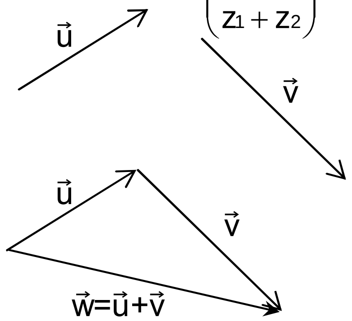
	Résumé de COURS	Représentation des ACTIONS MECANIQUES L'outil TORSEUR

1) Définition :

D'une façon générale on appelle action mécanique toute cause susceptible de maintenir un corps au repos, de créer ou modifier un mouvement, de déformer un corps.

2) Rappels fondamentaux : Le représentant des actions mécaniques est l'outil **VECTEUR**

Somme Vectorielle	Produit Scalaire	Produit Vectoriel
soit : $\vec{u}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}$ alors : $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}=\begin{pmatrix}x_1+x_2\\y_1+y_2\\z_1+z_2\end{pmatrix}$ 	Le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ noté $\vec{u}\bullet\vec{v}$ est le NOMBRE réel tel que : $\vec{u}\bullet\vec{v} = \lVert\vec{u}\rVert \times \lVert\vec{v}\rVert \times \cos(\vec{u},\vec{v})$ soit : $\vec{u}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}$ alors $\vec{u}\bullet\vec{v} = x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$ remarques : $\vec{u}\perp\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}\bullet\vec{v}=0$ $\vec{u}\bullet\vec{v}=\vec{v}\bullet\vec{u}$ $\vec{x}\bullet\vec{y}=\vec{y}\bullet\vec{z}=\vec{z}\bullet\vec{x}=0$	Le produit vectoriel de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u}\wedge\vec{v}$ est le vecteur $\vec{w}$ tel que $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ soit direct et $\vec{w}\perp$ au plan $(\vec{u},\vec{v})$ et ayant pour norme : $\lVert\vec{w}\rVert = \lVert\vec{u}\rVert \times \lVert\vec{v}\rVert \times \sin(\vec{u},\vec{v})$ composantes de $\vec{w}$: $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ $\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y_1z_2-z_1y_2\\z_1x_2-x_1z_2\\x_1y_2-y_1x_2\end{pmatrix}$ ① ② ③ x_1 x_2 y_1 y_2 remarque : $\vec{u}\wedge\vec{v}=-\vec{v}\wedge\vec{u}$ $\vec{x}\wedge\vec{y}=\vec{z}$, $\vec{x}\wedge\vec{z}=-\vec{y}$ ...

3) FORCE et MOMENT d'une force :

Force

Sur un solide libre, une force génère ou interdit un mouvement selon une droite.
Une force $\vec{F}$ appliquée en un point M est un ***pointeur*** $(M,\vec{F})$, l'unité légale est le Newton (N)
Une force $\vec{F}$ sans point d'application est un ***glisseur*** $(\Delta,\vec{F})$

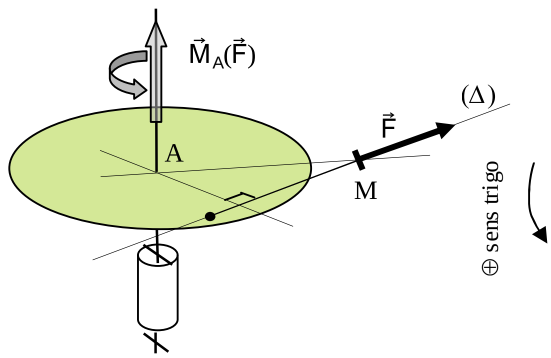
Moment d'une force

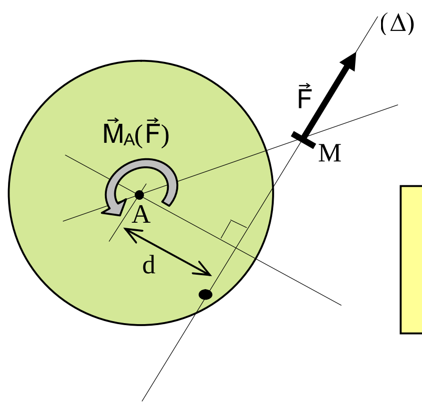
Sur un solide libre, les moments (ou les couples) génèrent ou interdisent un mouvement autour d'une droite. L'unité légale est le Newton-mètre (N.m)

