SNUUQ seminar
Aug. 19, 2025
Sungwoo Park

예시 도큐먼트 타입의 LaTeX문서

샘플로 작성하는 문서입니다.

1 Introduction

이 문서는 LaTeX 문서 작성의 예시로 작성되었습니다. 이 문서에서는 다양한 수학 기호와 환경을 사용하여 내용을 표현합니다.

1.1 문서 구조

$$\sum e_i^2 \stackrel{(1)}{=} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \stackrel{(2)}{=} S_{xx} + \hat{\beta}^2 S_{xx} - 2\hat{\beta} S_{xy} \stackrel{(3)}{=} S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}}$$

1.1.1 수학 기호

다양한 수학 기호와 환경을 사용하여 내용을 표현합니다.

기타 사항

별을 붙이면 번호가 매겨지지 않습니다.

2 Loren Ipsum

2.0.1 예시 제목

단순선형회귀모형 $y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$에서 최소제곱법으로 구한 회귀식은 $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$ 이다. 여기서 $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$ 이다. 오차제곱합 $Q(\alpha, \beta) = \sum (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$을 최소화하는 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$는 다음 두 식을 만족한다.

$$\left.\frac{\partial Q}{\partial \alpha}\right|_{\hat{\alpha},\hat{\beta}} = -2\sum (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i) = -2\sum \hat{e}_i = 0$$
$$\left.\frac{\partial Q}{\partial \beta}\right|_{\hat{\alpha},\hat{\beta}} = -2\sum x_i (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i) = -2\sum x_i \hat{e}_i = 0$$

연습문제 8.4 단순선형회귀모형 에서의 성질

(a) 8.3과 8.4의 c_i 정의가 다름에 유의하자.

$$\sum c_i y_i = \sum \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}} y_i = \frac{1}{S_{xx}} \sum (x_i - \bar{x}) y_i$$

위 문제 8.3에서 보았듯이 $\sum (x_i - \bar{x}) y_i = S_{xy}$ 이므로,

$$\sum c_i y_i = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \hat{\beta}$$

(c) $\hat{\beta}$는 Y_i들의 선형결합 $\sum c_i Y_i$ 이므로 기댓값은,

$$E(\hat{\beta}) = E\left(\sum c_i Y_i\right) = \sum c_i E(Y_i)$$

모형에서 $E(Y_i) = \alpha + \beta x_i$ 이므로,

$$E(\hat{\beta}) = \sum c_i(\alpha + \beta x_i) = \alpha \sum c_i + \beta \sum c_i x_i$$

여기서 $\sum c_i$ 와 $\sum c_i x_i$를 계산하면,

$$\sum c_i = \sum \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}} = \frac{1}{S_{xx}} \sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum c_i x_i = \sum \frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}} x_i = \frac{1}{S_{xx}} \sum (x_i - \bar{x}) x_i = \frac{1}{S_{xx}} \sum (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x}) = \frac{S_{xx}}{S_{xx}} = 1$$

따라서, $E(\hat{\beta}) = \alpha(0) + \beta(1) = \beta$. 즉 $\hat{\beta}$는 β의 불편추정량이다.

(d) Y_i들이 서로 독립이고 $Var(Y_i) = \sigma^2$ 이므로,

$$Var(\hat{\beta}) = Var\left(\sum c_i Y_i\right) = \sum c_i^2 Var(Y_i) = \sigma^2 \sum c_i^2$$

$\sum c_i^2$를 계산하면,

$$\sum c_i^2 = \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{S_{xx}}\right)^2 = \frac{1}{S_{xx}^2} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{S_{xx}}{S_{xx}^2} = \frac{1}{S_{xx}}$$

따라서, $Var(\hat{\beta}) = \sigma^2 \left(\dfrac{1}{S_{xx}}\right) = \dfrac{\sigma^2}{S_{xx}}$ ■