

Gibt es hinreichend genaue Simulationen?

Daniel Swoboda (378972)

1. Einleitung

Computersimulationen stellen eine wichtige Grundlage moderner Technikforschung und wissenschaftlicher Arbeit dar. Anhand von ihnen lassen sich neue Konstruktionen im Windkanal testen, ohne dass sie gebaut werden müssen; komplexe Klimamodelle erstellen, um die Auswirkung der globalen Erwärmung zu erforschen; oder aber auch physikalische Theorien grundlegend überprüfen. Durch ihr breites Anwendungsfeld und ihr Potential, komplexe Vorgänge zu veranschaulichen und - besonders in den Ingenieurwissenschaften - Kosten zu senken, sind Simulationen zu einer der wichtigsten Techniken der Forschung und Entwicklung avanciert. [Binder, Küppers, Winsberg]

Um die Aussagekraft von Computermodellen zu bestimmen, ist die Frage nach der Genauigkeit von Simulationen und deren Ergebnissen relevant. Insbesondere interessant ist dabei der Begriff der hinreichenden Genauigkeit. Diese ist dann erreicht, wenn alle notwendigen Kriterien, die zu der Arbeit mit einer Simulation erfüllt werden müssen, implizit erfüllt sind. Hier sollen insbesondere die Eigenschaften betrachtet werden, die für die Computersimulationen einsetzenden Forscher, relevant sind. Dabei sind Eigenschaften wie zum Beispiel Dynamik von Interesse, da sie direkt mit der epistemischen Ausdruckskraft von Computersimulationen zusammenhängen.

Zunächst werde ich den Begriff der Computersimulation in seiner Verwendung in der Wissenschaft einführen, eine Klassifizierung von Simulationen vorstellen und eine historische Einordnung vornehmen. Dann werde ich die numerischen Aspekte von Computersimulationen vorstellen und die Arten von Fehlern, die durch sie auftreten können, erklären. Dies ist für die darauf folgende Einführung der numerischen Limitierungen von Computermodellen und die Grenzen ihrer Genauigkeit relevant. Anschließend werde ich die Dynamik von Systemen, als wichtigen Aspekt einer Simulation, einführen und den Trick von Arakawa als besondere Entwicklung in der Geschichte von Simulationen vorstellen. Schlussendlich werde ich mithilfe Lenhard und Küppers Definition

von Simulationen als Modelle zweiter Ordnung argumentieren, dass die Dynamik von Computermodellen die wichtigste Eigenschaft zur Definition ihrer Genauigkeit ist.

2. Computersimulationen in der Wissenschaft

Für den Begriff „Computersimulation“ existieren mehrere, gleichwertige, teilweise nicht übereinstimmende Definitionen. Kern der meisten Definitionen ist jedoch die Berechnung von mathematischen Modellen von Prozessen, real oder hypothetisch, auf einem Computer. Nach manchen Definitionen ist hierbei auch der Vorgang der Analyse des Prozesses, der Auswahl eines Modells und der Implementierung dessen ein essentieller Bestandteil von Computersimulationen. Ich möchte mich hier jedoch auf den Kern der Definition stützen. [Winsberg]

2.1 Geschichtliche Einordnung

Geschichtlich sind Computersimulationen eng verwoben mit der Entstehung der ersten Computer. Die anfänglichen raumgroßen Rechner dienten der Berechnung von kriegsrelevanten physikalischen Gleichungen, beispielsweise Verfahren zur numerischen Integration von Diffusionsgleichungen. Bereits 1953 wurde jedoch schon mit dem Metropolis-Algorithmus eine grundlegende Methode computerbasierter Simulation vorgestellt, welche auch die Basis ziviler Simulationsprogramme bildete. [Binder]

Heutzutage handelt es sich bei Computersimulationen um weitverbreitete Techniken mit einer Vielzahl an natur- und technikwissenschaftlichen Anwendungen. Sie bilden eine wichtige Grundlage moderner Forschungs- und Entwicklungsarbeit, da sie oft ökonomischer als echte Experimente und einfacher in der Handhabung sind. [Winsberg, Küppers]

2.2 Arten von Simulationen

Man unterscheidet Computersimulationen in gleichungsbasierte Simulationen und agentenbasierte Simulationen. Gleichungsbasierte Simulationen werden dabei besonders in den Bereichen eingesetzt, in denen ein Modell auf Basis von Differentialgleichungen aufgebaut werden kann. Dies ist besonders in der Physik und verwandten Wissenschaften der Fall. Gleichungsbasierte Simulationen werden weiter in Partikel- und feldbasier-

te Simulationen unterschieden. In beiden Fällen werden die dynamischen Prozesse in dem System durch verschiedene Differentialgleichungen angegeben. Die agentenbasierten Simulationen sind hingegen in Sozial- und Verhaltenswissenschaften verbreitet. [Winsberg] Ich werde im Folgenden nur die gleichungsbasierten Simulationen und dabei besonders die Simulation physikalischer Prozesse als Grundlage betrachten.

