## Actividad 1: Distribuciones de Probabilidad

**1.-** Una barra de 12 pulg que está sujeta por ambos extremos se somete a una cantidad creciente de esfuerzo hasta que se rompe. Sea Y = la distancia del extremo izquierdo al punto donde ocurre la ruptura. Suponga que Y tiene la función de densidad de probabilidad:

$$f(y) = \begin{cases} \left(\frac{1}{24}\right)y\left(1 - \frac{y}{12}\right), & 0 \le y \le 12\\ 0, & De \ lo \ contario \end{cases}$$

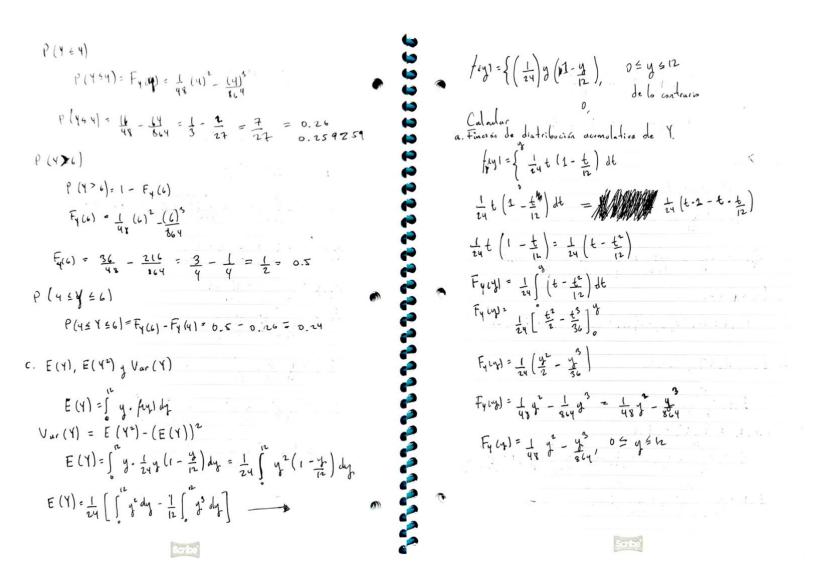
Calcule lo siguiente:

a.- La función de distribución acumulativa de Y.

b.-  $P(Y \le 4)$ , P(Y > 6) y  $P(4 \le Y \le 6)$ 

c.- E(Y),  $E(Y^2)$  y Var(Y).

d.- La probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de 2 pulg del punto de ruptura esperado.



$$E(Y) = \frac{1}{24} \left[ \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \right]_{12}^{12}$$

$$E(Y) = \frac{1}{24} \left[ \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \right]_{12}^{12} = \frac{12}{3} - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)^{3} = \frac{1728}{3} = 576$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$E(Y^{2}) = \int_{0}^{1} y^{2} \cdot \frac{1}{24} \, f\left(1 - \frac{1}{4}\right) dy = \frac{1}{24} \int_{0}^{1} y^{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) dy$$

$$= \frac{1}{24} \left[ \int_{0}^{1} y^{3} dy - \frac{1}{12} \int_{0}^{1} y^{4} dy \right]$$

$$= \int_{0}^{12} \int_{0}^{1} dy = \frac{y^{4}}{4} \int_{0}^{12} = \frac{124}{4} - \frac{04}{4} = \frac{20736}{4} = 5184$$

$$= \int_{0}^{12} y^{4} dy = \frac{y^{5}}{5} \int_{0}^{12} = \frac{125}{5} - \frac{05}{5} = \frac{248832}{5} = \frac{49766.4}{5}$$

 $E(Y^{2}) = \frac{1}{24} \left[ 5184 - 49766.4 \right] = \frac{1}{24} \left[ 5114 - 4147.2 \right]$   $= \frac{1}{24} \cdot 1036.8 = \frac{216}{5} = 43.2$ 

