



第三届“粤港澳”核物理论坛·深圳

第一性原理计算与量子计算

姓名：王沛妍

单位：近代物理研究所

导师：左维研究员

李健国副研究员

杜伟杰 (博士后)



目录

- 利用local核力进行第一性原理的计算
- 用量子计算求解核散射体系的相移
- 总结

目录

- 利用**local**核力进行第一性原理的计算
- 用量子计算求解核散射体系的相移
- 总结

研究背景

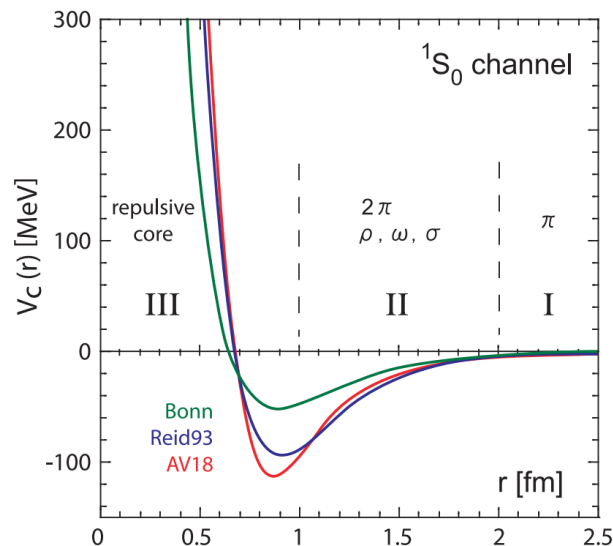
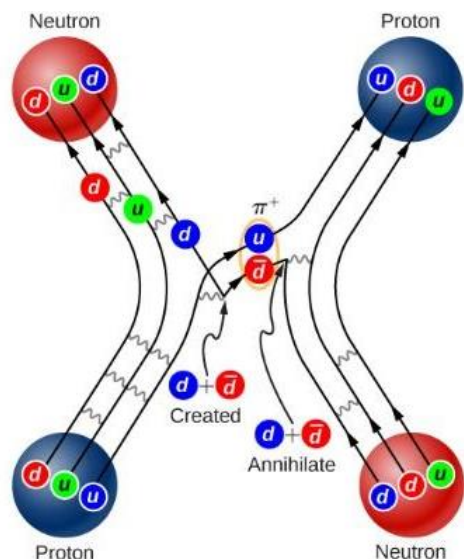
现实核力

自由度： π 介子和核子

要求：重现核子-核子散射相移，不引入核结构参数

性质：短程排斥，长程吸引，具有强排斥芯

代表：CD-Bonn, AV18, 手征有效场论



[T. Hatsuda (Oslo 2008)]

核力重整化

目的：将高低动量退耦合，软化核力，加快多体计算的收敛速度

代表：G-Matrix, $V_{\text{low-}k}$, 相似重整化群 (SRG),

多体方法

目的：求解原子核多体强关联系统的哈密顿量，描述其物理性质

代表：NCSM($A \leq 16$), IMSRG($A \sim 100$), MBPT($A \sim 100$), CC($A \sim 100$),



研究背景

现实核力

自由度: π 介子和核子

要求: 重现核子-核子散射相移, 不引入核结构参数

性质: 短程排斥, 长程吸引, 具有强排斥芯

代表: CD-Bonn, AV18, 手征有效场论



核力重整化

目的: 将高低动量退耦合, 软化核力, 加快多体计算的收敛速度

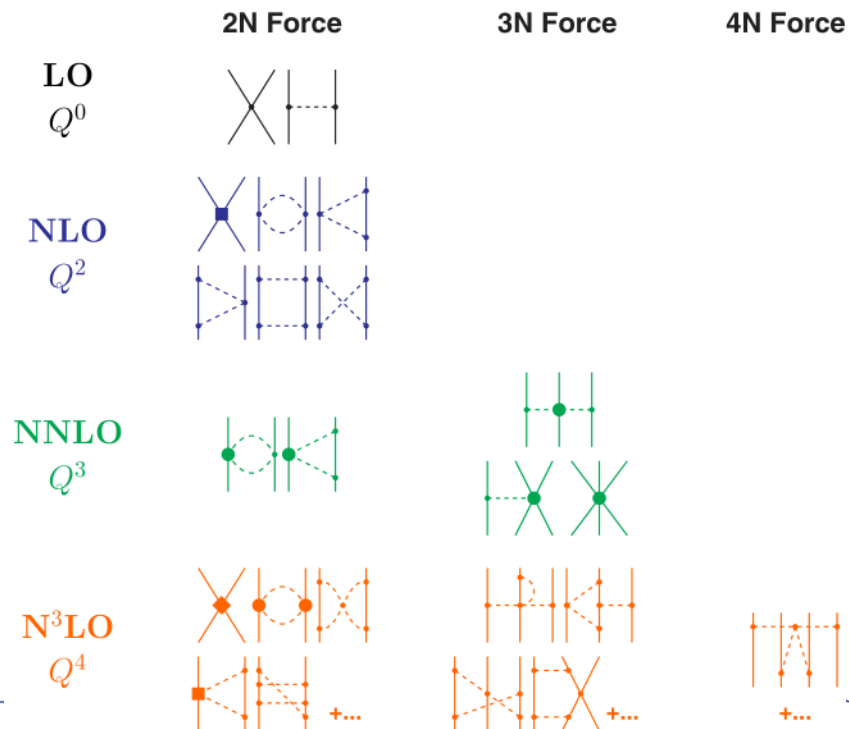
代表: G-Matrix, $V_{\text{low-}k}$, 相似重整化群 (SRG),



多体方法

目的: 求解原子核多体强关联系统的哈密顿量, 描述其物理性质

代表: NCSM($A \leq 16$), IMSRG($A \sim 100$), MBPT($A \sim 100$), CC($A \sim 100$),



[S. K. Saha, *et al*, PhysRevC.107.034002]



研究背景

现实核力

自由度: π 介子和核子

要求: 重现核子-核子散射相移, 不引入核结构参数

性质: 短程排斥, 长程吸引, 具有强排斥芯

代表: CD-Bonn, AV18, 手征有效场论



核力重整化

目的: 将高低动量退耦合, 软化核力, 加快多体计算的收敛速度

代表: G-Matrix, $V_{\text{low-}k}$, 相似重整化群 (SRG),



多体方法

目的: 求解原子核多体强关联系统的哈密顿量, 描述其物理性质

代表: NCSM($A \leq 16$), IMSRG($A \sim 100$), MBPT($A \sim 100$), CC($A \sim 100$),



2N Force

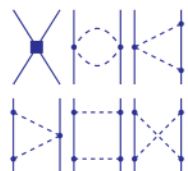
3N Force

4N Force

LO
 Q^0



NLO
 Q^2



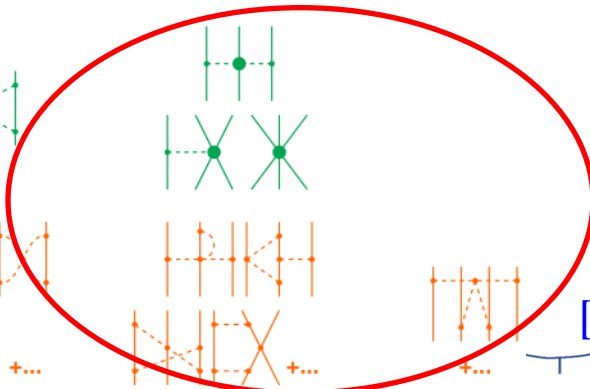
NNLO
 Q^3



N³LO
 Q^4



从这一阶开始自洽地出现三
体力以及多体相互作用力

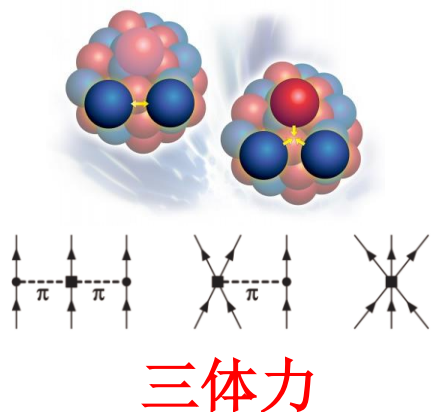


[S. K. Saha, *et al*, PhysRevC.107.034002]

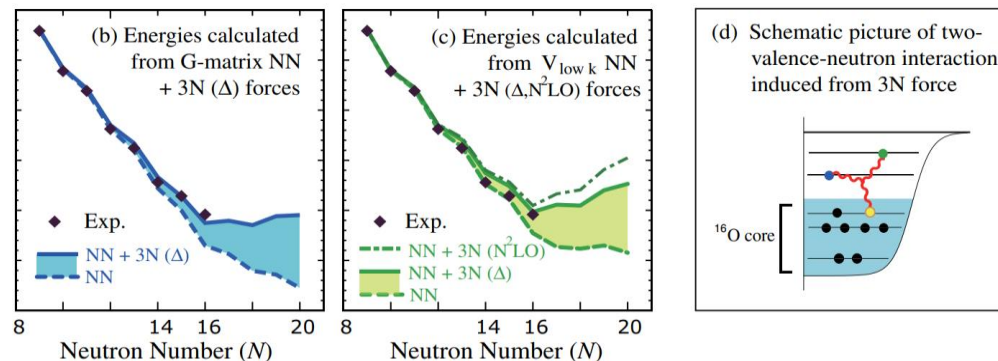


研究背景

三体力在原子核性质中的重要性

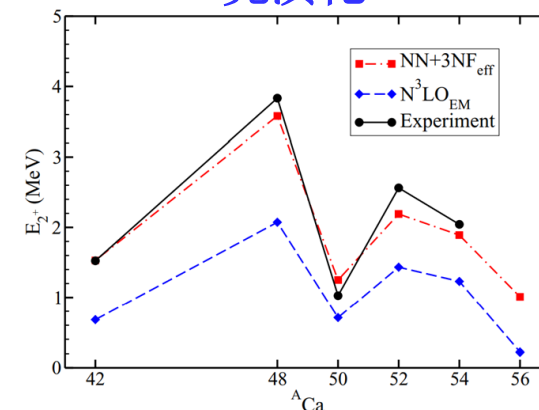


滴线位置



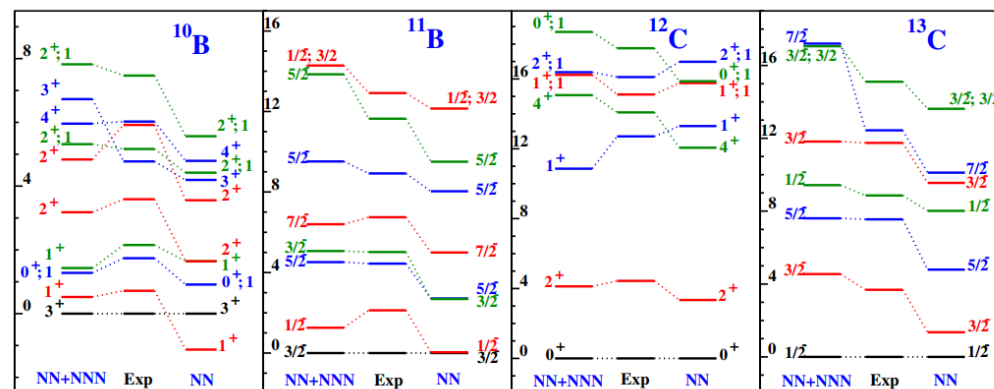
T. Otsuka, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 105, 032501 (2010)

壳演化



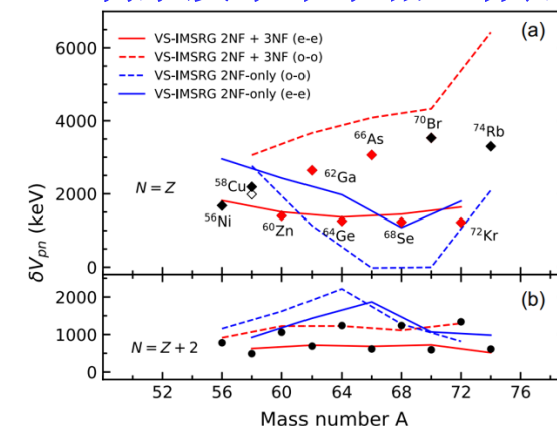
G. Hagen, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 109, 032502 (2012)