3. Numerik von Computersimulationen

Die von uns betrachteten Simulationen setzen also Gleichungen zur Beschreibung der zu simulierenden Prozesse voraus. Besonders in der Physik ist es meist möglich, die nötigen beschreibenden Gleichungen zu finden und zu formulieren. So kann ein adäquates, mathematisches Modell der Vorgänge in einem physikalischen Prozess erstellt werden. Je nach Anwendungsfall kann sich die Wahl der Gleichungen unterscheiden. Meist stellt sich jedoch heraus, dass die resultierenden Gleichungen keine exakten Lösungen besitzen. [Binder]

Exakte Lösungen sind dabei solche, die durch Techniken der Analysis bestimmt werden können. Diese lassen sich jedoch oft nur für spezielle oder stark idealisierte Fälle finden [Binder, Küppers].

Ist es nicht möglich, eine exakte Lösung zu bestimmen, so müssen Techniken aus der Numerik angewandt werden, um die Ergebnisse anzunähern. Mithilfe dieser Techniken lässt sich theoretisch eine unendlich genaue Annäherung erreichen, dies ist jedoch praktisch nicht möglich. [Binder]

Man spricht beim Einsatz numerischer Techniken von einer numerischen Simulation (realer) Prozesse. Mithilfe der Numerik lassen sich allerdings nicht nur Ergebnisse annähern, sondern auch eine Fehlerbewertungen dieser Annäherung und der angewandten Verfahren durchführen. [Reusken] Dies ist besonders relevant, da die durchgeführten Näherungsschritte nicht formal mathematisch begründbar und fehlerbehaftet sind [Binder].

3.1 Arten numerischer Fehler

Numerische Fehler können an verschiedenen Stellen auftreten. Je nach Herkunft unterscheidet man in Modellfehler, Datenfehler, Verfahrensfehler oder Rundungsfehler. [Reusken]

Modellfehler sind dabei Fehler, welche durch die idealisierten Annahmen in der Modellbildung entstanden sind. Datenfehler sind solche, die durch falsche Parameter oder verfälschte Messdaten entstehen und durch das Modell nicht bereinigt werden können. Verfahrensfehler entstehen als direkte Folge der numerischen Lösungsverfahren, die Ergebnisse dieser können immer nur Näherungen an das tatsächliche Ergebnis sein. Schlussendlich existieren noch Rundungsfehler, sie entstehen durch die Darstellung und Berechnung von Zahlen mit Nachkommaanteil im Computer. Elektronische Berechnungen lassen hier aus technischen Gründen nur eine gewisse Genauigkeit zu. Dadurch kommt es zu Rundungen, welche sich im Verlauf der Rechnungen aufsummieren und verschlimmern können. Meistens kommt es jedoch zu einer Kombination dieser Fehler mit mehr oder weniger Einfluss auf das Ergebnis. [Reusken]

4. Limitierungen in der Abbildung mathematischer Modelle

Die vorgestellten numerischen Ansätze sowie die Modellbildung und -auswahl sind also Grundlage für Computersimulationen und ihre Ergebnisse. Als solche sind sie weit verbreitet und bilden seit Jahrzehnten die Basis einer Vielzahl praktischer und theoretischer Forschungsergebnisse. Jedoch erzeugen eben diese numerischen Methoden Fehler und Abweichungen von den realen Verhältnissen in einem echten physikalischen System oder Prozess. Auch wenn eine beliebig genaue Annäherung möglich wäre, sind Fehler in den Berechnungen praktisch unvermeidbar. Es ist damit also unmöglich, einen realen physikalischen Prozess mit einer Computersimulation genau darzustellen, also eine 1:1 Abbildung zu erreichen.

Dennoch wird eine gewisse Genauigkeit, also Nähe an der Realität, von Simulationen erwartet, damit diese überhaupt eine Aussagekraft besitzen und Erkenntnis aus ihren Berechnungen gezogen werden können. In der Numerik werden hierfür die Begriffe

Kondition und Stabilität eingeführt, welche zur Bewertung von Modellen und Simulationen genutzt werden können.

