Politechnika Warszawska

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych

OINT projekt 1

Praca wykonana pod przewodnictwem: dr. Inż. Andrzej Miękina

Autorka: Natalia Ślepowrońska 318847

Oświadczam, że niniejsza praca, stanowiąca podstawę do uznania osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Obliczenia inżynierskie została wykonana przeze mnie samodzielnie.

Natalia Ślepowrońska

318847

18.04.2023 Warszawa

Spis treści

Wstęp teoretyczny

Treść zadań

Dla zadanej przez prowadzącego funkcji y w poniższym dokumencie będę obliczać współczynnik przenoszenia względnych błędów zmiennopozycyjnej reprezentacji danych - $\boldsymbol{T(x)}$ oraz współczynniki przenoszenia względnych błędów zaokrągleń operacji zmiennopozycyjnych – $\boldsymbol{K(x)}$.

$$\boldsymbol{y = \sin\left(x^2\right) \cdot \exp\left(x^4\right) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \quad dla\ x \epsilon [0, 1]}$$

$$y = \frac{\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3) - \cos\,(x+3)}{\ln\,(x+3)}$$

Następnie będę szacować błąd całkowity dla funkcji y.

Wzory

Dla metody różniczkowania analitycznego:

$$\boldsymbol{T(x) = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx}}$$

$$\boldsymbol{K(v) = \frac{v}{y} \cdot \frac{dy}{dv}} - \text{gdzie pod v podstawiamy operację dla której obliczamy współczynnik}$$

(Morawski i Miękina, Solved Problems in Numerical Methods 2021)

Dla metody rachunku epsilonów będę korzystać z podstawowych reguł:

$$(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) \cong (1+\varepsilon_1+\varepsilon_2)$$

$$(1+\varepsilon)^a \cong 1 + a\varepsilon$$

$$\ln(1+\varepsilon) \cong \varepsilon$$

$$e^{1+\varepsilon} \cong (1+\varepsilon)e$$

(Morawski, Obliczenia inżynierskie (OINT) 2023)

Zadanie 1

Obliczam współczynnik przenoszenia względnych błędów zmiennopozycyjnej reprezentacji danych **metodą różniczkowania analitycznego**.

Ponieważ $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$, to:

$$f'(x) = (\sin(x^2) \cdot \exp(x^4))' = \cos(x^2) \cdot 2x \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot 4x^3$$

$$g'(x) = \left(\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\right)' = \frac{-\sin(x+3) \cdot 1 \cdot \ln(x+3) - \cos(x+3) \cdot \frac{1}{x+3} \cdot 1}{\ln(x+3)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) - g'(x) =$$

$$= 2x \cdot \exp(x^4) \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \frac{\sin(x+3) \cdot \ln(x+3) + \cos(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2} =$$

$$= \frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(x+3) \cdot \ln(x+3) + \cos(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}) = \frac{x \cdot \ln(x+3)}{\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3) - \cos(x+3)} \cdot \frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(x+3) \cdot \ln(x+3) + \cos(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}$$

$$= \frac{x \cdot (2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(x+3) \cdot \ln(x+3) + \cos(x+3) \cdot \frac{1}{x+3})}{(\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3) - \cos(x+3)) \cdot \ln(x+3)}$$

Następnie $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})$ obliczam **metodą rachunku epsilonów**.

$$\boldsymbol{f_1 = \sin(x^2)}$$

$$\boldsymbol{f_2 = \exp(x^4)}$$

$$\boldsymbol{f_3 = \cos(x+3)}$$

$$\boldsymbol{f_4 = \ln(x+3)}$$

$$\widetilde{f_1} = \sin\left((x \cdot (1+\varepsilon))^2\right) \approx \sin(x^2 \cdot (1+2\varepsilon))$$

$$= \sin(x^2) \cdot \cos(2 \cdot \varepsilon \cdot x^2) + \sin(x^2 \cdot 2 \cdot \varepsilon) \cdot \cos(x^2)$$

$$\approx \left| Dla\ \alpha \to 0 \text{ mamy } \sin(\alpha) \approx \alpha, \cos(\alpha) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \approx 1 \right| \approx$$

$$\sin(x^2) + (x^2 \cdot 2\varepsilon) \cdot \cos(x^2)$$

$$\widetilde{f_2} = \exp\left(\left(x \cdot (1+\varepsilon)\right)^4\right) \approx \exp\left(x^4 \cdot (1+4\varepsilon)\right) \approx exp(1+4\varepsilon)^{x^4}$$

$$\approx \left|e^{1+\delta} \approx (1+\delta) \cdot e\right| \approx (1+4\varepsilon)^{x^4} \cdot \exp(x^4)$$

$$\approx |(1+\delta)^a \approx 1 + a\delta| \approx (1 + x^4 \cdot 4\varepsilon) \cdot \exp\,(x^4)$$

$$\widetilde{f_3} = \cos(x \cdot (1+\varepsilon) + 3) = \cos(x + \varepsilon x + 3) = \cos(x+3) \cdot \cos(\varepsilon x) - \sin(x+3) \cdot \sin(\varepsilon x) \approx$$

$$\approx \left| Dla\ \alpha \to 0 \text{ mamy } \sin(\alpha) \approx \alpha, \cos(\alpha) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \approx 1 \right| \approx$$

$$\cos(x+3) - \varepsilon x \cdot \sin\,(x+3)$$

$$\widetilde{f_4} = \ln(x \cdot (1+\varepsilon) + 3) = \ln(x + \varepsilon x + 3) = \ln\left((\mathrm{x}+3) \cdot (1 + \frac{\varepsilon x}{x+3})\right)$$

$$= \ln(x+3) + \ln\left(1 + \frac{\varepsilon x}{x+3}\right) \approx |\ln(1+\delta) \approx \delta| \approx \ln(x+3) + \frac{\varepsilon x}{x+3}$$

$$\widetilde{f_1} \cdot \widetilde{f_2} = (\sin(x^2) + (x^2 \cdot 2\varepsilon) \cdot \cos(x^2)) \cdot (1 + x^4 \cdot 4\varepsilon) \cdot \exp(x^4)$$
$$\approx \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + (x^2 \cdot 2\varepsilon) \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot 4\varepsilon \cdot \exp(x^4))$$

$$\frac{\widetilde{f_3}}{\widetilde{f_4}} = \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot \frac{1 - \varepsilon x \cdot \mathrm{tg}(x+3)}{1 + \frac{\varepsilon x}{(x+3)\ln(x+3)}}$$

$$= \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot (1 - \varepsilon x \cdot \sin(x+3)) \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon x}{(x+3)\ln(x+3)}\right)$$

$$\approx \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot (1 - \varepsilon x \cdot \mathrm{tg}(x+3) - \frac{\varepsilon x}{(x+3)\ln(x+3)})$$

$$\tilde{y} = \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + (x^2 \cdot 2\varepsilon) \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot 4\varepsilon \cdot \exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}$$
$$\cdot (1 - \varepsilon x \cdot \mathrm{tg}(x+3) - \frac{\varepsilon x}{(x+3)\ln(x+3)})$$