On appelle moment par rapport au point A de $\vec{F}$ **appliquée en M** le vecteur :

Définition vectorielle

$$\vec{M}_A(\vec{F})=\vec{AM}\wedge\vec{F}$$





Définition géométrique

$$\lVert\vec{M}_A(\vec{F})\rVert = \lVert\vec{F}\rVert \times d$$

4) TORSEUR :

Définition : Le torseur possède une définition mathématique complexe. En mécanique on retiendra que le **TORSEUR** est un **OUTIL** composé d'une RESULTANTE et d'un MOMENT.

Le torseur des actions mécaniques représente précisément, les actions mécaniques susceptibles d'être transmises par la zone de contact entre deux corps 1 et 2 (en liaison), ou les actions à distances.

Présentation générale

$$\{Torseur\} = \begin{Bmatrix} \text{Résultante} \\ \text{Moment} \end{Bmatrix}$$

Si au point A il existe un ou deux efforts, soit une force, soit un moment ou les deux, alors la force prend la place de la résultante et le moment au point A prend la place du moment

Cas du torseur des actions mécaniques

Forme vectorielle

Forme analytique : composantes

$$\{T_{2\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 1} \\ \vec{M}_{A(2\to 1)} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} X_{(2\to 1)} & L_{(2\to 1)} \\ Y_{(2\to 1)} & M_{(2\to 1)} \\ Z_{(2\to 1)} & N_{(2\to 1)} \end{Bmatrix}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Centre de réduction (point A où est appliqué le moment)

$\vec{R}$ et $\vec{M}_A$: Eléments de réduction

Base de projection des vecteurs force et moment

4.1) Transport du moment : (Théorème du changement de centre de réduction)

La RESULTANTE est un INVARIANT
Le MOMENT change selon le centre de réduction

$$\vec{M}_{B(3\to 7)} = \vec{M}_{A(3\to 7)} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}_{3\to 7}$$

Eléments de réduction en A associés à l'action mécanique de 2→1 :

$$\{T_{2\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 1} \\ \vec{M}_{A(2\to 1)} \end{Bmatrix}_A$$

Transport de A à B

Les éléments de réduction du même torseur s'expriment en B:

$$\{T_{2\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 1} \\ \vec{M}_{B(2\to 1)} = \vec{M}_{A(2\to 1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}_{2\to 1} \end{Bmatrix}_B$$

4.2) Cas particuliers :

Torseur NUL	GLISSEUR	Torseur COUPLE
$\{T_{2\to 1}\} = \{0\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 1} = \vec{0} \\ \vec{M}_{A(2\to 1)} = \vec{0} \end{Bmatrix}_A$	$\{T_{2\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$	$\{T_{2\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{M}_{A(2\to 1)} \end{Bmatrix}_A$
vrai en tout point	vrai uniquement en A car en B : $\vec{M}_B = \vec{BA} \wedge \vec{R}_{2\to 1}$	vrai en tout point

4.3) Somme de TORSEURS :

La **somme de 2 torseurs** (ou plus) n'est possible que si tous les torseurs sont transportés **au même centre de réduction** (même point) :

$$\{T_1\} + \{T_2\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_1 \\ \vec{M}_{A1} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} \vec{R}_2 \\ \vec{M}_{A2} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} \vec{R}_1 + \vec{R}_2 \\ \vec{M}_{A1} + \vec{M}_{A2} \end{Bmatrix}_A$$