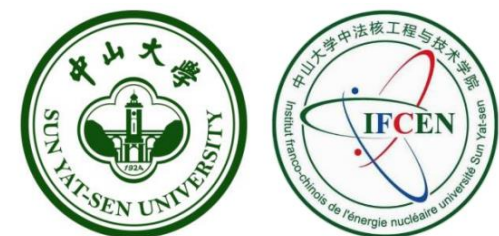


# Bayesian uncertainty quantification for synthesizing superheavy elements

——“粤港澳”核物理会议



报告人：方岳平  
指导老师：祝 龙

2024年11月15日-18日  
广东·深圳



**研究背景**



**超重核合成机制-误差来源**



**贝叶斯推断**



**结果与讨论**



**总结**

		Group																		
Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Orbital	
1	<sup>1</sup> H																	<sup>2</sup> He	1s	
2	<sup>3</sup> Li	<sup>4</sup> Be											<sup>5</sup> B	<sup>6</sup> C	<sup>7</sup> N	<sup>8</sup> O	<sup>9</sup> F	<sup>10</sup> Ne	2s2p	
3	<sup>11</sup> Na	<sup>12</sup> Mg											<sup>13</sup> Al	<sup>14</sup> Si	<sup>15</sup> P	<sup>16</sup> S	<sup>17</sup> Cl	<sup>18</sup> Ar	3s3p	
4	<sup>19</sup> K	<sup>20</sup> Ca	<sup>21</sup> Sc	<sup>22</sup> Ti	<sup>23</sup> V	<sup>24</sup> Cr	<sup>25</sup> Mn	<sup>26</sup> Fe	<sup>27</sup> Co	<sup>28</sup> Ni	<sup>29</sup> Cu	<sup>30</sup> Zn	<sup>31</sup> Ga	<sup>32</sup> Ge	<sup>33</sup> As	<sup>34</sup> Se	<sup>35</sup> Br	<sup>36</sup> Kr	4s3d4p	
5	<sup>37</sup> Rb	<sup>38</sup> Sr	<sup>39</sup> Y	<sup>40</sup> Zr	<sup>41</sup> Nb	<sup>42</sup> Mo	<sup>43</sup> Tc	<sup>44</sup> Ru	<sup>45</sup> Rh	<sup>46</sup> Pd	<sup>47</sup> Ag	<sup>48</sup> Cd	<sup>49</sup> In	<sup>50</sup> Sn	<sup>51</sup> Sb	<sup>52</sup> Te	<sup>53</sup> I	<sup>54</sup> Xe	5s4d5p	
6	<sup>55</sup> Cs	<sup>56</sup> Ba	<sup>57–71</sup> La-Lu	<sup>72</sup> Hf	<sup>73</sup> Ta	<sup>74</sup> W	<sup>75</sup> Re	<sup>76</sup> Os	<sup>77</sup> Ir	<sup>78</sup> Pt	<sup>79</sup> Au	<sup>80</sup> Hg	<sup>81</sup> Tl	<sup>82</sup> Pb	<sup>83</sup> Bi	<sup>84</sup> Po	<sup>85</sup> At	<sup>86</sup> Rn	6s5d6p	
7	<sup>87</sup> Fr	<sup>88</sup> Ra	<sup>89–103</sup> Ac-Lr	<sup>104</sup> Rf	<sup>105</sup> Db	<sup>106</sup> Sg	<sup>107</sup> Bh	<sup>108</sup> Hs	<sup>109</sup> Mt	<sup>110</sup> Ds	<sup>111</sup> Rg	<sup>112</sup> Cn	<sup>113</sup> Nh	<sup>114</sup> Fl	<sup>115</sup> Mc	<sup>116</sup> Lv	<sup>117</sup> Ts	<sup>118</sup> Og	7s6d7p	
8	119	120	121–	156	157	158	159	160	161	162	163	164	139	140	169	170	171	172	8s7d8p	
9	165	166											167	168					9s9p	
6		<sup>57</sup> La	<sup>58</sup> Ce	<sup>59</sup> Pr	<sup>60</sup> Nd	<sup>61</sup> Pm	<sup>62</sup> Sm	<sup>63</sup> Eu	<sup>64</sup> Gd	<sup>65</sup> Tb	<sup>66</sup> Dy	<sup>67</sup> Ho	<sup>68</sup> Er	<sup>69</sup> Tm	<sup>70</sup> Yb	<sup>71</sup> Lu			4f	
7		<sup>89</sup> Ac	<sup>90</sup> Th	<sup>91</sup> Pa	<sup>92</sup> U	<sup>93</sup> Np	<sup>94</sup> Pu	<sup>95</sup> Am	<sup>96</sup> Cm	<sup>97</sup> Bk	<sup>98</sup> Cf	<sup>99</sup> Es	<sup>100</sup> Fm	<sup>101</sup> Md	<sup>102</sup> No	<sup>103</sup> Lr			5f	
8		141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155			6f	
8		121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	5g

Experimentally known elements

Experimentally unknown elements



119、120?

