



在密度依赖结团模型(DDCM)下对 α 衰变和双质子放射性的研究

卢铭钊

华南理工大学

导师：万牛 副教授

» 工作一： α 衰变研究背景

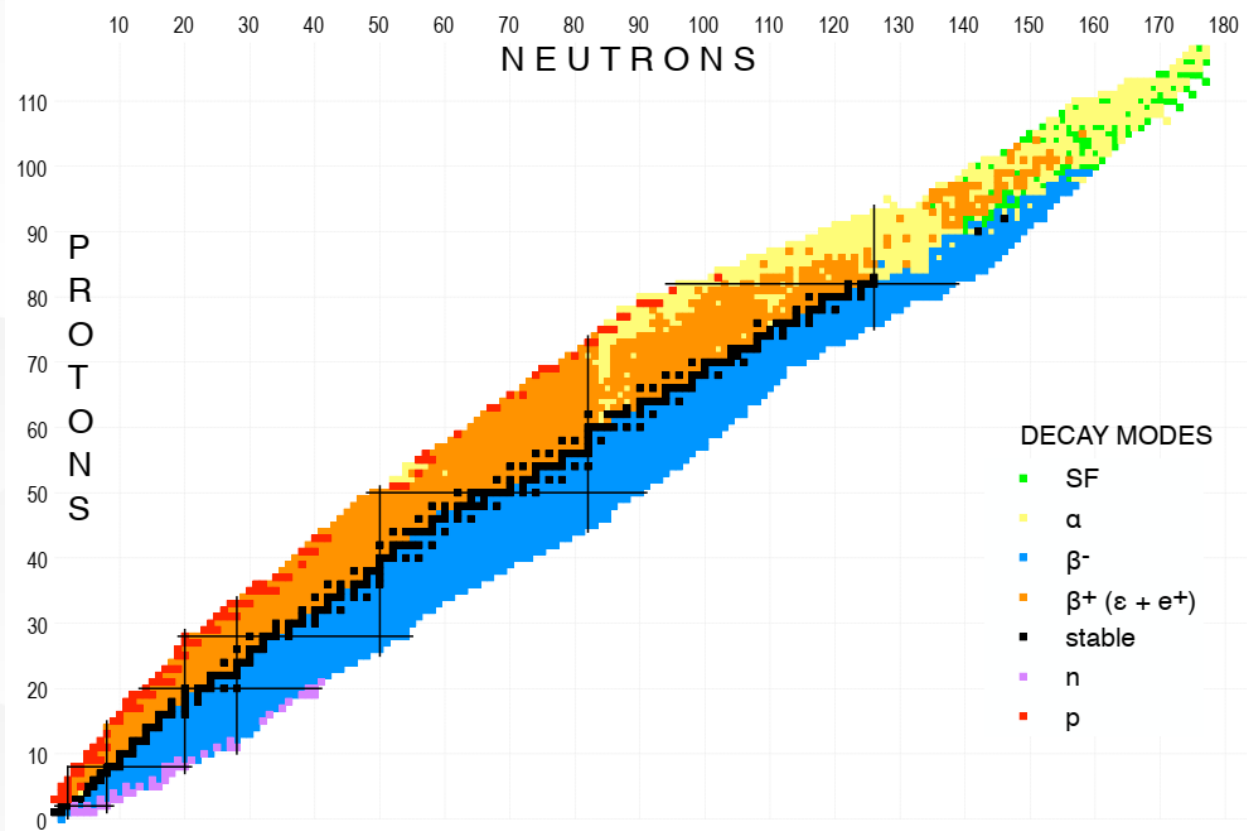


◆ α 衰变研究背景

- 不稳定原子核的衰变模式与衰变性质研究是现代核物理前沿课题之一；
- α 衰变是不稳定原子核重要的衰变模式之一。

◆ α 衰变研究意义

- 提供核结构信息：
基态性质、能级结构、价核子相互作用、
电荷半径、壳效应...
- 鉴定新核素合成：
(国内近物所合成 ^{220}Np , ^{222}Np , ^{214}U ...)



» 工作一： α 衰变理论模型



◆ α 衰变理论模型：

- 有效液滴模型 (Effective Liquid Drop Model, **ELDM**)
- 推广的液滴模型 (Generalized Liquid Drop Model, **GLDM**)
- Gamow-like模型 (Gamow-like Model, **GLM**)
- 四参数经验公式 (Four-parameter Empirical Formula, **FEF**)
- 新Geiger-Nuttall定律 (**GNL**)
- 密度依赖结团模型 (Density-Dependent Cluster Model, **DDCM**)
-

» 工作一：密度依赖结团模型(DDCM)



◆ 结团-子核的总的相互作用势可以表示为:

$$V(R) = V_N(R) + V_C(R) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{R^2}$$

- 在DDCM中核势和库仑势分别为:

$$V_N(R) = \lambda \int \int \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) v_{NN}(s, E) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

$$V_C(R) = \int \int \rho_{1p}(\mathbf{r}_1) \rho_{2p}(\mathbf{r}_2) \frac{e^2}{s} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

