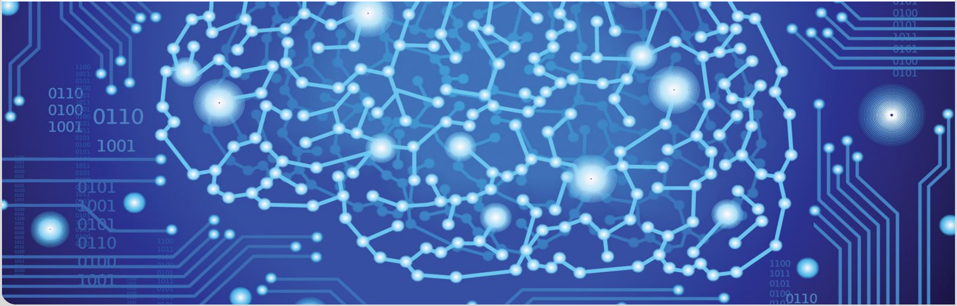
Karlsruher Institut für Technologie

1. Tutorium
Mengen, Abbildungen, Relationen

Grundbegriffe der Informatik, Tutorium #25

Stephan Bohr | 21. Oktober 2017

FAKULTÄT FÜR INFORMATIK



Roadmap

Roadmap

Euer Tutor

Name: Stephan Bohr
Alter: 20 Jahre
Studiengang: Bachelor Informatik, 3. Semester

Euer Tutor

Name: Stephan Bohr
Alter: 20 Jahre
Studiengang: Bachelor Informatik, 3. Semester

Kontakt: stephan.bohr@student.kit.edu

Infos zum Tutorium

- Name: Stephan Bohr
- Tutoriumsnummer: 25
- Dienstags, 5. Block (15:45-17:15), SR -119

Infos zum Tutorium

Tutorium ist...

- Wiederholung der Vorlesung
- Gemeinsames Üben des aktuellen Stoffes
- Erste Anlaufstelle für Fragen
- Ausgabestelle der korrigierten Übungsblätter

Infos zum Tutorium

Tutorium ist...

- Wiederholung der Vorlesung
- Gemeinsames Üben des aktuellen Stoffes
- Erste Anlaufstelle für Fragen
- Ausgabestelle der korrigierten Übungsblätter

Tutorium ist nicht...

- Ersatz für die Vorlesung
- Lösen des kommenden Übungsblattes

Mitarbeit ist erwünscht!

Übungsblätter

Ausgabe: Mittwochs im ILIAS-Forum

Übungsblätter

Ausgabe: Mittwochs im ILIAS-Forum
Abgabe:

- Donnerstags, 16 Uhr, 2 Wochen nach Ausgabe
- Briefkasten im Infobau-UG

Übungsblätter

Karlsruher Institut für Technologie

Ausgabe: Mittwochs im ILIAS-Forum
Abgabe:

- Donnerstags, 16 Uhr, 2 Wochen nach Ausgabe
- Briefkasten im Infobau-UG
- **einzeln** und **handschriftlich** bearbeitet, Abschreiben führt zu Nichtbestehen des Scheines
- Blätter getackert

Übungsblätter

Ausgabe: Mittwochs im ILIAS-Forum
Abgabe:

- Donnerstags, 16 Uhr, 2 Wochen nach Ausgabe
- Briefkasten im Infobau-UG
- **einzeln** und **handschriftlich** bearbeitet, Abschreiben führt zu Nichtbestehen des Scheines
- Blätter getackert

Rückgabe: Im Tutorium

Modul GBI

Übungsschein

- Erhält, wer mind. 50% aller möglichen Punkte auf den Übungsblättern erzieht
- Ist keine Voraussetzung für die Teilnahme an der Klausur
- **Übungsschein wird zum Bestehen des Moduls benötigt**

Modul GBI

Übungsschein

- Erhält, wer mind. 50% aller möglichen Punkte auf den Übungsblättern erzieht
- Ist keine Voraussetzung für die Teilnahme an der Klausur
- **Übungsschein wird zum Bestehen des Moduls benötigt**

Klausur

- Datum: 08.03.18, 14-16 Uhr
- Nebenklausur nach dem SS
- Klausurnote = Modulnote
- **Klausur wird zum Bestehen des Moduls benötigt**

Orientierungsprüfung!

Roadmap

Nachricht, Information, ...

Nachricht

Mitteilung, bei der vom Medium und den Einzelheiten der Signale abstrahiert wird.

Nachricht, Information, ...