自1940年以来，超铀元素合成不断取得重大突破，迄今已合成了26种化学元素  
已将元素周期表扩展至118号元素，取得了巨大成就！

*L. C. SUN et al. PHYSICAL REVIEW C 110, 014319 (2024)*

最近二十年，119和120号元素合成：

德国GSI: SHIP+TASCA

×  $^{238}\text{U} + ^{64}\text{Ni} \rightarrow$  120号元素, 2007年,  $\sigma \leq 90 \text{ fb}$

×  $^{248}\text{Cm} + ^{54}\text{Cr} \rightarrow$  120号元素, 2011年,  $\sigma \leq 560 \text{ fb}$

×  $^{249}\text{Bk} + ^{50}\text{Ti} \rightarrow$  119号元素, 2012年, 结果未发表

×  $^{249}\text{Cf} + ^{50}\text{Ti} \rightarrow$  120号元素, 2011年, 结果未发表

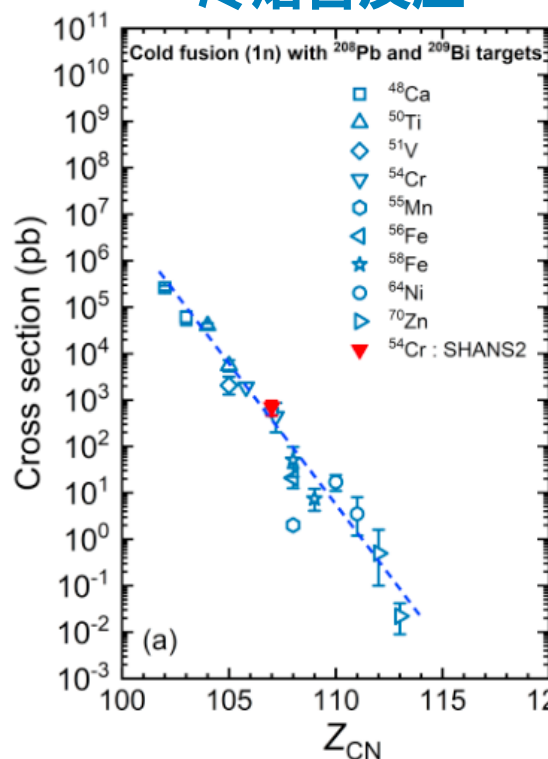
俄罗斯DUBNA: DGFRS

×  $^{244}\text{Pu} + ^{58}\text{Fe} \rightarrow$  120号元素, 2007年,  $\sigma \leq 1.1 \text{ pb}$

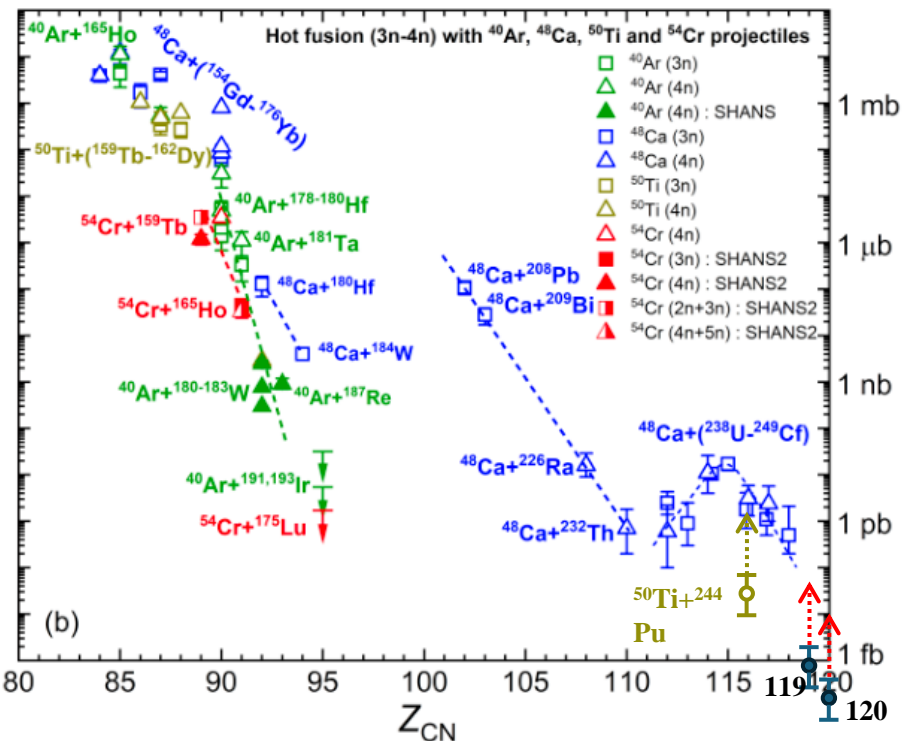
×  $^{238}\text{U} + ^{64}\text{Ni} \rightarrow$  120号元素, 2009年,  $\sigma \leq 90 \text{ fb}$

日本RIKEN, 美国LBL.....