能谱结构



P. Navrátil, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 99, 042501 (2013)

剩余质子中子相互作用

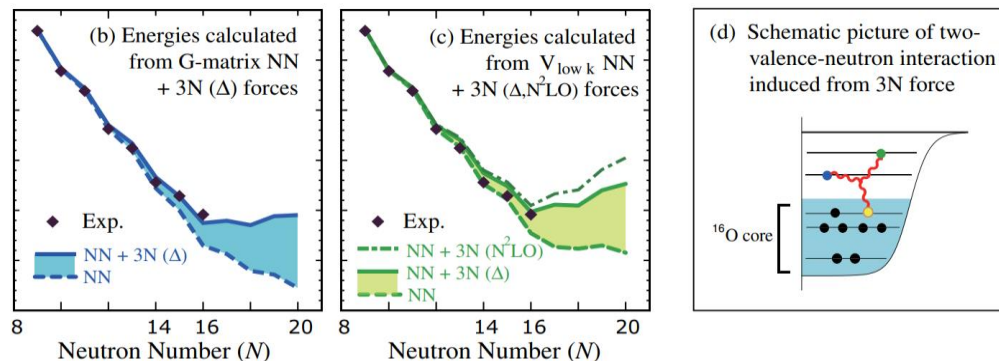


M. Wang, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 130, 192501 (2023)

研究背景

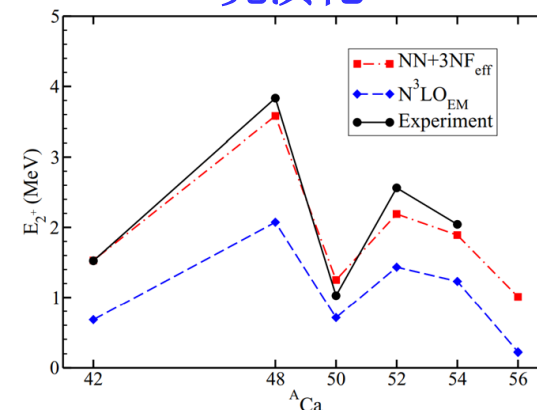
但是！这些所利
用的核力都是
nonlocal的手征
核力

滴线位置



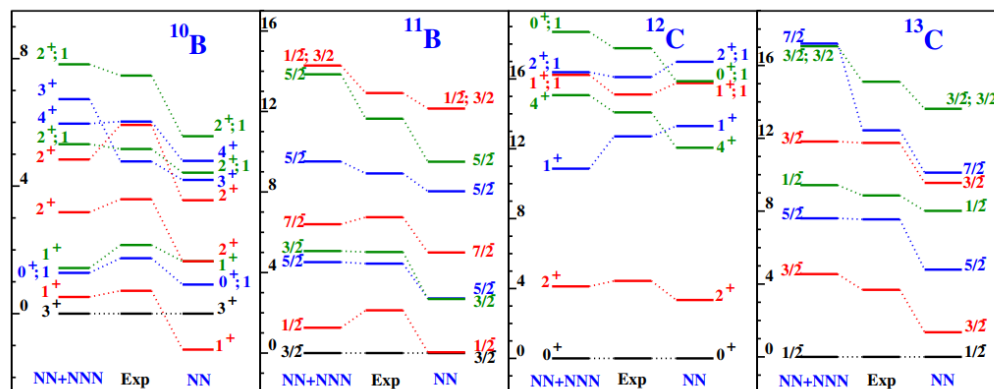
T. Otsuka, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 105, 032501 (2010)

壳演化



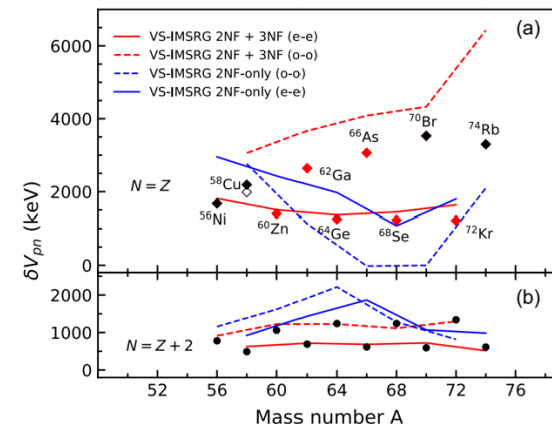
G. Hagen, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 109, 032502 (2012)

能谱结构



P. Navrátil, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 99, 042501 (2013)

剩余质子中子相互作用



M. Wang, *et al.*, Phys. Rev. Lett. 130, 192501 (2023)

研究背景

但是！这些所利
用的核力都是
nonlocal的手征
核力

Nonlocal核力

1. 是核子与核子间**相对距离**和**相对动量**的函数；
2. Nonlocal核力能够较好地描述**短程 (高动量)**的相互作用；
3. 但是在**量子蒙特卡洛(QMC)**等**对局域相互作用敏感**的方法中效率低下。

研究背景

但是！这些所利用的核力都是
nonlocal的手征核力

Nonlocal核力

1. 是核子与核子间**相对距离**和**相对动量**的函数；
2. Nonlocal核力能够较好地描述**短程 (高动量)**的相互作用；
3. 但是在**量子蒙特卡洛(QMC)**等**对局域相互作用敏感**的方法中效率低下。

Local核力

1. 是核子与核子间**相对距离**的函数；
2. 有着**更小的张量力**成分；
3. 在两体力的情况下得到氘核中**D态占比为 $P_D \lesssim 4.0\%$** ；
4. 得到氘核结合能为 **8.09 MeV**.

	LO	NLO	NNLO	N ³ LO	Empirical ^a
Deuteron					
B_d (MeV)	2.22458	2.22458	2.22458	2.22458	2.224575(9)
A_S (fm ^{-1/2})	0.8613	0.8833	0.8836	0.8852	0.8846(9)
η	0.0254	0.0259	0.0252	0.0242	0.0256(4)
Q (fm ²)	0.264	0.284	0.274	0.260	0.2859(3)
P_D (%)	5.08	5.67	5.02	4.03	
Triton					
B_t (MeV)	11.88	7.87	7.98	8.09	8.48

[S. K. Saha, *et al*, PhysRevC.107.034002]

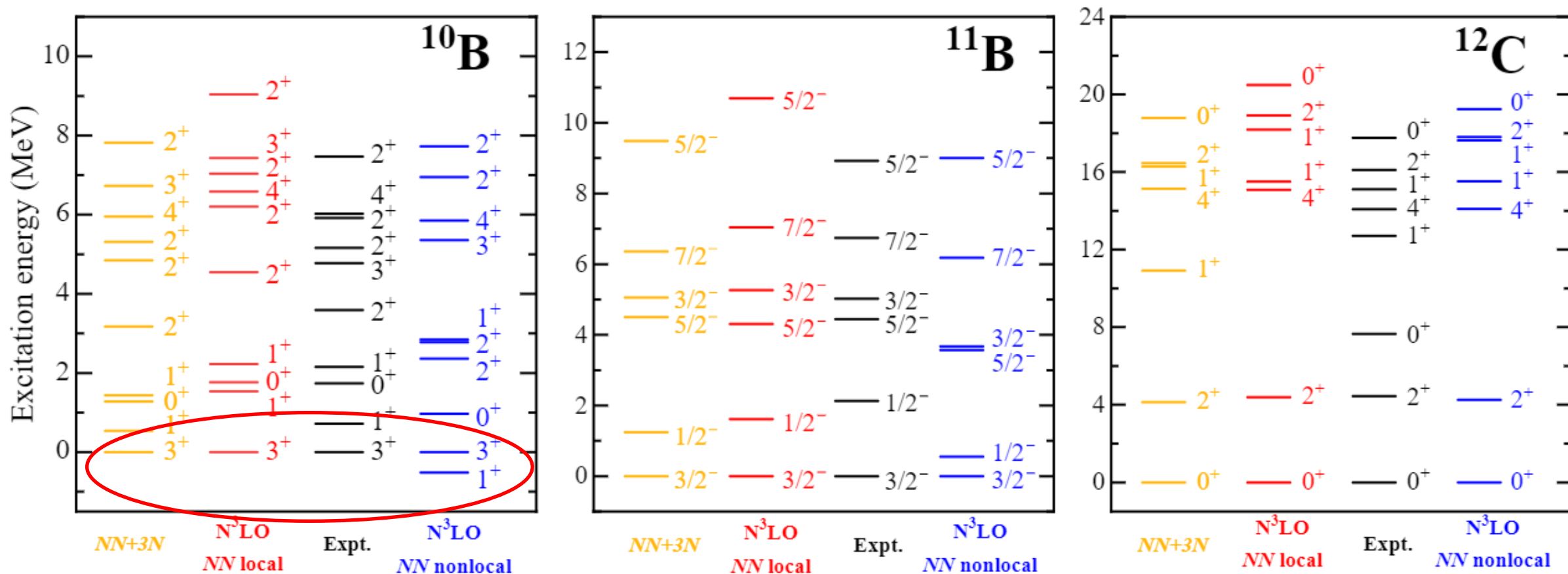


利用local核力进行第一性原理的计算

1. 利用两体手征local核力对

壳轻核

进行计算，可以在不加入三体力的情况下就重复出正确的基态能量和能谱顺序。所用第一性原理方法为NCSM.

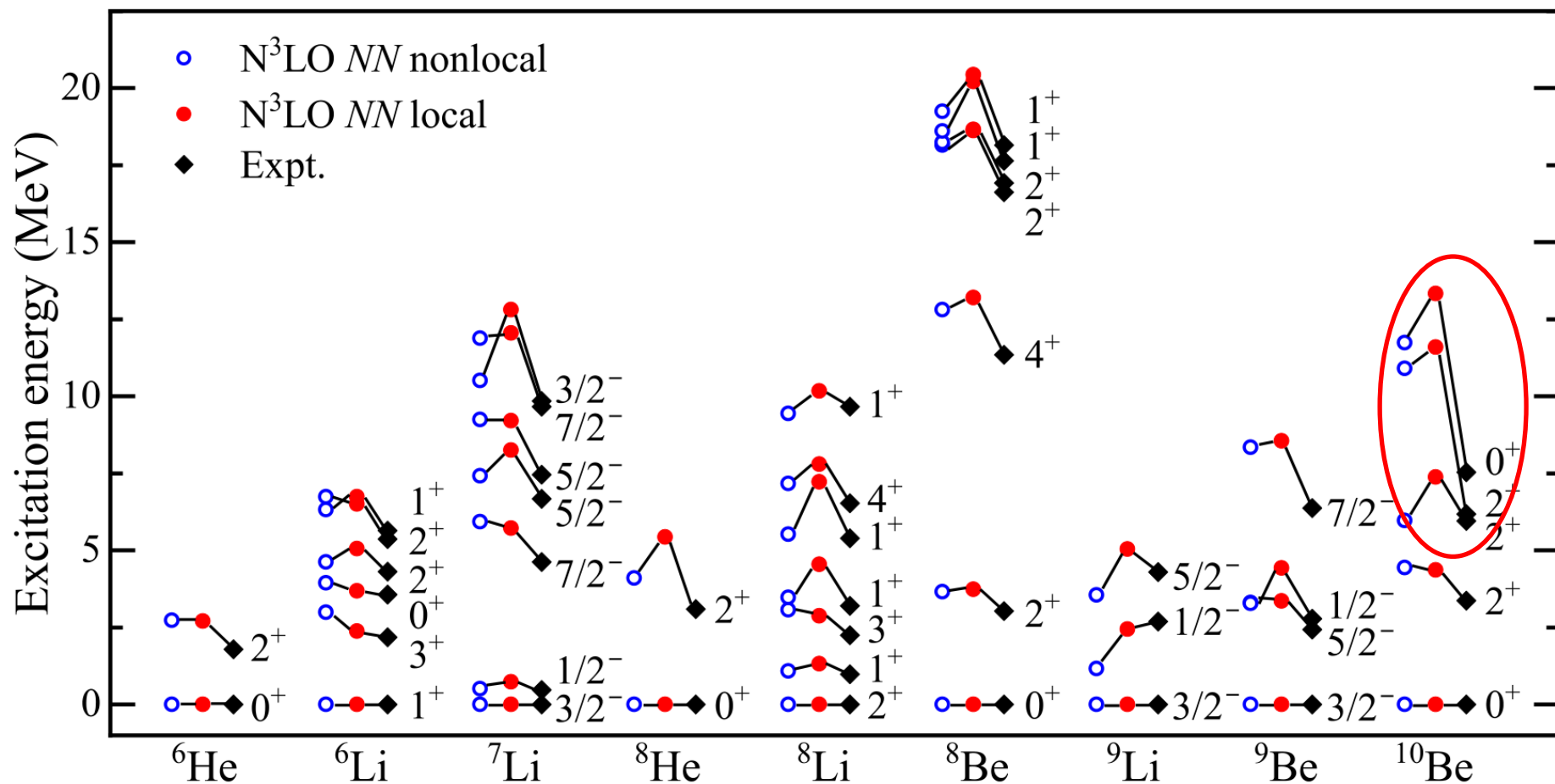


P. Y. Wang, J. G. Li, S. Zhang, Q. Yuan, M. R. Xie and W. Zuo, Phys. Rev. C 109, 064316(2024).

p 壳轻核计算结果(2)



1. 两体手征local核力的计算结果相比于实验值**偏高**,表现出强于真实情况的 **$0p_{3/2}-0p_{1/2}$** 的自旋轨道劈裂效应
2. 对于 ^{10}Be , 0_2^+ 和 2_3^+ 表现出cluster结构, NCSM无法很好的重现这些态



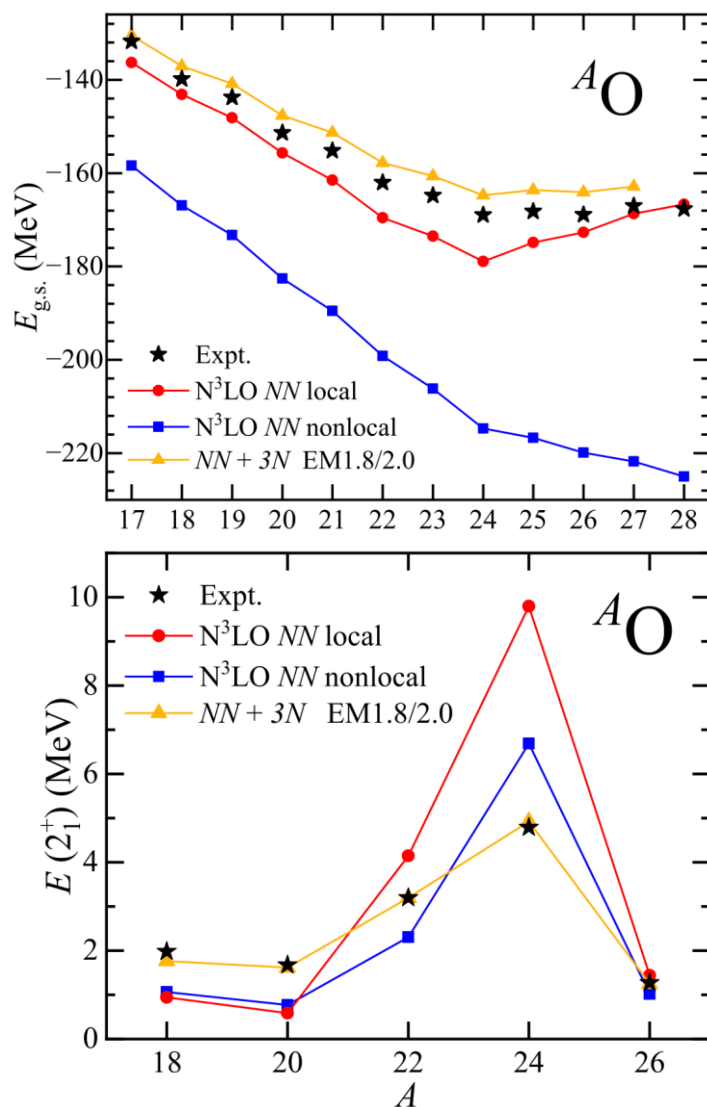
P. Y. Wang, J. G. Li, S. Zhang, Q. Yuan, M. R. Xie and W. Zuo, Phys. Rev. C 109, 064316(2024).