$$= \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + (x^2 \cdot 2\varepsilon) \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot 4\varepsilon$$
$$\cdot \exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \varepsilon x$$
$$\cdot \mathrm{tg}\,(x+3) \cdot \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \frac{\varepsilon x}{(x+3)\ln(x+3)} \cdot \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} =$$

$$= y + ((x^2 \cdot 2) \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot 4x^4 \cdot \exp(x^4) + x \cdot \mathrm{tg}\,(x+3) \cdot \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \frac{x}{(x+3)\ln(x+3)} \cdot \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}) \cdot \varepsilon = y + (\frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(\mathrm{x}+3) \cdot \ln(x+3) + \cos\,(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}) \cdot \varepsilon = y(1 + (\frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(\mathrm{x}+3) \cdot \ln(x+3) + \cos\,(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}) \cdot \frac{\varepsilon}{y})$$

$$\boldsymbol{\delta}[\widetilde{\boldsymbol{y}}] = (\frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(\mathrm{x}+3) \cdot \ln(x+3) + \cos\,(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}) \cdot \frac{\varepsilon}{y}$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}) = (\frac{2x \cdot \exp(x^4) \cdot \ln(x+3)^2 \cdot (\cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot 2x^2) + \sin(\mathrm{x}+3) \cdot \ln(x+3) + \cos\,(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}}{\ln(x+3)^2}) \cdot \frac{1}{y}$$

$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})$ obliczone obiema metodami jest dokładnie takie samo.

Następnie obliczam współczynniki przenoszenia względnych błędów zaokrągleń operacji zmiennopozycyjnych.

Metoda rachunku epsilonów:

$$\widetilde{\boldsymbol{f_1}} = \sin(x^2 \cdot (1+\eta_2)) \cdot (1+\eta_{sin}) = \sin(x^2 + x^2 \cdot \eta_2)) \cdot (1+\eta_{sin}) =$$

$$(\sin(x^2) \cdot \cos(x^2 \cdot \eta_2) + \sin\,(x^2 \cdot \eta_2) \cdot \cos\,(x^2)) \cdot (1+\eta_{sin}) \approx$$

$$\left| Dla\ \alpha \to 0 \text{ mamy } \sin(\alpha) \approx \alpha, \cos(\alpha) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \approx 1 \right| \approx$$

$$(\sin(x^2) + (x^2 \cdot \eta_2) \cdot \cos(x^2)) \cdot (1+\eta_{sin}) =$$

$$\sin(x^2) + (x^2 \cdot \eta_2) \cdot \cos(x^2) + \sin(x^2) \cdot \eta_{sin} + (x^2 \cdot \eta_2) \cdot \cos(x^2) \cdot \eta_{sin} \approx$$

$$\sin\,(x^2) + (x^2 \cdot \eta_2) \cdot \cos\,(x^2) + \eta_{sin} \cdot \sin\,(x^2)$$

$$\widetilde{f_2} = \exp\left(x^4 \cdot (1+\eta_4)\right) \cdot \left(1+\eta_{exp}\right) = \exp(1+\eta_4)^{x^4} \cdot \left(1+\eta_{exp}\right) \approx \left|e^{1+\delta} \approx (1+\delta) \cdot e\right|$$
$$\approx (1+\eta_4)^{x^4} \cdot \exp(x^4) \cdot \left(1+\eta_{exp}\right) \approx \left|(1+\delta)^a \approx 1 + a\delta\right| \approx$$
$$(1 + x^4 \cdot \eta_4) \cdot \exp(x^4) \cdot \left(1+\eta_{exp}\right) \approx \exp\,(x^4) \cdot (1 + x^4 \cdot \eta_4 + \eta_{exp})$$

$$\widetilde{f_3} = \cos\left((x+3) \cdot (1+\eta_+)\right) \cdot (1+\eta_{cos}) = \cos\left((x+3) + (x+3) \cdot \eta_+\right) \cdot (1+\eta_{cos}) =$$
$$(\cos(x+3) \cdot \cos\left((x+3) \cdot \eta_+\right) - \sin\,(x+3) \cdot \sin\,((x+3) \cdot \eta_+)) \cdot (1+\eta_{cos}) \approx$$
$$\left|Dla\ \alpha \to 0 \text{ mamy } \sin(\alpha) \approx \alpha, \cos(\alpha) \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \approx 1\right| \approx$$
$$\left(\cos(x+3) - \sin(x+3) \cdot \left((x+3) \cdot \eta_+\right)\right) \cdot (1+\eta_{cos}) =$$
$$\cos(x+3) - \sin(x+3) \cdot \left((x+3) \cdot \eta_+\right) + \cos(x+3) \cdot \eta_{cos} - \sin(x+3) \cdot \left((x+3) \cdot \eta_+\right) \cdot \eta_{cos}$$
$$\approx \cos\,(x+3) - \sin\,(x+3) \cdot \left((x+3) \cdot \eta_+\right) + \cos\,(x+3) \cdot \eta_{cos}$$

$$\widetilde{f_4} = \ln\left((x+3) \cdot (1+\eta_+)\right) \cdot (1+\eta_{ln}) = (\ln(x+3) + \ln\,(1+\eta_+)) \cdot (1+\eta_{ln}) \approx |\ln(1+\delta) \approx \delta|$$
$$\approx \ln(x+3) + \eta_+ + \ln(x+3) \cdot \eta_{ln} + \eta_+ \cdot \eta_{ln} \approx \ln(x+3) + \eta_+ + \ln(x+3) \cdot \eta_{ln}$$
$$\widetilde{\boldsymbol{y}} = \left(\widetilde{\boldsymbol{f_1}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{f_2}} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{\eta}_\times) - \frac{\widetilde{\boldsymbol{f_3}}}{\widetilde{\boldsymbol{f_4}}} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{\eta}_\div)\right) \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{\eta}_-)$$

$$\widetilde{\boldsymbol{f_1}} \cdot \widetilde{\boldsymbol{f_2}} \cdot (\mathbf{1} + \boldsymbol{\eta}_\times) = (\sin(x^2) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) + \eta_{sin} \cdot \sin(x^2))$$
$$\cdot \left(\exp(x^4) + x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + \eta_{exp} \cdot \exp(x^4)\right) \cdot (1+\eta_\times)$$
$$= (\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin} \cdot \sin(x^2) \cdot \exp(x^4)$$
$$+ \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin} \cdot \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4)$$
$$+ \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin}$$
$$\cdot \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4)) \cdot (1+\eta_\times) \approx (\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin}$$
$$\cdot \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4)) \cdot (1+\eta_\times)$$
$$= \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin}$$
$$\cdot \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \eta_\times$$
$$+ x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \eta_\times + \eta_{sin} \cdot \sin\,(x^2) \cdot exp(x^4) \cdot \eta_\times$$
$$+ \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) \cdot \eta_\times + \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4) \cdot \eta_\times \approx$$
$$\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + x^2 \cdot \eta_2 \cdot \cos(x^2) \cdot \exp(x^4) + \eta_{sin}$$
$$\cdot \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot x^4 \cdot \eta_4 \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \eta_{exp} \cdot \exp(x^4) + \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \eta_\times$$

