

Controlo de Sistema Hidráulico de 3ª Ordem

I. INTRODUÇÃO

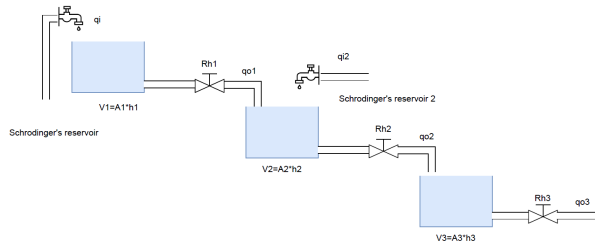


Figura 1: Modelo do sistema a controlar.

Neste trabalho pretendeu-se efetuar uma ação de controlo nas alturas dos tanques do sistema da hidráulico de terceira ordem presentes na figura 1. Primeiramente, foram descritas as equações bem como a sua representação em espaço de estados, na figura 2. Seguidamente, procedeu-se à sua análise em malha aberta e em malha fechada com um controlador PID contínuo e discreto sendo retiradas e compiladas no presente relatório os resultados mais importantes e respetivas conclusões tomadas.

II. ANÁLISE EM SIMULINK

A. Malha Aberta

O sistema foi analisado inicialmente em malha aberta cujo design se encontra na figura 3 bem como os parâmetros de entrada na figura 4.

Tendo todas as resistências hidráulicas com o valor 1, e sabendo que $q_{i1}=5\text{m}^3/\text{s}$ e $q_{i2}=2\text{m}^3/\text{s}$, observa-se que em regime permanente $h_1 = 5\text{m}$, $h_2 = 7\text{m}$ e $h_3 = 7\text{m}$. h_1 é o primeiro a entrar em regime permanente, seguido de h_2 , e por último, h_3 , segundo a figura 5.

Já na figura 6, repondo o valor de R_{h1} a 1 e aumentando agora R_{h2} para o dobro, verifica-se que valor de h_1 não sofre qualquer alteração

$$\begin{aligned} \text{Tanque1 : } q_{i1} &= q_{o1} + \frac{dV_1}{dt} \\ &= \frac{h_1}{Rh_1} + A_1 * \frac{dh_1}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Tanque2 : } q_{i2} &= q_{o2} + \frac{dV_2}{dt} \\ &= \frac{h_2}{Rh_2} + A_2 * \frac{dh_2}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Tanque3 : } q_{i2} &= q_{o2} + \frac{dV_2}{dt} \\ &= \frac{h_2}{Rh_2} + A_2 * \frac{dh_2}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \frac{dh_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{A_1 * Rh_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{A_2 * Rh_1} & \frac{-1}{A_2 * Rh_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_3 * Rh_2} & \frac{-1}{A_3 * Rh_3} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_{i1} \\ q_{i2} \end{bmatrix}$$

Figura 2: Equações (cima) e matriz (baixo) de espaço de estados sendo: q_i, q_o - caudal de entrada/saída $[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}]$, V - volume do tanque $[\text{m}^3]$, h - altura do tanque $[\text{m}]$, A - área base do tanque $[\text{m}^2]$, R_h - resistência hidráulica $[\frac{\text{m}}{\text{m}^3/\text{s}}]$.

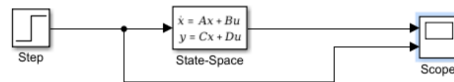


Figura 3: Diagrama de blocos do sistema em malha aberta.

```

A1=5;
A2=5;
A3=5;
q11=5;
q12=2;
rh1=1;
rh2=1;
rh3=1;

A = [(-1/(A1*rh1)),0,0;(1/(A2*rh1)),(-1/(A2*rh2)),0;0,(1/(A3*rh2)),(-1/(A3*rh3))];
B = [1/A1,0,0,1/A2,0,0];
C = [1,0,0,0,1,0;0,0,1];
D = [0,0,0,0,0,0];
u=[q11,q12];

```

Figura 4: Parâmetros iniciais usados.

