Solution

Snow

C Adding Powers

n 個の要素の配列 $v_1, v_2, \ldots, v_n$ が与えられる。初め全ての要素が 0 だったとして、以下の操作を繰り返す。

- i 回目 $(i = 0, 1, 2, \ldots)$ の操作では、任意の要素に k^i または 0 を加える。

このとき、与えられた配列 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ と v を等しくできるか？

$k^{n+1} > \sum_{i=0}^{n} k^i$ である。
これより、k^i 以上の a の要素は、k^{i-1} より小さい値をいくら足しても実現できない。
したがって、10^{16} 以下の k^i を降順に調べていき、a の最大の要素が k^i 以上であれば、引いていけばよい。
常に a を降順に sort したいので、priority queue 等を用いればよい。
今回は制約が緩いので vector の sort でも間に合う。

D Count the Arrays

以下の条件を全て満たす配列 a の場合の数を求めよ。

- 配列の要素は n 個である
- 配列の要素の値は 1〜m の範囲内である
- 配列には同じ値の要素が 1 ペアだけ存在する
- 配列には必ず index i に対して、それより前で狭義単調増加、それより後で狭義単調減少が成り立つような i が存在する。（すなわち、$j < i$ ならば $a_j < a_{j+1}$、$j >= i$ ならば $a_j > a_{j+1}$ となるような i が存在する。）

配列 $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ とする。(0-indexed であるとする)
いま、$a_i = j$ において、それ以前で狭義単調増加、それ以後で狭義単調減少が成り立っているとする。
このとき、残りの配列の要素には 1〜$j-1$ までの値が入る。
このうち一つは重複しているので、数字は全部で $n-2$ 個選べばよい。
この場合の数は、$\binom{j-1}{n-2}$ である。
どの数字を重複している数にするかは、$n-2$ 通りある。
さらに、選んだ数字を a_i の左右に振り分ける方法は、重複を除いた $n-3$ 個の中から $i-1$ 個の数字を選べ

ばよい。
したがって、この場合の数は

$$(n-2)\binom{j-1}{n-2}\binom{n-3}{i-1} \tag{1}$$

と求まった。
i,j は $1 \leqq i \leqq n-2$、$1 \leqq j \leqq m$ の範囲で動くから、

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n-2}(n-2)\binom{j-1}{n-2}\binom{n-3}{i-1} && (2) \\ = \quad & (n-2)\sum_{j=1}^{m}\binom{j-1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-2}\binom{n-3}{i-1} && (3) \\ = \quad & (n-2)2^{n-3}\sum_{j=1}^{m}\binom{j-1}{n-2} && (4) \end{aligned}$$

和の部分について $2*10^5$ 回の計算が必要で、答えが求まる。
$n=2$ などのコーナーは、負値に対する二項係数を 0 と定義することで解決する。