

рис (104; 105), или даже составление операционных графиков (106; 107).

Одна из ключевых проблем обучения с подкреплением заключается в том, сколько времени может потребоваться на обучение агента . Этим агентам необходимо учиться методом многократных проб и ошибок, что требует многих взаимодействий с окружающей средой, прежде чем они смогут начать осваивать желаемое поведение. Часто для этого требуется слишком много времени.-

трудоемко или слишком рискованно проводить эти испытания в реальном мире. В случае беспилотных транспортных средств, неподготовленных агентов нельзя просто использовать на улице, поскольку это поставило бы под угрозу безопасность других людей.

транспортные средства и пешеходы. Чтобы обойти эти проблемы, агенты обычно обучаются в моделируемых, цифровых средах. Эти симуляции часто позволяют обучать агентов быстрее, чем в реальности.

время, хотя это может происходить за счет реальных верности. Этот выбор проявляется как что-то называют Сим-в реальный разрыв: неизбежное МИС-моделирование реальности с помощью моделирования, где условия окружающей среды реальной жизни не могут быть переданы в совершенстве (108).

Хотя разрыв между симуляцией и реальностью существует для всех моделируемых сред, часто он наиболее очевиден, когда окружающая среда слишком дорога для моделирования и поэтому должна быть приближенной. Следовательно,, практики обучения с подкреплением вынуждены обменивать точность на скорость. Возникает вопрос: достаточны ли аппроксимации системы с низкой точностью для того, чтобы агент научился правильному поведению, или эти аппроксимации рискуют, что агент научится ошибочному поведению, которое может поставить под угрозу его безопасность?

Безопасность и надежность являются основными факторами для решения многих проблем, хотя это особенно верно для автономных космических аппаратов. Многие из этих миссий обходятся в сотни миллионов долларов, и если космический корабль ведет себя небезопасно, нет простых возможностей для ремонта и восстановления.

Следовательно, существует оправданная осторожность в отношении использования обучающих агентов с подкреплением на борту космического корабля. Чтобы смягчить потенциальное пристальное внимание, оно становится обязанностью исследователей для обеспечения что их автономные агенты космических аппаратов, обучающихся в моделируемых условиях, которые максимально приближены к земле правду как можно скорее. В этом заключается ценность PINN-GM для обучения с подкреплением.

На динамику космического корабля сильно влияет сила тяжести, и высокоточное моделирование известно, что создание гравитационных полей обходится дорого. Распространяющиеся орбиты с полиэдральной гравитацией высокого разрешения- вычисления моделей могут занять дни. Для обучающих агентов с подкреплением, которым требуются сотни- тысячи взаимодействий с окружающей средой, эти периоды выполнения являются непомерно высокими и требуют, чтобы

исследователи используют варианты с более низкой точностью воспроизведения. PINN-GM предлагает потенциальное решение этой проблемы.

PINN-GM, обеспечивающий как высокую точность, так и быстрое время выполнения, представляет собой мощный способ

повысить точность моделирования среды, в которой могут проходить обучение агенты с подкреплением

обучение.

Чтобы продемонстрировать полезность PINN-GM для обучения с подкреплением на космическом корабле, в этом разделе

представлен сценарий проблемы, связанный с безопасным режимом космического корабля. Представьте себе, космический корабль находится на

орбите вокруг небольшого тела и только что приступил к сложной операции, такой как выполнение касательного движения

(T.A.G.) маневра. В середине этого действия, космический корабль, неожиданно отключается

связи с землей. Эта аномалия вызывает космический корабль, чтобы войти в безопасный режим -

постоянный режим с положительной подачей энергии, который позволяет инженерам исследовать проблему, предложить исправление,

и связать решение по восходящей линии ([109](#)). Для космических аппаратов, вращающихся вокруг крупных небесных тел, включение безопасного режима

считается надежным и безрисковым действием. Поскольку динамика, наблюдаемая космическими аппаратами на

орбите вокруг тел, близких к сферической, в основном кеплеровская, крайне маловероятно, что вегетативный

космический аппарат отклонится от своей исходной траектории и столкнется с телом в течение короткого промежутка времени

. При исследовании малых тел такая гарантия гораздо менее очевидна.