-
- Figure 1 displays calculated excitation energies (in MeV) for the nuclei ^{10}B , ^{11}B , and ^{12}C . The figure is organized into three panels, one for each nucleus. Each panel shows four columns of energy levels: $NN+3N$ (yellow), $N^3\text{LO}$ NN local (red), Expt. (black), and $N^3\text{LO}$ NN nonlocal (blue). The y-axis represents the excitation energy in MeV. In the ^{12}C panel, two sets of energy levels are circled in red: the 0^+ , 1^+ , 2^+ , and 4^+ states around 15 MeV, and the 0^+ state around 7 MeV.



氧同位素链计算结果



1. 采用**VS-IMSRG**方法对氧同位素链进行计算
2. 两体手征**local**核力和**加入了三体力的nonlocal核力**可以准确重复出所在位置²⁴**O**，以及氧同位素链中的两个中子幻数**N=14**和**16**
3. 两体手征**nonlocal核力**则显示²⁸O为滴线，且只显示出N=16这一个中子幻数
4. 两体手征**local核力**相比于实验值，有着更强的 $0d_{5/2}$ - $0d_{3/2}$ 自旋轨道劈裂效应，在进一步的计算中仍需考虑三体力的修正

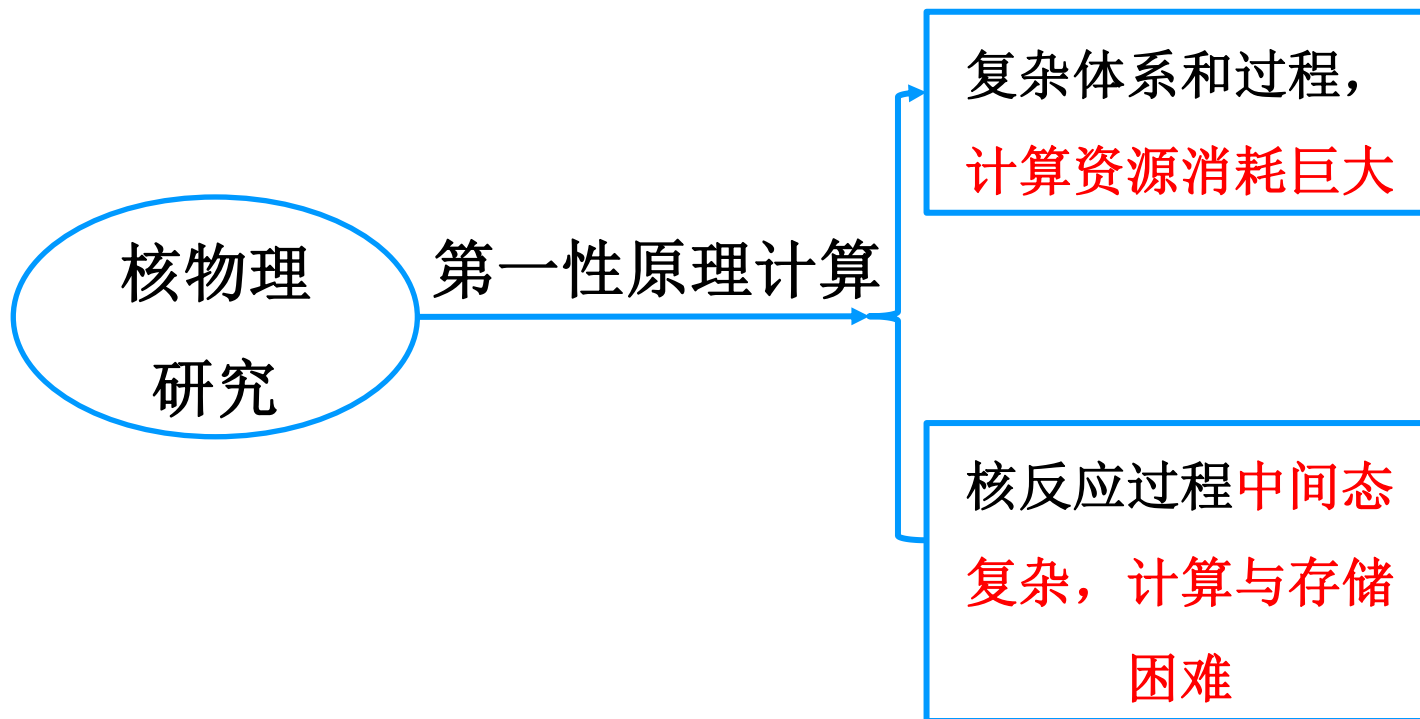
P. Y. Wang, J. G. Li, S. Zhang, Q. Yuan, M. R. Xie and W. Zuo, Phys. Rev. C 109, 064316(2024).



目录

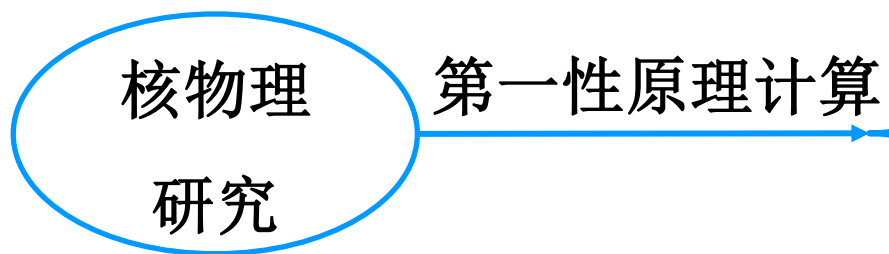
- 利用local核力进行第一性原理的计算
- 用量子计算求解核散射体系的相移
- 总结

研究背景



研究背景

11.17 尹鹏老师提到: $10^{10} * 10^{10}$



复杂体系和过程,
计算资源消耗巨大

核反应过程中间态
复杂, 计算与存储
困难

研究背景

经典计算机

核物理
研究

第一性原理计算

11.17 尹鹏老师提到: $10^{10} * 10^{10}$

复杂体系和过程,
计算资源消耗巨大

核反应过程中间态
复杂, 计算与存储
困难

研究背景

- 1. 计算资源需求**指数增加**
- 2. 更加复杂的**线路**和**算法**
- 3. 受到**空间**和**能源**等多方面的限制

11.17 尹鹏老师提到: $10^{10} * 10^{10}$

经典计算机



核物理
研究

第一性原理计算

复杂体系和过程,
计算资源消耗巨大

核反应过程**中间态**
复杂, 计算与存储
困难

研究背景

- 1. 计算资源需求**指数增加**
- 2. 更加复杂的**线路**和**算法**
- 3. 受到**空间**和**资源**等多方面的限制

经典计算机



量子计算机

ss11. 17 尹鹏老师提到:

$10^{10} * 10^{10}$

核物理
研究

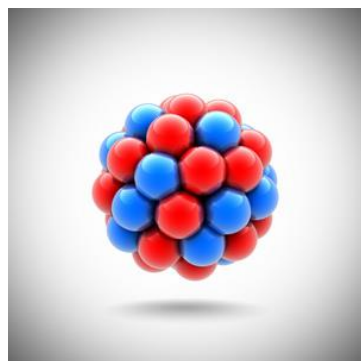
第一性原理计算

复杂体系和过程，
计算资源消耗巨大

核反应过程**中间态**
复杂，计算与存储
困难

- 1. 自然表达量子多体系统波函数的**相干叠加**
- 2. 有效存储和处理**量子信息**
- 3. **更少**的计算资源需求

原子核是天然的
量子多体系统



将量子计算应用到核物理中成为
必然的趋势！



用量子计算求解核散射体系的相移

$$H_0 = T + V_{np}$$

V_{na} 或者其他势

外加谐振子势使能谱离散化

$$H(\omega) = H_0 + \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$$

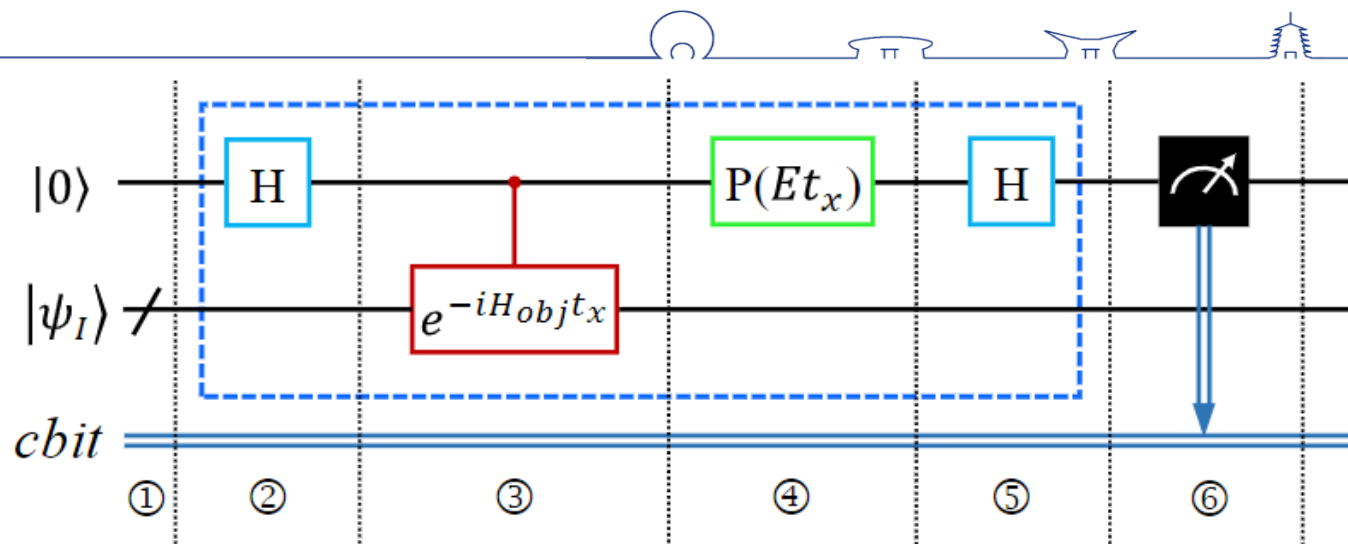
Rodeo algorithm 求解能量本征值

$$E_m = E_m(\omega)$$

MERE [1] 计算得到相移

$$\delta = \delta(\omega)|_{\omega \rightarrow 0}$$

移除谐振子势并得到 H_0 自由散射体系的散射相移



经过R次Rodeo cycle之后，测量所有的ancilla qubit均为0的概率

$$P_{0^{\otimes R}}(\sigma) = \sum_m |c_m|^2 \left[\frac{1 + e^{-(E-E_m)^2 \sigma^2 / 2}}{2} \right]^R$$

$$p^{2l+1} \cot \delta_l(p) = (-1)^{l+1} (4\mu\omega)^{l+\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{2l+3}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}{\Gamma(\frac{1-2l}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}, \varepsilon = \frac{E}{\omega}, p = \sqrt{2\mu E}$$

[1] Suzuki, Akira, Yi Liang, and Rajat K. Bhaduri. Physical Review A 80.3 (2009): 033601.

[2] T. Busch, B.-G. Englert, K. Rzazewski, and M. Wilkens, Found. Phys. 28, 549 (1998).

np 散射体系

np 散射体系束缚于谐振子势中的哈密顿量表达式:

$$H = H_0 + V_{HO} = T_{rel} + V_{NN} + V_{HO}$$

- 用球方势阱来表示 V_{NN} :

$$V_{NN} = \begin{cases} -V_0, & x \leq R_0 \\ 0, & x > R_0 \end{cases}$$

$$V_0 = 48.0002 \text{ MeV}, R_0 = 1.70134 \text{ fm}.$$

- $\mu = 938.92/2 \text{ MeV}$

[J. P. Vary et al., Phys. Rev. C 98.065502 (2018)]

$n\alpha$ 散射体系

$n\alpha$ 散射体系束缚于谐振子势中的哈密顿量表达式:

$$H = H_0 + V_{HO} = T_{rel} + V_{\alpha N} + V_{HO}$$

- 用 Woods-Saxon 势来代表 $V_{\alpha n}$:

$$V_{\alpha N} = \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{\alpha_0}}} + (l \cdot s) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{V_{ls}}{1 + e^{\frac{r-R_1}{\alpha_1}}}$$

$$V_0 = -43 \text{ MeV}, V_{ls} = -40 \text{ MeV}^2, R_0 = 2.0 \text{ fm},$$

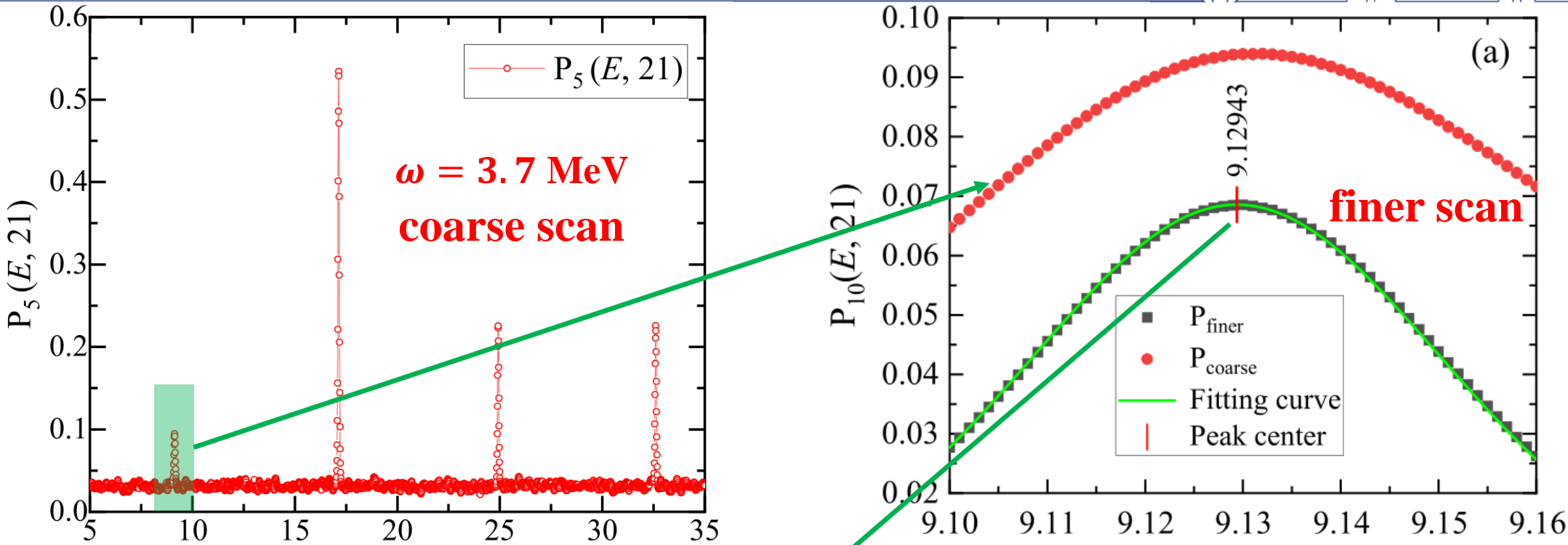
$$\alpha_0 = 0.70 \text{ fm}, R_1 = 1.5 \text{ fm}, \alpha_1 = 0.35 \text{ fm}.$$

