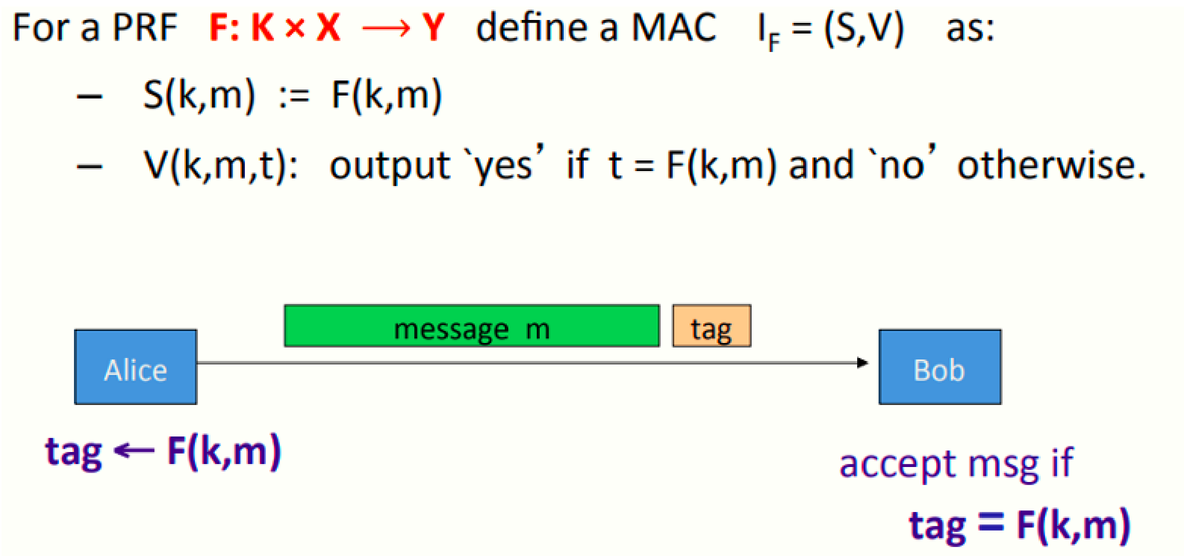
W3 5-2 MACs based on PRFs

1、Secure PRF ⇒ Secure MAC



对于一个PRF，定义MAC I-F(S,V)如下：

- S(k,m) := F(k,m)
- V(k,m,t)：若t = F(k,m)则输出yes，否则输出no

2、Security

定理：若F: K×X⟶Y为一安全PRF，且1/|Y| 为一可忽略数（即|Y|很大），则I_F为安全MAC

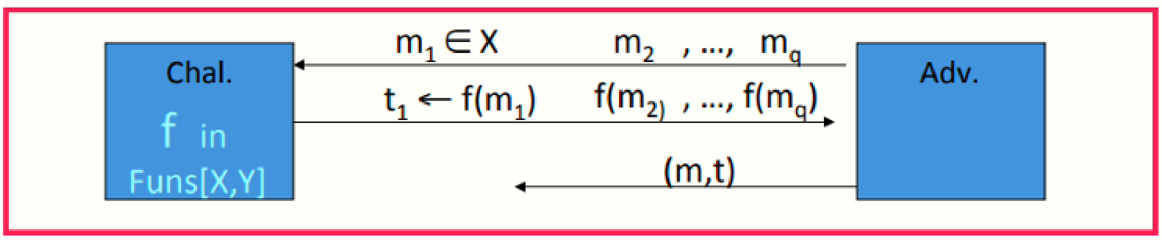
具体而言，对于任意高效的MAC攻击者A攻击I-F，存在一高效的PRF攻击者B攻击F使得其满足如下不等式

$$Adv_{MAC}[A, I_F] \ \leq \ Adv_{PRF}[B, F] + 1/|Y|$$

即：只要|Y|足够大（如$|Y| = 2^{80}$），则I_F就是安全的

3、Proof Sketch

假设f: X ⟶ Y为一真随机函数



若MAC的攻击者A想要赢得上述游戏模型，则必须生成一对(m,t)，使得t = f(m)且$m \notin \{ m_1 , \dots , m_q \}$

由于f为真随机函数，攻击者A对于前q次查询，不能得到关于f的信息（即前q次查询是完全独立的，新的查询m与之前的$m_1 , \dots , m_q$无关），因此A希望得到f(m)的方式只能为猜测，而其猜对的概率Pr[A wins] = 1/|Y|

综上，若我们希望确保MAC的安全性，即便是将真随机函数f替换为伪随机函数F，攻击者A也无法区分，且其在赢得上述游戏模型中最多有1/|Y|的优势

5、Truncating MACs based on PRFs

引理：假设$F: K \times X \longrightarrow \{0,1\}^n$为一安全PRF，则对于所有的$1 \le t \le n$，$Ft(k,m) = F(k,m)[1...t]$也是安全的PRF

解释：假设有一N bits的PRF，若将其输出截断到t bits，则其仍然是随机的，因为截断后攻击者能获得的信息更少了，所以其区分伪随机和真随机的工作会变得更困难

推论：若(S,V)为一个基于安全PRF的MAC，且输出n bits tag，只要$1/2^w$仍可忽略（通常w≥64），则将其输出截断至w bits仍为安全的

总结：如果我们用AES来构造MAC（AES-128每块输出128 bits），意味着我们将得到128 bits的MAC，但是综上所述，我们可以将其截断至90 bits或80 bits使其仍然为安全的，从而构造长度更为合理的MAC