Гравитационные поля, создаваемые астероидами неправильной формы, не обеспечивают номинально таких же

стабильных орбит, которые присутствуют вокруг крупных небесных тел. Вместо этого космические аппараты испытывают сложные

гравитационные ускорения в сочетании с воздействием давления солнечной радиации, которые могут создавать

хаотические траектории вокруг малого тела без надлежащего удержания станции. Следовательно, вход в

традиционный безопасный режим во время критически важной операции, такой как T.A.G., значительно увеличивает

вероятность столкновения космического аппарата с телом.

Чтобы свести к минимуму этот риск столкновения, предлагается усовершенствованный агент безопасного режима. Когда космический корабль сталкивается с телом.

космический корабль переходит в режим повышенной безопасности, это запускает агент, который должен уделять приоритетное внимание трем целям безопасности

. Во-первых, космический корабль не должен столкнуться с телом. Во-вторых, космический корабль должен

экономить топливо. В-третьих, и наконец, космический аппарат должен оставаться близко к телу, чтобы гравитационное поле

оставалось доминирующим возмущением. Эти цели безопасности гарантируют, что независимо от миссии

фазе, космический аппарат не будет пересекать тело и будет маневрировать по орбитам, требующим относительно

небольшое сохранение станции. В принципе, как только этот улучшенный безопасный режим будет выполнен и квазистабильный

орбита найдена, могут выполняться традиционные операции в безопасном режиме, и операторы могут вернуться к диагностике.

исходная проблема.

Проблема с разработкой улучшенного агента в безопасном режиме заключается в том, что его не существует.

решение управления известно априори, которое будет удовлетворять эти высокоуровневые ограничения безопасности. В качестве таких,

обучение с подкреплением предлагается изучать политику, способную преобразовывать эти высокого уровня безопасности

ограничения в быстросействующее решение по управлению космическим аппаратом.

4.1 Формулировка марковского процесса принятия решений

Чтобы решить проблему обучения с подкреплением, выполните следующий Марковский процесс принятия решений

$s \in S$ - это состояние, A $\in A$ - набор действий, $T(s' | s, a)$ предлагается Is, a) (MDP) из (S, A, T, R, γ) , где S - функция перехода, $R(s, a)$ - награда в состоянии s при выполнении действия a , а γ -

коэффициент дисконтирования. Обучение с подкреплением направлено на изучение политики π :

$S \rightarrow A$, которая максимизирует

ожидаемый доход

$$R = E \sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t r_{tt} \quad (4.1)$$

Для расширенного безопасного режима определено пространство состояний

$S : R^4 \times R^3 \times R^3$ где экземпляр

состояние равно

$$s = (r, v, m, \theta) \quad (4.2)$$

где r является ли нормализованным вектором положения, выраженным как (r, s, t, u) , где r - радиальное расстояние

космического аппарата относительно центра масс астероида, нормированное на максимальный радиус

астероид R . Остальные координаты положения, s, t, u

$\in [-1, 1]$, являются синусами углов

между декартовыми базисными векторами

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$

соответственно. Аналогично

v представляет вектор скорости

космического аппарата

v_x, v_y, v_z , нормированный на скорость убегания, определенную в сфере Бриллюэна

астероид:

$$v_{\text{норма}} = \frac{\mu}{R^2} \quad (4.3)$$

Наконец - то m_f нормируется ли оставшееся топливо в космическом аппарате емкостью топливных баков. Объем

пространство для действий для MDP, $A : R^3$ является непрерывным и представляет собой импульсный ΔV s, который может быть применен

мгновенно в начале каждого шага моделирования. Величина ΔV ограничена

± 10 сантиметров в секунду в каждом декартовом направлении. Функция вознаграждения определена таким

образом, что отказ сильно наказывается, и космический корабль получает стимул оставаться вблизи астероида до конца

$$R(s, a) = \begin{cases} -100 & \text{в случае отказа (неисправностей, a)} \\ 1 - r & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (4.4)$$

где отказ определяется как:

$$\text{отказ}(s, a) = (r \in \text{астероид}) \vee (\text{топливо} < 0) \vee (r < 3R) \quad (4.5)$$

Функция перехода $T(s'|s, a)$ определяется с использованием гравитационной динамики

системы. Ускорение обеспечивается одной из вышеупомянутых гравитационных моделей,

изменение расхода топлива регулируется уравнением ракеты, а ΔV , создаваемое действием,

применяется мгновенно. Коэффициент дисконтирования γ равен 0.99.