(这里假设 α 和 n 的轨道角动量均为0)

- $\mu = \frac{939.565 \times 3727.379}{939.565 + 3727.379} \text{ MeV} = 750.409 \text{ MeV}$

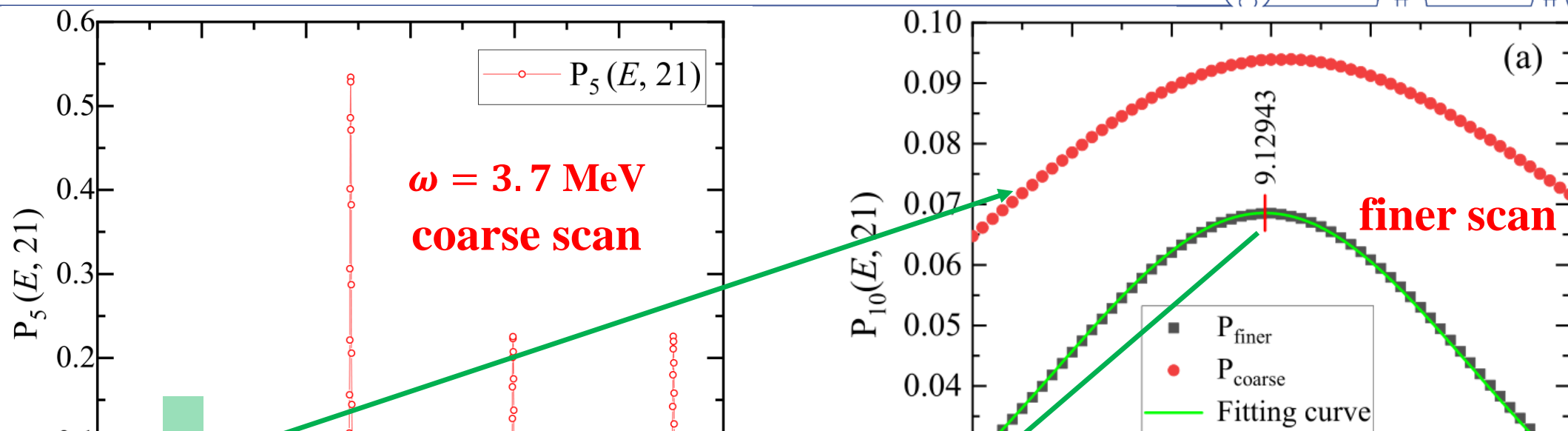


举例: np 散射体系计算 (1)



	$\omega = 3.6 \text{ MeV}$		$\omega = 3.7 \text{ MeV}$		$\omega = 3.8 \text{ MeV}$		$\omega = 3.9 \text{ MeV}$		$\omega = 4.0 \text{ MeV}$	
Energy	Exact	Rodeo	Exact	Rodeo	Exact	Rodeo	Exact	Rodeo	Exact	Rodeo
E_1	8.85547	8.85538	9.12955	9.12943	9.40445	9.40419	9.68013	9.68012	9.95660	9.95661
E_2	16.6430	16.6430	17.1340	17.1340	17.6259	17.6260	18.1187	18.1187	18.6123	18.6122
E_3	24.2138	24.2137	24.9161	24.9161	25.6193	25.6193	26.3233	26.3233	27.0283	27.0283
E_4	31.6913	31.6912	32.6021	32.6021	33.5138	33.5137	34.4264	34.4263	35.3399	35.3400

举例: np 散射体系计算 (1)



1. 将所有的能量本征值代入**MERE**公式:

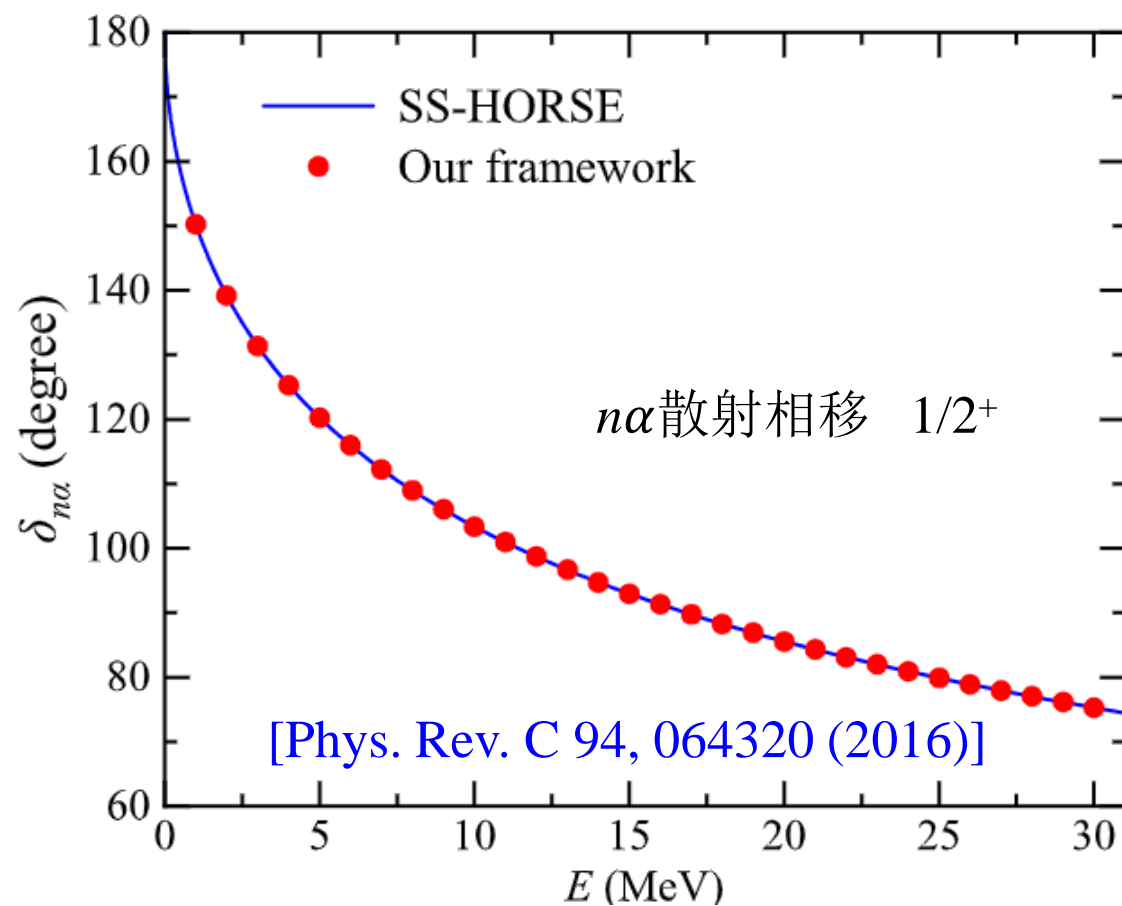
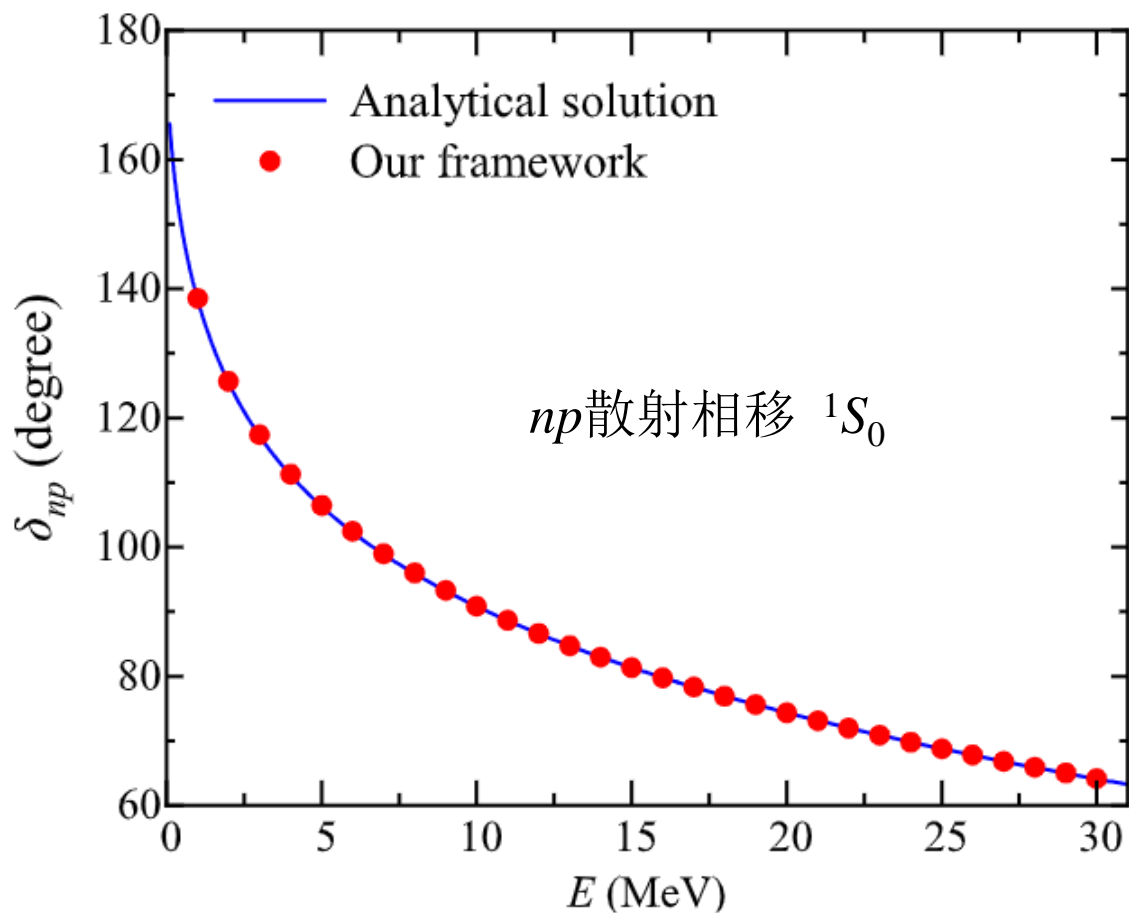
$$p^{2l+1} \cot \delta_l(p) = (-1)^{l+1} (4\mu\omega)^{l+\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{2l+3}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}{\Gamma(\frac{1-2l}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}, \varepsilon = \frac{E}{\omega}, p = \sqrt{2\mu E}$$

2. 依次对 E , ω 进行外推, **最后去掉外场影响**:

$$\omega \rightarrow 0, \delta_l = \operatorname{arccot} \frac{A}{p} = \operatorname{arccot} \frac{A}{\sqrt{\mu E}}$$

结果讨论

量子-经典混合算法得到的结果与理论计算的结果符合得很好，最大差别仅为**1.7%**



Peiyan Wang, Weijie Du, Wei Zuo and James P. Vary, Phys. Rev. C 109, 064623(2024).