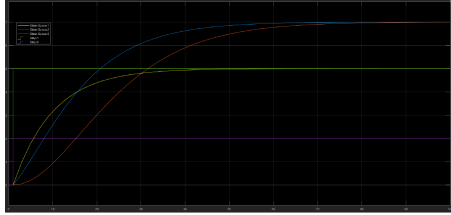


Figura 5: Simulação inicial. Nota: As variáveis state-space correspondem às alturas dos tanques.

em nenhum estado comparativamente com a simulação inicial(3), isto é, não altera ser valor em regime permanente, nem o tempo que demora a atingi-lo. Quanto ao valor de h_2 em regime permanente, como previsto, passa para o dobro, demorando também mais tempo para o atingir. O valor em regime permanente de h_3 mantém-se ainda em 7m, demorando apenas mais tempo a ser atingido uma vez que o caudal de saída do tanque 2 é menor.

Por último, na figura 7, alterando apenas o valor da área, verifica-se que não há qualquer alteração nos valores das variáveis em regime permanente, apenas muda o tempo que demora para que estas lá cheguem.

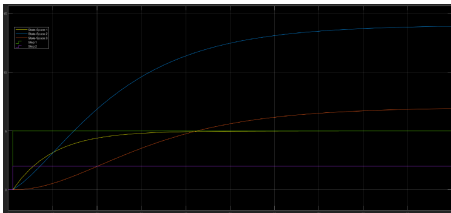


Figura 6: Simulação onde $Rh2=2$, mantendo os restantes parâmetros iniciais.

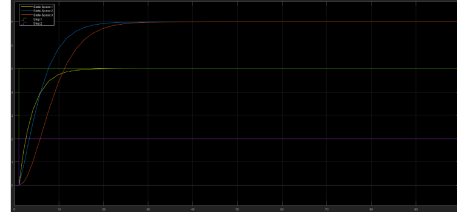


Figura 7: Simulação alterando apenas áreas dos tanques de 5 para 3, mantendo os restantes parâmetros iniciais.

B. Malha Fechada

1) *PID Contínuo*: Posteriormente, o sistema foi sujeito a um controlo por realimentação negativa e a uma lei de controlo P, PI, PD e PID, para diferentes valores de ganhos proporcionais, integrais e derivativos.

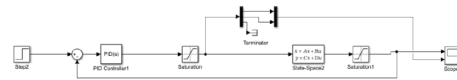


Figura 8: Diagrama de simulação de controlo em malha fechada.

Além disso, tanto a saída do controlador como a saída do sistema de equações do sistema a controlar foram limitadas com os blocos de saturação presentes na figura 8, limitando a altura máxima da água a 9m. Também foram atribuídos os mesmos parâmetros iniciais em malha aberta, alterando apenas as áreas dos tanques, que passaram a ser de 5 m^2 bem como as amplitudes dos degraus de referência que passaram a ser 5, 7 e 0 (último será zero dado não haver controlo do terceiro tanque pois este não possui nenhuma torneira).

```

A1=5;
A2=5;
A3=5;
q11=5;
q12=2;
rh1=1;
rh2=1;
rh3=1;

A = [(-1/(A1*rh1)),0,0;(1/(A2*rh1)),(-1/(A2*rh2)),0;0,(1/(A3*rh2)),(-1/(A3*rh3))];
B = [1/A1,0,0,1/A2,0,0];
C = [1,0,0,0,1,0;0,0,1];
D = [0,0,0,0,0,0];
u=[q11,q12];

```

Figura 9: Novos parâmetros iniciais.

Começou-se por simular o controlador apenas proporcional. Realizaram-se duas simulações $K_p = 1$ (figura 10) e $K_p = 2$ (figura 11), verificando-se que o aumento do ganho proporcional provocou

uma resposta mais rápida do sistema atingindo-se o regime permanente das variáveis h_1 e h_2 mais cedo, à custa de valores mais elevados das entradas q_{i1} e q_{i2} (que até atingiram o limite de saturação imposto). A variável h_3 não foi afetada pois como se verificou esta variável não depende do valor da sua referência e atinge sempre o valor de h_2 em steady state. Note-se que para se conseguir controlar h_3 seria necessário introduzir uma outra entrada q_{i3} ou então uma nova saída de água no tanque 3. Por outro lado, dados os valores das resistências hidráulicas, mesmo que o valor de referência do tanque 2 seja menor que o do tanque 1, o tanque 2 nunca poderá encher menos que o tanque 1.

