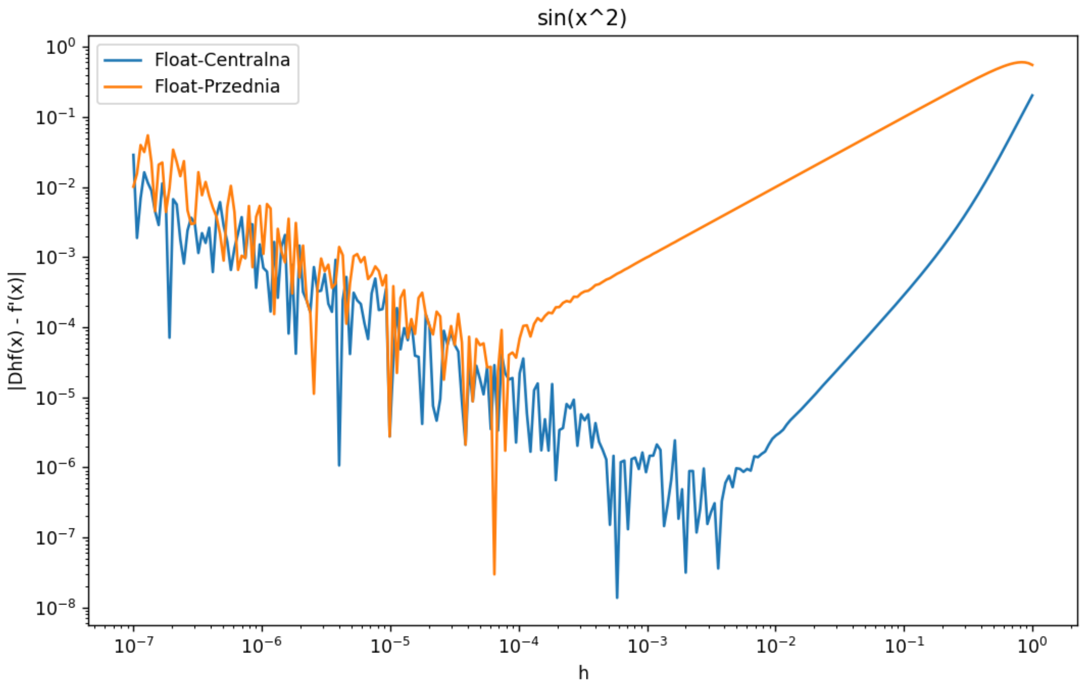
Komputery często korzystają z systemów o 32 i 64 bitach, co odpowiada odpowiednio typom danych float i double. Te typy danych mają swoje ograniczenia co do zakresu i precyzji zapisu liczb. Dla typu float błędy zaokrągleń są rzędu 10^-7, a dla double 10^-16.