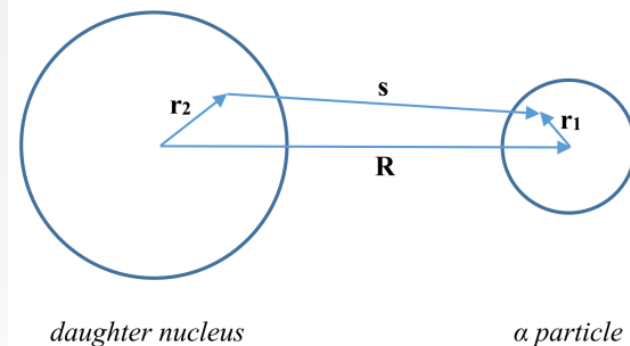
- Bohr-Sommerfeld quantization condition

$$\int_{R_1}^{R_2} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [Q - V(R)]} dr = (G - \ell + 1) \frac{\pi}{2}$$

- 衰变宽度 $\Gamma = P_\alpha F \frac{\hbar^2}{4\mu} \exp \left[-2 \int_{R_2}^{R_3} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} |Q - V(R)|} dR \right]$

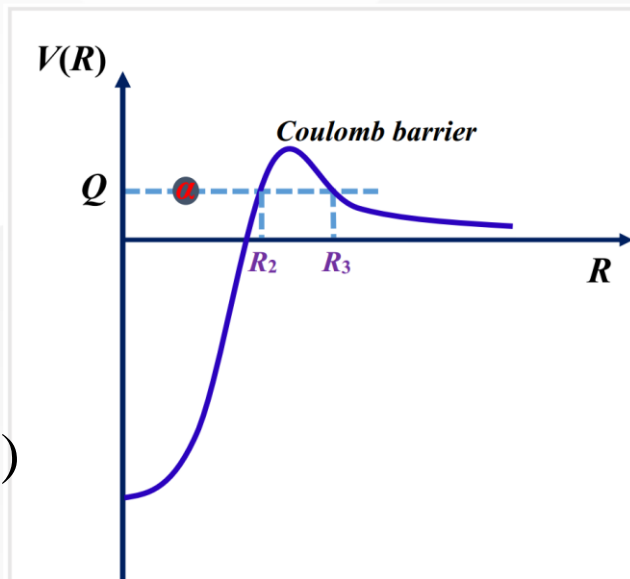
- 半衰期 $T_{1/2} = \hbar \ln 2 / \Gamma$

➤ $v_{NN}(s, E)$ 表示有效核子-核子相互作用 (M3Y, R3Y, DDM3Y, DDR3Y)



$$\rho_1(r_1) = 0.4229 \exp(-0.7024 r_1^2)$$

$$\rho_2(r_2) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r-c)/a]}$$



》工作一：不同的有效核子-核子相互作用



◆M3Y相互作用:

$$v_{\text{eff}}^{\text{M3Y-Reid}}(s, E) = 7999 \frac{e^{-4s}}{4s} - 2134 \frac{e^{-2.5s}}{2.5s} - 276(1 - 0.005\epsilon)\delta(s), v_{\text{eff}}^{\text{M3Y-Paris}}(s, E) = 11062 \frac{e^{-4s}}{4s} - 2538 \frac{e^{-2.5s}}{2.5s} - 590(1 - 0.002\epsilon)\delta(s)$$

◆BDM3Y, DDM3Y, CDM3Y相互作用:

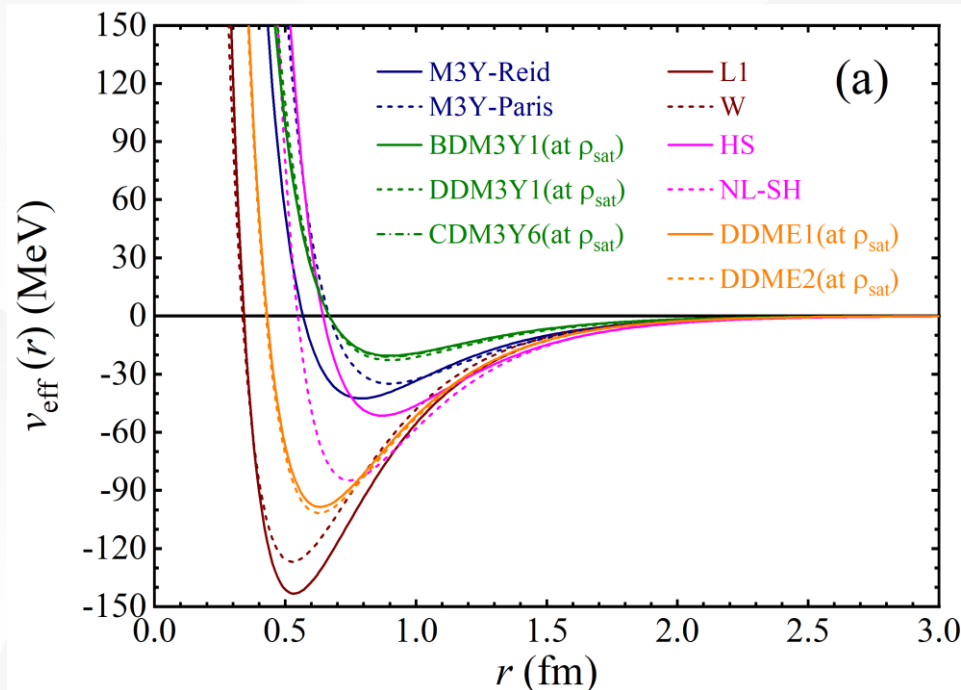
$$v_{\text{eff}}^{\text{DD}}(\rho, s, E) = F(\rho)v_{\text{eff}}^{\text{M3Y}}(s, E) \quad F(\rho) = \begin{cases} C[1 - \alpha\rho^\beta] & \text{BDM3Y} \\ C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho)] & \text{DDM3Y} \\ C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho) - \gamma\rho] & \text{CDM3Y} \end{cases}$$