1. P(14-E(4) |>2=P(4>E(4)+2)+P(46 E(4)-2)

$$F_{Y}(8) = \frac{1}{48} \cdot \frac{8^{2}}{364}$$

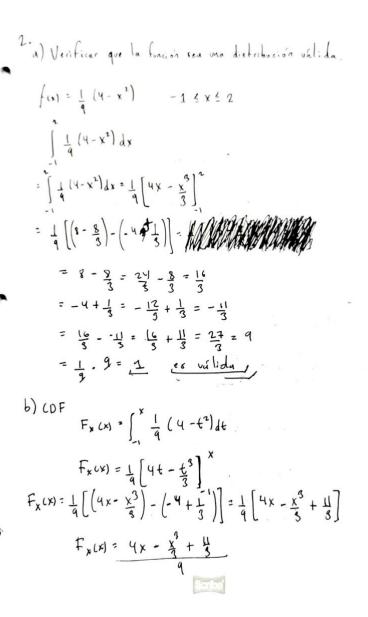
$$F_{Y}(8) = \frac{64}{48} - \frac{512}{864} = \frac{4}{3} - \frac{64}{108} = 0.7404$$

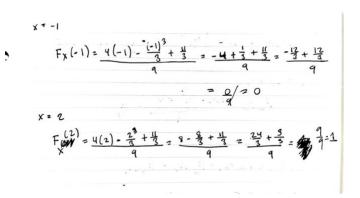
Sort

**2.-** Sea X la temperatura, en grados centígrados, a la cual ocurre una reacción química. Suponga que X tiene una función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} (4 - x^2), & -1 \le x \le 2 \end{cases}$$

- a.- Corrobore que la función es una distribución válida.
- b.- Determine la función de distribución acumulativa.
- c.- E(Y),  $E(Y^2)$  y Var(Y).
- d.- La probabilidad de que la temperatura sea menor a 0°C
- e.- La probabilidad de que la temperatura sea entre 4°C y 6°C





$$E(x^{2})$$

$$E(x^{2}) = \frac{1}{4} \int_{1}^{2} x^{2}(4-x^{2}) dx$$

$$E(x^{2}) = \frac{1}{4} \int_{1}^{2} (4x^{2} - x^{4}) dx$$

$$\int 4x^{2} dx = 4x^{3}$$

$$\int x^{4} dx = \frac{x^{3}}{3}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{4x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} \right]_{1}^{2}$$

$$x^{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{4x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} \right]_{1}^{2}$$

$$x^{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{4x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} \right]_{1}^{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} - \frac{17}{15} \right]_{1}^{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} - \frac{17}{15} \right]_{1}^{2}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{x^{3}}{3} - \frac{x^{5}}{5} - \frac{17}{15} \right]_{1}^{2}$$

 $V_{ar}(x) = 0.6 - \left(\frac{1}{4}\right)^{2} = 0.6 - \frac{1}{16} = \frac{43}{80} = 0.8$   $d) P(x \le 0)$   $F_{x}(0) = \frac{4(0) - \frac{0}{3} + \frac{11}{3}}{27} = \frac{11}{27}$ 

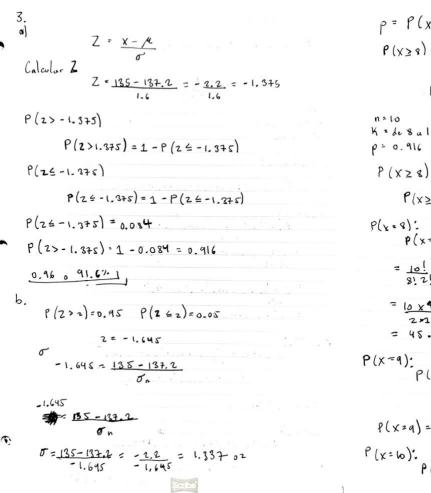
P (4 \(\delta \times 6)

P(44x46)=Fx(6)=Fx(4)

X no puede tomar exox vulorex ya que xo domino está rextringido a [-1,2], por lo tanto

Sayle

- **3.-** El artículo "Computer Assisted Net Weight Control" (Quality Progress, 1983: 22-25) sugiere una distribución normal con media de 137.2 oz y una desviación estándar de 1.6 oz del contenido real de frascos de cierto tipo. El contenido declarado fue de 135 oz.
  - a.- ¿Cuál es la probabilidad de que un solo frasco contenga más que el contenido declarado?
  - b.- Suponiendo que la media permanece en 137.2, ¿a qué valor se tendría que cambiar la desviación estándar de modo que 95% de todos los frascos contengan más que el contenido declarado?
  - c.- Entre 10 frascos seleccionados al azar, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos ocho contengan más que el contenido declarado?