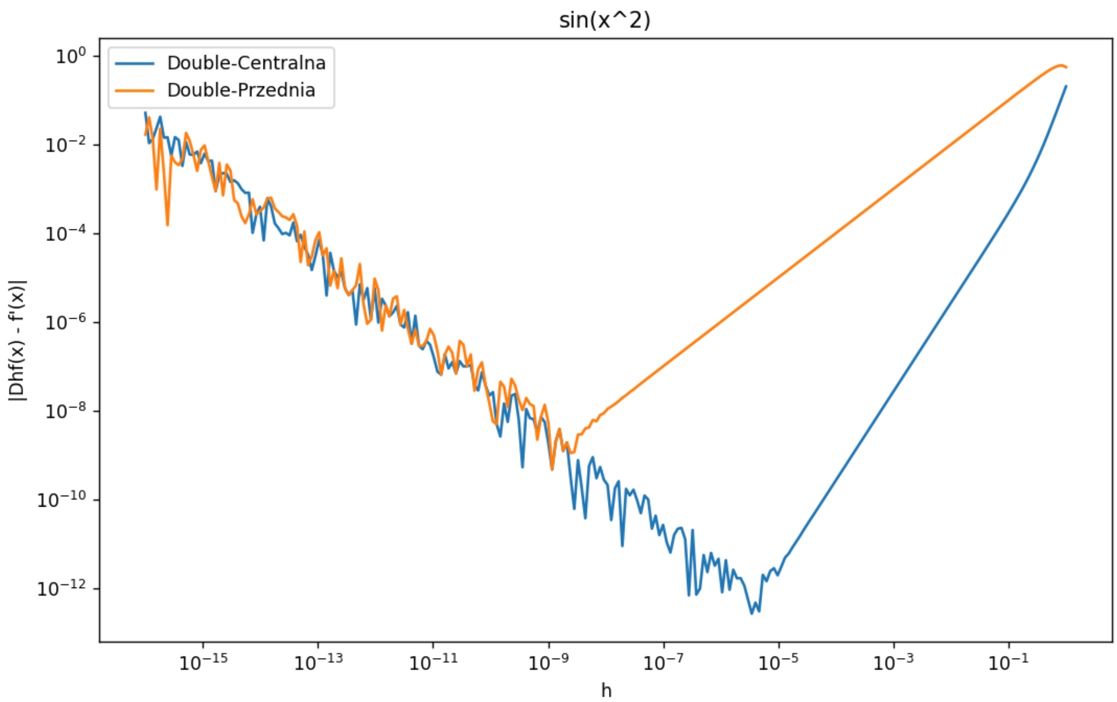
Ze względu na te ograniczenia, komputery nie są w stanie precyzyjnie reprezentować wszystkich wartości liczbowych. W przypadku obliczeń różniczkowych, takich jak obliczanie pochodnych funkcji, komputery dostarczają jedynie przybliżone wartości. Te przybliżenia można uzyskać poprzez zastosowanie odpowiednich wzorów na pochodne.

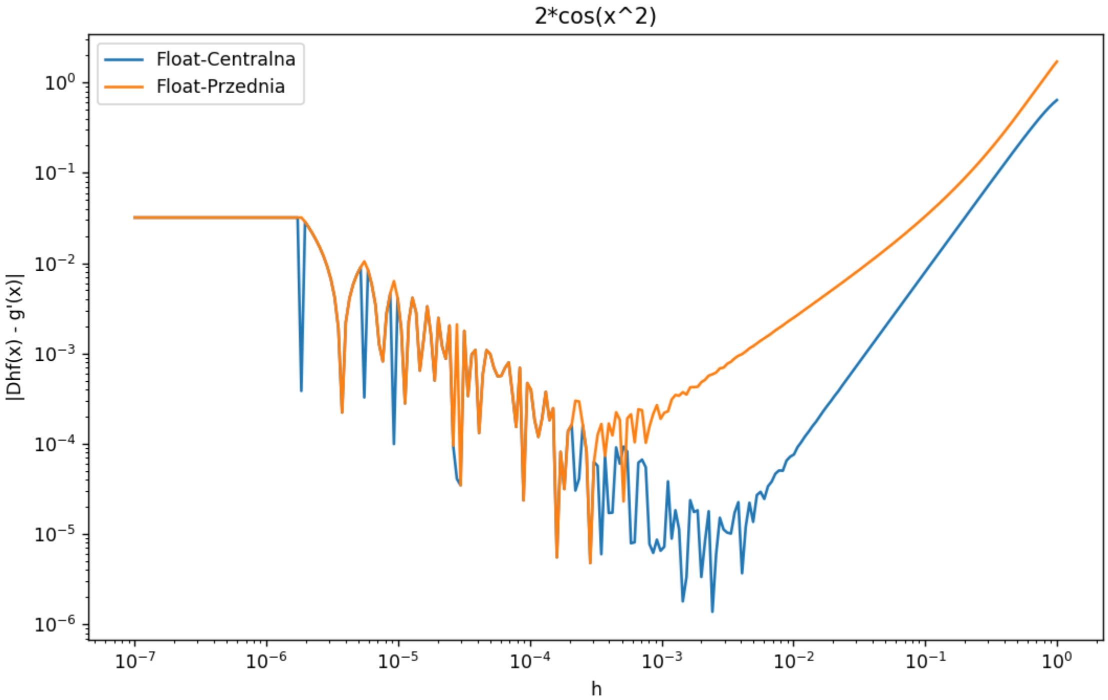
W skrócie, komputery, ze względu na ograniczenia związane z precyzją reprezentacji liczb, obliczają przybliżone wartości pochodnych, a nie ich dokładne wartości.