◆R3Y相互作用(L1, W, HS, NL-SH):

$$v_{\text{eff}}^{\text{R3Y}}(s, E) = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega s}}{s} + \frac{g_\rho^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\rho s}}{s} - \frac{g_\sigma^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma s}}{s} + \frac{g_2^2}{4\pi} s e^{-2m_\sigma s} + \frac{g_3^2}{4\pi} \frac{e^{-3m_\sigma s}}{s} + J_{00}(E)\delta(s)$$

◆DDR3Y相互作用(DDME1, DDME2):

$$v_{\text{eff}}^{\text{DDR3Y}}(s, \rho_1, \rho_2, \epsilon) = \frac{g_\omega(\rho_1)g_\omega(\rho_2)}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega s}}{s} + \frac{g_\rho(\rho_1)g_\rho(\rho_2)}{4\pi} \frac{e^{-m_\rho s}}{s} - \frac{g_\sigma(\rho_1)g_\sigma(\rho_2)}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma s}}{s} + J_{00}(E)\delta(s)$$

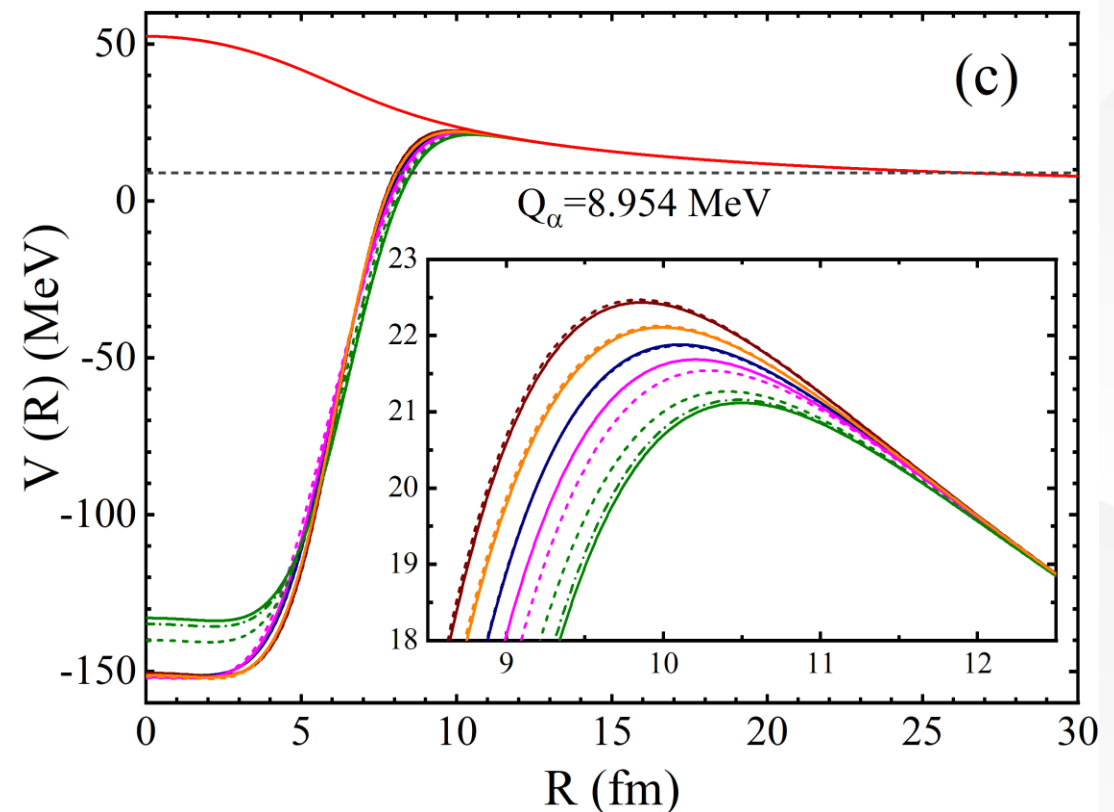
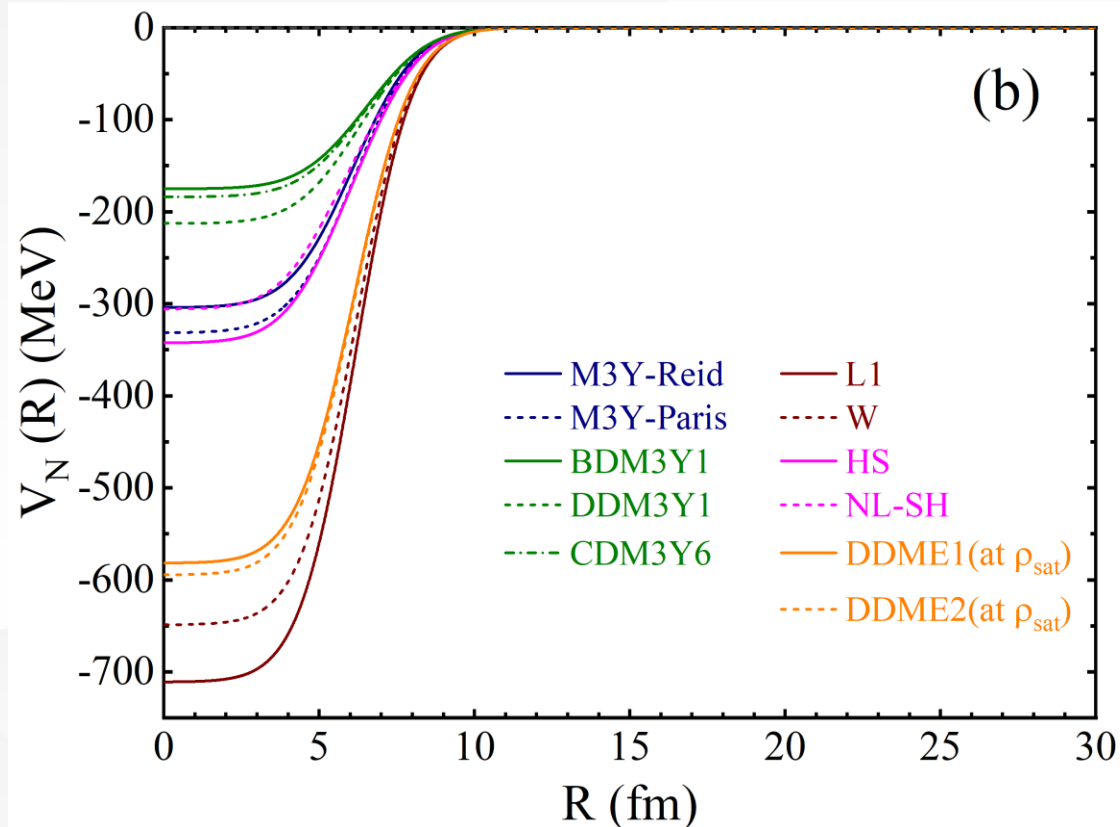


