Лабораторная работа 2.1.2
Определение $\frac{C_p}{C_v}$ методом адиабатического расширения газа

Зажигина Е.А., Боева Г.Л., группа 816

МФТИ, Март 2019

1 Цель работы:

Определение отношения Cp/Cv для воздуха или углекислого газа по измерению давления в стеклянном сосуде. Измерения производятся сначала после адиабатического расширения газа, а затем после нагревания сосуда и газа до комнатной температуры.

2 Оборудование:

Стеклянный сосуд, U-образный жидкостный манометр, резиновая груша, газгольдер с углекислым газом, секундомер.

3 Экспериментальная установка:

Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда А, снабженного Краном К1 и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на рис.1

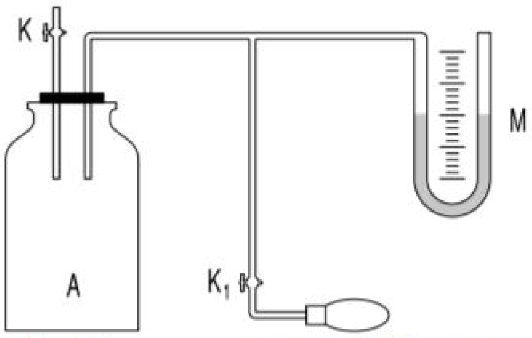


Рис. 1. Установка для определения C_p/C_v методом адиабатического расширения газа

С помощью резиновой груши, соединенной трубкой с краном К1, в сосуде создается заданное избыточное давление P_1 воздуха. При этом газ оказывается перегретым.

Мысленно выделим некоторый объем ΔV воздуха. Будем следить за изменением его состояния. Вследствие теплообмена со стенками сосуда на некоторое время газ остынет до комнатной температуры T_0 (изохорное охлаждение). При этом давление понизится до $P_0 - \Delta P_1$, где $\Delta P_1 = \rho g \Delta h_1$

Откроем кран К2. За время Δt порядка 0.5 с произойдет адиабатическое расширение газа (2 -> 3), и его температура окажется ниже комнатной. Далее газ будет адиабатически нагреваться. Зададим время t, в течение которого кран К2 остается открытым, таким чтобы можно было пренебречь временем Δt адиабатического расширения воздуха. После закрытия крана К2 газ станет изохорически нагреваться до комнатной температуры, причем давление внутри сосуда возрастет до $P_0 - \Delta P_2$, где $\Delta P_2 = \rho g \Delta h_2$ Наибольший интерес представляет исследование зависимости отношения перевадов давления $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}$ от времени t.

С хорошей точностью мы можем считать воздух в газгольдере идеальным газом. Рассмотрим изобарическое расширение воздуха. Для этого запишем уранение теплового баланса для изменяющейся со временем массы газа $m = \frac{P_0 V_0}{RT}\mu$:

$$c_p m dT = -\alpha(T - T_0)dt,$$

где c_p - удельная темплоемность воздуха при постоянном давлении, α - положительный постоянный коэффициент, характеризующий теплообмен, V_0 - объем газгольдера.

$$\frac{dT}{T(T - T_0)} = -\frac{\alpha dt}{c_p \frac{P_0 V_0}{R}\mu}$$

Заметим, что

$$\frac{1}{T(T - T_0)} = -\frac{1}{T_0}(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0})$$

Тогда

$$\frac{1}{T_0}(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0})dT = \frac{\alpha}{c_p m_0 T_0}dt$$

Выполним интегрирование:

$$\int\limits_{T_2}^{T_1}(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0}) = \frac{\alpha dt}{c_p \frac{P_0 V_0}{R}\mu}\int\limits_0^t dt$$

Откуда

$$ln\frac{T_2}{T_1} - ln(\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}) = \frac{\alpha}{c_p m_0}t \text{ или } ln\frac{T_2 \Delta T_1}{T_1 \Delta T_2} = \frac{\alpha}{c_p m_0}t$$

Наконец:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\Delta T_2}{T_2} exp^{\frac{\alpha}{c_p m_0} t}$$