4.2 Программный критик-исполнитель

Для решения этой задачи MDP используется алгоритм Soft Actor-Critic (SAC) (110). Алгоритмы "Актер-критик"

используют два аппроксиматора совместной функции для генерации политики, которая максимизирует функцию ценности

MDP. Функция ценности $V(s)$ представляет собой ожидаемый доход MDP (уравнение 4.1). Учитывая, что

функция значения изначально не известна во время выполнения, вместо нее используется аппроксиматор функции - часто нейронная

сеть - который называется критиком или V_ψ . Второй аппроксиматор функции

формирует действующего лица, или политику π_ϕ , который предпринимает действия, максимизирующие ожидаемую отдачу, оцененную

критиком.

Разница между традиционными алгоритмами "актер-критик" и "мягкими" алгоритмами "актер-критик" заключается в

том, что SAC увеличивает функцию значения, чтобы включить максимальный энтропийный член в дополнение к

ожидаемой доходности за счет

$$R(\pi) = \mathbb{E}_{t=1}^T r(s_t, a_t) - \alpha \log(\pi_\phi(a_t | s_t)) \quad (4.6)$$

таким образом, действующее лицо не только стремится к вознаграждению, но и усваивает политику, способствующую разнообразному поведению.

Это помогает сбалансировать исследование и эксплуатацию во время обучения агента, а также улучшает

эффективность выборки и снижает чувствительность к исходным гиперпараметрам. У SAC также есть возможность

проходить обучение вне политики (110).

Очевидно, что мягкие методы "Актер-критик" используют три аппроксиматора функций:

(1) $V_{\psi}(y_t)$ - функция государственной ценности (критик)

(2) $Q_{\theta}(y_t, a_t)$ - программная Q-функция или функция значения состояния-действия

(3) $\pi(a_t | c_t)$ - сговорчивый политик (актер)

Обычно функция значения состояния и мягкая Q-функция представлены в виде нейронных сетей таким образом, что

параметры ψ и θ являются обучаемыми весами и отклонениями сети. π_{ϕ} является гауссовым

распределение со средним значением и ковариацией, определяемое нейронными сетями.

Целью алгоритма SAC является оптимизация следующих функций затрат:

$$J_V(\psi) = \mathbb{E}_{D_{c_t}} \left[\frac{1}{2} \left(\psi(y_t) - V(y_t) \right)^2 \right] - \mathbb{E}_{a_t \sim \pi_{\phi}} [Q_{\theta}(y_t, a_t) - \log \pi_{\phi}(a_t | c_t)] \quad (4.7)$$

$$J_Q(\theta) = \mathbb{E}_{(y_t, c_t) \sim D} \left[\frac{1}{2} \left(Q_{\theta}(y_t, a_t) - \gamma V(y_{t+1}) \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

$$J_{\pi}(\phi) = \mathbb{E}_{D_{c_t}} \left[D_{KL}(\pi_{\phi}(a_t | c_t) \parallel \frac{\exp(Q_{\theta}(y_t, a_t))}{Z(y_t)} \right) \quad (4.9)$$

D - распределение кортежей состояния-действия, взятых на данный момент и сохраненных в буфере воспроизведения. Каждая из этих функций затрат, где γ может быть обновлена с использованием стохастического градиентного спуска. В частности, значение и

сети soft Q могут быть обновлены с помощью:

$$\nabla_{\psi} J_V(\psi) = \nabla_{\psi} V(y_t) (V(y_t) - \gamma V(y_{t+1}) - Q_{\theta}(y_t, a_t) + \log \pi_{\phi}(a_t | c_t)) \quad (4.10)$$

$$\nabla_{\theta} J_Q(\theta) = \nabla_{\theta} Q_{\theta}(a_t, c_t) (Q_{\theta}(y_t, a_t) - \gamma V(y_{t+1})) \quad (4.11)$$

$$(4.12)$$

Распределение политик может быть обновлено с помощью градиентной оценки отношения правдоподобия (позволяет избежать обратной обработки-

изменяющие градиенты), но поскольку целевая плотность является Q-функцией и может быть дифференцирована,

вместо этого используется прием репараметризации для получения более низкой оценки дисперсии. Это можно сделать

путем повторной настройки политики с использованием преобразования нейронной сети

$$a_t = f_\phi(e_t; s_t) \quad (4.13)$$

где e_t является вектором шума. Это позволяет переписать функцию затрат как

$$J(\phi) = -\mathbb{E}_{e_t \sim p_\phi(e_t; s_t)} [\log p_\phi(f_\phi(e_t; s_t) | c_t) - Q_\theta(b_t, f_\phi(e_t; s_t))] \quad (4.14)$$