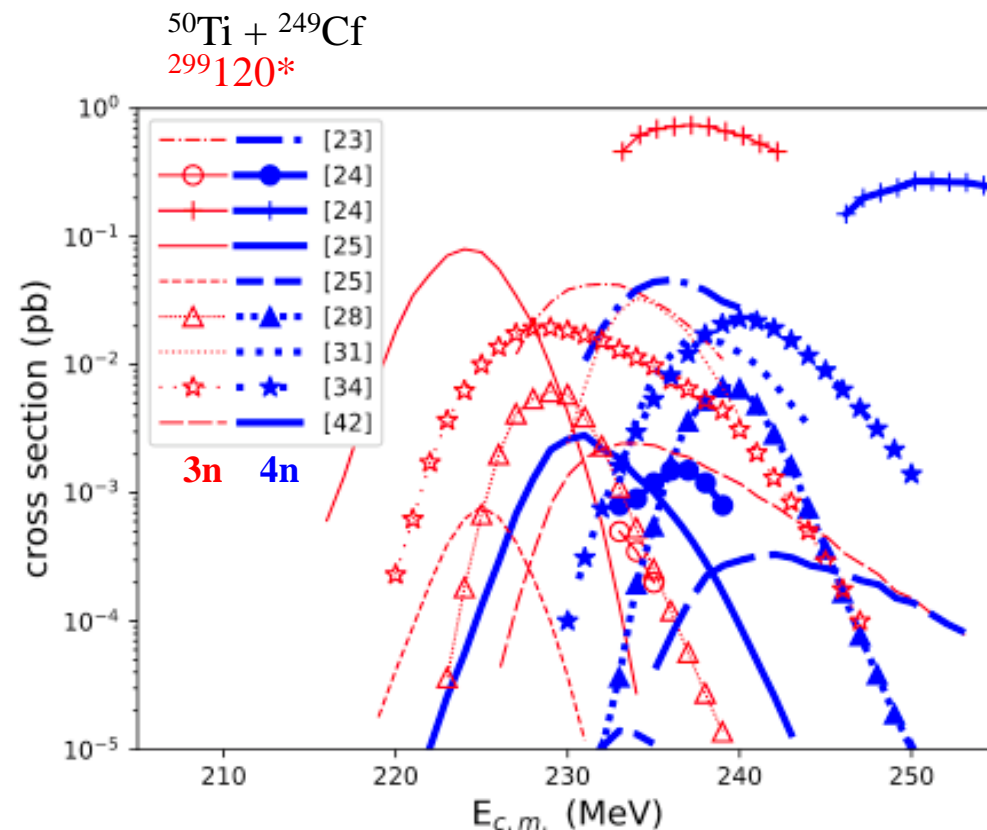
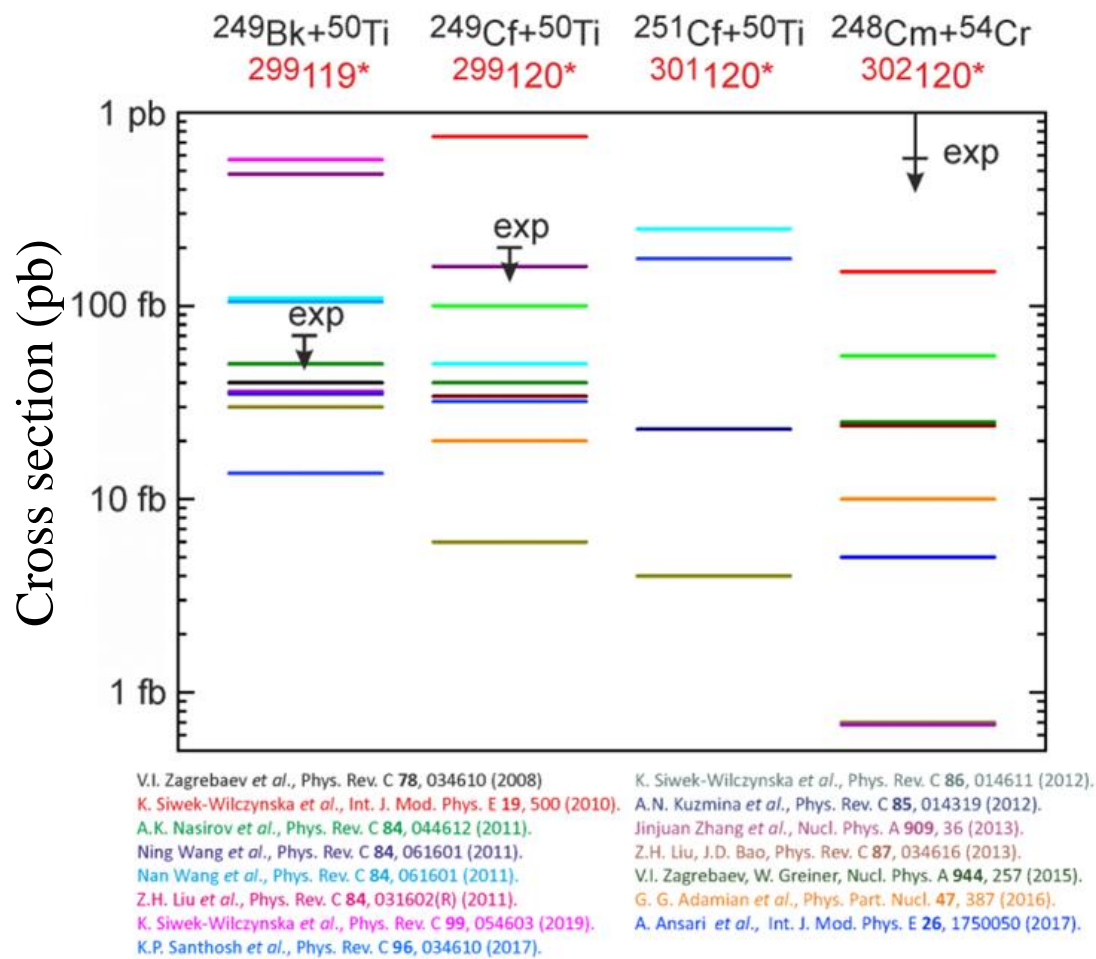
## 冷熔合反应