Nachricht

Mitteilung, bei der vom Medium und den Einzelheiten der Signale abstrahiert wird.

Information

Bedeutung, die einer Nachricht zugeordnet wird (kontextabhängig!).

Nachricht, Information, ...

Nachricht

Mitteilung, bei der vom Medium und den Einzelheiten der Signale abstrahiert wird.

Information

Bedeutung, die einer Nachricht zugeordnet wird (kontextabhängig!).

Informationsgehalt

Anzahl der Elemente...

Naturalis: $\log_e$

Hartley: $\log_{10}$

Shannon: $\log_2$

Roadmap

Mengen

Def.: Menge

Eine **Menge** ist eine Zusammenfassung wohlunterschiedener Objekte zu einer Gesamtheit.
Die leere Menge wird mit $\emptyset$ bezeichnet.

Mengen

Def.: Menge

Eine **Menge** ist eine Zusammenfassung wohlunterschiedener Objekte zu einer Gesamtheit.
Die leere Menge wird mit $\emptyset$ bezeichnet.

Beispiele

- Aus der Schule kennen wir $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ $\mathbb{N}_+, \mathbb{N}_0$.
- Menge der natürlichen positven Zahlen $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, \dots\}$
- Menge d. Star-Wars-Filme:
  $SW := \{4, 5, 6, 1, 2, 3, 7, RO\} = \{1, 2, 3, RO, 4, 5, 6, 7\}$
- $\{1, 1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

Mengen

Def.: Element

Ein Objekt x, dass in einer Menge M enthalten ist, heißt **Element** von M. Man schreibt $x \in M$ (bzw. falls nicht: $x \notin M$).

Def.: Teilmenge

Sind alle Elemente einer Menge A auch in einer Menge B enthalten, so heißt A **Teilmenge** von B. Man schreibt $A \subseteq B$.
Es gilt für jede Menge M: $\emptyset \subseteq M$ und $M \subseteq M$.

Mengen

Def.: Element

Ein Objekt x, dass in einer Menge M enthalten ist, heißt **Element** von M. Man schreibt $x \in M$ (bzw. falls nicht: $x \notin M$).

Def.: Teilmenge

Sind alle Elemente einer Menge A auch in einer Menge B enthalten, so heißt A **Teilmenge** von B. Man schreibt $A \subseteq B$.
Es gilt für jede Menge M: $\emptyset \subseteq M$ und $M \subseteq M$.

set comprehension

Eine **set comprehension** ist eine Möglichkeit, eine Menge mit Bedingungen zu definieren:
$\{x \in SW \mid x \text{ ist ein guter Star-Wars-Film}\} = \{2, 3, RO, 4, 5, 6\} \subseteq SW$.

Mengen

Def.: Kardinalität

Unter **Kardinalität** einer Menge M versteht man die Anzahl der Elemente der Menge. Man schreibt $|M|$.

Mengen

Def.: Kardinalität

Unter **Kardinalität** einer Menge M versteht man die Anzahl der Elemente der Menge. Man schreibt $|\,M\,|$.

Beispiele

- $|\,SW\,| =$
- $|\,\emptyset\,| =$
- $|\,\{1, 2, 2, 3\}\,| =$

Mengen

Def.: Kardinalität

Unter **Kardinalität** einer Menge M versteht man die Anzahl der Elemente der Menge. Man schreibt $|\, M \,|$.

Beispiele

- $|\, SW \,| = 8$
- $|\, \emptyset \,| =$
- $|\, \{1, 2, 2, 3\} \,| =$

Mengen

Def.: Kardinalität

Unter **Kardinalität** einer Menge M versteht man die Anzahl der Elemente der Menge. Man schreibt $|\, M \,|$.

Beispiele

- $|\, SW \,| = 8$
- $|\, \emptyset \,| = 0$
- $|\, \{1, 2, 2, 3\} \,| =$

Mengen

Def.: Kardinalität

Unter **Kardinalität** einer Menge M versteht man die Anzahl der Elemente der Menge. Man schreibt $|M|$.

Beispiele

- $|SW| = 8$
- $|\emptyset| = 0$
- $|\{1, 2, 2, 3\}| = 3$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Vereinigung

Die **Vereinigung** $A \cup B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die Elemente der Menge A oder der Menge B sind:
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$.

Mengen

Def.: Vereinigung

Die **Vereinigung** $A \cup B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die Elemente der Menge A oder der Menge B sind:
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$.