и решается с помощью

$$\nabla_{\phi} J(\phi) = \nabla_{\phi} \mathbb{E}_{e_t \sim p_\phi(e_t; s_t)} [\log p_\phi(f_\phi(e_t; s_t) | c_t) - Q_\theta(b_t, f_\phi(e_t; s_t))] \quad (4.15)$$

Обратите внимание, что в процессе обновления используется сеть целевых значений V_ψ , где параметрами являются expo-

последовательно скользящее среднее весов сети значений и

$$\hat{Q}(s_t, a_t) = r(s_t, a_t) + \gamma \mathbb{E}_{s_{t+1} \sim p} V_\psi(s_{t+1}) \quad (4.16)$$

Дополнительные сведения о реализации soft actor-critic можно найти в оригинальной статье (110).

4.3 Окружающая среда

Среда, используемая для обучения агента расширенного безопасного режима, настроена следующим образом: Для

каждого эпизода космический корабль инициализируется в рандомизированном положении, которое существует между $[0, 6R, 3R]$,

где R - максимальный радиус астероида. Начальная скорость также рандомизирована, но ограничена

магнитудой менее $3\sqrt{}$ метров в секунду. Эти начальные условия предназначены для воспроизведения

состояний, обнаруженных на этапах миссии T.A.G., когда, если не предпринимать никаких действий, космический аппарат, вероятно,

столкновение с астероидом. Эти начальные условия распространяются без расширенного просмотра

Режим показаны столкновения с телом на рисунке 4.1.

В начале обучения буфер воспроизведения инициализируется кортежами из 10 000 (s, a, r, s') для

предварительного начала обучения. Эти кортежи генерируются путем изменения начальных условий с помощью кеплеровского метода dy-

намика и политика, применяющая случайные импульсы δV . Хотя и не репрезентирующая истинную систему

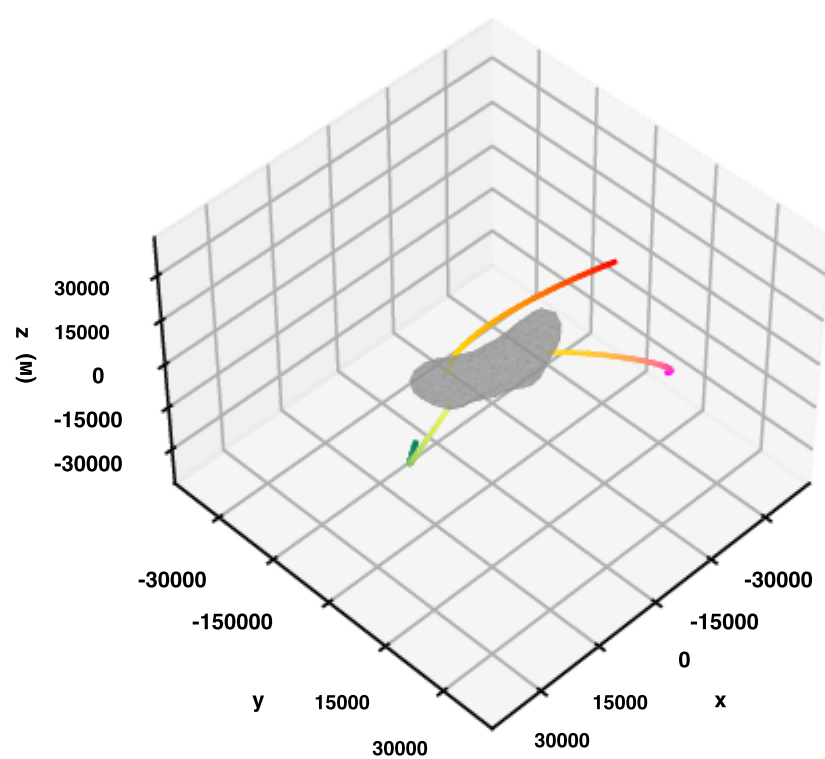


Рисунок 4.1: Траектории, снятые без включения агента расширенного безопасного режима. Более темные оттенки соответствуют предыдущим участкам траектории.