目录

- 利用local核力进行第一性原理的计算
- 用量子计算求解核散射体系的相移
- 总结

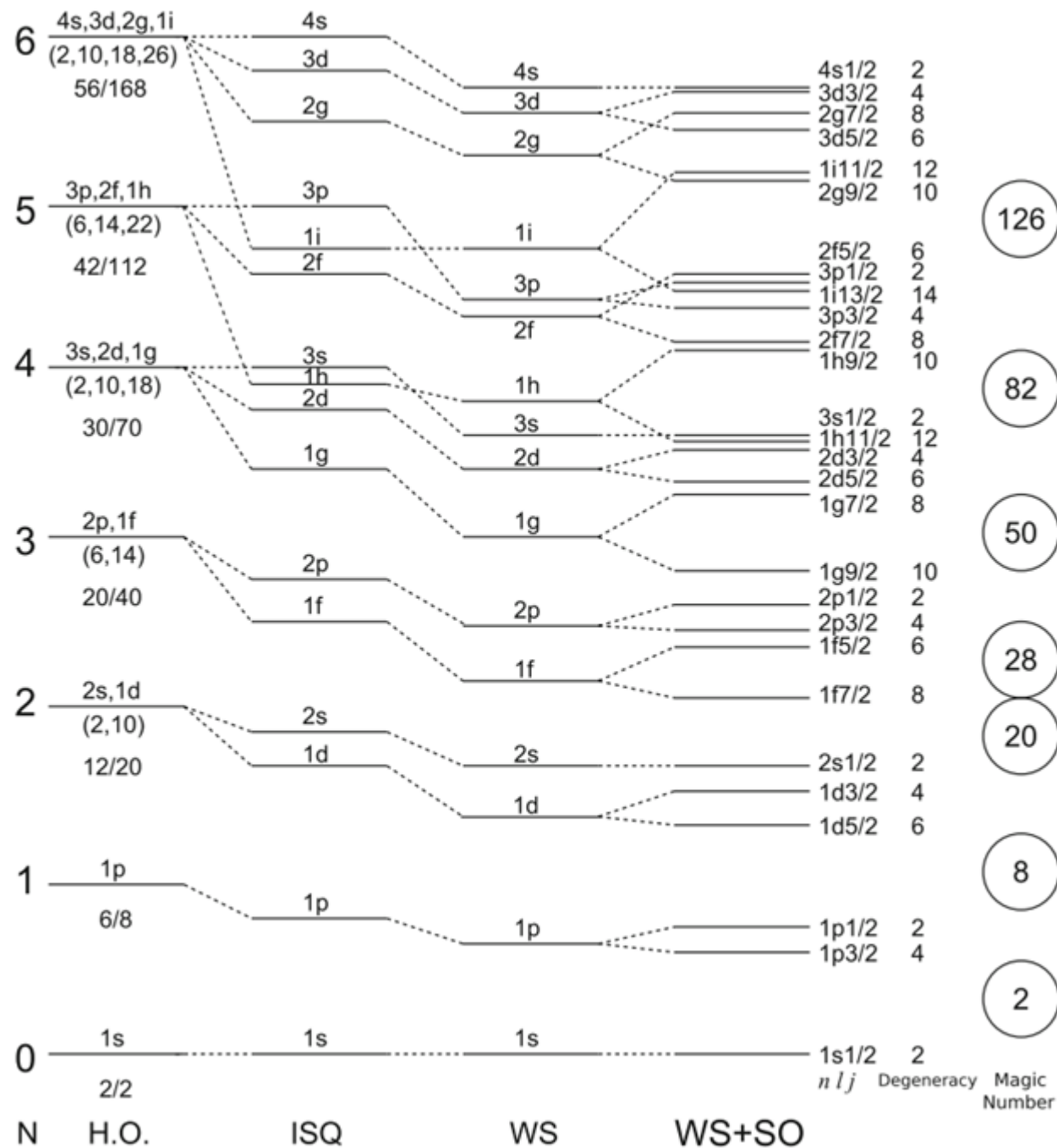


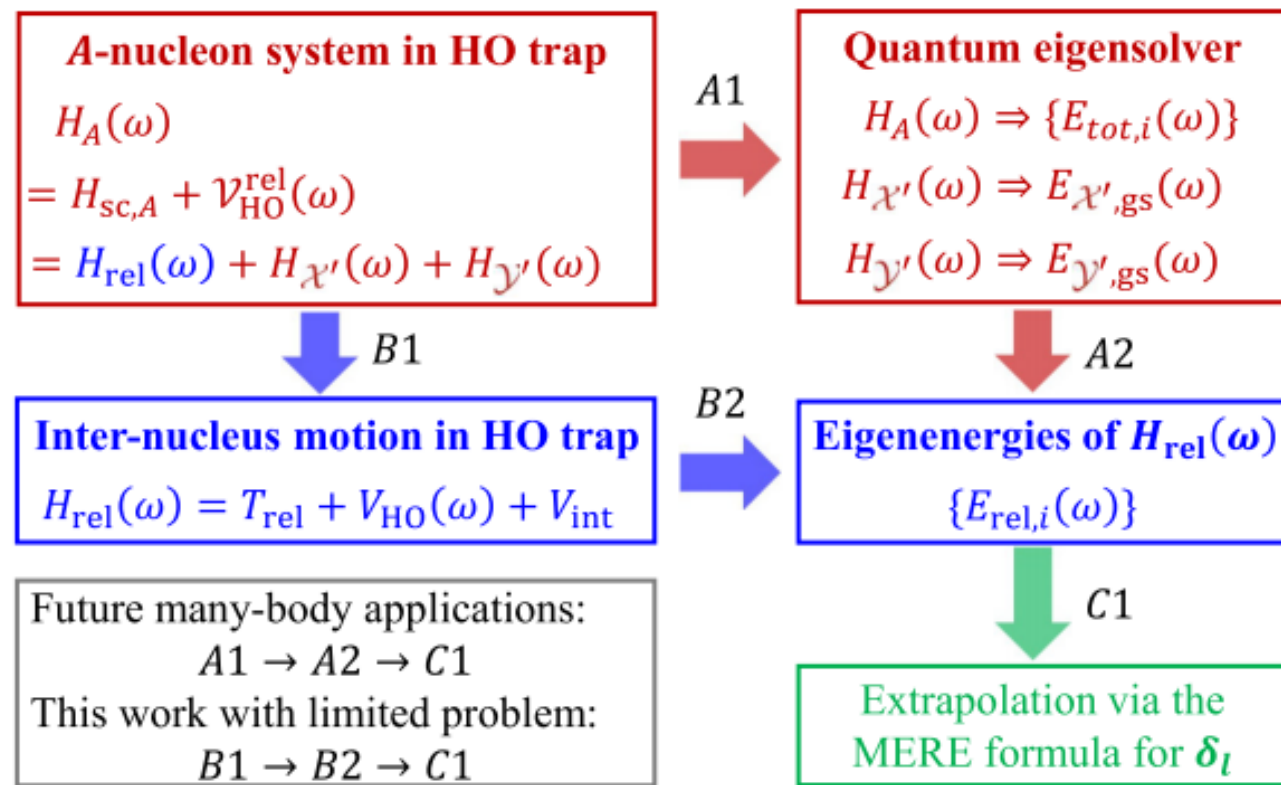
总结

1. 利用**两体手征local核力**完成了对 p 壳轻核和氧同位素链的第一性原理计算
 - ① 可以在**不加入三体力的情况下**很好的重复出 ^{10}B 正确的基态以及其他 p 壳轻核的能谱顺序;
 - ② 重现出**正确的氧同位素链的滴线位置与中子幻数 $N=14$ 和 16 ;**
 - ③ 该核力的**自旋轨道劈裂效应强于**真实情况;
 - ④ 进一步的计算**仍需考虑加入三体力**进行修正。
2. 量子计算求解散射相移
 - ① **Rodeo algorithm** 可以用来精确计算能级;
 - ② 这种**量子-经典混合算法**可以很好地计算出散射体系的相移, 与理论值差别在**1.7%以内**
 - ③ 进行优化, 推广到更加复杂的散射体系

请各位老师同学批评指正!







$$H_A(\omega) = \underbrace{\frac{1}{2Am} \sum_{i<j}^A (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}_{H_{sc,A}} + \underbrace{\sum_{i<j}^A V_{ij} + \frac{1}{2A} m \omega^2 \sum_{i<j}^A (\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2}_{\mathcal{V}_{HO}^{rel}(\omega)},$$

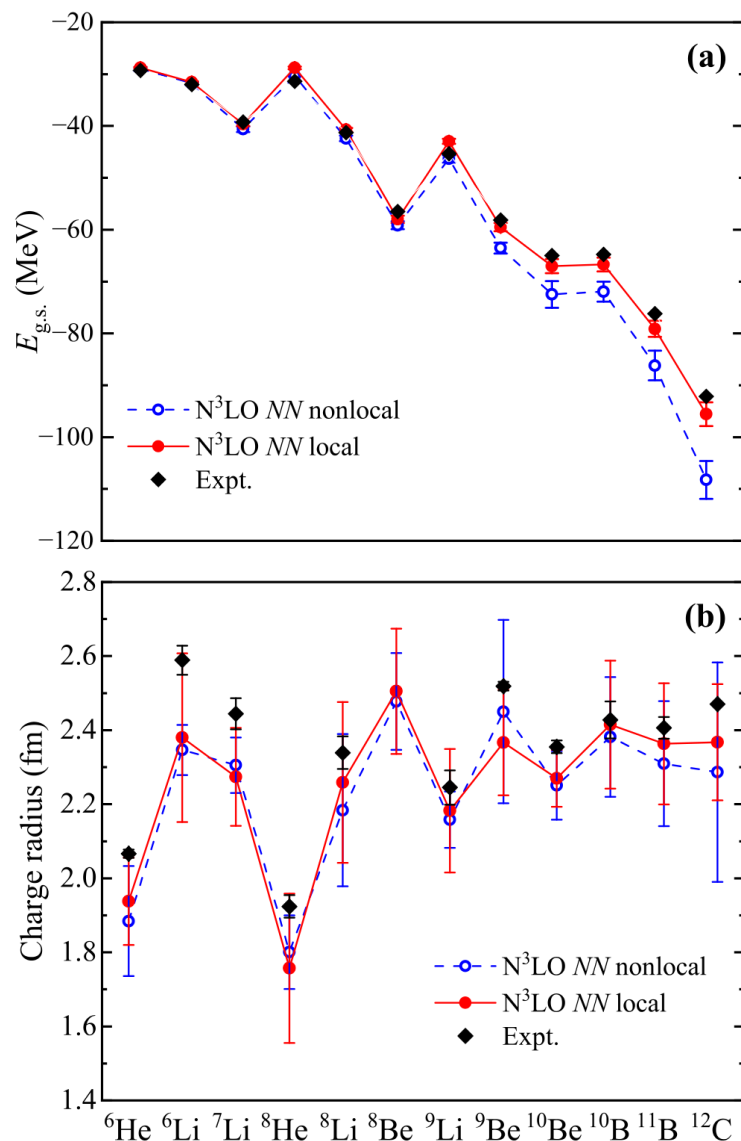
$$H_A(\omega) = H_{rel}(\omega) + H_{\mathcal{X}'}(\omega) + H_{\mathcal{Y}'}(\omega),$$

$$H_{\mathcal{X}'}(\omega) = \frac{1}{2Bm'} \sum_{i=1,i<j}^B (\vec{k}_i - \vec{k}_j)^2 + \frac{m'(\omega')^2}{2B} \sum_{i=1,i<j}^B (\vec{s}_i - \vec{s}_j)^2 + \sum_{i=1,i<j}^B V_{ij} + \frac{A-B}{B} \left[\frac{1}{2m'} \sum_{i=1}^B \vec{k}_i^2 + \frac{1}{2} m'(\omega')^2 \sum_{i=1}^B \vec{s}_i^2 \right],$$

$$H_{\mathcal{Y}'}(\omega) = \frac{1}{2(A-B)m''} \sum_{i=B+1,i<j}^A (\vec{q}_i - \vec{q}_j)^2 + \frac{1}{2(A-B)} m''(\omega'')^2 \sum_{i=B+1,i<j}^A (\vec{t}_i - \vec{t}_j)^2 + \sum_{i=B+1,i<j}^A V_{ij} + \frac{B}{A-B} \left[\frac{1}{2m''} \sum_{i=B+1}^A \vec{q}_i^2 + \frac{1}{2} m''(\omega'')^2 \sum_{i=B+1}^A \vec{t}_i^2 \right],$$



p 壳轻核计算结果(3)



1. 对能量进行外推:

$$E(N_{max}) = a \exp(-cN_{max}) + E(N_{max} \rightarrow \infty)$$

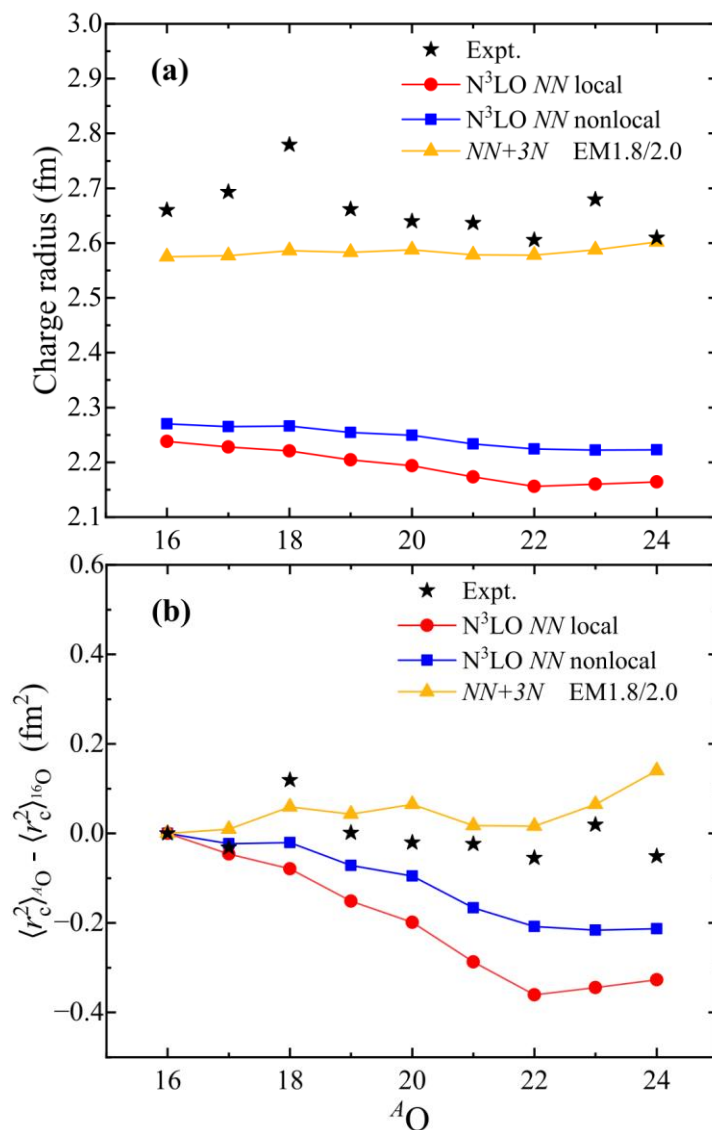
2. 对于基态能, 相比于nonlocal核力, **两体手征local核力**的计算结果与实验非常符合, 且有着更小的误差