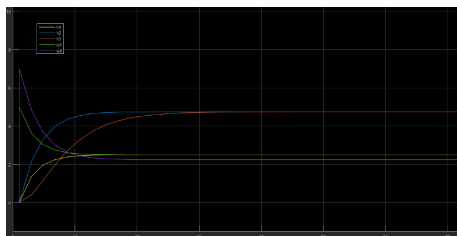


Figura 10: Controlo P: $K_p = 1$.

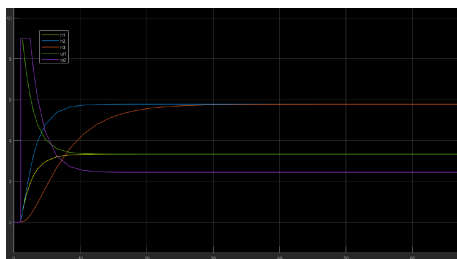


Figura 11: Controlo P: $K_p = 2$.

A segunda simulação baseou-se no controlador proporcional-integral. Com os testes realizados reparou-se que a simulação com $K_p = 1$ e $K_i = 0.1$ na figura 12 não causava overshoot das variáveis de saída mas causava algum erro em regime permanente. Por outro lado, aumentando K_i para 0.2 na figura 13, não existiu erro em steady state mas passou a existir overshoot. Para além disso, na figura 14 constatou-se que o aumento da constante proporcional ($K_p = 2$) para o mesmo K_i da figura 13 ($K_i = 0.2$) retirava o overshoot das variáveis de saída e aumentava a velocidade

de resposta do sistema, atingindo-se o regime permanente em menos tempo.

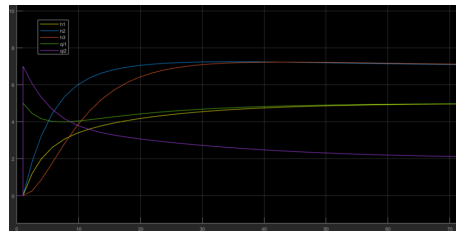


Figura 12: Controlo PI: $K_p = 1$, $K_i = 0.1$.

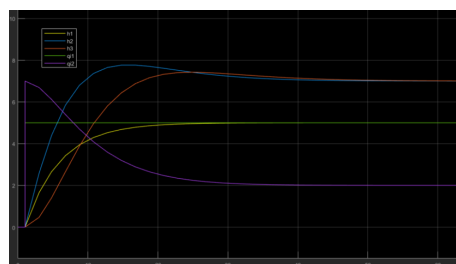


Figura 13: Controlo PI: $K_p = 1$, $K_i = 0.2$.

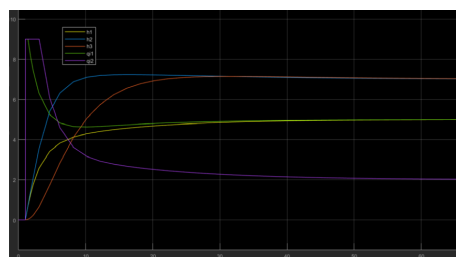


Figura 14: Controlo PI: $K_p = 2$, $K_i = 0.2$.

Com a simulação do controlador proporcional-derivativo observou-se que a introdução da parte derivativa causava oscilações das variáveis q_{i1} e q_{i2} face à simulação apenas proporcional na figura 15 e que para $K_p = 1$ já se verificava saturação nas variáveis de entrada. Ora, o aumento desta constante derivativa aumenta ainda mais as oscilações das variáveis q_{i1} e q_{i2} (figura 16). Verificou-se também que o aumento da constante proporcional não afeta muito as oscilações existentes mas que para o valor de $K_p = 2$ (com $K_d = 0.5$) as oscilações de q_{i1} quase que desaparecem (figura 17).

