

W1 2-2 Stream Ciphers and Pseudo Random Generators

1、Review

Cipher over (K, M, C) : a pair of "efficient" algs (E, D) s.t. $\forall m \in M, k \in K: D(k, E(k, m)) = m$

Weak ciphers: subs. cipher, Vigenere, ... (由于历史原因不应再使用)

A good cipher: OTP $M=C=K=\{0,1\}^n$ $E(k, m) = k \oplus m$, $D(k, c) = k \oplus c$

Lemma: OTP has perfect secrecy (i.e. no CT only attacks), OTP好用但不实用

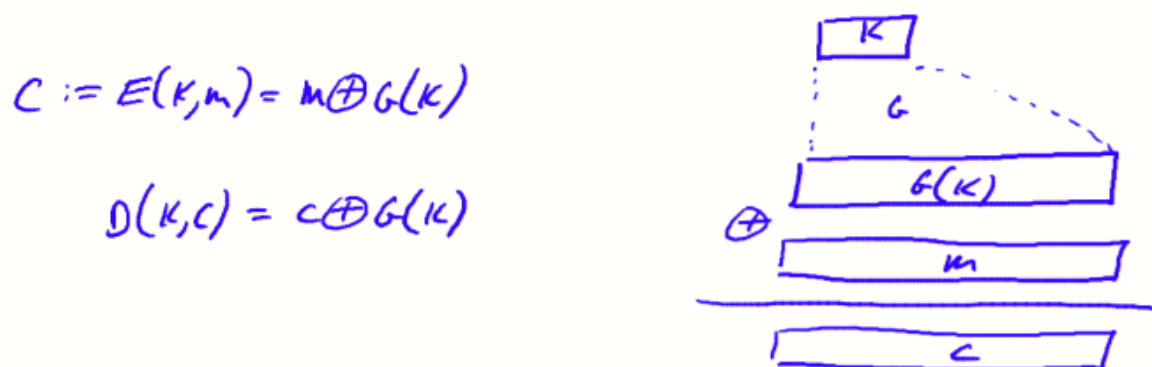
Bad news: perfect-secrecy \Rightarrow key-len \geq msg-len

2、Stream Ciphers: making OTP practical

思路：以伪随机密钥来代替随机密钥 (replace "random" key by "pseudorandom" key)

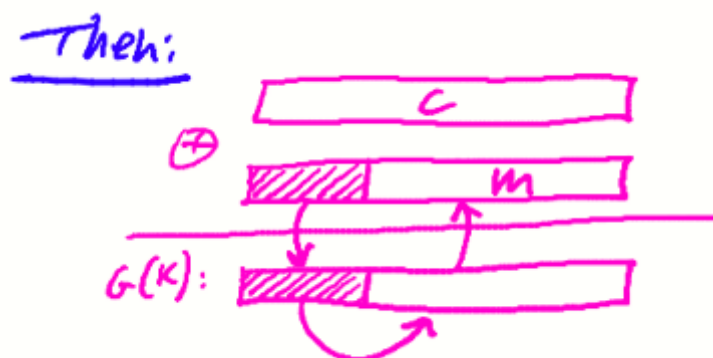
PRG是一个函数，接受一个s bit的种子 (seed) 作为输入，并产生n bit的输出，且n远大于s

对于G而言，必须能高效计算并产生输出，但其并不是真正的随机，仅有输入的种子是随机的



3、PRG must be unpredictable

假设PRG是可预测的，则任给i，对于G(k)的输出，存在某个算法，使得可由G(k)的前i bit计算出第i+1~n bit，则此时的流密码并不安全



如图所示，若攻击者知道了某些有关于明文的信息（如SMTP协议中常见的前缀消息等），攻击者可以将其与密文XOR计算后得知密钥，再加上上述所假设的PRG的可预测性，攻击者可以通过已知的前若干bit密钥来推测完整的密钥，从而恢复完整消息

We say that $G: K \rightarrow \{0,1\}^n$ is **predictable** if:

\exists "eff" alg. A and $\exists 0 \leq i \leq n-1$ s.t.

$$\Pr_{k \leftarrow G} \left[A(G(k)) \Big|_{1, \dots, i} = G(k) \Big|_{i+1} \right] > \frac{1}{2} + \epsilon$$

For non-negligible ϵ (e.g. $\epsilon = 1/2^{30}$)

Def: PRG is unpredictable if it is not predictable $\Rightarrow \forall i$: no "eff" adv. can predict bit $(i+1)$ for "non-neg" ϵ

4、Weak PRGs (donot use for crypto)

线性同余生成器 (Linear congruential generator) : 接收三个参数, a , b , p

a , b 为整数, p 为素数, 种子 $\text{seed} \equiv r[0]$, $r[i] \leftarrow a \cdot r[i-1] + b \bmod p$, 输出 $r[i]$ 后, $i++$

`glibc random()`:

$$r[i] \leftarrow (r[i-3] + r[i-31]) \% 2^{32}$$

output $r[i] \gg 1$

尽管线性同余法得到的输出有很好的统计特性, 但是由于其可预测性, 仅需要很少的位数即可预测剩余的位, 因此不应当再使用