3. 对于电荷半径, 两体手征local/nonlocal的计算结果和误差与实验相差较大。

P. Y. Wang, J. G. Li, S. Zhang, Q. Yuan, M. R. Xie and W. Zuo, Phys. Rev. C 109, 064316(2024).



氧同位素链计算结果(2)

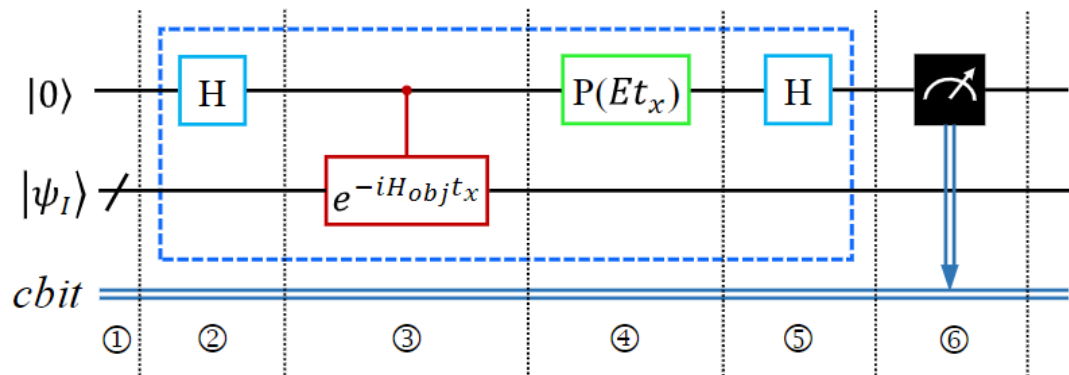


1. 无论是两体local/nonlocal核力还是加入了三体力的nonlocal核力，计算的电荷半径以及均方根半径的差值，都无法很好地重现出实验的趋势
2. 加入了三体力的nonlocal核力虽与实验结果相差较小，但仍无法重现出 ^{18}O 和 ^{23}O 的峰值
3. 两体local/nonlocal核力的计算结果均与实验相距甚远，未来计算中会考虑加入相应的三体力的修正

P. Y. Wang, J. G. Li, S. Zhang, Q. Yuan, M. R. Xie and W. Zuo, Phys. Rev. C 109, 064316(2024).



Rodeo algorithm 简介



[K. Choi. et al., Phys. Rev. Lett. **127**, no.4, 040505 (2021)]

通过量子计算得到高精度的 E_m
需要输入的参数:

1. 初始体系波函数 $|\psi_I\rangle$
2. 能量参数 E
3. 时间参数 t_x

$$\begin{aligned}
 & |0\rangle \otimes |\psi_I\rangle \\
 & \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |\psi_I\rangle \\
 & \xrightarrow{CU} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |\psi_I\rangle + |1\rangle \otimes e^{-iH_{obj} t_x} |\psi_I\rangle) \\
 & \xrightarrow{P} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_m (|0\rangle \otimes |\phi_m\rangle + e^{i(E-E_m)t_x} |1\rangle \otimes |\phi_m\rangle) \\
 & \xrightarrow{H} \frac{1}{2} \sum_m c_m \left[(1 + e^{i(E-E_m)t_x}) |0\rangle \otimes |\phi_m\rangle + (1 - e^{i(E-E_m)t_x}) |1\rangle \otimes |\phi_m\rangle \right]
 \end{aligned}$$

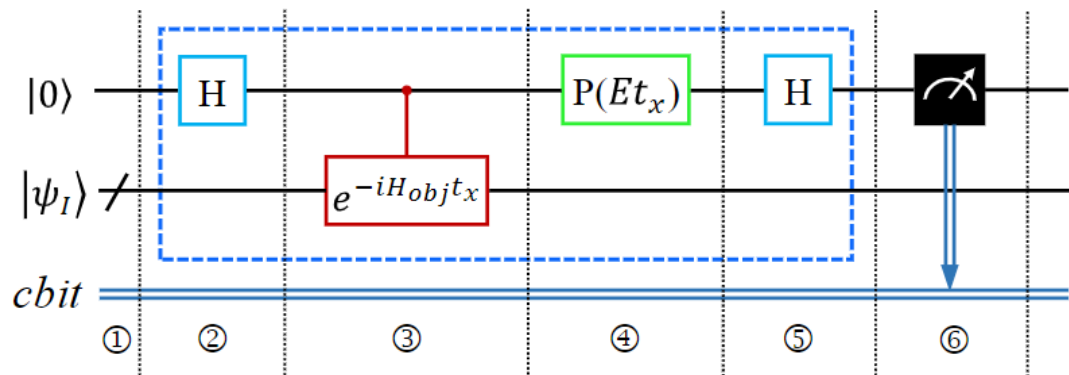
测量 ancilla qubit 保持在 0 的概率:

$$P_0(m) = \frac{1}{4} |c_m|^2 |1 + e^{i(E-E_m)t_x}|^2 = |c_m|^2 \left| \cos\left(\frac{E-E_m}{2} t_x\right) \right|^2$$

用 $\{t_k, k = 1, 2, \dots, n_r\}$ 平均掉 t_x 的影响:

$$P_0(m, \sigma) = \int \frac{e^{-\frac{t_x^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}} dt_x |c_m|^2 \left| \cos\left(\frac{E-E_m}{2} t_x\right) \right|^2 = |c_m|^2 \frac{1 + e^{-(E-E_m)^2 \sigma^2 / 2}}{2}$$

Rodeo algorithm 简介



[K. Choi. et al., Phys. Rev. Lett. **127**, no.4, 040505 (2021)]

若需要多次循环, Rodeo cycles 的数目为 R , 概率为

$$P_{0^{\otimes R}}(m, \sigma) = |c_m|^2 \left[\frac{1 + e^{-(E-E_m)^2 \sigma^2 / 2}}{2} \right]^R$$

$$\begin{aligned} & |0\rangle \otimes |\psi_I\rangle \\ \xrightarrow{H} & \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |\psi_I\rangle \\ \xrightarrow{CU} & \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle \otimes |\psi_I\rangle + |1\rangle \otimes e^{-iH_{obj}t_x} |\psi_I\rangle) \\ \xrightarrow{P} & \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m c_m (|0\rangle \otimes |\phi_m\rangle + e^{i(E-E_m)t_x} |1\rangle \otimes |\phi_m\rangle) \\ \xrightarrow{H} & \frac{1}{2} \sum_m c_m \left[(1 + e^{i(E-E_m)t_x}) |0\rangle \otimes |\phi_m\rangle + (1 - e^{i(E-E_m)t_x}) |1\rangle \otimes |\phi_m\rangle \right] \end{aligned}$$

测量 ancilla qubit 保持在 0 的概率:

$$P_0(m) = \frac{1}{4} |c_m|^2 |1 + e^{i(E-E_m)t_x}|^2 = |c_m|^2 \left| \cos\left(\frac{E-E_m}{2} t_x\right) \right|^2$$

用 $\{t_k, k = 1, 2, \dots, n_r\}$ 平均掉 t_x 的影响:

$$P_0(m, \sigma) = \int \frac{e^{-\frac{t_x^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} dt_x |c_m|^2 \left| \cos\left(\frac{E-E_m}{2} t_x\right) \right|^2 = |c_m|^2 \frac{1 + e^{-(E-E_m)^2 \sigma^2 / 2}}{2}$$

Untitled circuit *Saved*

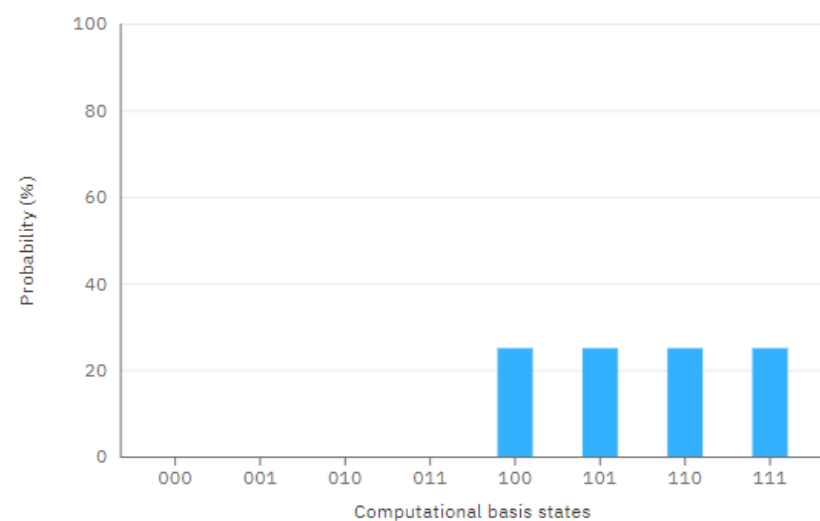
Visualizations seed 8959



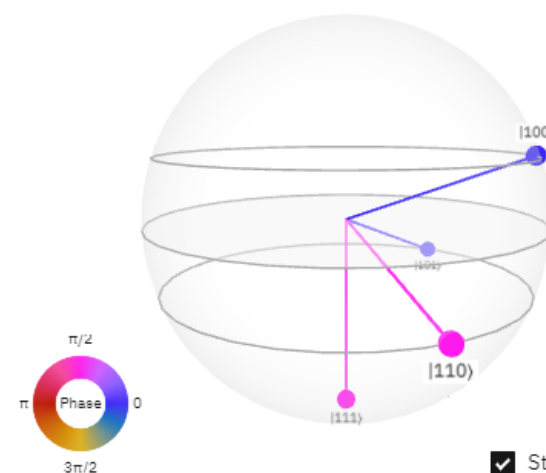
+ Add



Probabilities

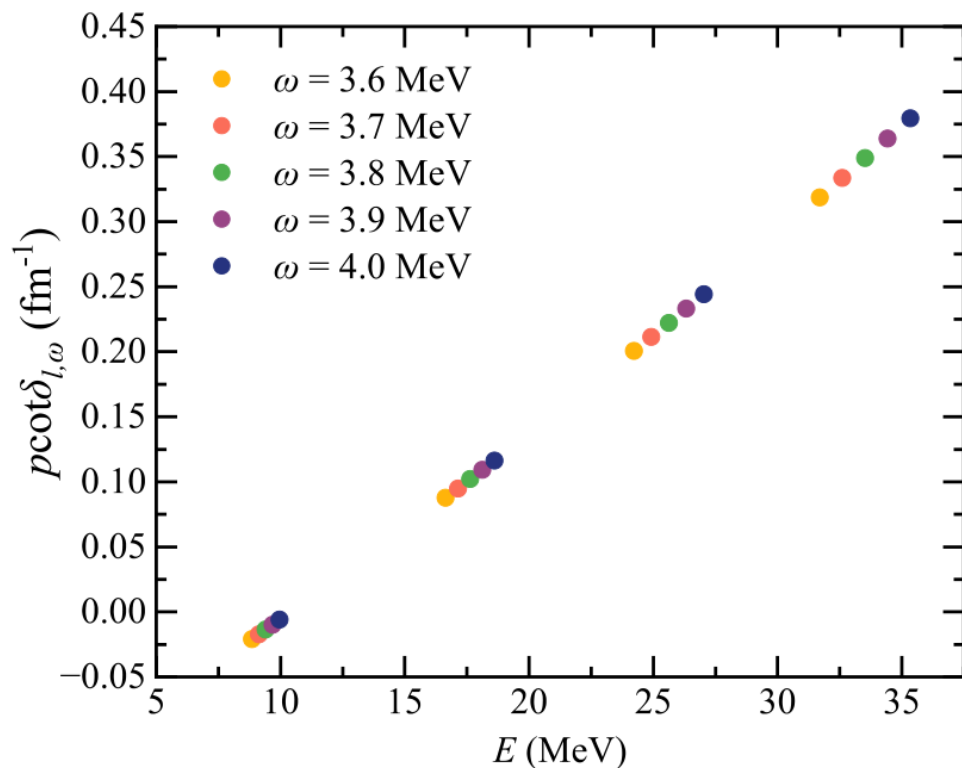


Q-sphere

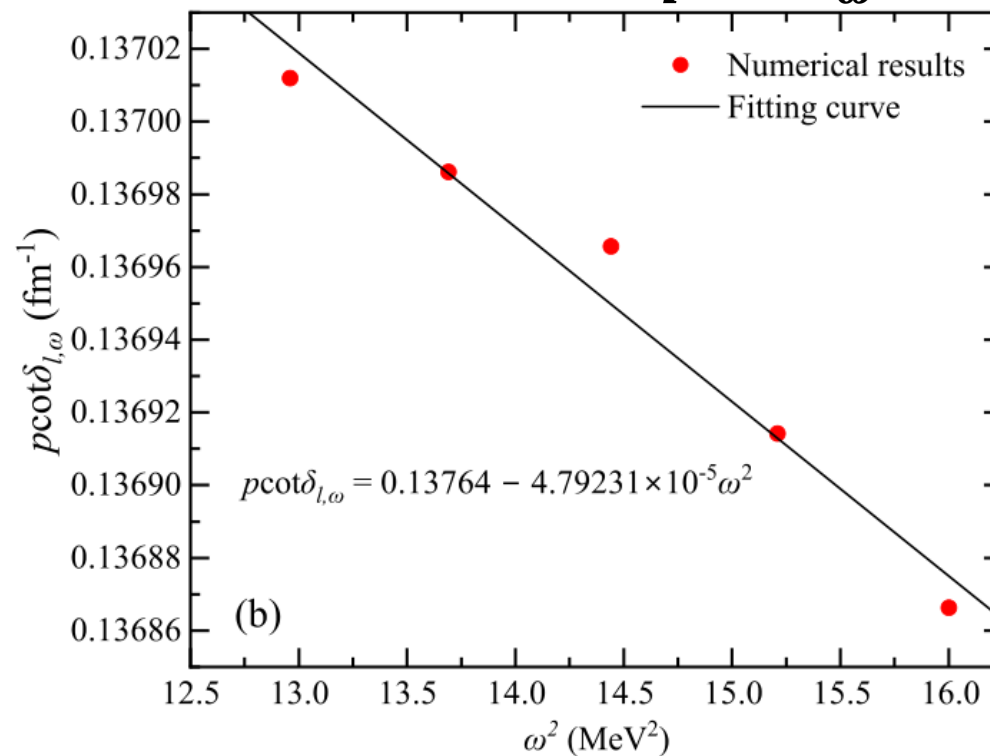
<https://quantum-computing.ibm.com/>

举例: np 散射体系计算 (2)