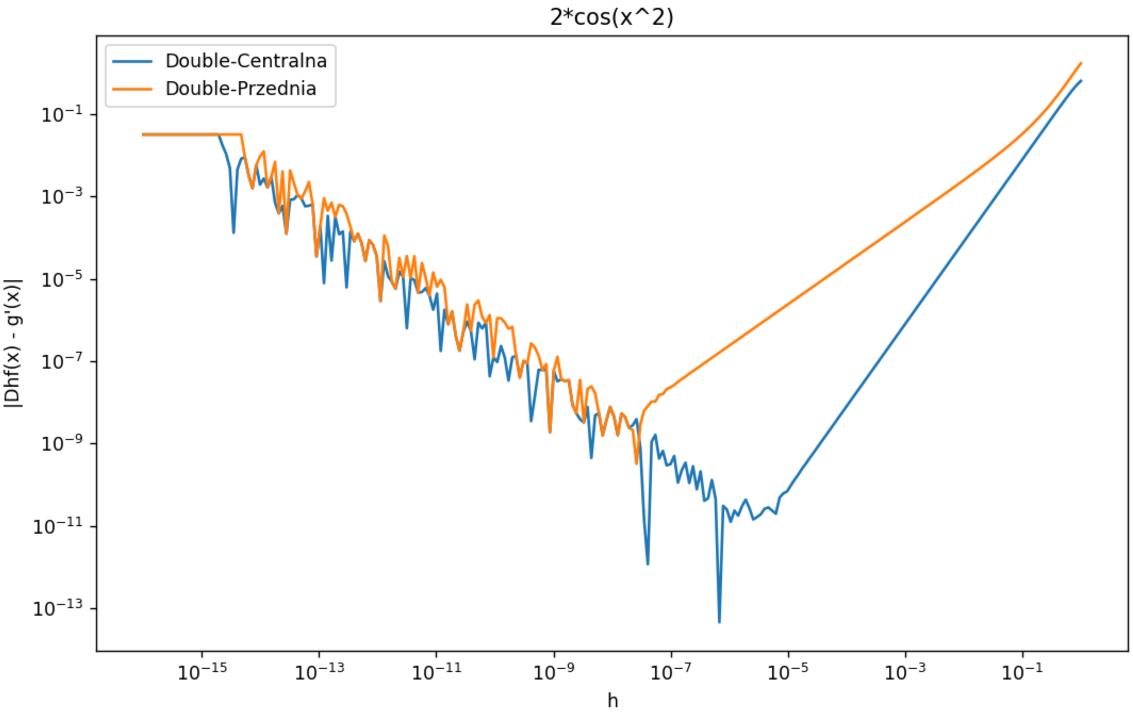
5.Wyniki

Na podstawie analizy wykresów można zauważyć, że różniczkowanie centralne zazwyczaj daje dokładniejsze wyniki niż różniczkowanie przodujące, zwłaszcza dla małych wartości h. Dla obu funkcji sinus(x^2) i 2 * cosinus(x^2) różnice między wynikami dla typu danych float a double są minimalne. Warto zauważyć, że dla bardziej skomplikowanych funkcji lub sytuacji mogą pojawić się problemy numeryczne, które wymagają specjalnych technik i analizy.









6.Wnioski

Obserwacje dotyczące wartości błędu dla różnych wartości h wykazują, że istnieje istotna zależność między doborem kroku h a precyzją obliczeń pochodnych. Wybór optymalnej wartości h umożliwia uzyskanie bardziej dokładnych wyników obliczeń pochodnych. W przypadku zbyt małych wartości h, istnieje ryzyko wystąpienia dużych błędów wynikających z problemów zaokrąglania przy operacjach odejmowania. Analiza wyników przedstawionych na wykresach wskazuje, że mniejsze błędy można osiągnąć, korzystając double oraz zastosowaniem wzoru na pochodną centralną. Oznacza to, że odpowiedni dobór precyzji danych oraz metody różniczkowania numerycznego może istotnie wpłynąć na dokładność obliczeń pochodnych.