Solutions

Yk Snow

A Beginner

内部レーティングを R' とすると、

- $N \geqq 10$ のとき、$R' = R$
- $N < 10$ のとき、$R = R' - 100 \times (10 - K)$

である。

B Digits

整数 N を K 進数に変換したとき、左から i 桁目は $K^(i-1)$ の位である。
最高位を I 桁目とすると、$i <= I \Leftrightarrow N/K^(i-1) >= 1$ が成り立つ。
よってこれが成り立つ最大の i を求めればよい。

C Rally

制約より、$P = 1$〜100 の場合について、

$$\sum_{i=1}^{N} (X_i - P)^2 \tag{1}$$

を求めればよい。
計算量 $\mathcal{O}(100N)$

C.1 重心について

n 次元空間上に点 $\vec{p_1}, \ldots, \vec{p_k}$ があるとき、$\sum_i |\overrightarrow{p} - \vec{p_i}|^2$ は $\overrightarrow{p}$ が $\vec{p_i}$ の重心であるとき最小となる。

D Bouquet

n 種類の花 1 本ずつから、作れる花束の種類は $2^n - 1$ 通り。
n 種類の花を a 本使って作れる花束の種類は $\binom{n}{a}$ 通り。
同様に b 本使って作れる花束の種類は $\binom{n}{b}$ 通り。
したがって、

$$2^n - \binom{n}{a} - \binom{n}{b} - 1 \tag{2}$$

を求めればよい。

制約より $n_{\max} = 10^9$ であるから、2^n に対しては繰り返し二乗法を用いればよい。

また、$a, b \leqq 2 \times 10^5$ という制約より、

$$\binom{n}{k} = \prod_{i=1}^{i=k} \frac{n+1-i}{i} \tag{3}$$

を用いれば、$\mathcal{O}(10^5)$ 以内に二項係数を求めることができる。
ただし、 $\mod$ の割り算を用いる必要あり。

E Roaming

i 回の移動によって、i 部屋が 0 人の状態になったとする $(0 \leqq i \leqq n-1)$。
これは単純に i 人を残りの $n-i$ 部屋に割り振っていると考えれば、i 部屋が 0 人のときの全ての状態が i 回の移動で実現する。
また、$i+j$ 回の移動によっても、i 部屋が 0 人の状態を作ることができる。
なぜなら、0 人でない部屋間で人を移動させればいいからである。
したがって、$k \geqq n-1$ のとき、すべての部屋の状態が再現できると考えてよい。
※ただし実際には、$i=0$ の場合の再現には、制約条件 $k \geqq 2$ が必要である。(移動した人を戻す作業が必要であるため)

まず、i 部屋が 0 人の状態の場合の数は、n 個の部屋から i 個の部屋を選ぶ組み合わせと、$n-i$ 個の部屋に対して $n-(n-i)=i$ 人を重複を許して割り振る組み合わせの積であるから、

$$C_i = \binom{n}{i} \times \binom{n-1}{i} \tag{4}$$

である。
さきほどの条件より、求める場合の数は、

$$\sum_{i=0}^{\min(k,n-1)} C_i \tag{5}$$

となる。
制約 $n \leqq 2 \times 10^5$ なので、$\mathcal{O}(N)$ で $\binom{N}{K}$ を求める方法を用いればよい.

F Modularness