》工作一：计算结果



$$V(R) = V_N(R) + V_C(R) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{R^2}$$

$$V_N(R) = \lambda \int \int \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) v_{NN}(s, E) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad V_C(R) = \int \int \rho_{1p}(\mathbf{r}_1) \rho_{2p}(\mathbf{r}_2) \frac{e^2}{s} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

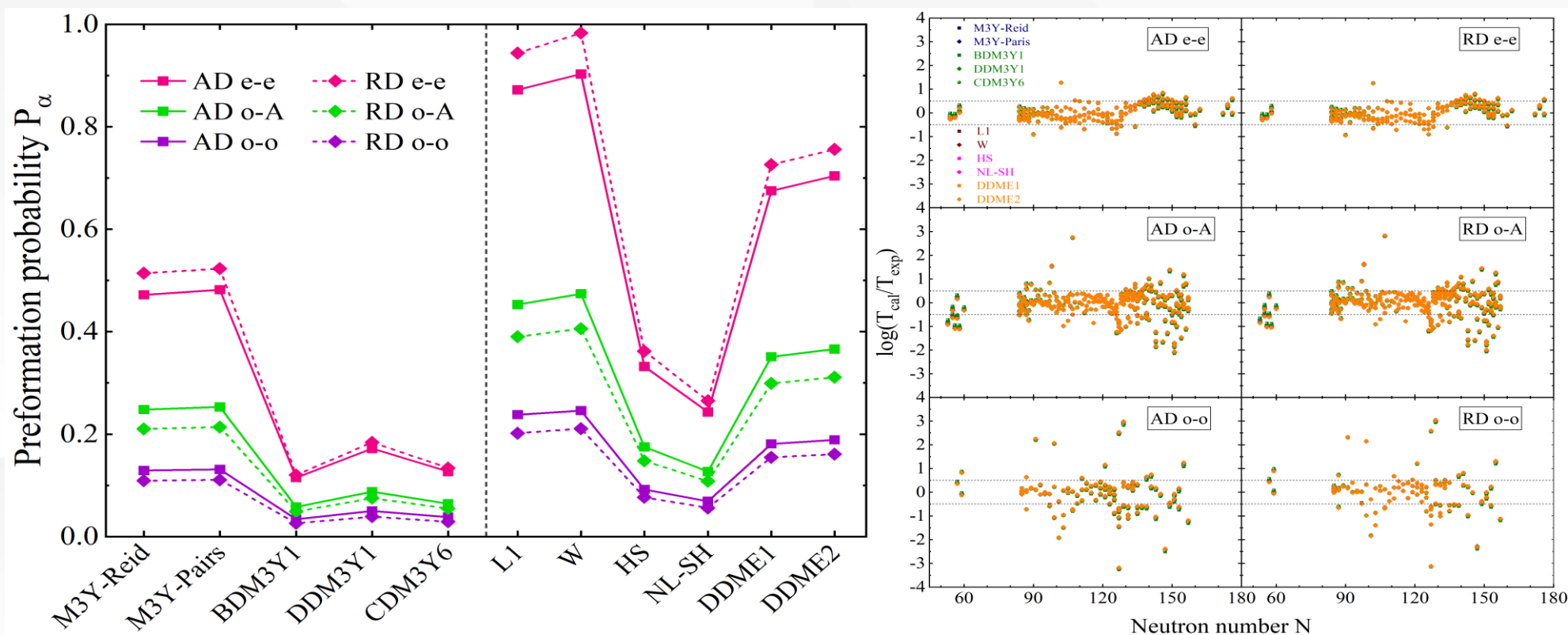


》工作一：计算结果



◆用两种方法提取的预形成因子 P_α :

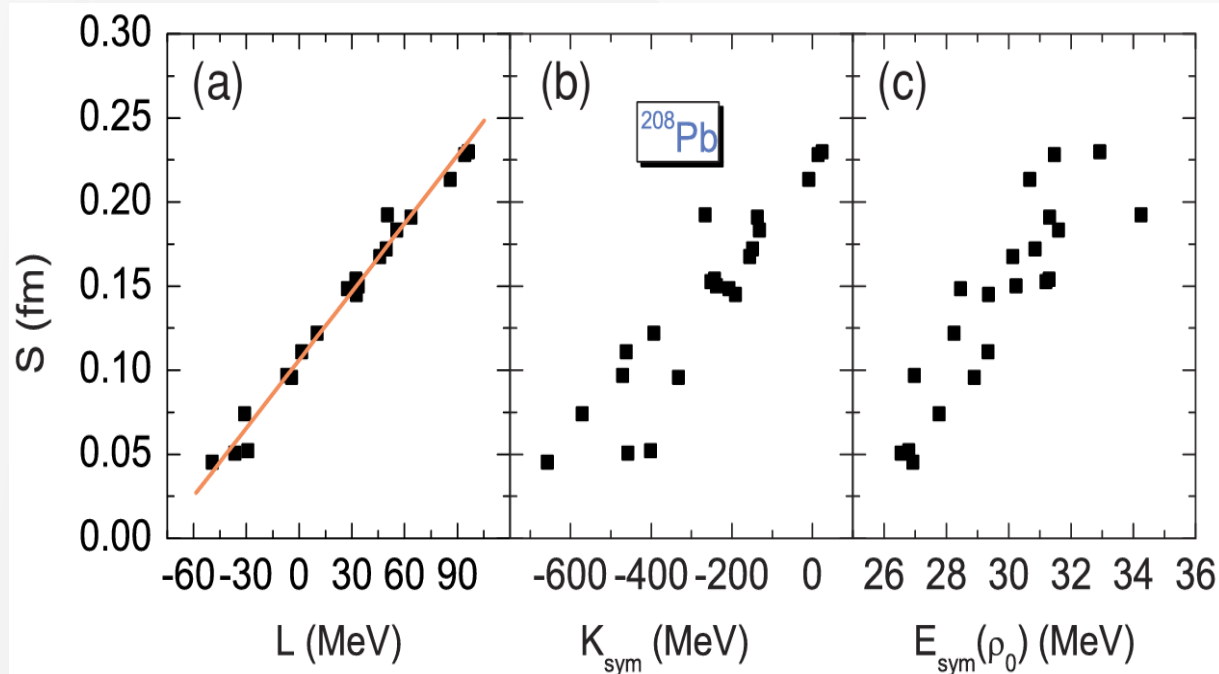