第一步: $E - p \cot \delta_\omega$



第二步: $\omega^2 - p \cot \delta_\omega$

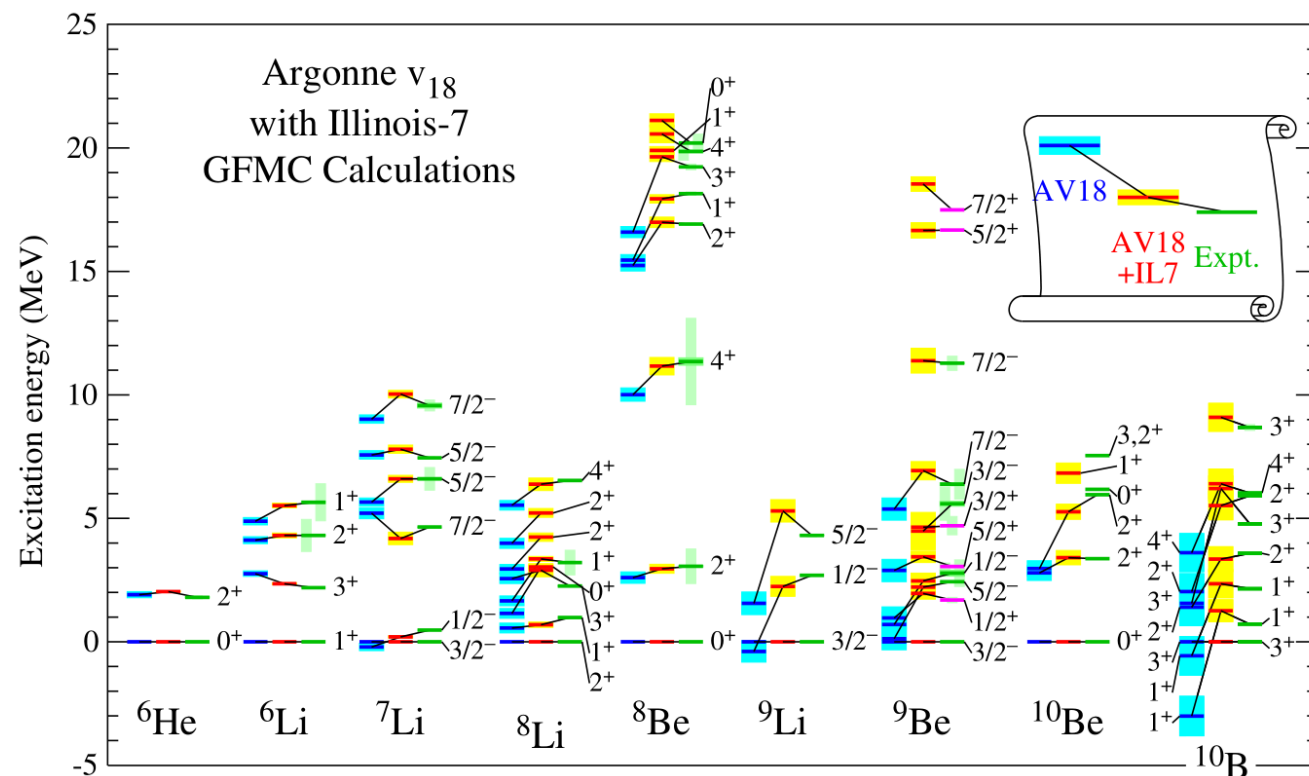
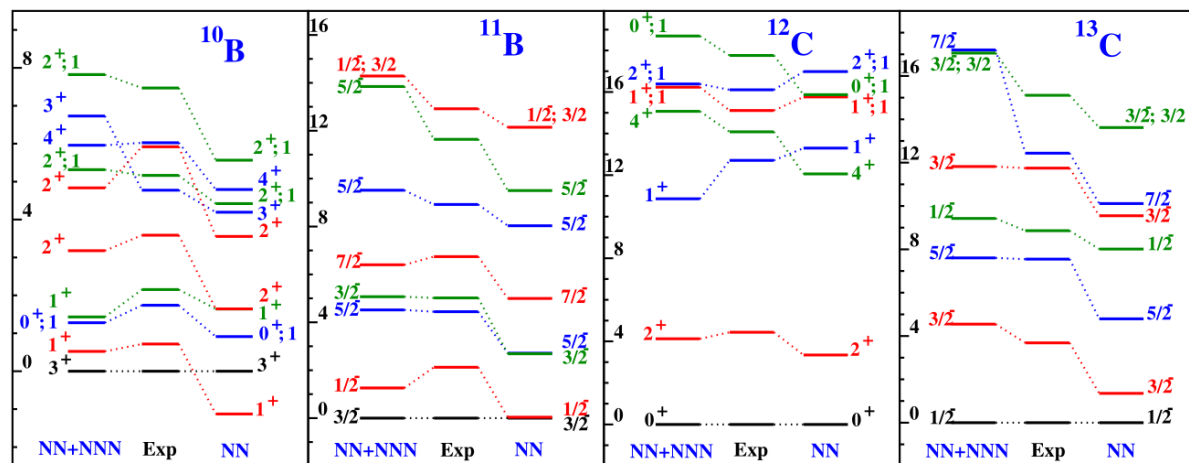


$$p^{2l+1} \cot \delta_l(p) = (-1)^{l+1} (4\mu\omega)^{l+\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{2l+3}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}{\Gamma(\frac{1-2l}{4} - \frac{\varepsilon}{2})}, \varepsilon = \frac{E}{\omega}, p = \sqrt{2\mu E}$$

去掉外场影响: $\omega \rightarrow 0, \delta_l = \text{arccot} \frac{A}{p} = \text{arccot} \frac{A}{\sqrt{\mu E}}$

研究背景

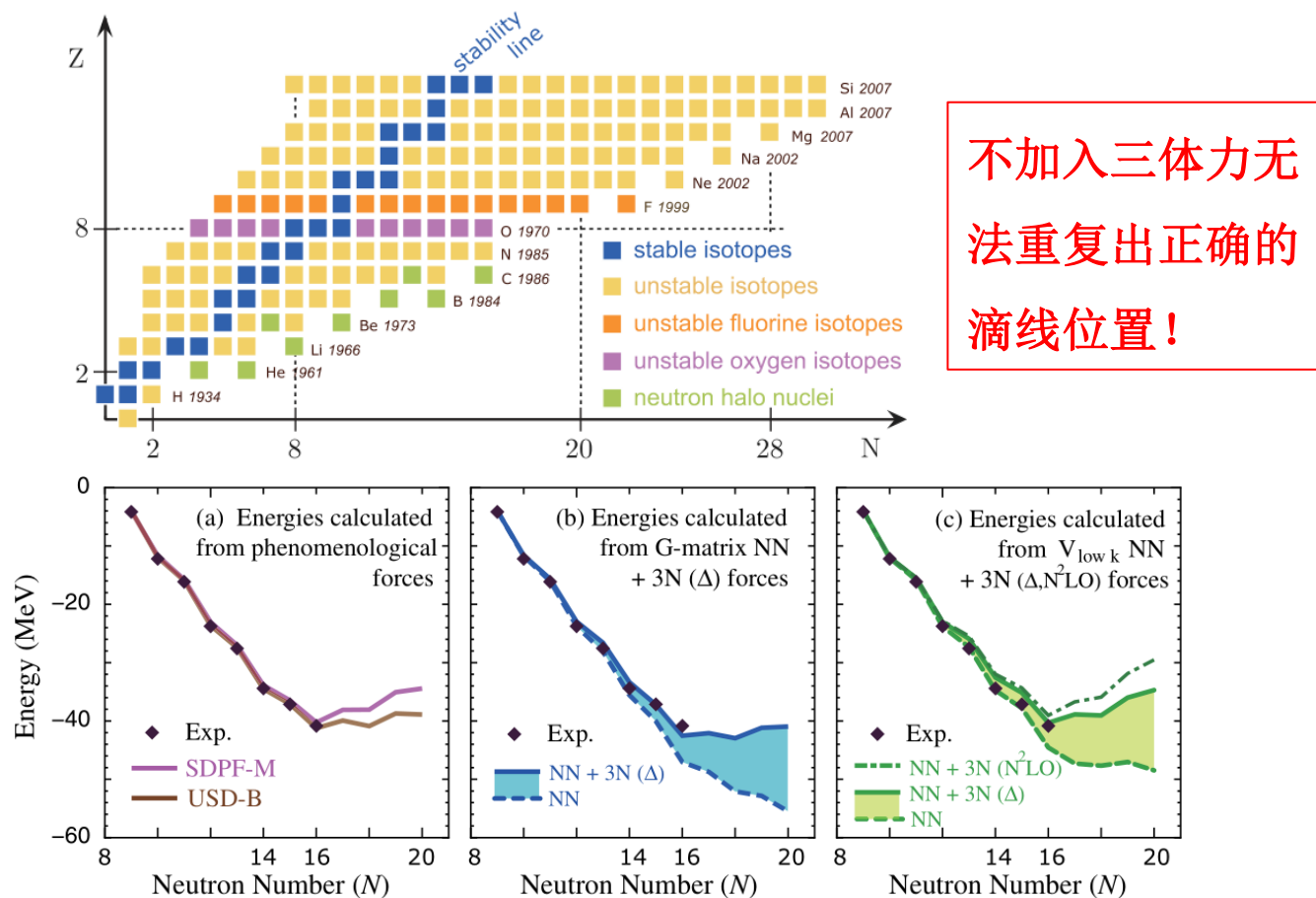
三体力在原子核性质中的重要性—— p 壳轻核能谱顺序



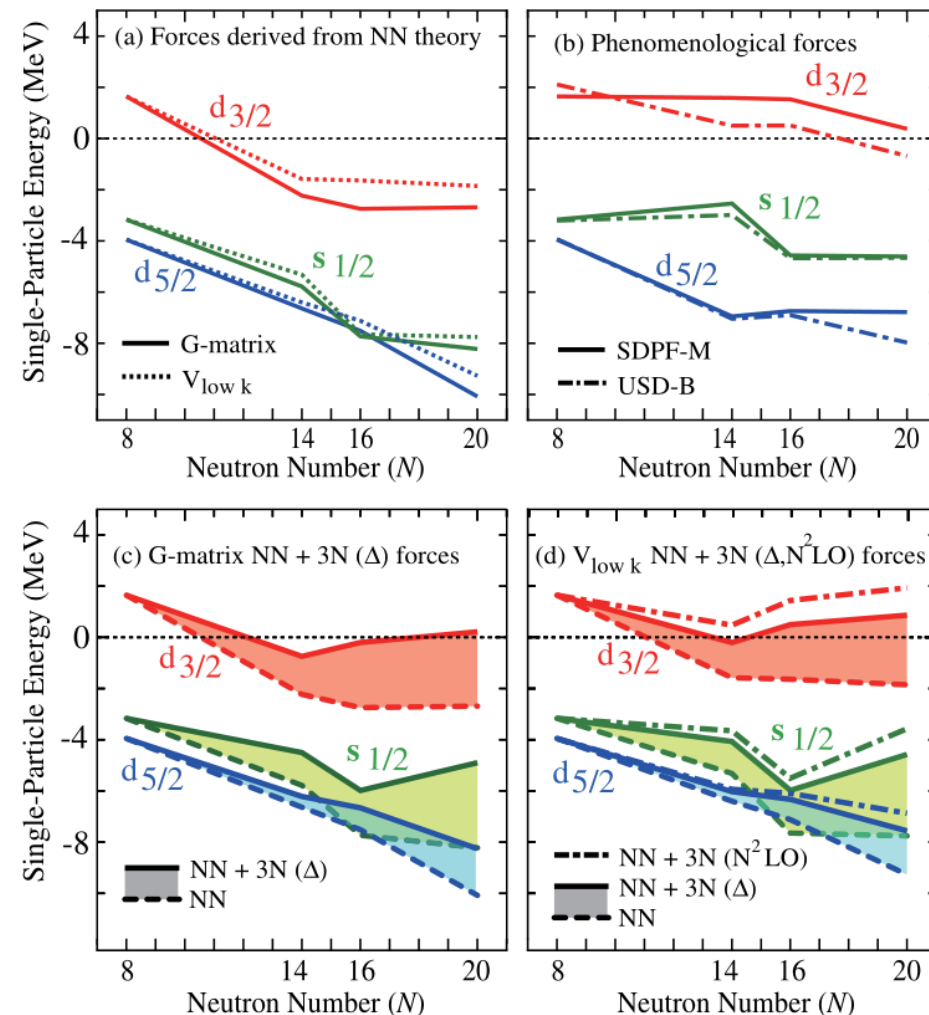
[J. Carlson, *et al*, Rev. Mod. Phys. **87**, 1067(2015)]

