

# 수학 문제 연구회

이상학

2, January 2025

Ricochet robots 문제에서 제시된 것과 동일한 게임을 고려하자. 구체적으로 규칙은 다음과 같다.

- 각각의 색칠된 말은 벽에 부딪힐 때까지 직진하며 움직일 수 있다.
- 각각의 말도 벽 역할을 한다.
- 플레이어는 모든 말을 조작할 수 있다.

자연수  $n, k$ 에 대해, “ $(n, k)$ -좋은 배치”란 적절히 벽이 배치된  $n \times n$  크기의 게임판으로,  $k$ 개의 말이 임의로 배치되었을 때 임의의 원하는 말을 임의의 칸으로 위의 규칙에 따라 움직일 수 있도록 하는 배치를 말한다. 예를 들어 아래 그림 1은  $(4, 1)$ -좋은 배치이다.

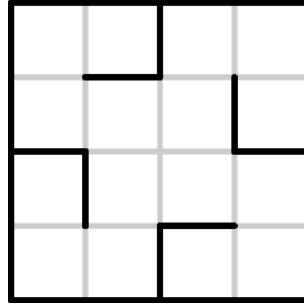


Figure 1:  $(4, 1)$ -좋은 배치의 예

$f(n, k)$ 를  $(n, k)$ -좋은 배치에서 사용된 벽의 개수의 최솟값으로 정의하자. 따라서 그림 1은  $f(4, 1) \leq 8$ 임을 의미한다. 만약  $(n, k)$ -좋은 배치가 존재하지 않는다면  $f(n, k) = \infty$ 로 둔다. 다음 물음에 답하여라.

1.  $f(3, 1)$ ,  $f(3, 2)$ ,  $f(4, 2)$ 를 구하여라.
2.  $4 \leq f(4, 1) \leq 6$ 이고  $1 \leq f(5, 2) \leq 5$ 임을 보여라.
3. 임의의 자연수  $n \geq 2$ 에 대해  $f(n, 3)$ 의 값을 구하여라.