- 平均误差 (AD): $AD = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left| \log_{10} T_{\text{exp}}^i - \log_{10} T_{\text{cal}}^i \right|$
- 均方根误差(RD): $RD = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\log_{10} T_{\text{exp}}^i - \log_{10} T_{\text{cal}}^i \right)^2}$



» 工作二：对称能和双质子放射性研究背景



◆ 中子皮厚度与对称能的关系：

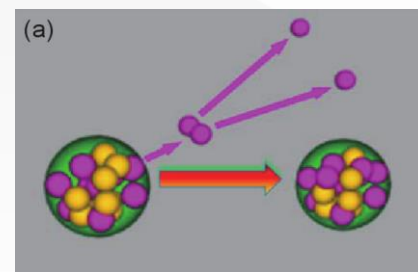


Phys. Rev. C **72**.064309 (2005).

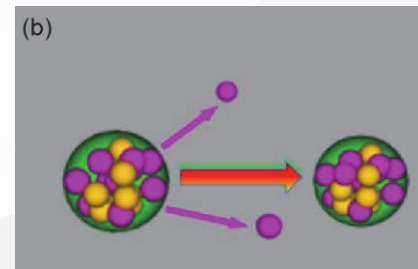
D. Q. Fang and Y. G. Ma, Chin. Sci. Bull. **65**, 4018 (2020).