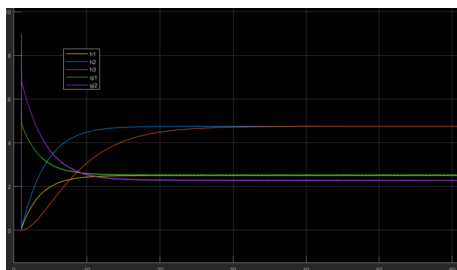


Figura 15: Controle PD: $K_p = 1$, $K_d = 0.1$.

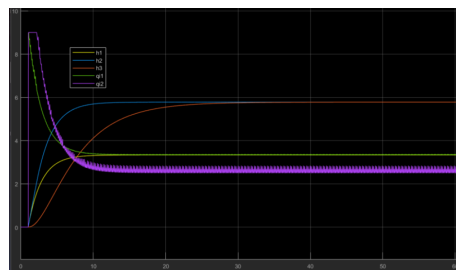


Figura 17: Controle PD: $K_p = 2$, $K_i = 0.5$.

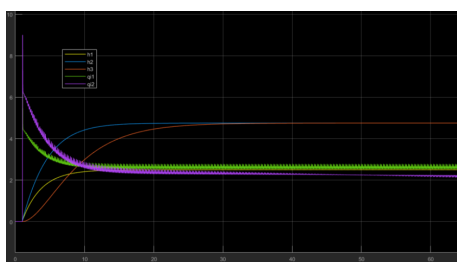


Figura 16: Controle PD: $K_p = 1$, $K_d = 0.5$.

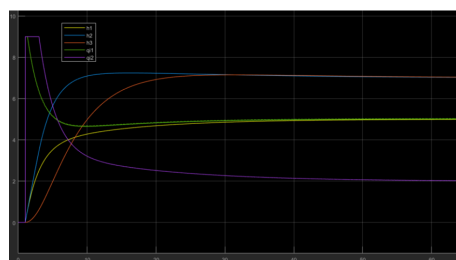


Figura 18: Controle PID: $K_p = 2$, $K_i = 0.2$, $K_d = 0.1$.

A última simulação efetuada foi a do controlador PID. Do mesmo modo que na simulação do controlador PD o aumento da constante proporcional causa oscilações nas variáveis q_1 e q_2 . O caso ótimo foi obtido para os valores das constantes que se encontram na figura 18.

2) *PID Discreto*: Discretizando o PID, foram alterados os parâmetros de amostragem bem como teste de algoritmos de posição e velocidade modificados de modo a obter o melhor para controle do sistema. O modelo de blocos encontra-se na figura 19 com a os parâmetros fixos dos ganhos PID ($K_p = K_c = 2$, $K_d = K_c \cdot \tau_{aud}/T = 0.1$, $K_i = K_c \cdot T/\tau_{ai} = 0.2$). O retentor de ordem zero permite manter a variável amostrada durante o tempo em que não é efetuada a próxima amostragem.

Procedeu-se com a mesma metodologia do PID contínuo, realizaram-se primeiro testes ao comportamento do controlador puramente proporcional. Inicialmente com $K_p=1$ (figura 20), tal como no PID contínuo, as entradas q_1 e q_2 começam com valores muito elevados, que apenas têm um limite devido a um bloco de saturação usado para simular as limitações físicas do sistema. Mas, em ambiente discreto isto apresenta um problema conhecido: verificou-se a presença de saltos derivativos. Seguidamente verifica-se que, tal como o PID contínuo,

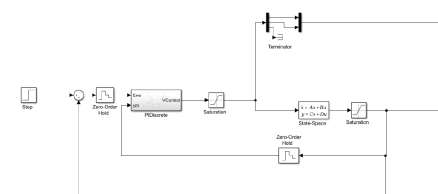


Figura 19: Diagrama de blocos com PID discreto.

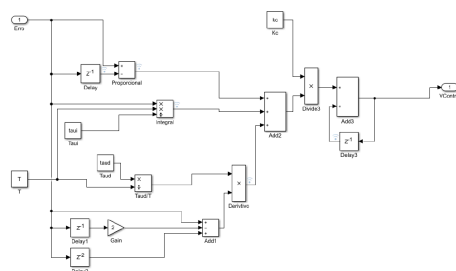


Figura 20: Algoritmo de PID velocidade.