Beispiele

- $\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{4, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3\} \cup \{7\} \cup \{RO\} = 1, 2, 3, RO, 4, 5, 6, 7\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = 1, 2, 3, 4\}$

Mengen

Def.: Vereinigung

Die **Vereinigung** $A \cup B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die Elemente der Menge A oder der Menge B sind:
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$.

Beispiele

- $\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{4, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3\} \cup \{7\} \cup \{RO\} = 1, 2, 3, RO, 4, 5, 6, 7\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = 1, 2, 3, 4\}$
- Für jede Menge M gilt: $M \cup \emptyset =$

Mengen

Def.: Vereinigung

Die **Vereinigung** $A \cup B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die Elemente der Menge A oder der Menge B sind:
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$.

Beispiele

- $\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{4, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3\} \cup \{7\} \cup \{RO\} = \{1, 2, 3, RO, 4, 5, 6, 7\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = 1, 2, 3, 4\}$
- Für jede Menge M gilt: $M \cup \emptyset = M$

Mengen

Def.: Vereinigung

Die **Vereinigung** $A \cup B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die Elemente der Menge A oder der Menge B sind:
$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$.

Beispiele

- $\{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{4, 5, 6\} \cup \{1, 2, 3\} \cup \{7\} \cup \{RO\} = \{1, 2, 3, RO, 4, 5, 6, 7\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- Für jede Menge M gilt: $M \cup \emptyset = M$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Schnitt

Der (Durch-)**Schnitt** $A \cap B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die sowohl Elemente der Menge A als auch der Menge B sind:
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$.
Zwei Mengen heißen disjunkt, wenn ihr Schnitt leer ist, also $A \cap B = \emptyset$

Mengen

Def.: Schnitt

Der (Durch-)**Schnitt** $A \cap B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die sowohl Elemente der Menge A als auch der Menge B sind:
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$.
Zwei Mengen heißen disjunkt, wenn ihr Schnitt leer ist, also $A \cap B = \emptyset$

Beispiele

- $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\}$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Schnitt

Der (Durch-)**Schnitt** $A \cap B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die sowohl Elemente der Menge A als auch der Menge B sind:
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$.
Zwei Mengen heißen disjunkt, wenn ihr Schnitt leer ist, also $A \cap B = \emptyset$

Beispiele

- $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\}$
- Für jede Menge M gilt: $M \cap \emptyset = \emptyset$

Mengen

Def.: Schnitt

Der (Durch-)**Schnitt** $A \cap B$ der Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die sowohl Elemente der Menge A als auch der Menge B sind:
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$.
Zwei Mengen heißen disjunkt, wenn ihr Schnitt leer ist, also $A \cap B = \emptyset$

Beispiele

- $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\}$
- Für jede Menge M gilt: $M \cap \emptyset = \emptyset$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Differenz

Die **Differenz** der Mengen A und B sind die Elemente, die in A sind, aber nicht in B.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

Mengen

Def.: Differenz

Die **Differenz** der Mengen A und B sind die Elemente, die in A sind, aber nicht in B.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

Beispiele

- $\{1, 2, 3\} \setminus \{1\} =$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Differenz

Die **Differenz** der Mengen A und B sind die Elemente, die in A sind, aber nicht in B.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

Beispiele

- $\{1, 2, 3\} \setminus \{1\} = \{2, 3\}$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Seien $A = \{1, 2\}$, $B = \{3\}$, $C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B =$$
$$A \cap C =$$
$$A \setminus C =$$
$$B \setminus A =$$
$$A \cup (B \setminus C) =$$
$$(A \setminus C) \cup B =$$
$$A \cap B =$$

Mengen

KIT – Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Seien $A = \{1,2\}, B = \{3\}, C = \{1,3\} \subseteq M = \{1,2,3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1,2,3\} \\ A \cap C &= \\ A \setminus C &= \\ B \setminus A &= \\ A \cup (B \setminus C) &= \\ (A \setminus C) \cup B &= \\ A \cap B &= \end{aligned}$$

Mengen

Aufgabe

Seien $A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$
$$A \cap C = \{1\}$$
$$A \setminus C =$$
$$B \setminus A =$$
$$A \cup (B \setminus C) =$$
$$(A \setminus C) \cup B =$$
$$A \cap B =$$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Seien $A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$
$$A \cap C = \{1\}$$
$$A \setminus C = \{2\}$$
$$B \setminus A =$$
$$A \cup (B \setminus C) =$$
$$(A \setminus C) \cup B =$$
$$A \cap B =$$