4.1 Kondition und Stabilität

Mit Kondition wird die mathematische Analyse der Fehlerverstärkung bei Datenfehlern in einem Problem, unabhängig des implementierenden Algorithmus, bezeichnet. Das Ergebnis dieser Analyse ist die Information über die bestmögliche Genauigkeit bei gestörten Eingabedaten. [Reusken]

Stabilität hingegen ist eine Eigenschaft eines spezifischen Algorithmus. Wir bezeichnen einen Algorithmus dann als stabil, wenn seine selbst verursachten Verfahrensfehler in Summe maximal in der gleichen Größenordnung liegen wie die Kondition des Problems. [Reusken]

4.2 Numerische Genauigkeit

Wir könnten nun Kondition und Stabilität als Kriterien für die Genauigkeit betrachten. Diese lassen sich auf alle numerischen Verfahren anwenden und sind somit auch für quasi alle physikalischen Computersimulationen (und generell alle gleichungsbasierten Simulationen) anwendbar, und tatsächlich werden sie bereits eingesetzt um Verfahren und Modelle zu klassifizieren. Eine Simulation ist in diesem Fall genauer als eine andere, wenn sie eine niedrigere Konditionszahl besitzt und stabil ist [Reusken].

Wir haben jedoch schon festgestellt, dass es kein numerisches Verfahren gibt, welches frei von Abweichungen ist. Zwar können wir uns theoretisch immer mehr an das gewünschte Ergebnis annähern und so eine notwendige Genauigkeit erreichen, jedoch werden wir nie eine vollständige Annäherung realisieren können. Zusätzlich dazu existieren noch technische Fehler wie die besprochenen Rundungsfehler, die für weitere Abweichungen sorgen. Somit ist jegliche Simulation ungenauer als eine hypothetische perfekte Simulation, welche ein Abbild der Realität wäre. Dies führt uns jedoch zu der unergiebigem Erkenntnis, dass es keine technisch realisierbare, hinreichend genaue Simulation gibt, denn in dieser Betrachtung würden wir niemals die Genauigkeit eines echten Prozesses erreichen. Dadurch vermissen wir Details, deren Existenz wir mögli-

cherweise gar nicht erkennen. Eine solche Betrachtung sollte also nicht diejenige sein die wir weiter verfolgen sollten.

5. Prozessdynamik und Arakawas Trick

Bereits früh hat sich auch in der praktischen Umsetzung von Computersimulationen gezeigt, dass der Versuch eine 1:1 Abbildung der realen Verhältnisse zu erzeugen, zu Problemen führen kann. So wurden die entsprechenden beschreibenden Gleichungen zwar numerisch gut angenähert, trotzdem aber unerwartete Ergebnisse berechnet. Dabei traten allerdings nicht nur die bereits besprochenen numerischen Fehler auf, welche zu Ungenauigkeiten in den Berechnungen führten. [Weart]

1956 veröffentlichte Norman Philips eine erste erfolgreiche Klimasimulation, mit welcher er für einige Wochen Daten produzieren konnte, die den realen Wetterverhältnissen verblüffend ähnlich sahen. Jedoch zeigten sich nach weiteren Wochen simulierter Zeit starke Abweichungen der Werte der Simulation von jedem je auf der Erde gemessenem Wert. Zunächst vermutete man numerische Rundungsfehler als Ursache und suchte nach einer Lösung in Form von besseren Rundungsverfahren. Schlussendlich stellte man jedoch fest, dass das Problem durch Wettermuster erzeugt wurde, deren Auflösung kleiner war als die des Gitternetzes des Modells. Eine 1:1 Abbildung der Physik des Klimas war also nicht geeignet für eine Verwendung in einer Simulation, sowohl aus technischen Gründen als auch aufgrund der gewählten Auflösung. [Weart]

Man könnte annehmen, dass heutige Simulationen ein solches Problem nicht mehr hätten, da die verfügbare Rechenleistung um mehr als zehn Größenordnungen höher ist und dadurch viel kleinere Muster aufgelöst werden können [Binder]. Hier stolpert man jedoch in eine potenzielle Regressionsfalle. Denn auch wenn die Auflösung vergrößert werden kann, so gibt es wieder Muster die kleiner sind als die gewählte Auflösung. Wir müssten also unsere Auflösung unendlich vergrößern, um jegliche Muster zu erkennen. Jedoch haben wir schon festgestellt, dass mit numerischen Methoden theoretisch eine unendliche Annäherung stattfinden kann, diese allerdings praktisch unmöglich ist. Somit kann dieses Problem durch Erhöhung der Auflösung, also auch durch die Erhöhung der numerischen Genauigkeit, nicht behoben werden.