динамика, пары состояние-действие в начальном буфере помогают стабилизировать обучение и ускорить конвергенцию-

построение сети ценностей - получение общих знаний о динамике системы и определение

общие домены в пространстве состояний с высоким и низким значением. Как только симуляция начинает выполняться,

буфер воспроизведения заполняется кортежами, сгенерированными реальной средой моделирования и

обучающимся агентом. Буфер продолжает заполняться до тех пор, пока не будет сохранено 100 000 кортежей, после чего кортежи

будут загружаться в буфер воспроизведения и выходить из него с использованием парадигмы "первый вход, первый выход".

Сети актеров и критиков обучаются для одной эпохи с использованием мини-пакета размером 1024 после а

новый кортеж загружается в буфер воспроизведения / в среде выполняется дополнительный шаг. В

продолжительность шага соответствует 10 минутам по времени симуляции, а максимальная продолжительность всего эпизода

составляет 10 часов симуляции. После каждого шага к состоянию применяется импульсивное действие ΔV , производимое

действующим лицом. После каждых 1000 шагов в среде производительность политики

оценивается на 10 случайно сгенерированных эпизодах, и среднее значение возврата и стандартная ошибка для

этих эпизодов сохраняются.

4.4 Эксперимент

Предлагается эксперимент, цель которого - охарактеризовать влияние различных моделей гравитации

на улучшенную производительность агента безопасного режима. Как обсуждалось ранее, важно обучать

агентов моделированию, репрезентативному для реальной среды. Минимизация разницы между симуляцией и реальностью-

помогает гарантировать, что поведение развернутых агентов соответствует их обучению.

Однако в реальности часто бывает сложно или дорого использовать высокоточные динамические модели во время

обучение, поэтому практикующие могут выбрать динамические модели с более низкой точностью, чтобы сократить время обучения.

В этом эксперименте исследуются плюсы и минусы такого выбора.

Для этого эксперимента обучены три агента расширенного безопасного режима. Все агенты обучаются

с одинаковыми начальными условиями, описанными выше; однако, каждый агент обучается в среде

, заполненной другой моделью силы тяжести. Первый агент обучается в среде, которая использует

многогранную модель силы тяжести. Второй агент обучается в среде с моделью силы тяжести точечной массы

, а в третьей среде используется PINN-GM. В каждом случае запрашивается модель силы тяжести для

ускорения, которые используются функцией перехода для изменения состояния вперед во времени.

Каждая среда имеет свои преимущества и недостатки. Многогранная среда

обеспечивает наиболее точную динамику; однако это также сопряжено с наибольшими вычислительными затратами.

Модель формы 200 000 граней, используемая для Eros, общеизвестно медленная и в конечном итоге ограничит

общее количество взаимодействий агент будет опыт работы со средой, из которой агент

можете узнать. В отличие от точки массы среды обеспечит более грубой аппроксимации истинной

динамика, но на гораздо более быстрыми темпами. Следовательно, агент, обученный в этой среде, будет иметь

гораздо больше опыта, из которого можно извлечь уроки, но неясно, будет ли этого дополнительного опыта

достаточно для преодоления возникшего разрыва между симуляцией и реальностью. Наконец, агент, прошедший обучение в среде модели PINN gravity

, должен обойти проблемы, связанные с двумя предыдущими средами.

Поскольку PINN-GM быстр в исполнении и обеспечивает высокоточное приближение к

реальной динамике системы, агент, обученный в этой среде, должен иметь доступ ко многим реалистичным

взаимодействие с окружающей средой, из которой он может извлекать уроки.

Каждый агент проходит обучение в общей сложности в течение трех часов, и средняя доходность каждого

агент сценария показан на рисунке в зависимости от времени работы настенных часов и этапов обучения [4.2](#).

4.5 Результаты

Рисунок [4.2](#) демонстрирует соответствующие преимущества и недостатки использования различной силы тяжести

модели для агента расширенного безопасного режима. Как обсуждалось, агент, обученный в многогранной среде

среда имеет доступ к наиболее точной динамике, но вычислительная

интенсивность допускается только на 2000 шагов в окружающей среде в течение трех часов. Эти 2000

взаимодействие не достаточно для агента, чтобы узнать, безопасного поведения, которая выражается последовательно

низкий средний доход.

