## ISOC631 - Renand Baptiste - Rapport

Dynamiques de l'Optimisation des Offres dans les Enchères de Publicité en Ligne

### **Introduction:**

La publicité sur les moteurs de recherche est cruciale pour de nombreuses entreprises et constitue une source de revenus importante pour les moteurs de recherche comme Google et Yahoo. Cet article étudie les enchères publicitaires d'un point de vue dynamique.

On propose une méthode simple pour les annonceurs ayant un budget limité, basée sur l'égalisation du "retour sur investissement" (ROI) pour différents mots-clés. Cependant, cette méthode peut provoquer des cycles non souhaités. Pour éviter cela, on introduit des perturbations aléatoires dans le système. Ces perturbations permettent au système de converger vers l'équilibre du marché, ce qui est prouvé pour les enchères au premier prix et vérifié par simulations pour les enchères au deuxième prix.

Les enchères de mots-clés sont couramment utilisées, où chaque annonceur soumet des enchères et un budget maximum. Le ROI, calculé comme le ratio entre l'utilité et le prix d'un mot-clé, est utilisé pour ajuster les enchères. Les cycles chaotiques peuvent se produire, mais les perturbations aléatoires introduites résolvent ce problème, assurant la convergence du système et une méthode pour calculer l'équilibre du marché. Ces résultats sont confirmés par des simulations.

#### Model:

Quand un utilisateur effectue une recherche, le moteur de recherche affiche des publicités à côté des résultats. Ces publicités apparaissent dans des emplacements spécifiques, ou "slots", vendus via des enchères basées sur les mots-clés recherchés.

Nous considérons un système où m annonceurs enchérissent pour les slots de n mots-clés. Chaque mot-clé a l slots et apparaît  $q_j$  fois par jour. Chaque annonceur a une valeur  $v_{ij}$  pour chaque clic reçu sur un mot-clé. Cependant, les enchères vendent des impressions (affichages) et non des clics, donc on convertit ces valeurs en prenant en compte le taux de clics (CTR) estimé. Les annonceurs soumettent des enchères pour les impressions et un budget quotidien maximum.

Lors d'une recherche, une enchère sélectionne jusqu'à l'annonceurs et les assigne aux slots. Deux mécanismes d'enchères sont courants :

- 1- Premier prix : Les annonceurs sont classés par leurs enchères et paient le montant de leur enchère ou leur budget restant.
- 2- Deuxième prix : Similaire au premier, mais les annonceurs paient le montant de l'enchère du suivant ou leur budget restant.

Pour simplifier, nous étudions un modèle avec un seul slot par mot-clé et considérons un système en temps continu où les recherches sont réparties uniformément tout au long de la journée. Le budget quotidien de chaque annonceur est  $B_i$  et leur utilité totale pour un mot-clé est  $u_{ij}$ .

Ces simplifications suffisent pour montrer le comportement chaotique que nous cherchons à éviter.

## ISOC631 - Renand Baptiste - Rapport

Dynamiques de l'Optimisation des Offres dans les Enchères de Publicité en Ligne

#### **Optimisations:**

Dans cette section, nous décrivons une méthode naturelle pour optimiser les enchères des annonceurs afin de maximiser leur utilité. Chaque annonceur doit choisir une enchère  $b_{ij}$  pour chaque mot-clé j, en maximisant son utilité nette (valeur totale moins coût total) tout en respectant son budget quotidien  $B_i$ .

Pour optimiser les enchères, on utilise la relaxation lagrangienne, qui montre qu'une condition nécessaire pour des enchères optimales est que le retour sur investissement marginal (ROI marginal) soit égal pour tous les mots-clés. Le ROI marginal mesure comment l'utilité nette change en fonction de l'investissement. Cependant, il est souvent difficile à estimer, donc on utilise une approximation du ROI.

Le ROI approximatif pour un mot-clé j à une enchère b est défini comme le rapport entre l'utilité  $U_j(b)$  et le prix  $P_j(b)$ .

Pour mettre en œuvre cette méthode, on utilise un processus itératif. L'annonceur ajuste ses enchères quotidiennement en augmentant les enchères sur les mots-clés avec un ROI élevé et en diminuant celles avec un ROI faible. Cela ne nécessite qu'une quantité minimale d'informations et peut être basé sur les performances de la journée précédente.

L'algorithme propose que chaque jour, les enchères de l'annonceur soient déterminées par un paramètre  $R_i(t)$ , ajusté en fonction des performances de la journée précédente.

Cet algorithme est adaptable, même si l'annonceur ne connaît que son budget et l'utilité relative des mots-clés, ce qui simplifie grandement la tâche par rapport à l'estimation des valeurs exactes des utilités.

### Dynamic du système :

Dans cette section, nous analysons comment les enchères interagissent lorsque les annonceurs utilisent l'heuristique de bidding décrite précédemment. Nous voulons comprendre si le système peut se stabiliser et si les prix résultants seront raisonnables pour les annonceurs tout en générant suffisamment de revenus pour le moteur de recherche.

**Exemple :** Considérons un mot-clé avec un slot et 1000 impressions. Deux annonceurs, a et b, ont chacun un budget de 500\$ et une utilité de 1\$ par impression. Avec une enchère au premier prix, si a mise 0.5\$+ $\epsilon$  et b mise 0.5\$, a gagnera toutes les impressions jusqu'à épuiser son budget, puis réduira son enchère à 0.5\$ pour le lendemain. Alors, b augmentera son enchère à 0.5\$+ $\epsilon$ , et les rôles s'inverseront quotidiennement, provoquant des oscillations et des prix bas.

Ces oscillations peuvent aussi se produire avec l'enchère au deuxième prix, entraînant une allocation instable et des revenus réduits.

Pour éviter cela, nous introduisons des perturbations aléatoires dans les enchères. Nous prouvons que l'enchère au premier prix avec perturbations et l'algorithme d'optimisation des enchères converge vers une allocation fixe et des prix correspondant à l'équilibre du marché. Nous faisons une conjecture similaire pour l'enchère au deuxième prix, soutenue par des simulations.

# ISOC631 - Renand Baptiste - Rapport

Dynamiques de l'Optimisation des Offres dans les Enchères de Publicité en Ligne

Ces perturbations aident à stabiliser le système et à obtenir des prix équilibrés pour les deux types d'enchères.

#### **Conclusion:**

La publicité sur les moteurs de recherche, cruciale pour les entreprises et source de revenus majeurs pour Google et Yahoo, bénéficie d'une méthode d'optimisation des enchères basée sur le ROI. Toutefois, cette méthode peut induire des cycles chaotiques. L'introduction de perturbations aléatoires stabilise le système, assurant la convergence vers l'équilibre du marché. Cette solution est validée pour les enchères au premier et deuxième prix, garantissant une répartition équitable et des prix stables.

À l'avenir, il serait intéressant d'explorer l'application de cette méthode à d'autres formes de publicité numérique et d'examiner son efficacité dans des environnements plus complexes avec des dynamiques de marché évolutives.