$$\frac{\widetilde{\boldsymbol{f_3}}}{\widetilde{\boldsymbol{f_4}}} = \frac{\cos(x+3) - \sin(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \cos(x+3)\cdot\eta_{cos}}{\ln(x+3) + \eta_+ + \ln(x+3)\cdot\eta_{ln}}$$

$$= \frac{\cos(x+3)\cdot\big(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos}\big)}{\ln(x+3)\cdot\left(1 + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ + \eta_{ln}\right)}$$

$$\approx \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\big(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos}\big)\cdot\left(1 - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln}\right)$$

$$= \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\Bigg(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ + tg(x+3)\cdot\eta_+ \cdot\frac{x+3}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{cos}\cdot\frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln} + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\eta_{ln} - \eta_{cos}\cdot\eta_{ln}\Bigg)$$

$$\approx \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\left(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln}\right)$$

$$\frac{\widetilde{\boldsymbol{f_3}}}{\widetilde{\boldsymbol{f_4}}}\cdot(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{\eta}_{\div}) = \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\left(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln}\right) + \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\left(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln}\right)\cdot\eta_{\div}$$

$$\approx \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\left(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln}\right) + \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\eta_{\div}$$

$$= \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\left(1 - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big) + \eta_{cos} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ - \eta_{ln} + \eta_{\div}\right)$$

$$= \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \eta_{cos}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+ \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \eta_{\div}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}$$

$$\tilde{\boldsymbol{y}} = \Bigg(\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) + x^2\cdot\eta_2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4) + \eta_{sin} \cdot\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\eta_4\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot\eta_{exp}\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\eta_\times - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_{cos}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_{\div} \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\Bigg)(1+\eta_-)$$

$$
\begin{aligned}
&\approx \sin(x^2)\cdot\exp(x^4) + x^2\cdot\eta_2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4) + \eta_{sin} \\
&\quad \cdot \sin(x^2)\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\eta_4\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot\eta_{exp}\cdot\exp(x^4) \\
&\quad + \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\eta_\times - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \\
&\quad - \eta_{cos}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_\div \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \left(\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\right)\cdot\eta_-
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= y + x^2\cdot\eta_2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4) + \eta_{sin} \\
&\quad \cdot \sin(x^2)\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\eta_4\cdot\exp(x^4) + \sin(x^2)\cdot\eta_{exp}\cdot\exp(x^4) \\
&\quad + \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\eta_\times + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_{cos} \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} + \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} - \eta_\div\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \\
&\quad + \left(\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\right)\cdot\eta_-
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= y\cdot(1 + x^2\cdot\eta_2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \eta_{sin} \\
&\quad \cdot \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\eta_4\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \sin(x^2)\cdot\eta_{exp}\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} \\
&\quad + \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\eta_\times\cdot\frac{1}{y} + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} - \eta_{cos} \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} - \eta_\div \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + (\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)})\cdot\frac{1}{y}\cdot\eta_-)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\delta}[\tilde{\mathbf{y}}] &= x^2\cdot\eta_2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \eta_{sin} \\
&\quad \cdot \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\eta_4\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} + \sin(x^2)\cdot\eta_{exp}\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y} \\
&\quad + \sin(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\eta_\times\cdot\frac{1}{y} + tg(x+3)\cdot\big((x+3)\cdot\eta_+\big)\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} - \eta_{cos} \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + \frac{1}{\ln(x+3)}\cdot\eta_+\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + \eta_{ln}\cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} - \eta_\div \\
&\quad \cdot\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}\cdot\frac{1}{y} + (\sin(x^2)\cdot\exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)})\cdot\frac{1}{y}\cdot\eta_-
\end{aligned}
$$

Z moich obliczeń odczytuję:

- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji x^2
  - $K_1(x) = x^2\cdot\cos(x^2)\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji x^4
  - $K_2(x) = \sin(x^2)\cdot x^4\cdot\exp(x^4)\cdot\frac{1}{y}$

- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji dodawania x+3
    - $K_3(x) = (\frac{1}{\ln(x+3)} + tg(x+3) \cdot (x+3)) \cdot \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji sinus
    - $K_4(x) = \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji exp
    - $K_5(x) = \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji cosinus
    - $K_6(x) = -\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji logarytmowania
    - $K_7(x) = \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji mnożenia
    - $K_8(x) = \sin(x^2) \cdot \exp(x^4) \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji dzielenia
    - $K_9(x) = -\frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)} \cdot \frac{1}{y}$
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji odejmowania
    - $K_{10}(x) = (\sin(x^2) \cdot \exp(x^4) - \frac{\cos(x+3)}{\ln(x+3)}) \cdot \frac{1}{y} = 1$

Metoda różniczkowania analitycznego (wykonana w programie Matlab):

- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji x^2
    - ```
      K1 =

      -(x^2*cos(x^2)*log(x + 3)*exp(x^4))/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
      ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji x^4
    - ```
      K2 =

      -(x^4*log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
      ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji dodawania x+3
    - ```
      K3 =

      -(cos(x + 3) + 3*log(x + 3)*sin(x + 3) + x*log(x + 3)*sin(x + 3))/(cos(x + 3)*log(x + 3) - log(x + 3)^2*sin(x^2)*exp(x^4))
      ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji sinus
    - ```
      K4 =

      -(log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
      ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji exp
    - ```
      K5 =

      -(log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
      ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji cosinus
      ```

  -
    ```
    K6 =

    cos(x + 3)/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
    ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji logarytmowania
  -
    ```
    K7 =

    -cos(x + 3)/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
    ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji mnożenia
  -
    ```
    K8 =

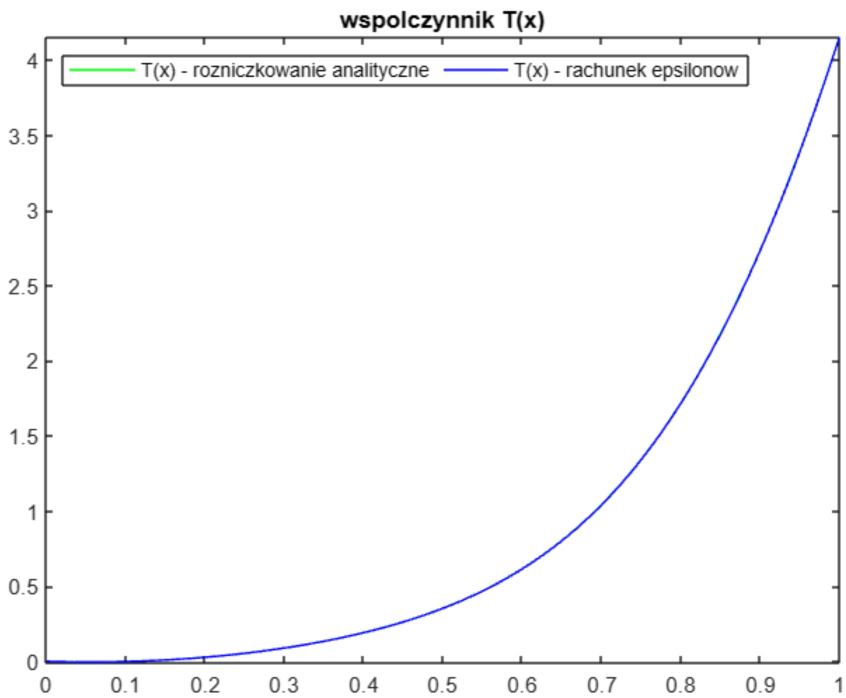
    -(log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
    ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji dzielenia
  -
    ```
    K9 =

