

## DS

Durée : 2h

LES CALCULATRICES SONT INTERDITES. Tout autre document ou appareil électronique est interdit.

### Question de cours

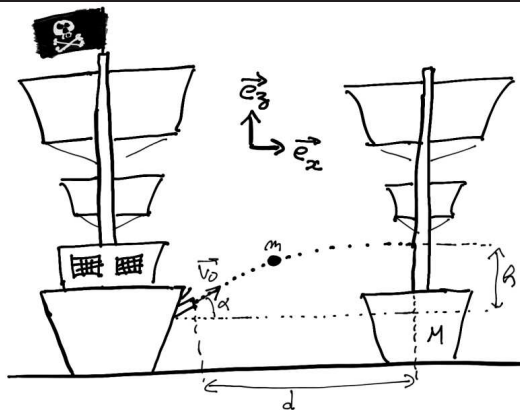
4 pts

La réponse à la question suivante devra être complètement rédigée (la qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation). Elle ne devra pas excéder 3 ou 4 lignes.

Donner une définition claire du concept d'énergie (on ne me demande ni une formule, ni un calcul, mais une définition qui explique le concept!).

### Exercice : Attaque de pirates

18 pts



Un bateau pirate du XVIIème siècle prend pour cible un voilier commercial. Afin d'empêcher leur proie de fuir, les pirates tirent un boulet de canon de masse  $m$  sur le grand mât de la cible, dans l'espoir de briser ce dernier. Au moment du tir, les deux navires sont à distance  $d$  l'un de l'autre, et le boulet est tiré avec un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. On notera  $\vec{v}_0$  la vitesse du boulet à la sortie du canon. On néglige toute forme de frottement sur le boulet. On se place dans  $\mathcal{R}$  le référentiel Galiléen des deux navires (qui sont fixes l'un par rapport à l'autre).

#### 1. Balistique du tir

(7 pts)

- Faire le bilan des forces s'appliquant sur le boulet après le tir et écrire le PFD pour son mouvement. /1
- En déduire la loi horaire  $t \mapsto (x(t), z(t))$  du boulet de canon. /2
- Donner l'expression de  $t_*$  la date à laquelle le boulet frappe le mât. /1
- Les pirates veulent ajuster le tir afin que le boulet frappe perpendiculairement le mât (la vitesse du boulet au moment de la frappe doit être horizontale). Quelle doit être l'expression de  $v_0 = \|\vec{v}_0\|$  en fonction de  $\alpha$  et des données du problème pour que la frappe soit perpendiculaire ? À quelle vitesse  $v_*$  le boulet frappe-t-il le mât ? /2
- À quelle hauteur  $h$  (par rapport au canon) le boulet frappe-t-il le mât (on donnera l'expression en fonction de  $\alpha$  et  $d$ ) ? /1

#### 2. Choc sur le mât

(7 pts)

On note  $M$  la masse du voilier commercial. On notera  $B$  le boulet de canon et  $C$  le voilier commercial réduit pour l'analyse au point d'impact. La collision se faisant à l'horizontale, toutes les vitesses sont suivant  $\vec{e}_x$  (le problème de la collision est donc unidimensionnel). On a donc juste avant l'impact  $v_{B/\mathcal{R}} = v_*$  et  $v_{C/\mathcal{R}} = 0$ .

- Soit  $\mathcal{R}_*$  le référentiel du centre de masse de  $B$  et  $C$  qui est défini par  $p_{tot/\mathcal{R}_*} = 0$  (où  $p_{tot}$  est l'impulsion totale du système boulet+voilier commercial). Soit  $v_e = v_{\mathcal{R}_*/\mathcal{R}}$  la vitesse d'entraînement (vitesse du centre de masse dans  $\mathcal{R}$ ). Montrer que  $v_e = \frac{m}{m+M}v_*$ . /2
- En déduire les expressions de  $v_{B/\mathcal{R}_*}$  et  $v_{C/\mathcal{R}_*}$  les vitesses du boulet et du voilier dans  $\mathcal{R}_*$ . /2
- Le choc est supposé parfaitement mou (collision inélastique, le boulet pénètre dans le bois du mât). Montrer que la perte d'énergie cinétique lors de la collision est  $\Delta E = \frac{1}{2}\mu v_*^2$  (où  $\mu$  est une masse effective ne dépendant que de  $m$  et  $M$  et qui est à déterminer).  $\Delta E$  est l'énergie utilisée pour briser le mât. /2
- Quelle est l'expression de  $v_{**} \equiv v'_{B+C/\mathcal{R}}$  la vitesse du voilier (avec le boulet incrusté dans le bois) dans  $\mathcal{R}$  juste après la collision ? /1

### 3. Roulis du voilier sous le choc

(4 pts)



Sous l'effet du choc, le voilier gîte d'un angle  $\theta$  par rapport à la verticale. Du fait des effets conjugués de la poussée d'Archimède et du poids le voilier subit une force de rappel vers la verticale d'énergie potentielle totale d'expression  $E_{pr} = \frac{1}{2}\kappa \sin^2 \theta$  (où  $\kappa$  est un paramètre dépendant de l'hydrodynamique de la coque). On néglige toute forme de frottement. Quel est l'expression de l'angle de roulis maximal  $\theta$  atteint par le voilier après la collision en fonction des paramètres du problème (ou à défaut en fonction de  $v_{**}$  la vitesse à laquelle le voilier gîte juste après le choc) ? [Le voilier est toujours réduit au seul point d'impact  $C$  (de masse  $m + M$ ) pour simplifier le calcul].

NB : LES TROIS PARTIES PEUVENT ÊTRE TRAITÉES INDÉPENDEMMENT.