5.1 Arakawas Trick

Um das Problem der kleinen Muster zu lösen konnte also nicht einfach die Rechengenauigkeit verbessert werden, da diese nicht das eigentliche, tieferliegende Problem lösen konnte. Stattdessen benötigte man eine vollständig andere Herangehensweise an das gegebene Problem, welche sich nicht auf das Beheben von technischen Fehlern fokussiert, sondern die gewählten Verfahren selbst betrachtet.

Inspiziert von Philips Experiment startete der Forscher Yale Mintz zusammen mit Akio Arakawa Versuche, eigene Klimasimulationen durchzuführen. Arakawa hatte erkannt, dass die beschreibenden Gleichungen eines meteorologischen Wettermodells nicht direkt implementiert werden sollten. Stattdessen müsse zunächst analysiert werden, wie diese numerisch darzustellen sind. So sollte vermieden werden, dass die Gleichungen, die die reale Physik beschreiben, Muster oder andere Störfaktoren erzeugen, die für die Betrachtung irrelevant sind oder zu verfahrensbasierten Ergebnisfehlern führen können. Arakawa stellte fest, dass Wellen kleiner als die Auflösung des Modells an bestimmten Eckpunkten des betrachteten Gitters wirkten und so den Anschein einer größeren Welle erzeugten, da sie dort nun gemessen wurden. Um dieses Problem zu lösen mussten also die Gleichungen so abgeändert werden, dass die kleinen Wellen nicht mehr auftreten können. Dies bedeutet nun aber, dass die tatsächlichen physikalisch richtigen Gleichungen nicht mehr verwendet werden. Die daraus resultierende Simulation bildete nun die Realität nicht mehr 1:1 ab, sondern ist eine Adaption dieser, welche kompatibel mit der Simulationstechnik ist. Dieses Vorgehen von Arakawa hat dazu geführt, dass eine Simulation entstand, die das dynamische Verhalten des Klimamodells realistischer und stabiler darstellte als Philips Modell. [Weart]

5.2 Falsche Modellierung und Prozessdynamik

Arakawas Ansatz weicht von einem Modell, welches die tatsächlichen physikalischen Vorgänge in der Atmosphäre beschreibt, ab. Die daraus resultierenden Messungen haben also mathematisch gesehen nur bedingt eine Verbindung zu den Vorgängen, die in der Simulation eigentlich betrachtet werden. Das Modell, welches die Grundlage der Simulation bildet, ist also nun keine Abbildung der Realität mehr, sondern vielmehr ein Kon-

strukt, welches auf Basis von Erfahrung, Eingebung und Tests erarbeitet wurde und nicht theoretisch beweisbar ist [Küppers].

Die Konstruktion solcher Modelle hat sich allerdings so sehr bewährt, dass es ein weit verbreitetes Verfahren in der Simulationstechnik geworden ist. Die resultierenden Modelle haben nun nicht mehr das unmögliche Ziel, die Realität selbst, sondern gewisse Verhaltensweisen der echten, physikalischen Prozesse möglichst realitätsnah abzubilden [Küppers].

Eine solche Simulation, die weniger an die Realität gebunden ist, erlaubt damit auch die Erprobung verschiedener Techniken und Modellierungen. So können unterschiedliche Annahmen zu unterschiedlich angepassten Modellen führen. Je nach Betrachtungsweise können unterschiedliche Aspekte im Mittelpunkt der Modellierung stehen, andere jedoch auch in den Hintergrund geraten. [Binder] Die durch Methoden wie Arakawas Trick entstandenen Modelle erlauben keine allgemeingültigen Simulationen realer Vorgänge mehr, sondern liefern besonderen Zugang zu den für relevant erachteten Aspekten.