    cos(x + 3)/(cos(x + 3) - log(x + 3)*sin(x^2)*exp(x^4))
    ```
- Współczynnik przenoszenia względnego błędu zaokrągleń operacji odejmowania
  -
    ```
    K10 =

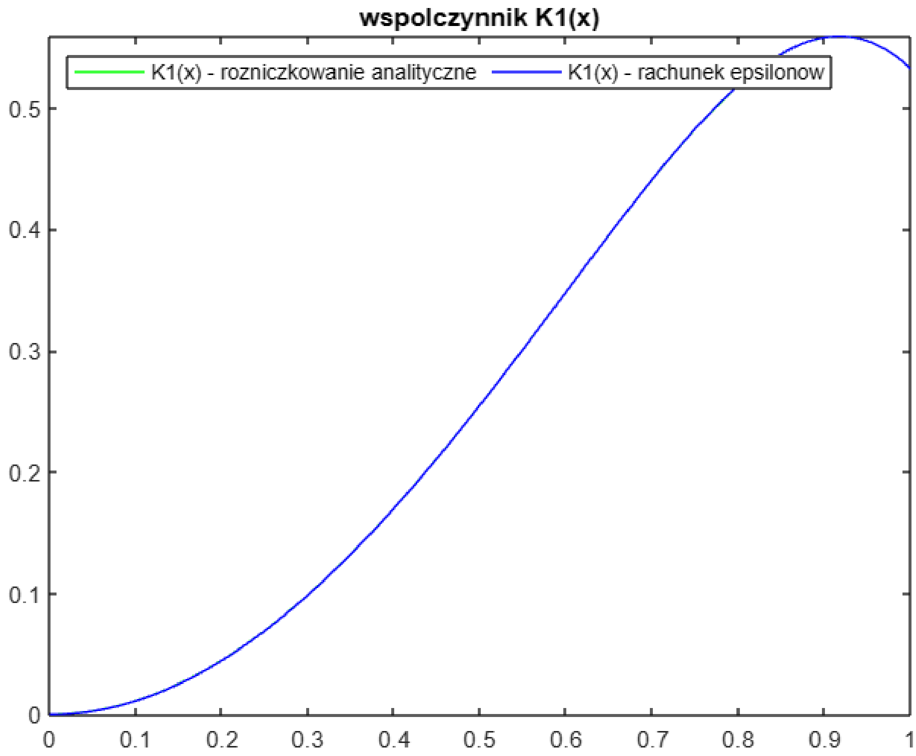
    1
    ```

Współczynniki $K(x)$ dla obu metod są takie same. (W metodzie rachunku epsilonów wystarczy podstawić funkcję y i wyniki będą identyczne). Wszelkie różnice w sprawozdaniu wynikają z odmiennego zapisu (wybranego przeze mnie) dla obu metod.

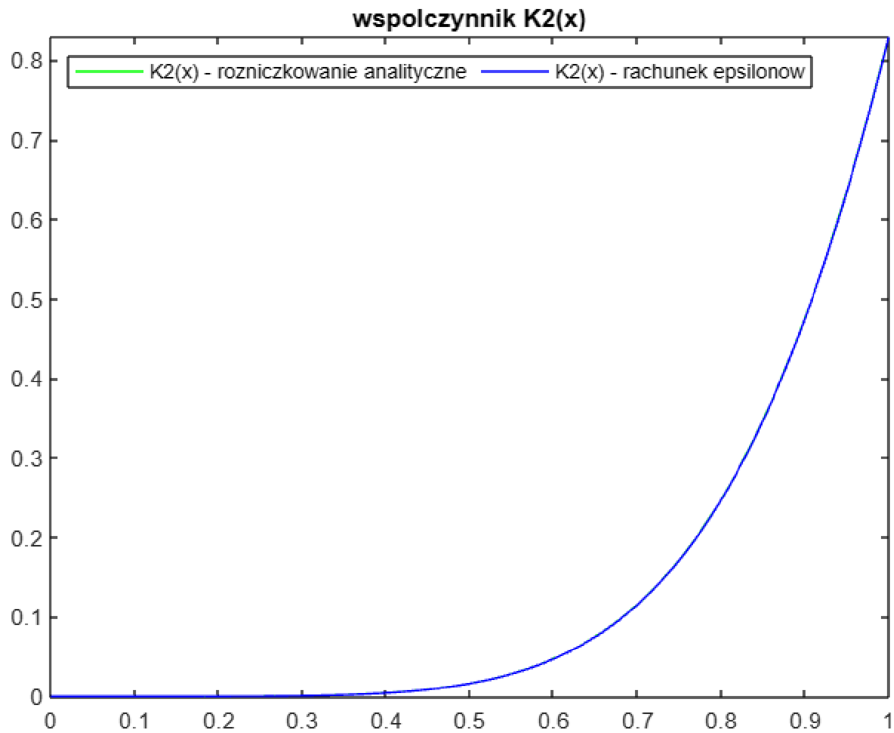
Wykresy



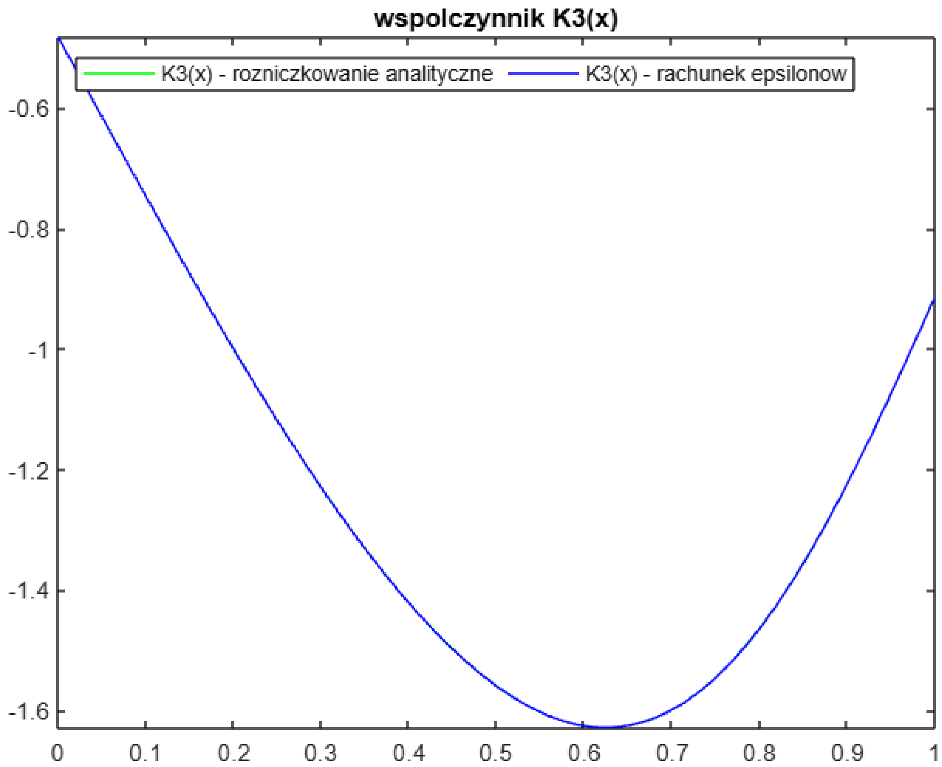
Rysunek 1 Wykres zależności współczynnika T(x) od x



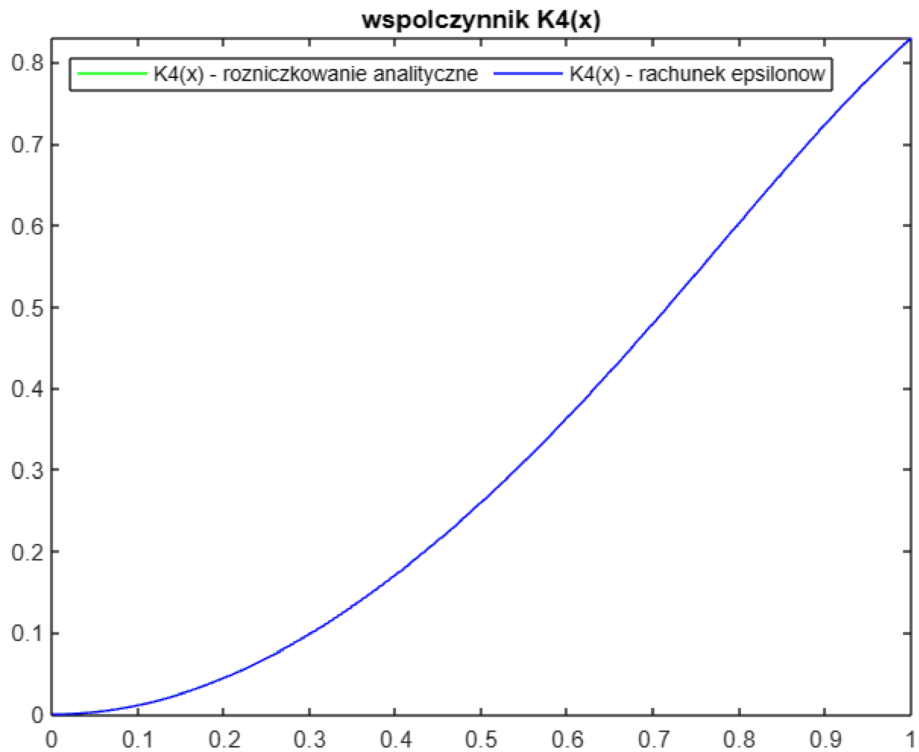
Rysunek 2 Wykres zależności współczynnika K1(x) od x



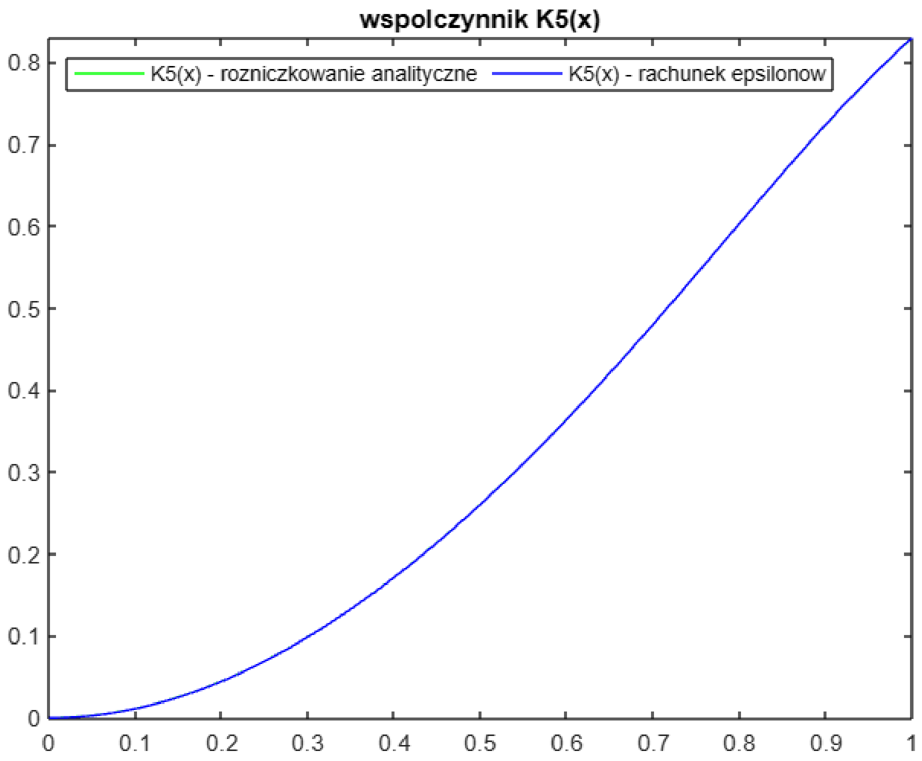
Rysunek 3Wykres zależności współczynnika K2(x) od x



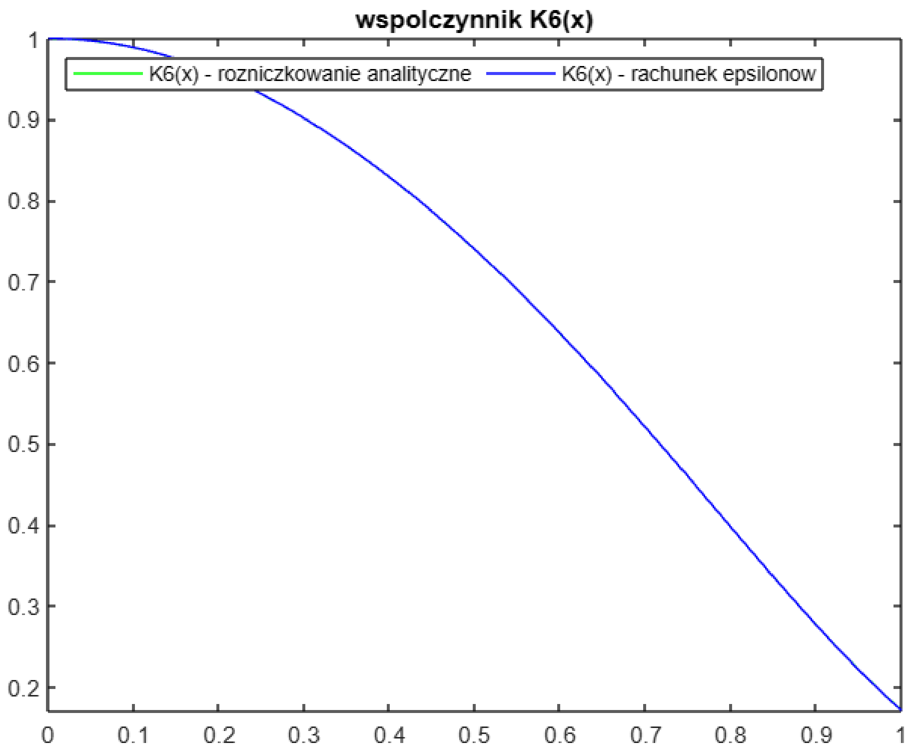