Для адиабатического расширения справедливо соотношение $T^{\gamma} = const p^{\gamma - 1}$

После взятия логарифмических производных получим:

$$\frac{dT}{T} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{P}$$

Приходя к конечным приращениям найдем:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\Delta p}{P_0}$$

При изохорическом нагреве газа выполняется соотношение $\frac{P}{T} = const$ В конечных приращениях:

$$\frac{\Delta T_2}{T_2} = \frac{\Delta P_2}{P_0}$$

В итоге получим

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\Delta P_1}{P_0} = \frac{\Delta P_2}{P_0} exp^{\frac{\alpha}{c_p m_0} t}$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \Delta h_1 = \Delta h_2 exp^{\frac{\alpha}{c_p m_0} t}$$

Следовательно,

$$ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\alpha}{c_p m_0} t$$

Из графика определяем γ

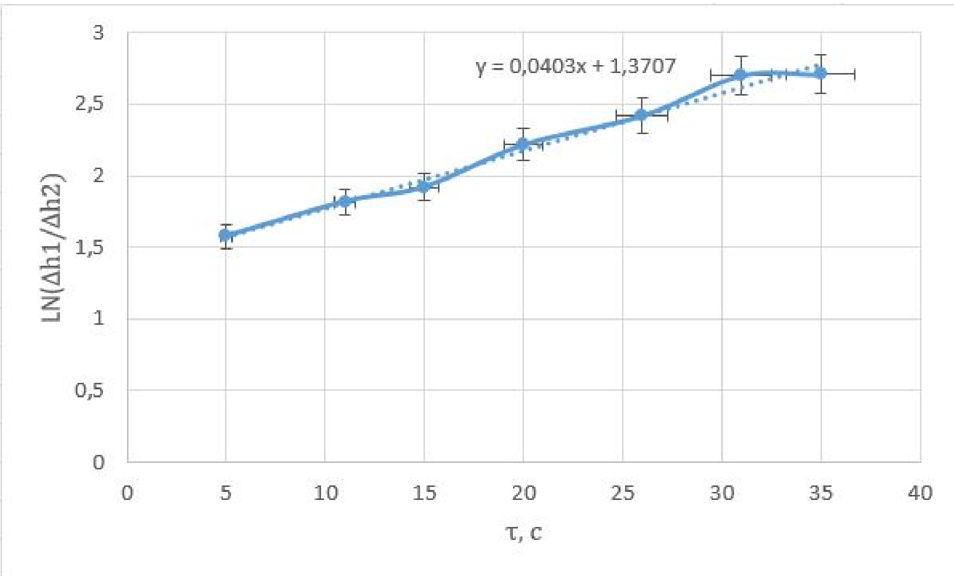
4 Ход работы:

- Проверим исправность установки. Уровни жидкость в манометре одинаковы на уровне 17.6 см.
- Накачиваем воздух в сосуд. Уровень жидкости в одном колене поднимается, а в другом опускается. Закрываем сосуд, по прошествии Т минут измеряем (уровень перестает меняться) измеряем разность Δh_1 высот уровней жидкости.

- Открываем кран К2 на время τ. Как только давление в сосуде перестает меняться, измеряем уровень жидкости Δh_2
- Открываем оба крана, чтобы сисетма вернулась к первоначальному состоянию.
- Повторим опыт 7 раз и результаты занесем в таблицу:

Номер опыта	Δh_1, см	Δh_2, см	T, с	τ, с
1	22,7	4,7	98	5
2	19,1	3,1	65	11
3	15,7	2,3	50	15
4	16,5	1,8	60	20
5	18	1,6	45	26
6	16,4	1,1	47	31
7	15	1	54	35

- По результатам построим график зависимости $ln\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}$ от t



Из уравнения видно, что $ln\frac{\gamma}{\gamma-1} = 1.37$. Из этого найдем искомую величину: $\gamma = 1.34$ $\sigma_\gamma = 0,0024$

5 Вывод:

В этой работе мы рассчитали коэффициент Пуассона с помощью метода адиабатического расширения воздуха. По спрвочным таблицам при комнатной температуре он равен 1.4. Наши результаты соответсвуют действительности.