Агент, обученный в среде простой гравитационной модели, также не способен научиться безопасному поведению

но не из-за отсутствия полного взаимодействия с окружающей средой. Пройдя более 300 000 шагов через

среда в течение трехчасового периода обучения агент, прошедший обучение в простой среде, имел

более чем на два порядка больше данных. Несмотря на это, упрощенная динамика среды

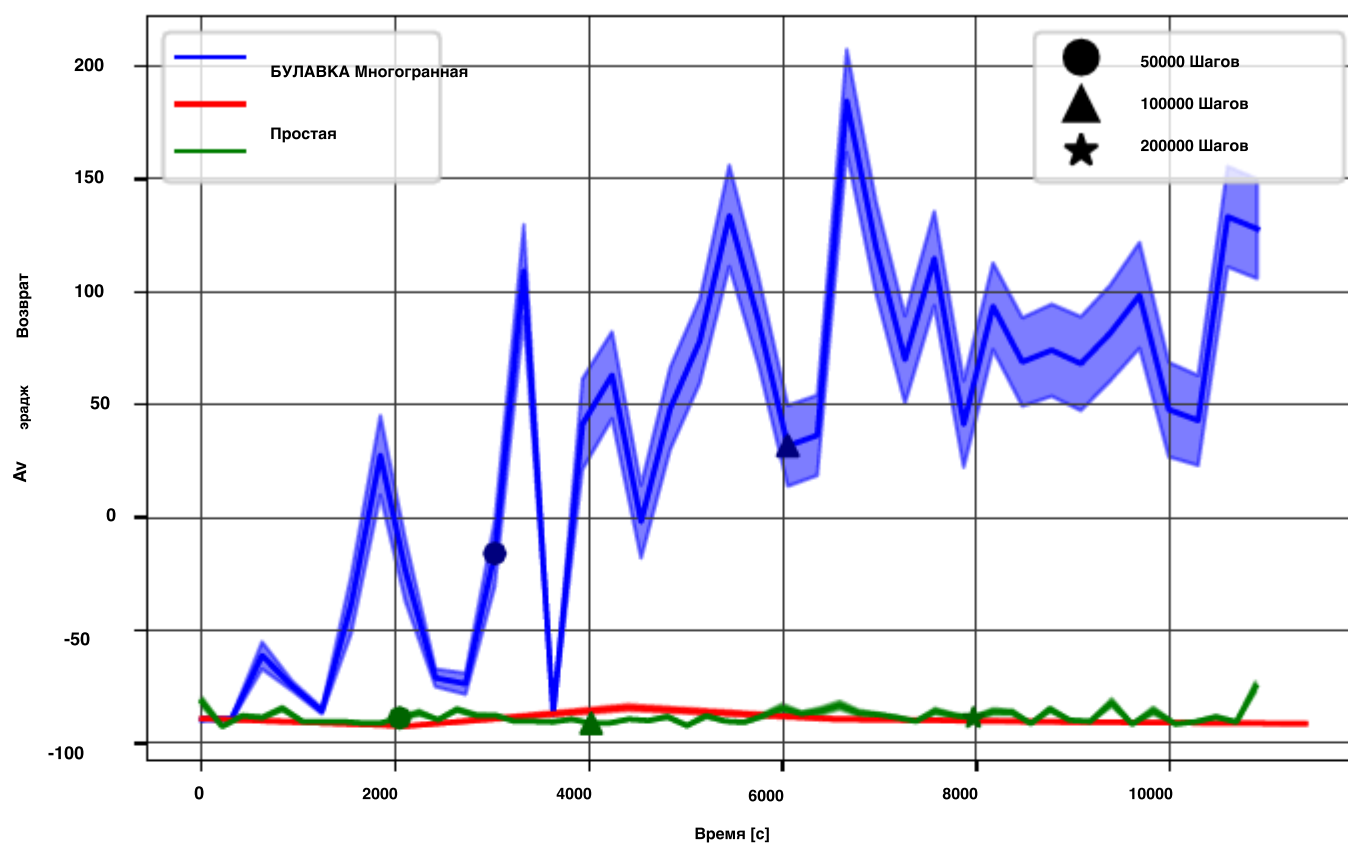


Рисунок 4.2: Средняя доходность в зависимости от времени на часах

привело к исчезновению этого агента. Поскольку окружающая среда не предоставляла агенту достаточно

реалистичных эпизодов, усвоенное агентом поведение оставалось небезопасным, поскольку не учитывало более

сложную динамику системы.

Агент, прошедший обучение в среде PINN-GM, избегает обеих этих проблем. Агент

испытал более 150 000 взаимодействий со средой, которая содержала репрезентативную динамику

истинной системы. Эта комбинация позволила агенту определить безопасное поведение, которое позволило избежать

столкновения с астероидом, что представлено увеличением средней доходности на рисунке 4.2.