Rysunek 4 Wykres zależności współczynnika K3(x) od x



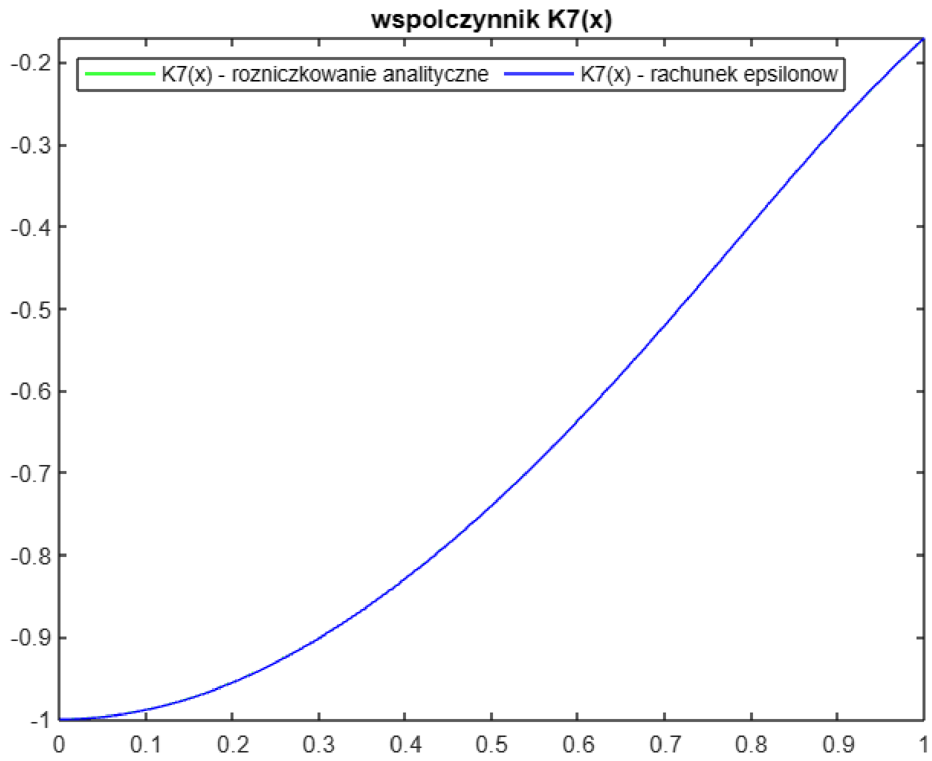
Rysunek 5 Wykres zależności współczynnika K4(x) od x



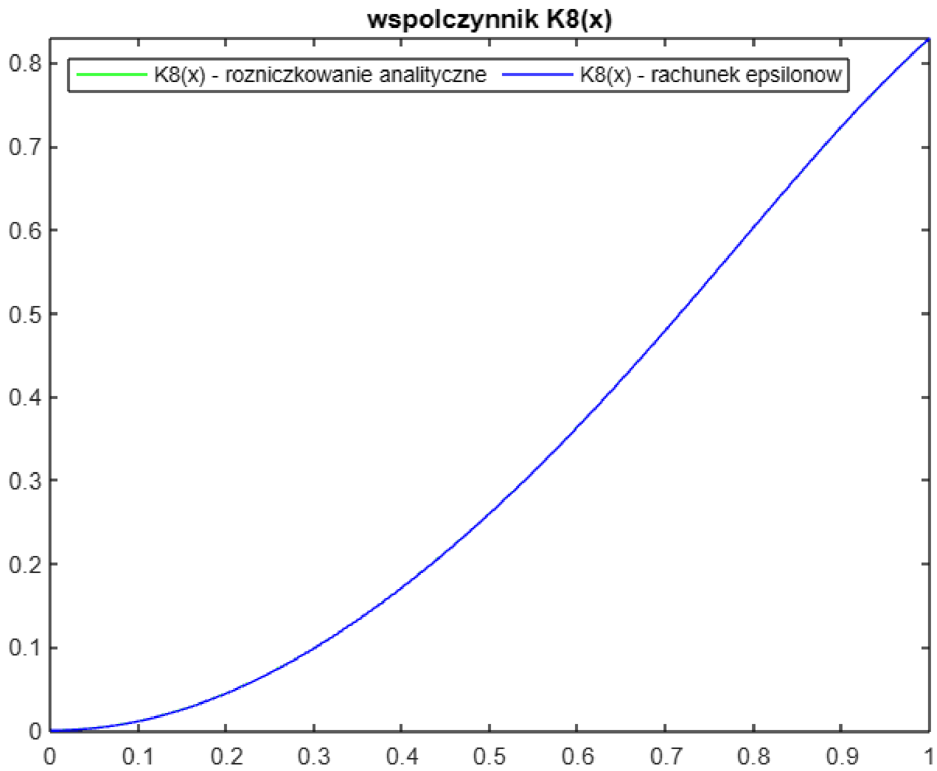
Rysunek 6 Wykres zależności współczynnika K6(x) od x



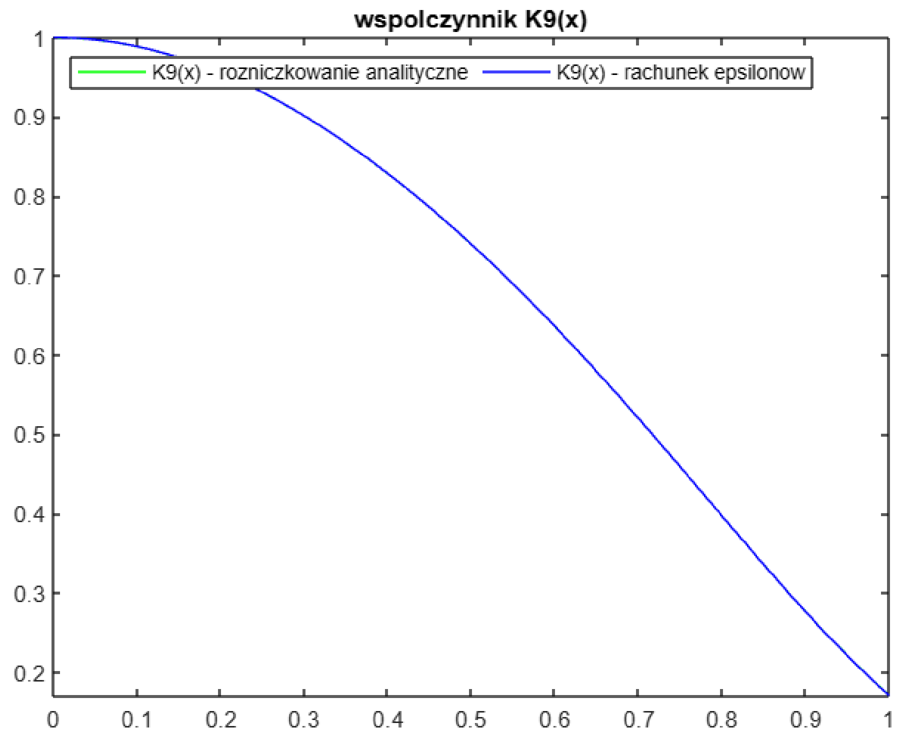
Rysunek 7 Wykres zależności współczynnika K7(x) od x



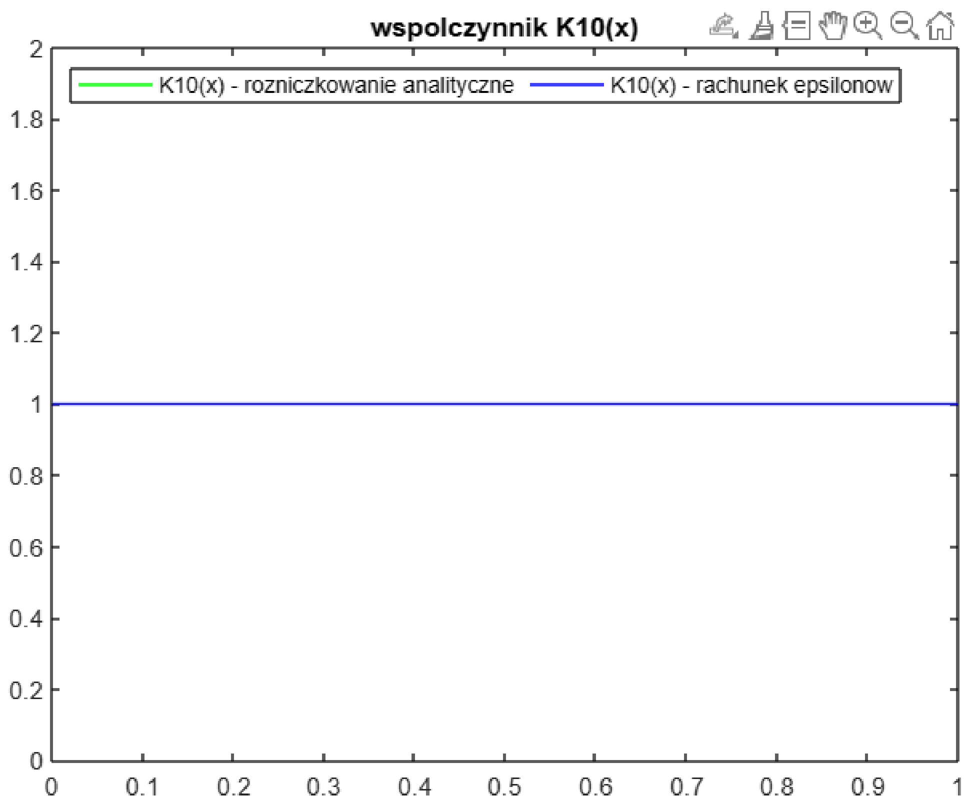
Rysunek 8 Wykres zależności współczynnika K7(x) od x



Rysunek 9 Wykres zależności współczynnika K8(x) od x



Rysunek 10 Wykres zależności współczynnika K9(x) od x



Rysunek 11 Wykres zależności współczynnika K10(x) od x

Z powyższych ilustracji możemy odczytać, że wykresy współczynników dla obu metod się pokrywają - dla obu metod otrzymuję taki sam wynik.

Zapis sekwencyjny

Algorytm obliczania wartości y wynikający z postaci wyżej podanego wzoru, w zapisie sekwencyjnym:

$$[x] \rightarrow \begin{bmatrix} v_1 = x^2 \\ v_2 = x^4 \\ v_3 = x + 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_4 = \sin(v_1) \\ v_5 = \exp(v_2) \\ v_6 = \cos(v_3) \\ v_7 = \ln(v_3) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_8 = v_4 * v_5 \\ v_9 = \dfrac{v_6}{v_7} \end{bmatrix} \rightarrow [y = v_8 - v_9]$$

Zadanie 2

Błąd całkowity wyznaczania wartości y metodą maksymalizacji sumy modułów współczynników przenoszenia względnych błędów danych i zaokrągleń:

$$\delta y_{sup}^{(1)} = 2.0857 \cdot 10^{-12}$$

Obliczenia zostały wykonane w programie Matlab.

Zadanie 3

Błąd całkowity wyznaczania wartości y metodą symulacyjną:

$$\delta y_{sup}^{(2)} = 2.0863 \cdot 10^{-12}$$

Obliczenia zostały wykonane w programie Matlab.

Kod Matlab