◆ 双质子放射性：核半径、两个发射质子的波函数、自旋和宇称以及形变等等.

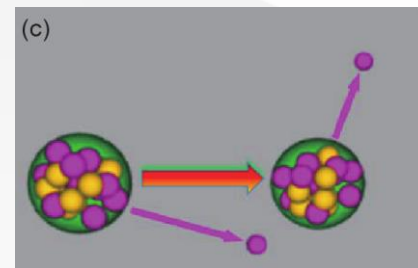
- (a) 双质子发射 (diproton emission)



- (b) 三体发射 (three-body emission)



- (c) 级联发射 (sequential emission)



工作二：密度依赖结团模型(DDCM)



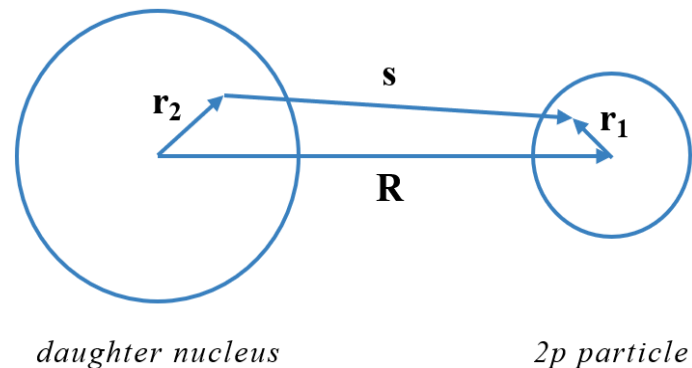
◆计算核-核相互作用势(不对称核物质):

$$V(R) = V_N(R) + V_C(R) + \frac{\hbar^2 (\ell + \frac{1}{2})^2}{2\mu R^2}$$

$$V_N = V_0 + V_1 = V_0^D + V_0^{\text{EX}} + V_1^D + V_1^{\text{EX}}.$$

$$V_1^D(E, R) = \int [\rho_{n1}(r_1) - \rho_{p1}(r_1)] [\rho_{n2}(r_2) - \rho_{p2}(r_2)] v_{01}^D(\rho, E, s) d^3r_1 d^3r_2,$$

$$V_1^{\text{EX}}(E, R, s) = \int [\rho_{n1}(r_1, r_1 + s) - \rho_{p1}(r_1, r_1 + s)] [\rho_{n2}(r_2, r_2 - s) - \rho_{p2}(r_2, r_2 - s)] \\ \times v_{01}^{\text{EX}}(\rho, E, s) \exp\left[\frac{ik(R)s}{M}\right] d^3r_1 d^3r_2.$$



◆M3Y-Paris同位旋依赖的相互作用:

$$v_{01}^D(r) = 313.625 \frac{\exp(-4r)}{4r} + 223.5 \frac{\exp(-2.5r)}{2.5r}, v_{01}^{\text{EX}}(r) = -4118.0 \frac{\exp(-4r)}{4r} + 1054.75 \frac{\exp(-2.5r)}{2.5r} + 2.6157 \frac{\exp(-0.7072r)}{0.7072r}.$$

◆BDM3Y, DDM3Y, CDM3Y相互作用:

$$v_{00(01)}^{D(\text{EX})}(\rho, r) = F_{0(1)}(\rho) v_{00(01)}^{D(\text{EX})}(r) \quad F_{0(1)}(\rho) = \begin{cases} C_{0(1)}(1 - \alpha\rho^\beta) & \text{BDM3Y} \\ C_{0(1)}[1 + \alpha \exp(-\beta\rho)] & \text{DDM3Y} \\ C_{0(1)}[1 + \alpha \exp(-\beta\rho) - \gamma\rho] & \text{CDM3Y} \end{cases}$$

» 工作二：核物质的性质



◆核物质的基态能量: $E = E_{\text{kin.}} + \frac{1}{2} \sum_{k\sigma\tau} \sum_{k'\sigma'\tau'} [\langle k\sigma\tau, k'\sigma'\tau' | v_D | k\sigma\tau, k'\sigma'\tau' \rangle + \langle k\sigma\tau, k'\sigma'\tau' | v_{EX} | k'\sigma\tau, k\sigma'\tau' \rangle]$