## 热熔合反应



回顾过去合成超重核的实验，超重核的合成是极具挑战的！

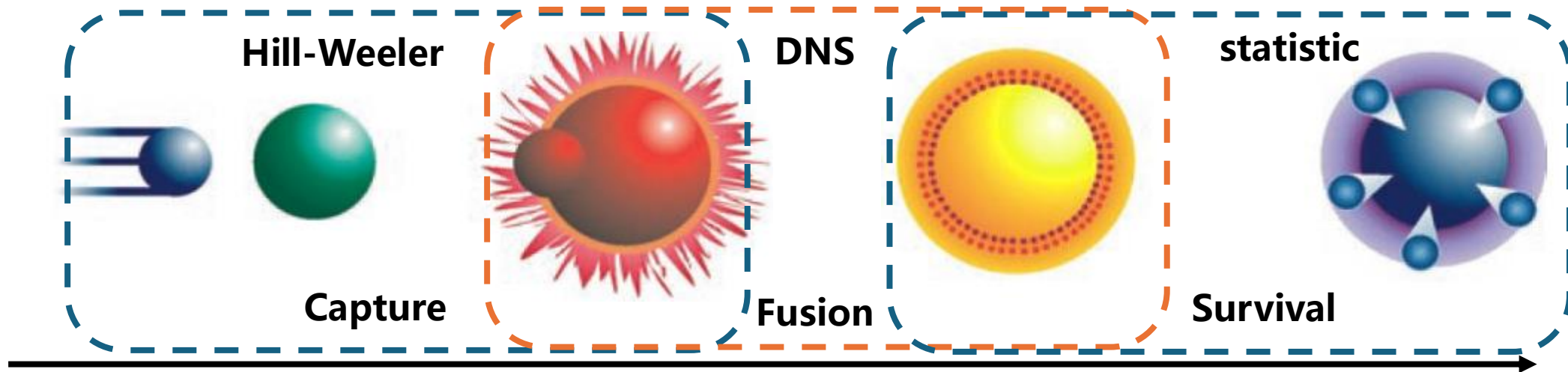


截面误差达到了2-3个数量级!

最佳能量有10 MeV的差异!!

模型依赖问题!

*J. M. Gates et al., PRL 133, 172502 (2024)*



□ 弥散参数  $\rho_1(r, \theta_1) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_1(\theta_1)) / a_1]}$

□ 裂变位垒阻尼因子  $B_f(E^*) = B_{\text{mac}}^0 (1 - x_{\text{ld}} T^2) - E_{\text{sh}}^0 e^{-E^* / E_d}$

□ 能级密度参数  $\rho_f(E^*, J) = K_{\text{coll}} \frac{(2J + 1) \sqrt{a_f}}{24(E^* - \delta - E_{\text{rot}})^2} \left( \frac{h^2}{\zeta} \right)^{3/2} \exp[2\sqrt{a_f}(E^* - \delta - E_{\text{rot}})] \quad a_n = \frac{A}{12}, a_f/a_n$

参数不确定性

- $a, a_f/a_n, E_d$  如何影响  $\sigma_{ER}$  与 最佳能量?
- 如何约束参数范围?
- 参数之间存在何种关联?



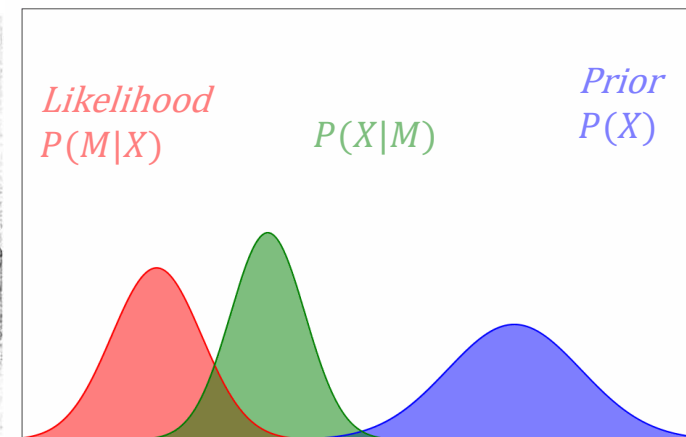
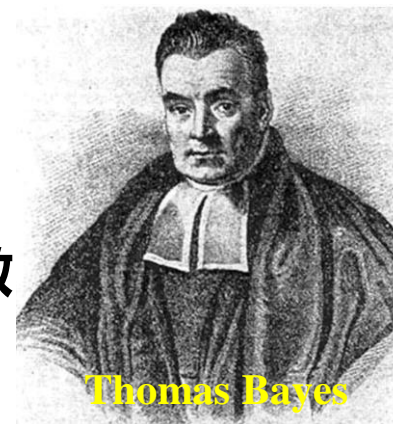


**贝叶斯定理:** 
$$P(X | M) = \frac{P(M | X)P(X)}{\int P(M | X)P(X)dX} \propto P(M | X)P(X)$$

$P(X | M)$ : 给定观测数据集 $M$ 的模型参数 $X$ 的后验概率

$P(M | X)$ : 给定理论模型参数 $X$ 正确预测数据 $M$ 的似然函数

$P(X)$ : 基于先验知识的先验概率



Posterior  $P(X|M) \propto P(M|X) \times P(X)$

**先验概率:** 模型参数**均匀分布**在经验区间

**Gaussian process (GP) – 预测DNS模型输出**  $\Rightarrow P(M^{\text{exp}} | X) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (M^{\text{emu}} - M^{\text{exp}})^T \Sigma_M^{-1} (M^{\text{emu}} - M^{\text{exp}}) \right\}.$