In einigen Bereichen, wie Klimamodellen, gilt besonders die Dynamik von Prozessen als relevanter Aspekt. Diese beschreibt das komplexe Wirken von Kräften auf ein System in einem zeitabhängigen Prozess basierend auf einer Anfangskondition. Bei der Modellbildung wird daher oft versucht diese dynamischen Eigenschaften, die als besonders interessant gelten, möglichst gut zu erhalten und realistisch darzustellen. [Küppers]

5.3 Empirie der Dynamik

Das Verständnis dynamischer Vorgänge in einem System gilt aufgrund der teils hochkomplexen Zusammenhänge als besonders aufschlussreich. Es kann bei realistischer Darstellung der Dynamik von einem beliebigen Ausgangspunkt berechnet werden, wie sich das System im Verlauf der Zeit verhält. Hierbei können große Änderungen in den Ausgangsparameter kleine Auswirkungen auf das Ergebnis haben und umgekehrt. Diese Zusammenhänge zu verstehen werden teils erst mit guten Simulationen als Experimentiergrundlage möglich. Um möglichst viel Erkenntnis aus einer Computersimulation ziehen zu können, muss also, sofern diese relevant ist, die Dynamik eines Systems rea-

listisch abgebildet sein, auch wenn dazu die ursprünglichen Gleichungen abgeändert werden müssen. [Küppers]

6. Genauigkeit durch Dynamik

Es stellt sich nun die berechtigte Frage, ob und wie wir hier auf einen Begriff der Genauigkeit kommen können, der auch hinreichend erfüllbar ist. Festgestellt haben wir bereits, dass die numerische Genauigkeit für uns unergiebig ist. Es muss also einen anderen und besseren Genauigkeitsbegriff geben. Tatsächlich steckt die Antwort in der Modellierung der Dynamik von Prozessen.

6.1 Modelle zweiter Ordnung

Betrachten wir nun Computersimulationen nicht als Abbildung der Realität, sondern als Imitation der zu erforschenden Dynamik der betrachteten Systeme. Dann handelt es sich dabei nicht um Modelle im physikalisch-naturwissenschaftlichen Sinne (Modelle erster Ordnung) mit dem Anspruch einer 1:1 Abbildung der Physik der Systeme, vielmehr handelt es sich dabei um Solche, mit einem eigenen empirischen Existenzanspruch. Ein solches Modell (zweiter Ordnung) erlaubt es uns beliebige dynamische Eigenschaften mit realistischen Ergebnissen zu untersuchen und so auf neue Erkenntnis zu stoßen, die in realen Experimenten unmöglich gewesen wären. Man kann dann - ähnlich zu einem Experiment - verschiedene Parameter bearbeiten und die Auswirkung dieser auf die Simulation analysieren, um Rückschlüsse auf die Realität zu ziehen. Eine solches Modell zweiter Ordnung gilt dann als gut, wenn die Ergebnisse der Simulation realitätsnah sind und die Aspekte so darstellen, dass neue Erkenntnis aus ihnen gezogen werden kann. [Küppers]

6.2 Dynamik als Genauigkeitskriterium

Somit erhalten wir mit der Dynamik von solchen Computermodellen einen neuen Ansatzpunkt für unseren Genauigkeitsbegriff. Ich möchte nun argumentieren, dass eine Simulation genau dann hinreichend genau ist, wenn sie die dynamischen Aspekte, die für Forscher interessant sind, so darstellen kann, dass sich diese realistisch verhalten und somit neue Erkenntnis aus diesen gewonnen werden kann. Man entfernt sich somit

vom Begriff einer technischen, auflösungsorientierten und physikalischen Genauigkeit, die nur eine Aussage über die Nähe der Simulation an realitätsbeschreibende, mathematische Gleichungen trifft. Als Ergebnis kommt man zu einem neuen umfassenderen und praxisrelevanteren Genauigkeitsbegriff, welcher einen Bezug zur modernen Auffassung der Empirie von Computersimulationen als Modelle zweiter Ordnung schafft. Die Sichtweise, dass ein Computermodell nicht den Zweck verfolgt die Realität 1:1 abzubilden, sondern lediglich gewisse Teilaspekte realistisch darstellen oder imitieren soll, ermöglicht somit auch einen hinreichend erfüllbaren Genauigkeitsbegriff.

6.3 Die Existenz hinreichend genauer Simulationen

Wenn wir nun also sagen, dass eine Simulation die realistische Imitation von dynamischen Vorgängen in einem System durchführt, hinreichend genau ist, dann kommen wir auch zu der Erkenntnis, dass bereits hinreichend genaue Simulationen existieren. Viel mehr noch kommen wir zu dem Schluss, dass wir einen Genauigkeitsbegriff eingeführt haben, der mit der Forschungsrealität übereinstimmt und gewissermaßen den Kriterien, die Forscher an eine Simulation stellen, damit sie diese erkenntnisbringend nutzen können, entspricht. Daher sollte die Genauigkeit einer Simulation als gesamtes, unabhängig von der numerischen Genauigkeit, betrachtet werden. Stattdessen sollte eine Simulation durch ihre Fähigkeit bestimmt sein die reale Dynamik zu imitieren. Dennoch sei angemerkt, dass die numerische Genauigkeit bei der technischen Betrachtungen durchaus Relevanz besitzt.