研究背景

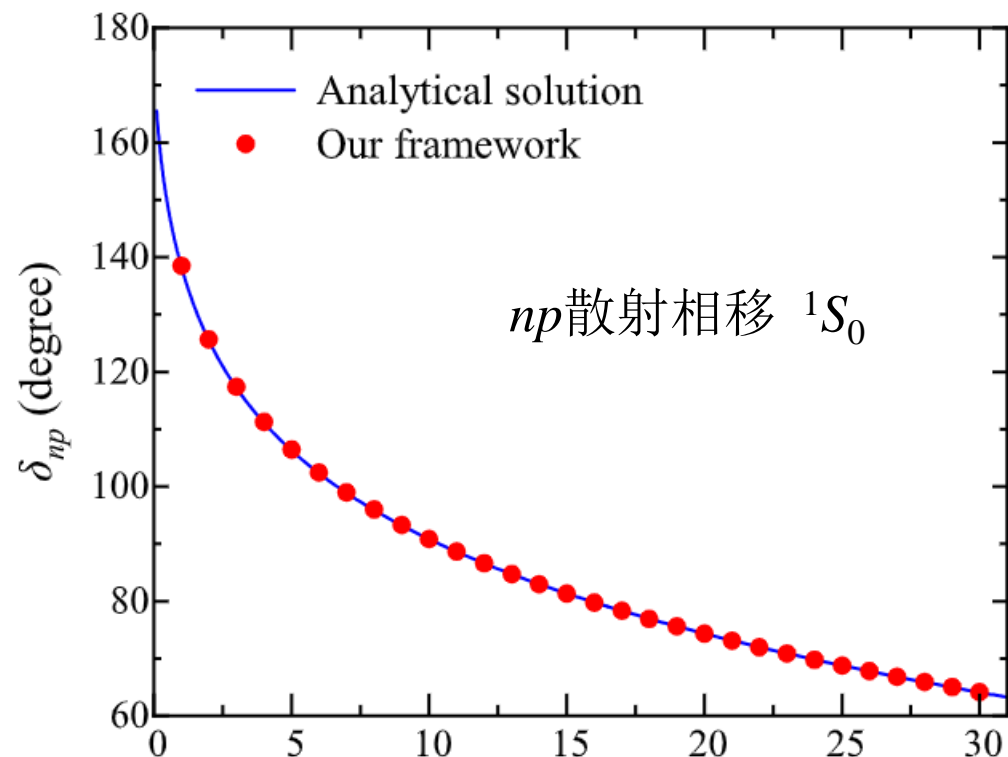
三体力在原子核性质中的重要性——氧同位素链滴线位置



[Takaharu Otsuka, *et al*, Phys. Rev. Lett. 105, 032501 (2010)]



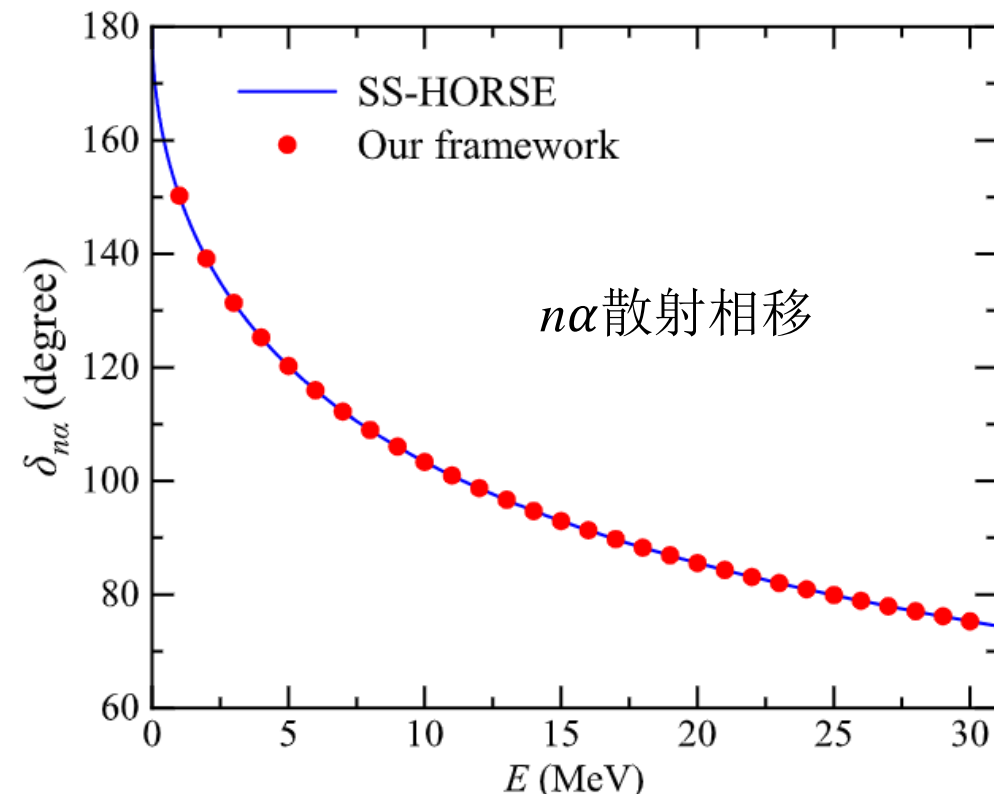
结果讨论



$$\delta_0 = \arctan \left[\frac{k}{p} \tan(pR_0) \right] - kR_0 + n\pi,$$

$$k = \sqrt{2\mu E}, p = \sqrt{2\mu(E + V_0)}$$

最大误差为
 10^{-3} 量级,
外推结果的
精度受到所
计算的能级
覆盖的能量
范围的影响



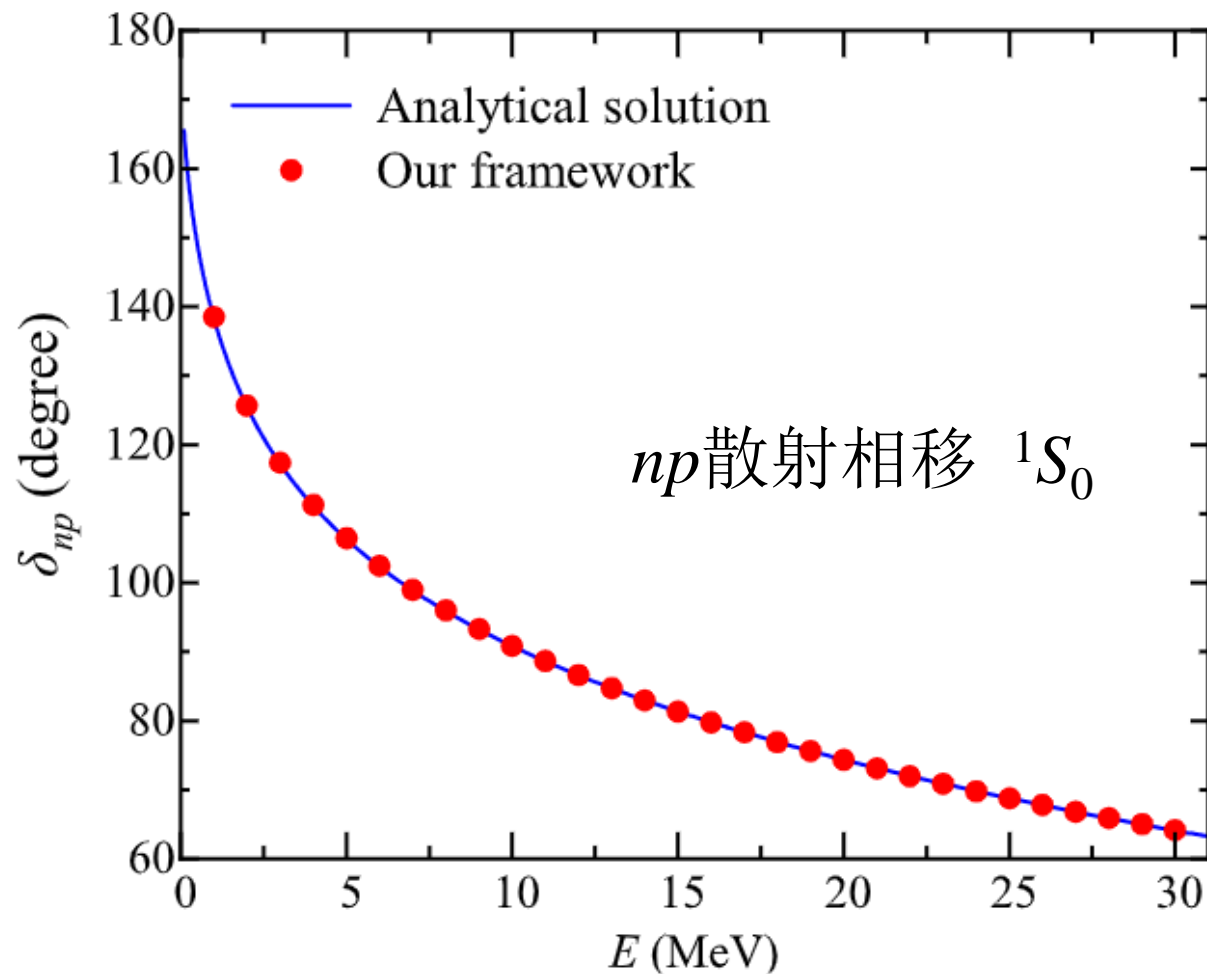
$$\delta_0(E) = \pi - \arctan \sqrt{E/|E_b|} + c\sqrt{E} + d(\sqrt{E})^3 + f(\sqrt{E})^5$$

$$E_b = -6.853 \text{ MeV}, c = -0.156,$$

$$d = 1.19 * 10^{-3}, f = -0.888 * 10^{-5}$$

Peiyan Wang, Weijie Du, Wei Zuo and James P. Vary, Phys. Rev. C 109, 064623(2024).

np 散射体系计算结果



1. 量子计算结果与解析表达式所得结果符合的很好

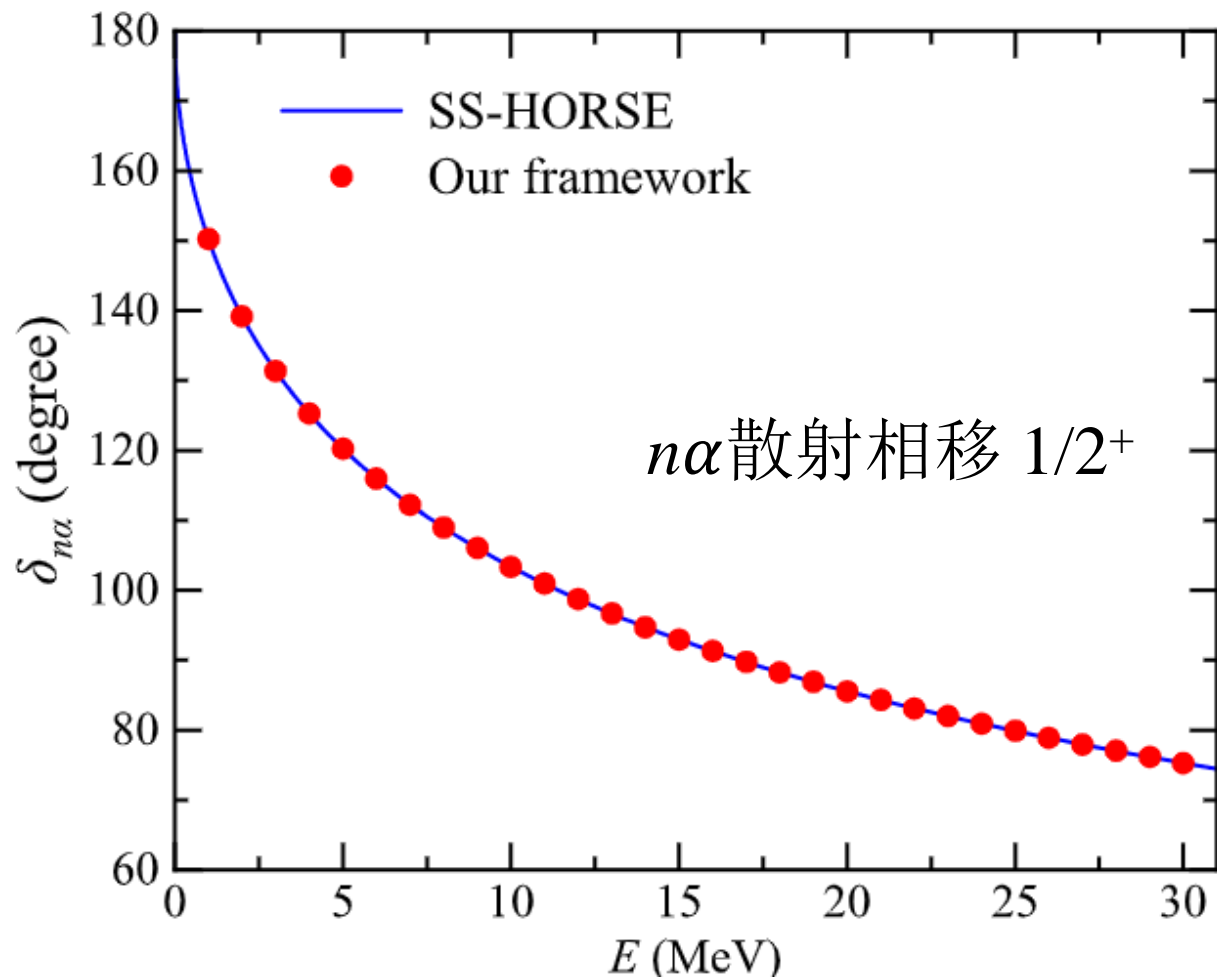
$$\delta_0 = \arctan \left[\frac{k}{p} \tan(pR_0) \right] - kR_0 + n\pi$$

$$k = \sqrt{2\mu E}, p = \sqrt{2\mu(E + V_0)}.$$

2. 最大误差为 10^{-3} 量级，误差原因来源于所计算的能本征值在该数据段的数据缺失

Peiyan Wang, Weijie Du, Wei Zuo and James P. Vary, Phys. Rev. C 109, 064623(2024).

$n\alpha$ 散射体系计算结果



1. 量子计算结果与SS-HORSE [Phys. Rev. C 94, 064320 (2016)]方法计算结果所得结果符合的很好

$\delta_0(E)$

$$= \pi - \arctan \sqrt{\frac{E}{|E_b|}} + c\sqrt{E} + d(\sqrt{E})^3 + f(\sqrt{E})^5$$

$$E_b = -6.853 \text{ MeV}, c = -0.156, d = 1.19 * 10^{-3}, f = -0.888 * 10^{-5}$$

2. 最大误差为 10^{-3} 量级，误差原因来源于所计算的能本征值在该数据段的数据缺失

Peiyan Wang, Weijie Du, Wei Zuo and James P. Vary, Phys. Rev. C 109, 064623(2024).