$$P = P(x>135)$$

$$P(x \ge 9) = P(x = 8) + P(x = 9) + P(x = 10)$$

$$P(x = k) = (P) P^{k}(1-P)^{n-k}$$

$$P(x \ge 8) = P(x = 9) + P(x = 9) + P(x = 10)$$

$$P(x \ge 8) = P(x = 9) + P(x = 9) + P(x = 10)$$

$$P(x \ge 8) = P(x = 9) + P(x = 9) + P(x = 10)$$

$$P(x = 9) = \frac{10!}{9! \cdot 0!} (0.916)^{9!} (1-0.916)^{2}$$

$$= \frac{10!}{9! \cdot 2!} \times (0.916)^{9!} \cdot (0.084)^{2}$$

$$= \frac{10!}{2!} \times (0.916)^{9!} \cdot (0.084)^{2}$$

$$= \frac{10!}{2!} \times (0.916)^{9!} \cdot (0.084)^{2}$$

$$= \frac{10!}{2!} \cdot (0.084)^{2} \cdot (0.084)^{2}$$

P(x28)=0.230+0.381+0.422=1.033=1.033×100=100K

Este resultado es ari porque p=0.916 year mu probabilidad

$$2 = \frac{y - \mu}{0} = \frac{100 - 96}{14} = \frac{4}{14} = 0.286$$
 $P(2>0.286)$ 

P(240.286) 20.6126

C2 0.3875 = 38,75%

P) P (20 x x x 80)

- **4.-** El artículo "Characterization of Room Temperature Damping in Aluminum-Idium Alloys" (Metallurgical Trans., 1993: 1611-1619) sugiere que el tamaño de grano de matriz A1 (μm) de una aleación compuesta de 2% de indio podría ser modelado con una distribución normal con valor medio de 96 y desviación estándar de 14.
  - a.- ¿Cuál es la probabilidad de que el tamaño de grano exceda de 100?
  - b.- ¿Cuál es la probabilidad de que el tamaño de grano sea de 50 y 80?
  - c.- ¿Qué intervalo (a, b) incluye el 90% central de todos los tamaño s de grano (de modo que 5% esté por debajo de a y 5% por encima de b)?

4.

$$2 = \frac{y - \mu}{0} = \frac{100 - 96}{14} = \frac{4}{14} = 0.286$$
 $P(2 > 0.286)$ 
 $P(2 \le 0.286)^{2} = 0.6126$ 
 $P(2 > 0.286) = 1 = 0.6125 = 0.3875$ 
 $C^{2} = 0.3875 = 28.75\%$ 

b).  $P(50 \le x \le 80)$ 
 $50$ :

 $2 = \frac{50 - 96}{14} = -\frac{46}{14} = -3.286$ 

2 = 80-96 = -16 = -143

P(24-1.143) P(24-3.286)

- **5.-** Para los 3 conjuntos de datos que se proveen en el CSV:
  - a.- Construye e interpreta un histograma. Utiliza la regla de Sturges para calcular el número apropiado de clases.
  - b.- Compara el número de clases con el obtenido con la regla de Scott.
  - c.- Construye e interpreta un gráfico Q-Q para comprobar si los datos provienen de una distribución normal. Estima los parámetros utilizando la regresión de un gráfico probabilístico.
  - d.- Utilizando Minitab o algún otro software, ¿a qué distribución es más probable que pertenezca cada conjunto de datos y cuáles serían sus respectivos parámetros?

d. Para la columna de datos 1, la distribución a la que es más probable que pertenezca es Box cox transformation y los parámetros son: AD = 0.202 y P = 0.878.

Para la de datos 2, podría ser tanto la Normal como la Box cox transformation y sus parámetros son los mismos en ambas: AD = 0.384 y P = 0.393.

Para la columna de datos 3, sería Weibull y sus parámetros son AD = 0.575 y P = 0.151.