Отчет о выполнении лабораторной работы 1.2.3

Определение моментов инерции твердых тел с помощью трифилярного подвеса

Выполнили: студенты 1 курса ФРТК

Данила Бежко и Зажигина Елизавета

816 группа

Руководитель: Жотиков Вадим Геннадьевич

МФТИ, 2018

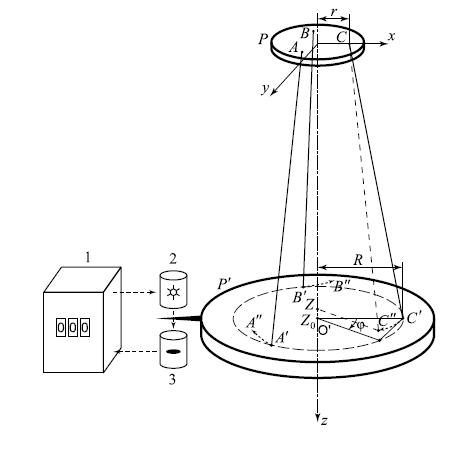
**Цель работы**: измерение момента инерции ряда тел и сравнение результатов с расчетными по теоретическим формулам; проверка аддитивности моментов инерции и справедливости формулы Гюйгенса-Штейнера .

**Оборудование**: трифилярный подвес, секундомер, счетчик числа колебаний набор тел, момент инерции которых надлежит измерить (диск, полый цилиндр).

**Теоретическая часть:**

Инерционность при вращении тела относительно оси определяется моментом инерции тела относительно этой оси. Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения вычисляется по формуле

Здесь r – расстояние элемента массы тела dm от оси вращения. Интегрируем по всей массе тела. Для однородных тел известной плотности, заданных размеров и простой форме момент инерции модно определить экспериментально. Для более сложных тел удобно использовать устройство, изображенное на рисунке 1, - трифилярный подвес. Рис.1



Оно состоит из укрепленной на некоторой высоте неподвижной платформы P и подвешенной к ней трех симметрично расположенных нитях AA’, BB’, CC’ вращающейся платформы P’.

Платформа P укреплена на кронштейне и снабжена рычагом, при помощи которого системе можно создать крутильные колебания путем небольшого поворота верхней платформы. Раскачивать лучше верхнюю платформу, так как нижнюю платформу трудно закрутить, не вызвав ее раскачиваний. После поворота, вызывающего крутильные колебания, верхняя платформа остается неподвижной в течение всего процесса колебаний. После того как нижняя платформа P’ оказывается повернутой на угол φ относительно верхней платформы P, возникает момент сил, стремящийся вернуть нижнюю платформу в положение равновесия, при котором относительный поворот платформ отсутствует. Но в положении равновесия платформа не останавливается, так как имеет угловую скорость. В результате платформа совершает крутильные колебания.

Пренебрегая потерями энергии на трение, уравнение сохранения энергии при колебаниях записывается следующим образом:

Здесь I – момент инерции платформы вместе с телом, m – масса платформы с телом, φ – угол поворота платформы от положения равновесия системы, z0 – координата по вертикали центра нижней платформы O’ при равновесии (фи = 0), координата той же точки при некотором угле поворота фи. Е – полная энергия системы.

Возвращающая сила возникает благодаря силе тяжести.

Воспользуемся системой координат x, y, z, связанной с верхней платформой, как показано на рис. 1. Координаты верхнего конца одной из нитей подвеса точки С в этой системе (r, 0, 0). Нижний конец данной нити C’, находящийся на нижней платформе имеет координаты при равновесии (R, 0, z0), а при повороте платформы на угол фи эта точка переходит в C’’ с координатами (Rcosφ, Rsinφ, z). Расстояние между точками C, C” равно длине нити L. Поэтому

Учитывая, что при малых углах поворота cosφ ≈ 1- φ\*φ/2, получаем

Подставляя это значение в уравнение для энергии, получаем

Дифференцируя по времени и сокращая на , находим уравнение крутильных колебаний системы:

Решение этого уравнения имеет вид:

Амплитуда и фаза колебаний определяются начальными условиями. Период крутильных колебаний системы равен

При R = r и I = m(тонкое кольцо) получим формулу для математического маятника.

Найдем формулу для определения момента инерции:

Учитывая, что параметры установки R, r, при проведении опыта не меняются, удобно переписать последнее уравнение следующим образом:

Здесь k = – величина, постоянная для данной установки

Для счета числа колебаний используется счетчик, состоящий из осветителя, фотоэлемента и пересчетного устройства. Легкий лепесток, укрепленный на платформе, при колебаниях пересекает световой луч дважды за период. Сигналы от фотоэлемента поступают на пересчетное устройство.

**Ход работы:**

1. Проверяем пригодность установки для измерений: не нагружая платформу, возбуждаем крутильные колебания. Маятниковообразные движения не возникают. Счетчик движений работает.
2. Определим время, за которое амплитуда уменьшается примерно в 2-3 раза (τ, с), предварительно рассчитав период колебаний T (таблица 1).

Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Время, с | Кол-во периодов пустого маятника | Период колебаний пустого маятника, с |
| 217,287 | 50 | 4,346 |
| 109,835 | 25 | 4,393 |
| 65,974 | 15 | 4,398 |
| 153,667 | 35 | 4,390 |
| 175,556 | 40 | 4,389 |

Откуда 4,383 c, σT = 0,019 с. Отмерим τ. τ = 218,682 с, что ≥ T. Из этого условия вытекает, что необратимыми потерями энергии можно пренебречь, так как возникают малые затухания колебаний системы.