```
syms x v epsilon eta2 eta4 eta_plus eta_sin eta_exp eta_cos eta_ln eta_mult eta_div eta_sub


n = 1000;
m = 10000;
%przedzial x
x1 = linspace(0,1,n);

%funkcja y zadana przez prowadzacego
y = sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3));

y_diff = diff(y,x);
T = x*y_diff;
T = T/y;
%T obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
T = simplify(T);

%T obliczony metoda rachunku epsilonow
Te = @(x)
x.*(2.*x.*exp(x.^4).*log(x+3).^2.*(cos(x.^2)+sin(x.^2).*2.*x.^2)+sin(x+3).*log(x+3)+cos(x+3)./
(x+3))./(sin(x.^2).*exp(x.^4).*log(x+3).^2-cos(x+3).*log(x+3));

%%

%zadanie1
```

```
%wspolczynnik K1 obliczony metoda rachunku epsilonow
K1e = @(x) (x.^2.*cos(x.^2).*exp(x.^4))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y1 = sin(v).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3));
K1 = v.*diff(y1,v)./y1;
%wspolczynnik K1 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K1 = simplify(subs(K1,v,x.^2))

%wspolczynnik K2 obliczony metoda rachunku epsilonow
K2e = @(x) (sin(x.^2).*x.^4.*exp(x.^4))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y2 = sin(x^2).*exp(v)-(cos(x+3)./log(x+3));
K2 = v.*diff(y2,v)./y2;
%wspolczynnik K2 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K2 = simplify(subs(K2,v,x.^4))

%wspolczynnik K3 obliczony metoda rachunku epsilonow
K3e = @(x) ((1./log(x+3)+tan(x+3).*(x+3)).*(cos(x+3)./log(x+3)))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-
(cos(x+3)./log(x+3)));
y3 = sin(x^2).*exp(x.^4)-(cos(v)./log(v));
K3 = v.*diff(y3,v)./y3;
%wspolczynnik K3 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K3 = simplify(subs(K3,v,x+3))

%wspolczynnik K4 obliczony metoda rachunku epsilonow
K4e = @(x) sin(x.^2).*exp(x.^4)./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y4 = v.*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3));
K4 = v.*diff(y4,v)./y4;
%wspolczynnik K4 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K4 = simplify(subs(K4,v,sin(x.^2)))