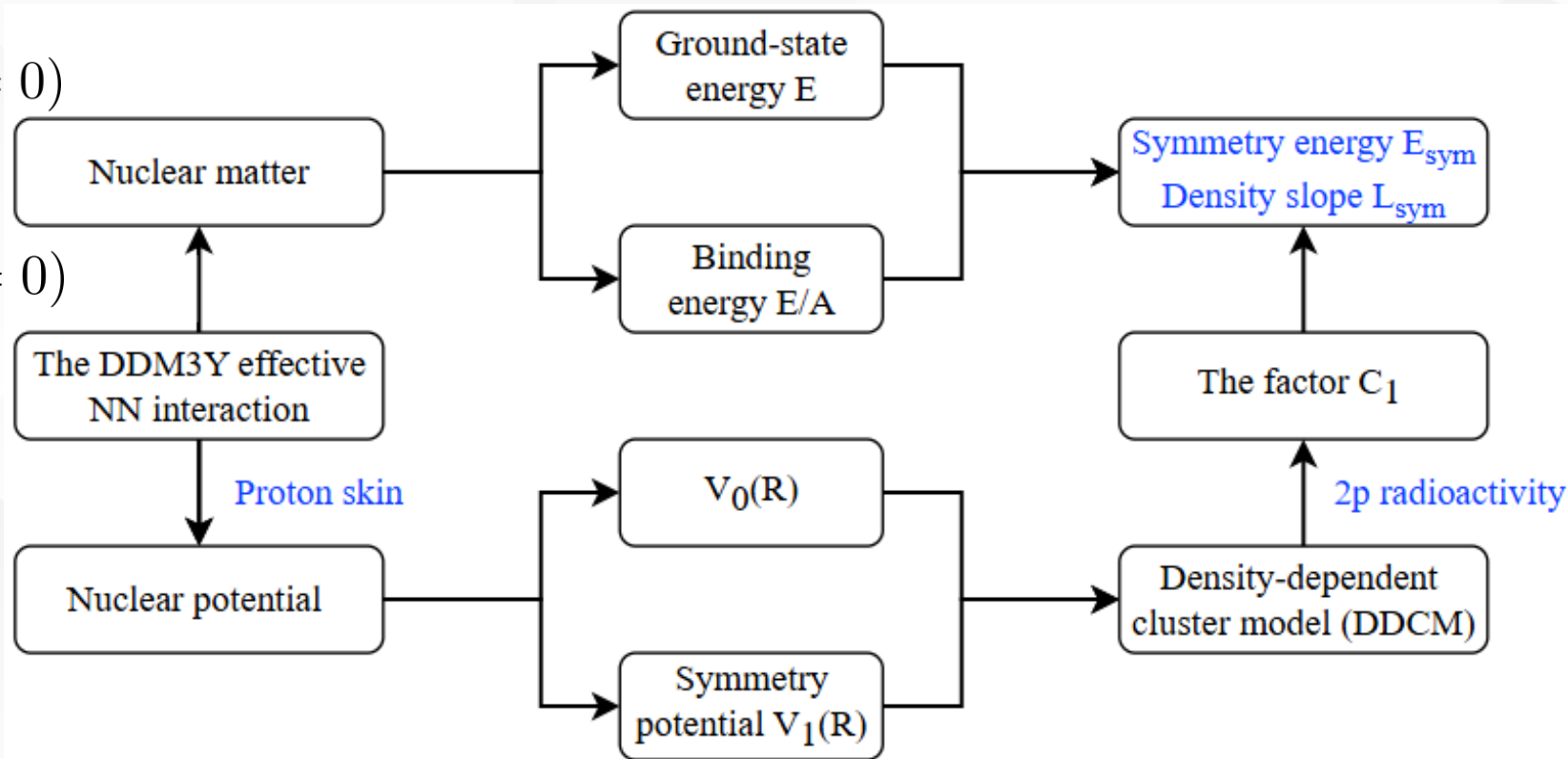
◆核物质的结合能: $\frac{E}{A} = \frac{3\hbar^2 [k_F^2(n)\rho_n + k_F^2(p)\rho_p]}{10m\rho} + F_0(\rho)\varepsilon_0 + F_1(\rho)\varepsilon_1$

◆对称能:

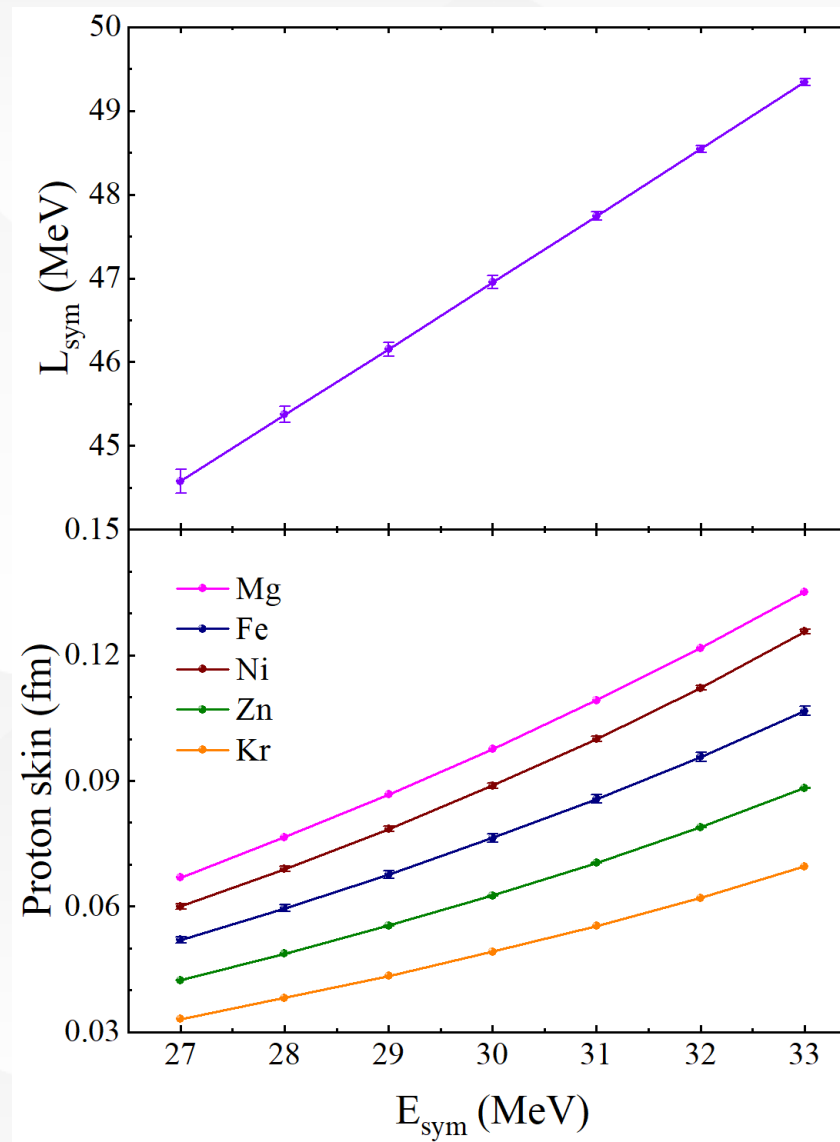
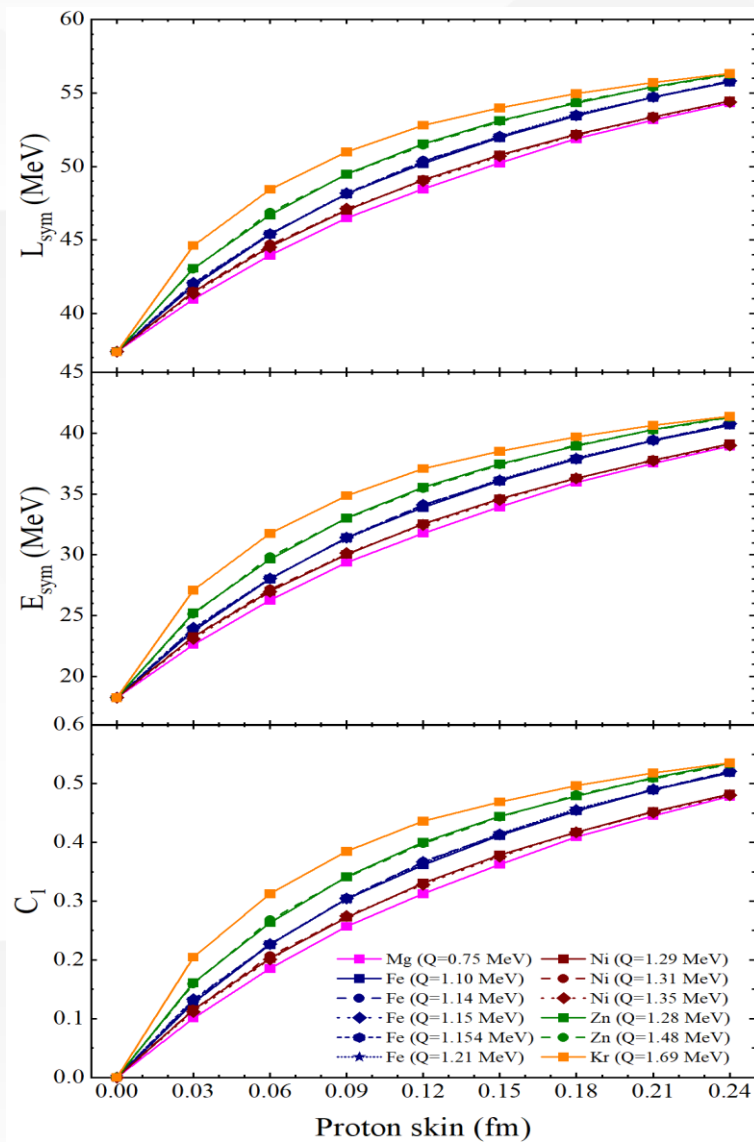
$$E_{\text{sym}}(\rho) = \frac{E}{A}(\rho, \delta \neq 0) - \frac{E}{A}(\rho, \delta = 0)$$

◆对称能斜率:

$$L_{\text{sym}}(\rho) = L(\rho, \delta \neq 0) - L(\rho, \delta = 0)$$



》工作二：计算结果



- ◆比较了不同类型的有效核子-核子相互作用(M3Y, R3Y, DDM3Y, DDR3Y)并计算得到了相应的核势和总势。加入介质效应后的相互作用与原始版本相比通常会引入更多的排斥，从而导致更低的库仑势垒和更短的 α 衰变半衰期。
- ◆利用两种方法提取 α 结团的预形成因子 P_α ，考虑了介质效应的相互作用预形成因子 P_α 小于原始版本相互作用。在密度依赖结团模型重新计算的 α 衰变半衰期与实验数据吻合较好。
- ◆在密度依赖结团模型下，计算了双质子放射性的半衰期，并用丰质子原子核的质子皮厚度约束了对称能和对称能斜率的值。



恳请各位老师和同学批评指正！

卢铭钊

华南理工大学

导师：万牛 副教授