1. Найдем рабочий диапазон амплитуд колебаний, уменьшая амплитуду до тех пор, пока период колебания будет примерно равен периоду колебания с меньшей в 2 раза амплитудой (таблица 2)

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Время, с | Кол-во периодов | Период, с | Амплитуда, ° |
| 43,51 | 10 | 4,351 | 5 |
| 43,82 | 10 | 4,382 | 10 |

Т.о., 10° входит в рабочий диапазон. Найдем относительную погрешность измерений:

1. Измерим параметры установки (рис. 1) (таблица 3):

Таблица 3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| z0, см | R, см | r, мм | m, г |
| 213,793 | 11,46 (±0,05) | 30,2(±0,3) | (1066,8±0,5) |

Вычислим k = 0,000402284 ;

σk =

1. Определим момент инерции ненагруженной платформы по формуле:

0,0082

0,024

1. Найдем массы и размеры имеющихся тел (таблица 4):

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Кольцо | | полуцилиндр | | цилиндр | |
| m = 812,46 г | r = 73,15 мм | m =  721,3 г | r =  40,5 мм | m =  1442,6  г | r =  40,5 мм |

Помещаем центры масс системы на ось вращения, чтобы не было перекоса платформы. Измерим новые периоды колебаний для установок (таблица 5)

Таблица 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| T кольцо с цилиндром, с | T с кольцом, с | T с цилиндром, с |
| 3,36±0,01 | 4,25±0,01 | 3,11±0,01 |

Для вычисления воспользуемся формулой: = +I’ , где I’ – момент инерции пустой платформы, I – момент инерции помещаемого тела, : (таблица 6)

Таблица 6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| I’, кг\*м\*м | I цилиндра, кг\*м\*м | I цилиндр+платформа, кг \*м\*м | I кольца, кг\*м\*м | I кольцо+платформа, кг\*м\*м |
| (82±2)\*10^-4 | (16±4)\*10^-4 | (98±2)\*10^-4 | (54±5)\*10^-4 | (136±3)\*10^-4 |

Рассчитаем момент инерции системы платформа+кольцо+цилиндр:

I цилиндр + I платформы + I кольца = ((82+54+16)±11) \* 10^-4

С условием погрешности видно, что аддитивность выполняется.

Рассчитаем теоретические моменты инерции по формулам и сравним с экспериментальными данными (таблица 7)

;

Таблица 7

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Эксперимент, кг\*м\*м | Теория, кг\*м\*м |
| Кольцо | (54±5)\*10^-4 | (50±0,1)\*10^-4 |
| цилиндр | (16±4)\*10^-4 | (24±0,1)\*10^-4 |

Результаты почти совпали – аддитивность опять же выполняется.

1. Поместим половинки цилиндра симметрично относительно оси платформы так, чтобы центр масс системы оставался неподвижен. Меняя расстояние между центрами полуцилиндров, найдем моменты инерции цилиндра с помощью теоремы Гюйгенса – Штейнера:

, где I – момент инерции относительно параллельной оси, mr\*r – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс системы, d – расстояние между осями, m – масса тела (таблица 8)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2h, см | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2Δh, см | 0,1 | | | | | | |
|  |
|  | 0 | 3,119 | 3,142 | 3,165 | 3,199 | 3,241 | 3,303 |
| 0 | 3,125 | 3,139 | 3,159 | 3,208 | 3,242857143 | 3,303 |
| 0 | 3,1125 | 3,135 | 3,173 | 3,202 | 3,243 | 3,3 |
| Tср,с | 0 | 3,118833333 | 3,138666667 | 3,16567 | 3,203 | 3,242285714 | 3,302 |
| σt, c | 0 | 0,0051 | 0,0029 | 0,0057 | 0,0037 | 0,0009 | 0,0014 |
| Iц \* 10^-4, кг\*м\*м | 16 | 16,4 | 17,4 | 19,2 | 21,8 | 25,0 | 28,9 |
|
|
| Δ Iц \* 10^-4, кг\*м\*м | 4 | 4,1 | 4,3 | 4,8 | 5,4 | 6,3 | 7,3 |
|
|

Построим зависимость I(. По теореме Гюйгенса – Штейнера:

I’ – момент инерции платформы, - момент инерции (Iц) разрезанного цилиндра, I – момент инерции системы (таблица 9)

Таблица 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| h^2, см | 0,00 | 0,25 | 1,00 | 2,25 | 4,00 | 6,25 | 0,00 |
| I \* 10^-4 кг\*м\*м | 98,46 | 98,82 | 99,9 | 101,7 | 104,23 | 107,47 | 98,46 |

Определим m цилиндра по графику – она является угловым коэффициентом:

m = , что близко к экспериментальному значению = 1,446 кг

I цилиндра = m\*r\*r = (24±0,1) \*10^-4 кг\*м\*м, а по эксперименту = (16±4) \*10^-4 кг\*м\*м, т.о. формула Гюйгенса-Штейнера справедлива

Рис. 2

**Выводы:**

1. Все экспериментально полученные данные были близки к теоретически полученными
2. Для моментов инерции выполняется их аддитивность
3. Формула Гюйгенса-Штейнера справедлива