

短報草稿 — ブラックホール情報会計と時間発展

著者（仮）：マスター, ChatGPT (Salome), Gemini

要旨

本稿はブラックホール熱力学 (Bekenstein–Hawking) とホーキング放射の半古典的解析に基づき、ブラックホールに蓄えられた情報のエネルギー換算量

$$E_{\text{bits_total}} = ST = \frac{1}{2} Mc^2$$

を再確認し、観測的推定に基づくブラックホール母集団を用いてその宇宙全体での時間発展を数値的に評価する。ユニタリティ（情報保存）が成立する場合と破れる場合の二案を比較し、情報放出の時間的様式および総量に関する定量的情見を与える。主要結論は、解析的関係は堅牢であり、観測寄せの保守的仮定の下では情報エネルギーの総和は宇宙総エネルギーの数× 10^{-5} オーダーに収まるということである。

1. はじめに

ブラックホールのエントロピーと温度の組合せが示す情報-エネルギー対応は、情報物理学と宇宙論を結ぶ魅力的な接点である。本研究はその数学的美 ($E_{\text{bits_total}} = \frac{1}{2} Mc^2$) を出発点に、観測的母集団を用いて時間発展 (CMBの冷却、BHの成長・蒸発、Page時刻とスクランブル時間の効果) を評価し、情報パラドックスの仮定別に解釈を整理する。

2. 理論的背景

- Bekenstein–Hawking エントロピー $S = \frac{k_B c^3 A}{4 G \hbar}$, ホーキング温度 $T = \frac{\hbar c^3}{8 \pi G M k_B}$ を用いると、 $S, T = \frac{1}{2} Mc^2$ が得られる（簡潔な導出を本文に記述）。
- Smarr 関係と第一法則 ($dM = T dS + \dots$) との整合性について簡潔に述べる。

3. 方法

- 母集団構築:** 観測的推定に基づく SMBH 局所質量密度（代表値 $\rho_{\text{SMBH}} \sim 4.2 \times 10^5 M_{\odot}/\text{Mpc}^3$ ）と LIGO/LVK に近い恒星 BH 質量分布（broken power-law）を用いて、宇宙全体の BH 総質量をモンテカルロでサンプリングした。
- 情報量計算法:** 各 BH に対して解析的に $T \approx 0.5 M c^2$ を適用して情報エネルギーを算出し、全 BH で総和を取る。
- 時間解像プロファイル:** 各 BH の蒸発時刻 t_{evap} 、スクランブル時間 $t_s \sim (R_s/c) \ln S$ （パラメータ化）、Page 時刻 $t_P = \max(t_s, f_P t_{\text{evap}})$ を導入し、二つのシナリオ（ユニタリティ破れ=step放出、ユニタリティ維持=Page 以降の線形放出）で累積放出エネルギーの時間発展 $\eta(t) = Q_{\text{emitted}}(t)/E_{\text{univ}}$ を計算した。
- 感度解析:** SMBH 密度、恒星 BH 総質量、スクランブル因子などをモンテカルロで変動させ、結果の頑健性を評価した。

4. 結果（要点）

1. **解析的核:** 単一BHについて $E_{\rm bits_total} = ST = \frac{1}{2} M c^2$ は Smarr 関係と整合する解析的結果として堅牢である。
2. **最終合計のモンテカルロ推定:** 観測寄せの保守的仮定の下で、全BH群の情報エネルギー総和は宇宙総エネルギーの中央値で約 $\sim 5.6 \times 10^{-5}$ (モンテカルロ分布の95%区間も添付) に位置する。具体的な出力ファイルは付録参照。
3. **時間発展:** ユニタリティ破れは蒸発時にスパイク的放出、ユニタリティ維持はPage時刻以降の滑らかな放出を示すが、最終的な総和はTS総和に依存するため同オーダーに収束する。時系列プロット ($\eta(t)$) は付録図に示す。

5. 議論

- **物理的意味:** ユニタリティが破れる場合は $E_{\rm bits_total}$ を「消去コスト」と読むことができ、一方でユニタリティが守られるなら「BHに蓄えられた情報のエネルギー的価値」と解釈するのが自然である。
- **検証可能性:** 現実的には観測で直接検出するのは極めて困難であるが、結果は量子重力やホログラフィック原理をめぐる理論議論に新たな定量的制約を与える。
- **制限:** 我々の時間解像モデルはPage時刻・スクランブル時間の単純化パラメトリゼーションに依存する。量子重力的詳細は未実装であり、その点を明示する。

6. 結論と今後の仕事

- ブラックホール情報会計は解析的に堅牢であり、観測的母集団を入れても宇宙全体の情報エネルギーはごく小さな割合にとどまる（代表例は数 $\times 10^{-5}$ ）。
- 次の実務的課題は (i) Page時刻・スクランブルの理論的洗練、(ii) 観測的質量関数の赤方偏移依存性導入、(iii) 量子重力モデル (AdS/CFT など) を入れた微視的検証である。

図表（ファイル）

- 図1: 静的 BH 情報消去エネルギー vs 質量 — `full_bh_model_estimates_v2.csv` (生成済)
- 図2: BH 成長と TS の時間発展 — `bh_growth_TS_history.csv`
- 図3: 時間発展 $\eta(t)$ (ユニタリティ破れ vs 維持) — `eta_time_profile.csv`
- 補助データ: `obs_info_paradox_population_sample.csv`, `obs_info_paradox_emission_summary.csv`, `final_fraction_mc_global.csv`

参考（草案）

- Bekenstein (1973), Hawking (1974), Smarr (1973) — ブラックホール熱力学の古典的文献を参照。
- Shankar et al., 各種 SMBH 質量関数レビュー。
- LIGO/Virgo/KAGRA population analyses (GWTC 系列)。

付録: 出力ファイル一覧（作成済）

- `/mnt/data/bh_time_evolution_summary.csv`
- `/mnt/data/bh_growth_TS_history.csv`

- /mnt/data/obs_info_paradox_population_sample.csv
- /mnt/data/obs_info_paradox_emission_summary.csv
- /mnt/data/final_fraction_mc_global.csv
- /mnt/data/eta_time_profile.csv