

Frobenius Norm System

$$\|A\|_F^2 = \sum_{i,j} a_{ij}^2 = \sum_{i \in c} a_{ij}^2 + \sum_{i \in a} a_{ij}^2$$

$$\|A\| = \text{tr}(AA^T)$$

if D_i & V_i for control

$$\|S_c\|_F^2 = \|S_A\|_F^2 = \|S_n\|_F^2$$

$$S_c S_c^T = \begin{bmatrix} D_1 & & \\ & C_1^T & \\ & & \ddots \\ & & & D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1^T B_1^T C_1^T & & \\ & & \\ & & \\ & & & D_n^T \end{bmatrix}$$

$$S_A^T S_A =$$

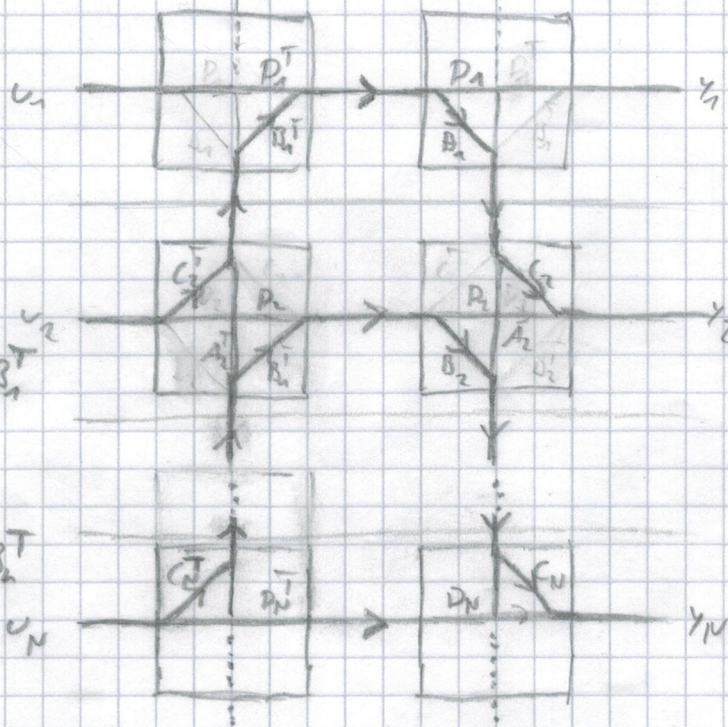
identische Struktur
alle Matrizen transponiert
B und C getauscht

repeating state \rightarrow state

$$K_1 = B_1 B_1^T$$

$$K_2 = A_2 B_1 B_1^T A_2^T + B_2 B_2^T$$

$$K_n = A_n K_{n-1} A_n^T + B_n B_n^T$$



$$D_n D_n^T$$

$$D_2 D_2^T + C_2^T A_1^T B_1^T C_2$$

$$\square_n = D_n D_n^T + C_n K_{n-1} C_n^T$$

$$\text{tr}(D_n D_n^T + C_n K_{n-1} C_n^T)$$

$$= \text{tr}(D_n D_n^T) + \text{tr}(C_n K_{n-1} C_n^T)$$

$$= \|D_n\|_F^2 + \|C_n K_{n-1}\|_F^2$$