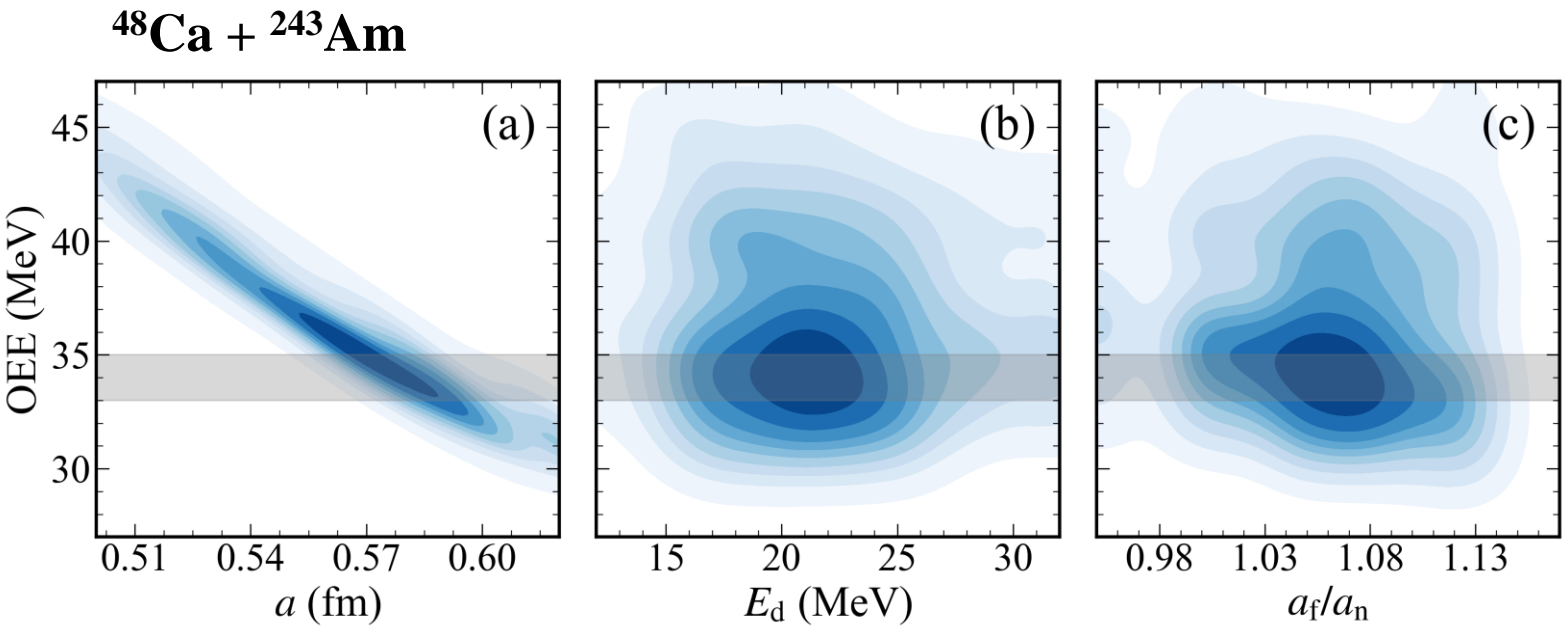
**MCMC method – 获得后验的近似分布**  $\Rightarrow$  **接受新值的概率**  $P = \min \left( 1, \frac{P(X^{t+1})P(M | X^{t+1})}{X^t P(M | X^t)} \right), \begin{cases} u < p, \text{接受新值} \\ u \geq p, \text{拒绝新值} \end{cases}$