Após a alteração progressiva dos ganhos (k_p , k_i e k_d) reparou-se que o sistema, como era de esperar, comporta-se da mesma forma que o contínuo

$$c(n) = c(n-1) + K_c[(e(n) - e(n-1)) + \frac{T}{\tau_i}e(n) + \tau_d \frac{e(n) - 2e(n-1) + e(n-2)}{T}] \quad (4)$$

Figura 21: Equações do algoritmo PID de velocidade.

e para evitar alguma redundância na informação, passar-se-á para os resultados mais notáveis. Também se verificou que não havia diferença notável entre usar o algoritmo de posição, de velocidade e de posição modificado (figura 25). O controle ótimo foi encontrado no algoritmo de velocidade modificado. A implementação de uma componente integral também permite a correção dos saltos derivativos pois permite o uso de uma versão modificada do algoritmo da velocidade (figura 23). Isto é um detalhe importante o algoritmo da velocidade modificado não funciona sem componente integral pois se se analisar a equação na figura 24 verifica-se que a componente integral é a única que é influenciada pelo erro, todas as outras utilizam a medição da variável anterior que, se o k_i for 0, será sempre 0 logo sem componente integral o algoritmo modificado não tem resposta.

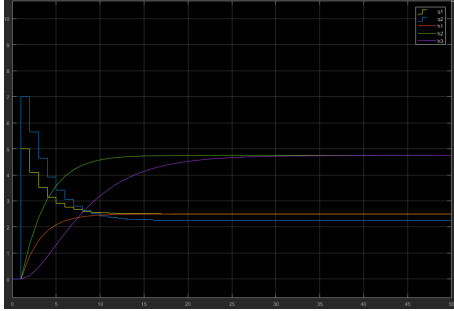


Figura 22: PID Discreto com $K_p = 1$.

Na figura 25 com as novas componentes implementadas repara-se que os 5 saltos derivativos mantiveram-se e nota-se ainda um overshoot substancial que poderá ser consequência desses saltos juntamente com o efeito a componente integral, de qualquer das formas os saltos derivativos apresentam um problema para o sistema e devem ser corrigidos usando o algoritmo da velocidade

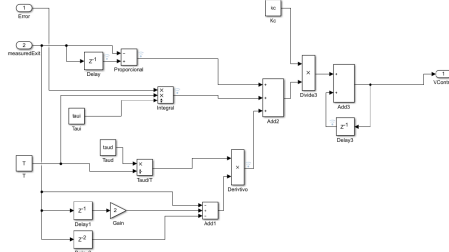


Figura 23: Algoritmo de PID velocidade modificado.

$$c(n) = c(n-1) + K_c[(y_m(n-1) - y_m(n)) + \frac{T}{\tau_i}e(n) + \tau_d \frac{-y_m(n) + 2y_m(n-1) - y_m(n-2)}{T}] \quad (5)$$

Figura 24: Equações do algoritmo PID de velocidade modificado.

modificado. O caso ótimo do PID contínuo (figura 26) é melhorado pelo algoritmo do PID discreto. Os saltos derivativos foram eliminados: as saídas do controlador vão aumentando progressivamente em vez de começarem imediatamente no valor máximo (ação que pode causar estragos ao sistema) ainda que ao custo da diminuição da velocidade do sistema. É de salientar que apesar da velocidade ter diminuído o sistema foi capaz de controlar as variáveis sem overshoot ou oscilações notáveis.

De seguida, alterando o tempo de amostragem, T , verifica-se que para este sistema nota-se que até 1s de T (figura 26) o controle não apresenta riscos para o sistema sendo que as entradas q_1 e q_2 não são forçadas a alcançar valores altos subitamente e as alturas dos tanques atingem a referência. A partir de $T=2$ (figura 27) nota-se que as entradas já têm saltos possivelmente perigosos mas ainda não apresenta problemas em termos de alcançar a referência. Para $T=3$ (figura 28) os saltos das entradas pioram e nota-se alguma dificuldade no controle das alturas, embora ainda alcancem as referências e se mantenham lá embora com alguma oscilação. Para $T=4$ (figura 29) já se nota grandes dificuldades no controle, o sistema é incapaz de se manter nas referências e as entradas apresentam saltos de grande magnitude, sendo por

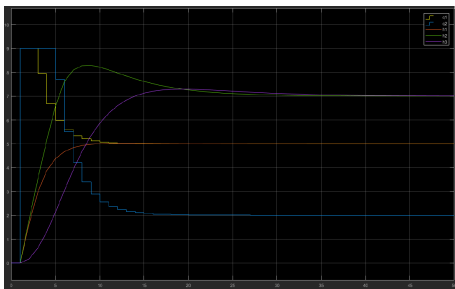


Figura 25: Simulação com algoritmo de velocidade, posição e posição modificado.