7. Zusammenfassung

Computersimulationen spielen eine wichtige Rolle in den Technik- und Naturwissenschaften. Dabei bauen sie auf den Prinzipien der physikalischen Modellbildung auf, um komplexe Systeme und deren Dynamik zu beschreiben. Bei der Umsetzung des Modells in eine Simulation werden numerische Methoden angewandt, um die Berechnung von nicht analytisch lösbaren Gleichungen durchzuführen. Dabei kann jedoch nur eine näherungsweise richtige Lösung erreicht werden, da numerische Methoden hier begrenzt sind. Zwar ist eine theoretische unendliche Annäherung an die exakte Lösung möglich, jedoch durch diverse technische Limitierungen und Fehler nicht praktisch durchführbar.

Würden wir die Genauigkeit einer Computersimulation mit seiner numerischen Genauigkeit gleichsetzen, so müssten wir den Schluss ziehen, dass es nur notwendig genaue Simulationen geben kann, also nur solche die eine gewisse notwendige technische Genauigkeitsgrenze überschreiten und so zu einem Grad die Realität abbilden. Jedoch ist dies keine hinreichende Genauigkeit, da immer fehler- und verfahrensbedingte Abweichungen von der Realität bestehen und so relevante Aspekte im Verhalten des Systems verloren gehen können.

Computersimulationen sind allerdings im Normalfall keine 1:1 Abbildung der tatsächlichen physikalischen Gleichungen, welche komplexe Systeme beschreiben. Stattdessen wird bereits seit den 50er Jahren so vorgegangen, dass die Gleichungen so angepasst und ausgewählt werden, dass die Dynamik der betrachteten Systeme möglichst realistisch imitiert werden. Die so entstandenen Computersimulationen und Modelle sind daher freiere Interpretationen der physikalischen Realität mit dem Ziel die Aspekte, die für die Forschung relevant sind, möglichst genau und realistisch abzubilden. Aus diesem Grund handelt es sich nach Küppers und Lenhard um Modelle zweiter Ordnung, die neben den physikalischen Modellen (also denen erster Ordnung) existieren und zum Ziel haben, dynamische Aspekte zugänglich zu machen. Deshalb sollte ein Genauigkeitsbegriff für Simulationen sich nicht auf numerische Genauigkeit stützen. Stattdessen sollte im Mittelpunkt der Betrachtung eben diese Dynamik der Prozesse stehen und wie gut diese abgebildet werden. Dann kommt man zu dem Schluss, dass eine Computersimulation genau dann hinreichend genau ist, wenn sie die dynamischen Vorgänge so darstellen kann, dass sich diese realistisch verhalten und somit neue Erkenntnis durch Beobachtungen gewonnen werden können.

Insgesamt erhält man so einen Genauigkeitsbegriff, der auf die tatsächliche Umsetzung der Computersimulation anwendbar ist und den Grundvoraussetzungen für die Anwendung von Simulationen in der Forschung entspricht. Dieser Genauigkeitsbegriff orientiert sich daher an der Epistemik von Computersimulationen. Dabei soll jedoch nicht außeracht gelassen werden, dass die numerische Genauigkeit auch eine Relevanz besitzt, wenn es um die technische Umsetzung und die Wahl der Methoden zur Implementierung geht. Sie ist jedoch nicht ausreichend für eine grundlegende Kategorisierung von Simulationen.

Quellen

- [Binder] Kurt Binder 2004: „Computersimulationen. Ein drittes Standbein der Forschung neben Experiment und (analytischer) Theorie“. *Physik Journal* 3, 25-30.
- [Küppers] Günter Küppers, Johannes Lenhard 2005: „Computersimulationen: Modellierungen 2. Ordnung“. *Journal for General Philosophy of Science* 36, 305-329.
- [Reusken] Wolfgang Dahmen, Arnold Reusken 2006: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, 1-42. Berlin-Heidelberg.
- [Weart] Spencer Weart 2008: „Arakawa's Computation Device“. *The Discovery of Global Warming*. URL = <<https://history.aip.org/climate/arakawa.htm>>
- [Winsberg] Eric Winsberg 2019: „Computer Simulations in Science“. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2019 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.). URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/simulations-science/>>