**(Metropolis-Hastings algorithm)**

**生成随机数**  $u \sim U[0, 1]$

舍去预热阶段的抽样  
分析达到平衡分布后的样本





在  $a$  ,  $E_d$  和  $a_f/a_n$  各自范围内取  
11, 10和7个值, 共计770组参数集



$OEE = OIE + Q\text{-value}$

OEE: optimal excitation energy

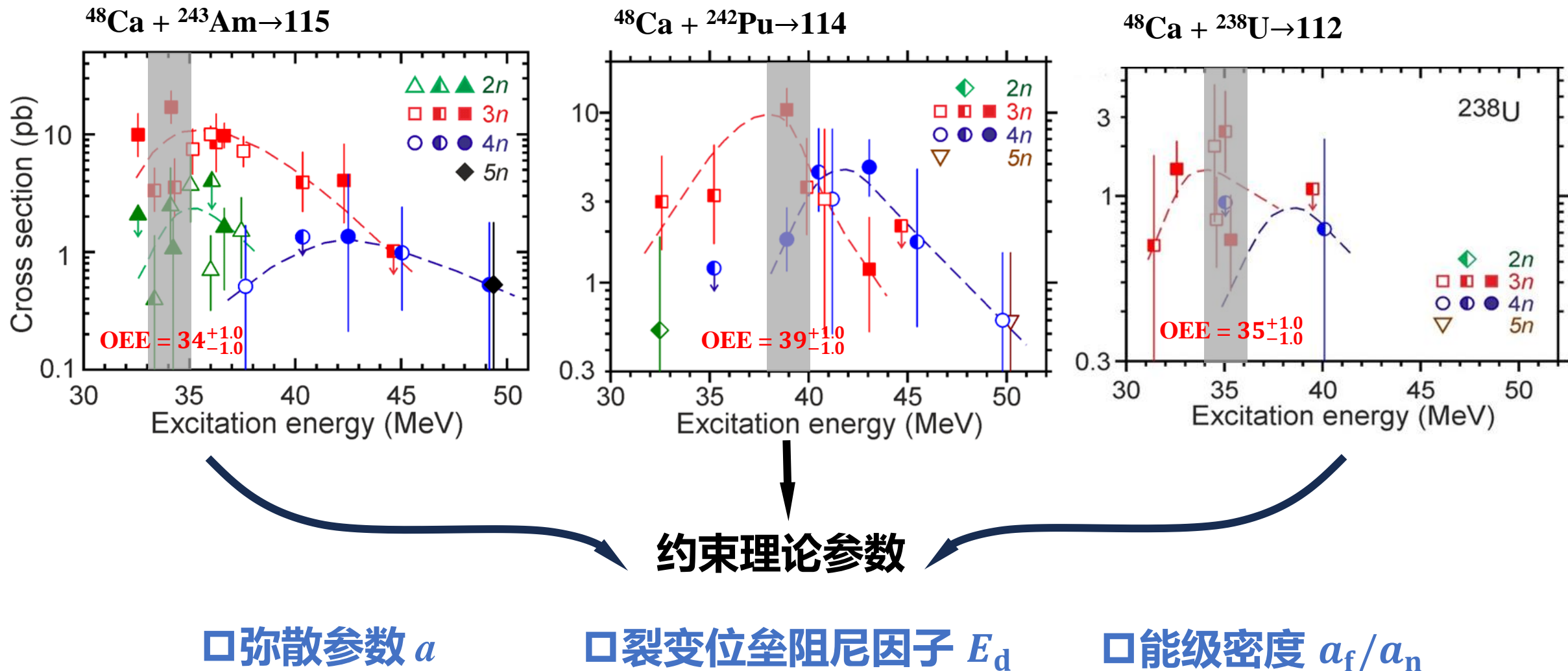
OIE: optimal incident energy

Q value: use Myers mass table

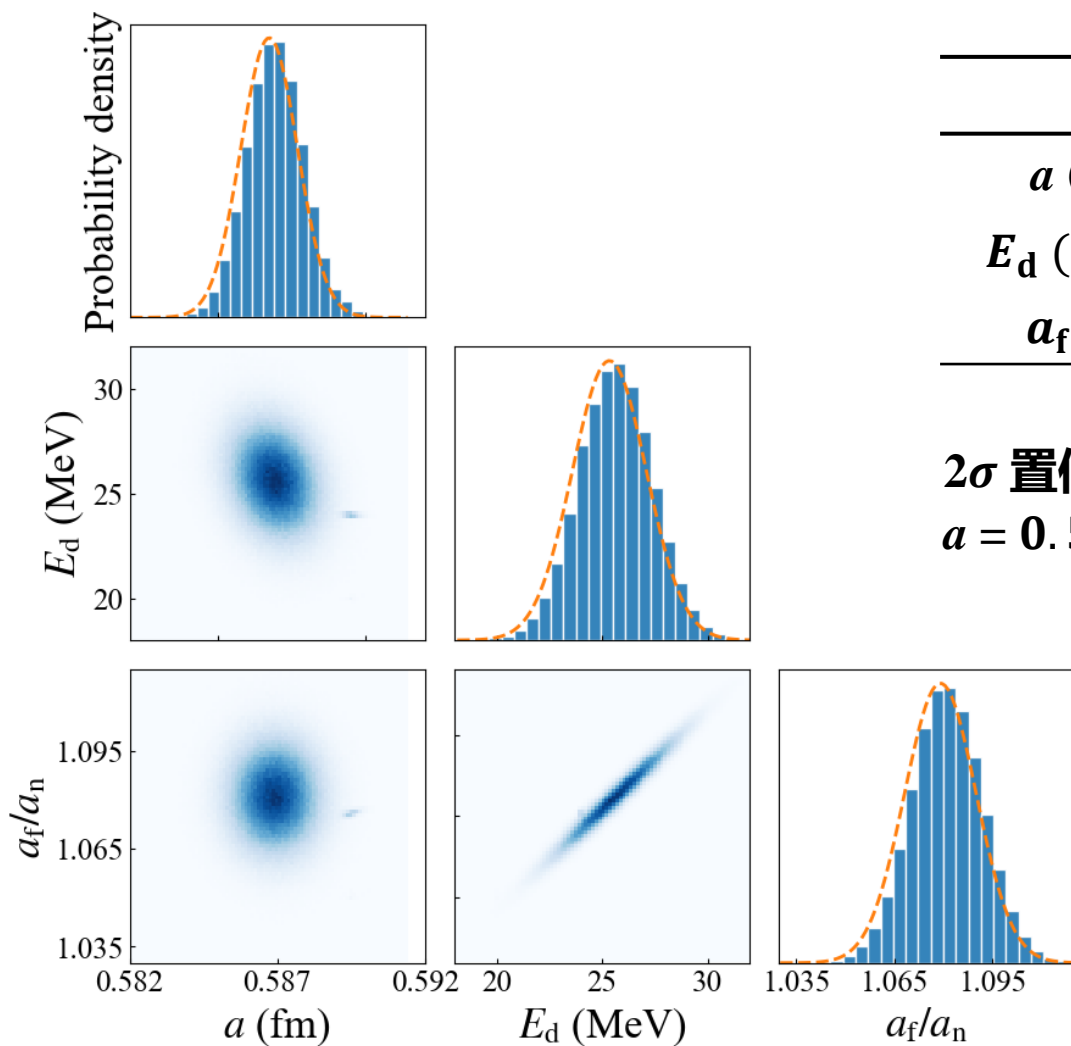
参数	下限	上限
$a$ (fm)	0.50	0.62
$E_d$ (MeV)	12	32
$a_f/a_n$	0.95	1.20

- $a$  与  $OEE$  存在强关联(负相关)
- $E_d$  和  $a_f/a_n$  与  $OEE$  关联不大
- $a$  对  $OEE$  是十分敏感的

实验数据**丰富**，最佳能量**清晰** (Dubna)



贝叶斯推断的末态信息,  $a$ ,  $E_d$ ,  $a_f/a_n$  的后验分布



	平均值	$1\sigma$ 置信区间	$2\sigma$ 置信区间
$a$ (fm)	0.586	0.586~0.587	0.585~0.589
$E_d$ (MeV)	25.65	23.93~27.38	22.24~29.08
$a_f/a_n$	1.081	1.070~1.092	1.059~1.102

$2\sigma$  置信区间:

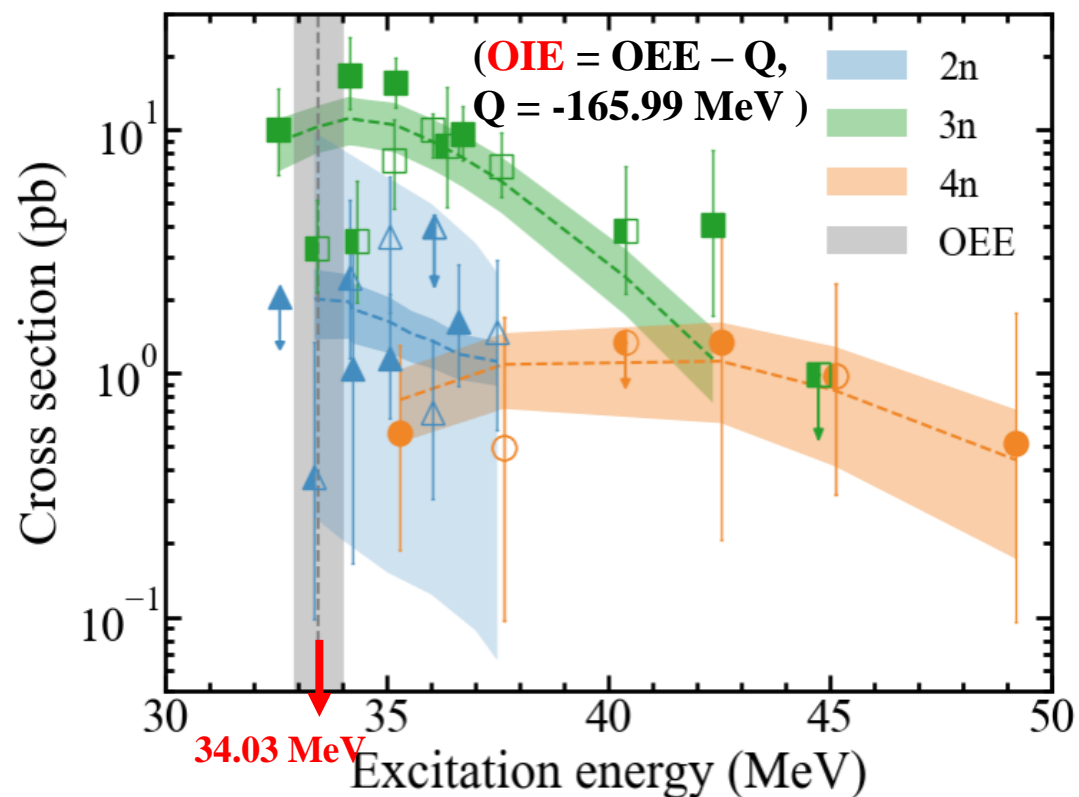
$$a = 0.586^{+0.002}_{-0.002} \text{ fm}, E_d = 25.65^{+3.43}_{-3.41} \text{ MeV} \text{ 和 } a_f/a_n = 1.081^{+0.021}_{-0.021}$$

□ 物理参数之间是有关联的,  $E_d$  与  $a_f/a_n$  正相关, 皮尔逊系数=0.97

贝叶斯推断得到的末态信息,



ERCS 与 **OIE** 的  $2\sigma$  置信区间:

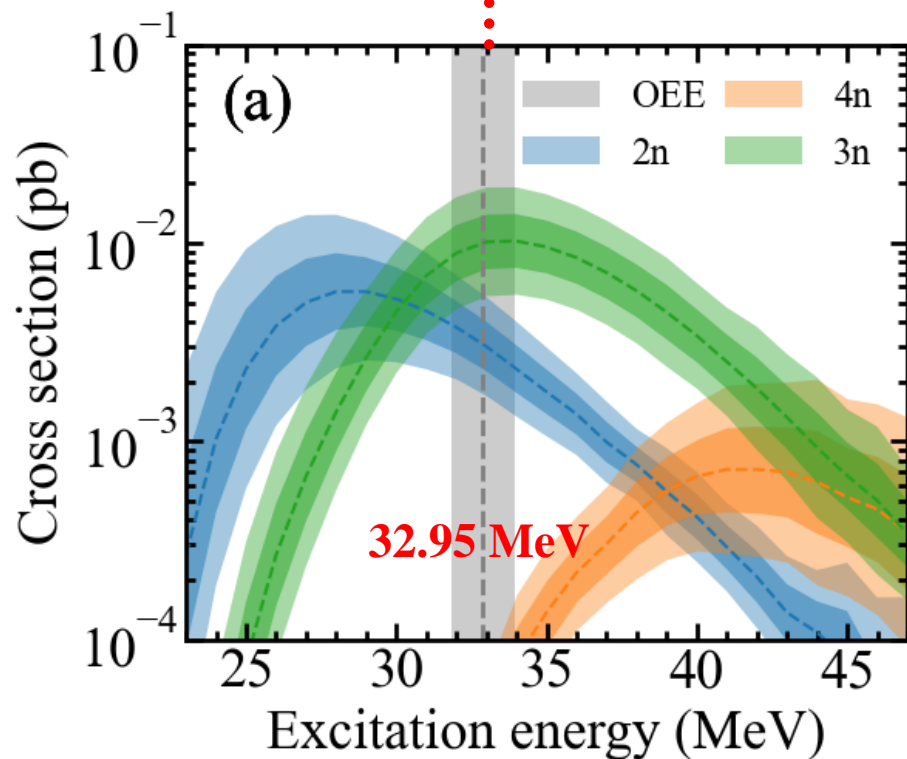


- 在  $2\sigma$  置信区间下, 各 $n$ 蒸发道的 ERCS 的置信区间都在1个数量级之内
- OIE 置信区间为199.5 ~ 200.9 MeV
- 将参数之间关联视为独立是不合理的

在参数分布中随机抽取50组参数, DNS 模型计算得到的截面与  
OEE 的 $1\sigma$ 和 $2\sigma$ 置信区间:

OIE定率: 弱模型依赖的结果 OIE = 241.6 MeV

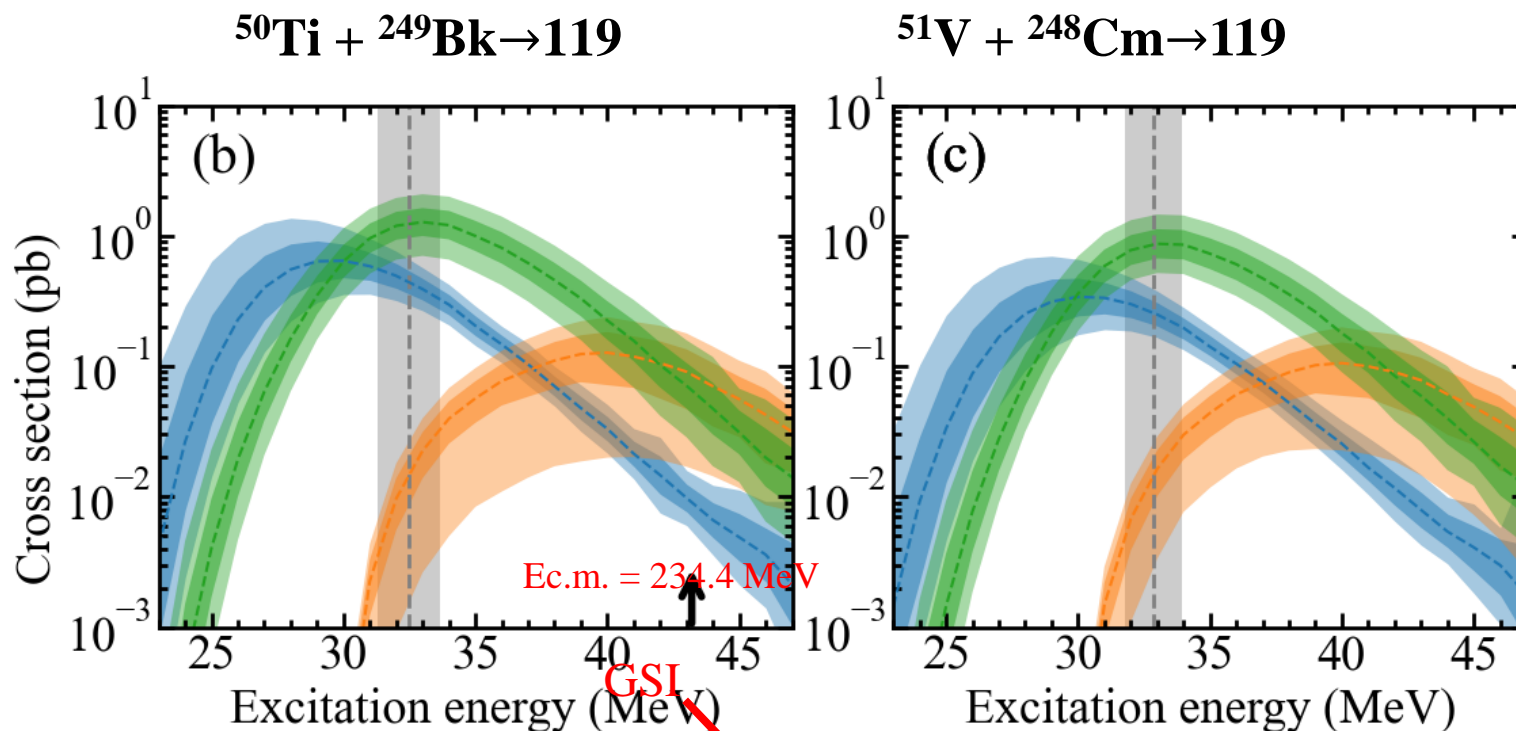
*L. Zhu, Phys. Rev. Research 5, L022030 (2023).*



□ 由  $a$ 、 $E_d$  和  $a_f/a_n$  参数引起的ERCS  
置信区间都在1个数量级之内。

□ OIE 置信区间为 238.1 ~ 240.2 MeV。  
均值239.2 MeV( $Q = -206.2$  MeV)

□ 最佳参数得到的总截面的最大值为  
 $1.96 \times 10^{-2}$  pb



ERCS =  $158^{+102}_{-140}$  fb < 65 fb *PHYSICAL REVIEW C* 102, 064602 (2020)

- 在  $2\sigma$  置信区间下, 各<sub>n</sub>蒸发道的 ERCS 的置信区间都在1个数量级之内
- $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk} \rightarrow 119$  OIE 置信区间为 222.8 ~ 225.1 MeV
- $^{51}\text{V} + ^{248}\text{Cm} \rightarrow 119$  OIE 置信区间为 227.1 ~ 229.3 MeV



- 在 $2\sigma$ 置信区间下，关键参数  $a$ ,  $E_d$ ,  $a_f/a_n$  范围分别为  
 $a = 0.586^{+0.002}_{-0.002}$  fm,  $E_d = 25.65^{+3.43}_{-3.41}$  MeV 和  $a_f/a_n = 1.081^{+0.021}_{-0.021}$
- 最佳入射能量 (OIE) 弱依赖于裂变过程，对  $E_d$ ,  $a_f/a_n$  不敏感，随  $a$  增大而降低
- 关键参数之间存在关联( $E_d$  与  $a_f/a_n$  呈**正相关**)，视参数之间为独立的去传播模型的不确定性是不合理的
- 在 $2\sigma$ 置信区间下， $^{54}\text{Cr}+^{243}\text{Am}$ ,  $^{50}\text{Ti}+^{249}\text{Bk}$  和  $^{51}\text{V}+^{249}\text{Cm}$ 反应体系，OIE的置信区间分别为**238.1 ~ 240.2**, **222.8 ~ 225.1**和**227.1 ~ 229.3** MeV

THANKS



**谢谢大家!**