Mengen

Aufgabe

Seien $A = \{1,2\}, B = \{3\}, C = \{1,3\} \subseteq M = \{1,2,3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1,2,3\}$$
$$A \cap C = \{1\}$$
$$A \setminus C = \{2\}$$
$$B \setminus A = \{3\}$$
$$A \cup (B \setminus C) =$$
$$(A \setminus C) \cup B =$$
$$A \cap B =$$

Mengen

Aufgabe

Seien $A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$
\begin{aligned}
A \cup B &= \{1, 2, 3\} \\
A \cap C &= \{1\} \\
A \setminus C &= \{2\} \\
B \setminus A &= \{3\} \\
A \cup (B \setminus C) &= \{1, 2\} \\
(A \setminus C) \cup B &= \\
A \cap B &=
\end{aligned}
$$

Mengen

Aufgabe

Seien $A = \{1, 2\}, B = \{3\}, C = \{1, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$
$$A \cap C = \{1\}$$
$$A \setminus C = \{2\}$$
$$B \setminus A = \{3\}$$
$$A \cup (B \setminus C) = \{1, 2\}$$
$$(A \setminus C) \cup B = \{2, 3\}$$
$$A \cap B =$$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Seien $A = \{1,2\}$, $B = \{3\}$, $C = \{1,3\} \subseteq M = \{1,2,3\}$ Mengen.
Berechne folgende Mengen:

$$A \cup B = \{1,2,3\}$$
$$A \cap C = \{1\}$$
$$A \setminus C = \{2\}$$
$$B \setminus A = \{3\}$$
$$A \cup (B \setminus C) = \{1,2\}$$
$$(A \setminus C) \cup B = \{2,3\}$$
$$A \cap B = \emptyset$$

Mengen

Es gelten das Assoziativ-

- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cap C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

und Distributivgesetz:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Mengen

Def.: Potenzmenge

Die **Potenzmenge** 2^M oder auch $\mathcal{P}(M)$ ist die Menge aller möglicher Teilmengen von M. Es gilt also

$$2^M = \{N \mid N \subseteq M\}$$

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Def.: Potenzmenge

Die **Potenzmenge** 2^M oder auch $\mathcal{P}(M)$ ist die Menge aller möglicher Teilmengen von M. Es gilt also

$$2^M = \{N \mid N \subseteq M\}$$

Beispiel

Betrachten wir nun $M = \{1, 2, 0\}$.
Dann gilt

$$2^M = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$$

Beachte: Es gilt immer $M \in 2^M$ und $\emptyset \in 2^M$

Mengen

Aufgabe

Es sei $M := \{2, \mathit{fish}, 5\}$. Bilde $\mathcal{P}(M)$.

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Es sei $M := \{2, \mathit{fish}, 5\}$. Bilde $\mathcal{P}(M)$.

$$\mathcal{P}(M) = \{\emptyset, \{2\}, \{\mathit{fish}\}, \{5\}, \{2, \mathit{fish}\}, \{2, 5\}, \{\mathit{fish}, 5\}, \{2, \mathit{fish}, 5\}\}$$

Mengen

Aufgabe

Es sei $M := \{2, \mathit{fish}, 5\}$. Bilde $\mathcal{P}(M)$.

$$\mathcal{P}(M) = \{\emptyset, \{2\}, \{\mathit{fish}\}, \{5\}, \{2, \mathit{fish}\}, \{2, 5\}, \{\mathit{fish}, 5\}, \{2, \mathit{fish}, 5\}\}$$

Aufgabe

Wie viele Elemente enthält $\mathcal{P}(M)$?

Mengen

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgabe

Es sei $M := \{2, \mathit{fish}, 5\}$. Bilde $\mathcal{P}(M)$.

$$\mathcal{P}(M) = \{\emptyset, \{2\}, \{\mathit{fish}\}, \{5\}, \{2, \mathit{fish}\}, \{2, 5\}, \{\mathit{fish}, 5\}, \{2, \mathit{fish}, 5\}\}$$

Aufgabe

Wie viele Elemente enthält $\mathcal{P}(M)$?

$$2^{|M|}$$

Fragen?

Vielen Dank für eure Aufmerksamkeit.
Bis zum nächsten Mal[1] :)

[1] Nächste Woche bitte wg. Feiertag ein anderes Tutorium besuchen

Credits

An der Erstellung des Foliensatzes haben mitgewirkt:

Moritz Laupichler
Katharina Wurz
Thassilo Helmold
Philipp Basler
Nils Braun
Dominik Doerner
Ou Yue