%wspolczynnik K5 obliczony metoda rachunku epsilonow
K5e = @(x) sin(x.^2).*exp(x.^4)./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y5 = sin(x^2).*v-(cos(x+3)./log(x+3));
K5 = v.*diff(y5,v)./y5;
%wspolczynnik K5 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K5 = simplify(subs(K5,v,exp(x.^4)))

%wspolczynnik K6 obliczony metoda rachunku epsilonow
K6e = @(x) (-cos(x+3)./log(x+3))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y6 = sin(x^2).*exp(x^4)-(v./log(x+3));
K6 = v.*diff(y6,v)./y6;
%wspolczynnik K6 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K6 = simplify(subs(K6,v,cos(x+3)))

%wspolczynnik K7 obliczony metoda rachunku epsilonow
K7e = @(x) (cos(x+3)./log(x+3))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y7 = sin(x^2).*exp(x^4)-(cos(x+3)./v);
K7 = v.*diff(y7,v)./y7;
%wspolczynnik K7 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K7 = simplify(subs(K7,v,log(x+3)))

%wspolczynnik K8 obliczony metoda rachunku epsilonow
K8e = @(x) sin(x.^2).*exp(x.^4)./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y8 = v-(cos(x+3)./log(x+3));
K8 = v.*diff(y8,v)./y8;
%wspolczynnik K8 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K8 = simplify(subs(K8,v,sin(x^2).*exp(x^4)))

%wspolczynnik K9 obliczony metoda rachunku epsilonow
K9e = @(x) (-cos(x+3)./log(x+3))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)));
y9 = sin(x^2).*exp(x^4)-(v);
K9 = v.*diff(y9,v)./y9;
%wspolczynnik K9 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K9 = simplify(subs(K9,v,cos(x+3)./log(x+3)))

%wspolczynnik K10 obliczony metoda rachunku epsilonow
K10e = @(x) (sin(x.^2).*exp(x.^4)-(cos(x+3)./log(x+3)))./(sin(x.^2).*exp(x.^4)-
(cos(x+3)./log(x+3)));
y10 = v;
K10 = v.*diff(y10,v)./y10;
%wspolczynnik K10 obliczony metoda rozniczkowania analitycznego
K10= simplify(subs(K10,v,sin(x.^2).*exp(x.^4) - (cos(x+3)./log(x+3))))
%%

%wykresy

figure(1)
hold off
```

```
fplot(K1, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K1e(x1),'blue')
legend({'K1(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K1(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K1(x)')

figure(2)
hold off
fplot(K2, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K2e(x1),'blue')
legend({'K2(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K2(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K2(x)')

figure(3)
hold off
fplot(K3, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K3e(x1),'blue')
legend({'K3(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K3(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K3(x)')

figure(4)
hold off
fplot(K4, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K4e(x1),'blue')
legend({'K4(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K4(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K4(x)')

figure(5)
hold off
fplot(K5, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K5e(x1),'blue')
legend({'K5(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K5(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K5(x)')

figure(6)
hold off
fplot(K6, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K6e(x1),'blue')
legend({'K6(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K6(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K6(x)')

figure(7)
hold off
fplot(K7, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K7e(x1),'blue')
legend({'K7(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K7(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K7(x)')

figure(8)
hold off
fplot(K8, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K8e(x1),'blue')
legend({'K8(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K8(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K8(x)')

figure(9)
hold off
fplot(K9, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K9e(x1),'blue')
legend({'K9(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K9(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
```

```
title('wspolczynnik K9(x)')

figure(10)
hold off
fplot(K10, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,K10e(x1),'blue')
legend({'K10(x) - rozniczkowanie analityczne', 'K10(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik K10(x)')

figure(11)
hold off
fplot(T, [0, 1], 'g');
hold on
plot(x1,Te(x1),'blue')
legend({'T(x) - rozniczkowanie analityczne', 'T(x) - rachunek
epsilonow'},'Location','northwest','NumColumns',2)
title('wspolczynnik T(x)')

%%

%zadanie 2

eps = 2*10^(-13);
abs_T = @(x1) abs(Te(x1));
abs_K1 = @(x1) abs(K1e(x1));
abs_K2 = @(x1) abs(K2e(x1));
abs_K3 = @(x1) abs(K3e(x1));
abs_K4 = @(x1) abs(K4e(x1));
abs_K5 = @(x1) abs(K5e(x1));
abs_K6 = @(x1) abs(K6e(x1));
abs_K7 = @(x1) abs(K7e(x1));
abs_K8 = @(x1) abs(K8e(x1));
abs_K9 = @(x1) abs(K9e(x1));
abs_K10 = @(x1) abs(K10e(x1));

sum_abs = zeros(1,n);

for i = 1:1:n
    sum_abs(i) = abs_T(x1(i))+ abs_K1(x1(i)) + abs_K2(x1(i)) + abs_K3(x1(i)) + abs_K4(x1(i)) +
abs_K5(x1(i)) + abs_K6(x1(i)) + abs_K7(x1(i)) + abs_K8(x1(i)) + abs_K9(x1(i)) +
abs_K10(x1(i));
end

%blad calkowity
y_sup1 = max(sum_abs)*eps

%%

%zadanie 3

y = @(x) sin(x^2)*exp(x^4)-(cos(x+3)/log(x+3));
y_zaburzony = @(x, epsilon, eta2, eta4, eta_plus, eta_sin, eta_exp, eta_cos, eta_ln, eta_mult,
eta_div, eta_sub) ( ( sin(((x*(1+epsilon))^2)*(1+eta2))*(1+eta_sin) *
exp(((x*(1+epsilon))^4)*(1+eta4))*(1+eta_exp) )*(1+eta_mult) - (
cos((x*(1+epsilon)+3)*(1+eta_plus))*(1+eta_cos) /
log((x*(1+epsilon)+3)*(1+eta_plus))*(1+eta_ln) )*(1+eta_div) )*(1+eta_sub);

x2 = linspace(0,1,m);
tab = (de2bi(0:(2^11-1))-0.5)*2;
matr = @(p,e) eps*tab(p,e);
%wszystkie mozliwe kombinacje wartosci dla wzglednych bledow danych i
%bledow zaokraglen zapisane w macierzy
blad = zeros(2^11, m);

for j = 1:(2^11)
    for k = 1:m
        blad(j,k) = abs(( y_zaburzony(x2(k), matr(j,1), matr(j,2), matr(j,3), matr(j,4),
matr(j,5), matr(j,6), matr(j,7), matr(j,8), matr(j,9), matr(j,10), matr(j,11)) - y(x2(k))) /
y(x2(k)));
    end
end

y_sup2 = max(blad(:))
```

Bibliografia

Roman Z. Morawski i Andrzej Miękina. *Solved Problems in Numerical Methods.* Warszawa: Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2021.

Roman Z. Morawski. „Obliczenia inżynierskie (OINT) ." *Materiały do zajęć zintegrowanych prowadzonych w semestrze letnim 2022/2023.* Warszawa: Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych, 2023.