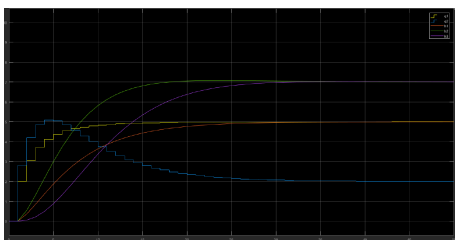


Figura 26: Simulação com algoritmo de velocidade modificado, $T=1$ s.

isso um perigo para o sistema.

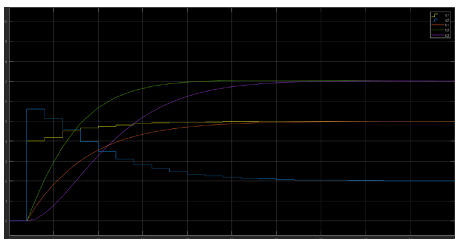


Figura 27: Simulação com algoritmo de velocidade modificado com $T=2$ s.

III. CONCLUSÕES

Alterações nos valores das resistências hidráulicas provocam uma alteração na altura que a água consegue atingir no/nos tanque/tanques em questão, não alterando o valor em regime permanente das alturas dos restantes tanques; Alterações nos valores das resistências hidráulicas provocam uma variação no tempo de resposta do sistema, fazendo com que o regime permanente seja atingido mais tarde ou mais cedo para todas as alturas dos tanques cuja resistência hidráulica foi alterada, e

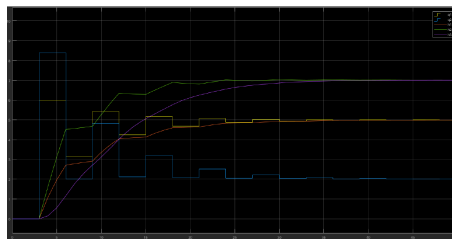


Figura 28: Simulação com algoritmo de velocidade modificado com $T=3$ s.

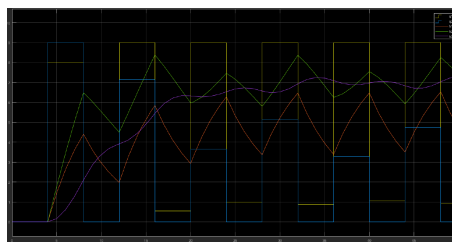


Figura 29: Simulação com algoritmo de velocidade modificado com $T=4$ s.

todos os tanques que se seguirem. Tanques que se encontrarem antes dos que a resistência hidráulica foi alterada não sofrem quaisquer alterações, provando que o sistema é sem interação.

Alterações nos valores das áreas dos tanques provocam alterações no tempo de resposta do sistema, não afetando os valores em regime permanente.

A simulação ideal, ou seja com melhores resultados em termos de overshoot, velocidade de resposta e oscilações é o controlador PI com $K_p = 2$ e $K_i = 0.2$; Não é possível controlar a variável h_3 sem alterar o sistema; Apesar de h_2 ser controlável, este valor nunca pode estar abaixo de h_1 dado a limitações físicas do sistema;

O PID discreto atenuou os saltos das entradas geradas pelo PID contínuo. Neste sistema os algoritmos de posição, velocidade e posição modificado apresentam respostas muito similares. Neste sistema o algoritmo ideal é o de velocidade modificado pois resolve o problema das entradas q_1 e q_2 terem uma variação de caudal muito grande em muito pouco tempo e assim diminui riscos de segurança, desde que T menor que 4 s para não perder o controlo do sistema.