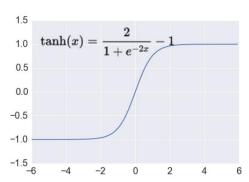
# 梯度下降學習演算法用於二極激發神經元

二極激發神經元之輸出為±1,常以雙曲函數 tanh 表示其輸出,tanh 函數定義如下:

$$\tanh(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$

函數圖形如下:



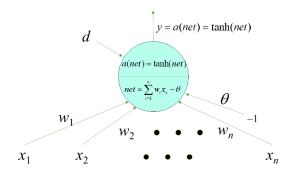
一以 tanh 作為激發函數之神經元,若具有 n 個輸入  $x_1,...,x_n$  連接至神經元的權重 分別為  $w_1,...,w_n$ ,該類神經元另有一偏移量 $\theta$ ;因此,其接受到的輸入激勵值(input stimulus)為:

$$net = \sum_{i=1}^{n} w_i x_n - \theta$$

該類神經元激發值將為:

$$y = a(net) = \tanh(net)$$

如下圖:



圖中,d 為訓練期待的結果(desired output);學習採用的折損函數(loss function) 為:

$$E = \frac{1}{2}(d - y)^2$$

請求出 $\nabla E = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n}, \frac{\partial E}{\partial \theta} \end{bmatrix}$ ,作為學習之依據。另,給定學習速率 $\eta$ ,請以梯度下降演算法(Gradient Decent Algorithm)公式,求得各權重調整值

$$\Delta W = -\eta \left[ \frac{\partial E}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n}, \frac{\partial E}{\partial \theta} \right] = \left[ \Delta w_1, \dots, \Delta w_n, \Delta \theta \right]$$

## 輸入

包含五行,第一行為n值表示輸入訊號之維度,第二行為d值-1或1表示預期輸出,第三行依序為 $w_1,...,w_n$ 與 $\theta$ 為該神經元所有相關權重,第四行為輸入訊號 $x_1,...,x_n$ ,第五行學習速率 $\eta$ 值。

#### 輸出

輸出兩行,第一行為 $\nabla E$ ,以空白區隔之 $\frac{\partial E}{\partial w_1},\dots,\frac{\partial E}{\partial w_n}$ ,擔值表示,第二行為 $\Delta W$ ,以空白區隔之 $\Delta w_1,\dots,\Delta w_n,\Delta \theta$ 值表示,浮點值表示至小數點第五位。

# 範例輸入

3

-1

0.1 -0.1 0.05 -1

1 -1 -1

0.05

## 範例輸出

0.602182 -0.602182 -0.602182 -0.602182

-0.030109 0.030109 0.030109 0.030109