Рисунок 4.3 показан пример различных траекторий, генерируемых тремя усовершенствованными безопасными

Агенты режима. Траектории демонстрируют, что агенты, обученные работе в простых и многогранных средах

практически ничем не лучше неподготовленных агентов - они очень быстро сталкиваются с

астероидом. Агент, обученный в среде PINN, напротив, способен успешно использовать

сложную динамику гравитационного поля для нахождения близкой, но безопасной орбиты вокруг экватора

астероид. Ранние результаты показали, что траектория, найденная агентом PINN, безопасна в течение

значительно более длительного периода, чем первоначальная 10-часовая продолжительность эпизода, что подразумевает, что у операторов космических аппаратов

может быть несколько дней для диагностики лежащей в основе аномалии. Формальный анализ устойчивости этой

изученной траектории оставлен для будущей работы.

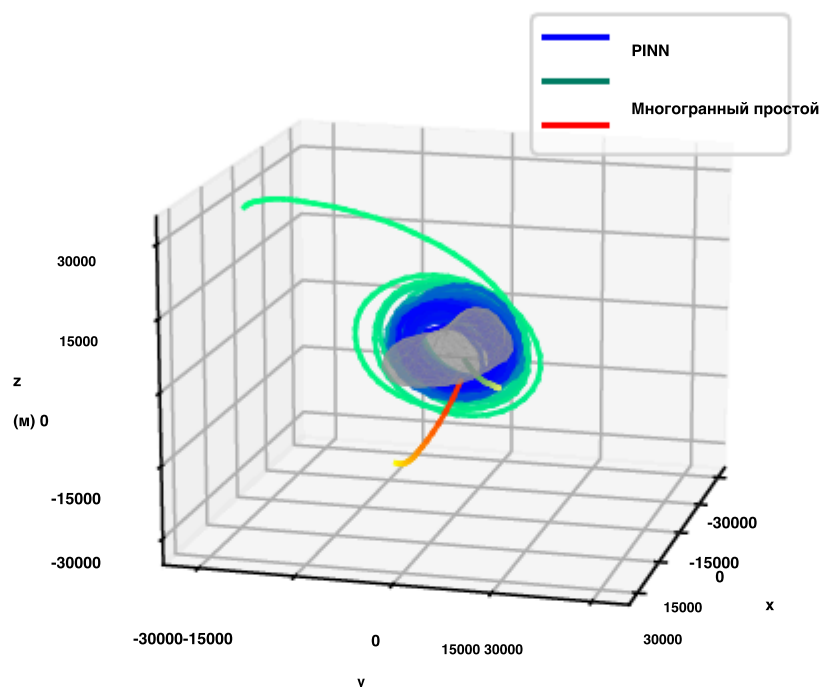


Рисунок 4.3: Траектории, снятые с включенным агентом расширенного безопасного режима.

Для количественной оценки надежности обученных агентов 100 серий запускаются без обучения. Каждая серия

начинается со случайного начального условия, и симуляция выполняется на протяжении всего периода.

10-часовой эпизод или до тех пор, пока космический корабль не нарушит одно из условий безопасности. Соответствующие

успехи и неудачи каждого агента показаны на рисунке 4.4.

Рисунок 4.4 далее подчеркивается, что ни одна из стратегий, разработанных в простой или многогранной среде,-

не является устойчивой к начальным условиям. В редких случаях эти агенты "добиваются успеха",

но на самом деле это происходит потому, что начальные условия находятся на достаточно большой высоте, поэтому 10-часовая серия

заканчивается до того, как космический корабль достигнет достаточно низкой высоты, чтобы он мог столкнуться

с астероидом.

Политика, отработанная в среде PINN-GM, лучше, хотя и не повсеместно надежна.

Только в 45% эпизодов космический корабль оставался в безопасности. Хотя это значительное улучшение по сравнению с

агенты прошли обучение в других средах, необходима дальнейшая работа, чтобы сделать политику надежной. В

Производительность каждого агента, вероятно, улучшится с дополнительным временем обучения. Это не редкость.

для обучения агентов в течение нескольких дней, а не часов. Решение ограничить этот эксперимент

тремя часами обучения просто для того, чтобы подчеркнуть эффективность модели ПИННА и то, как она

позволяет обучать агентов более высокого качества за меньшее время.

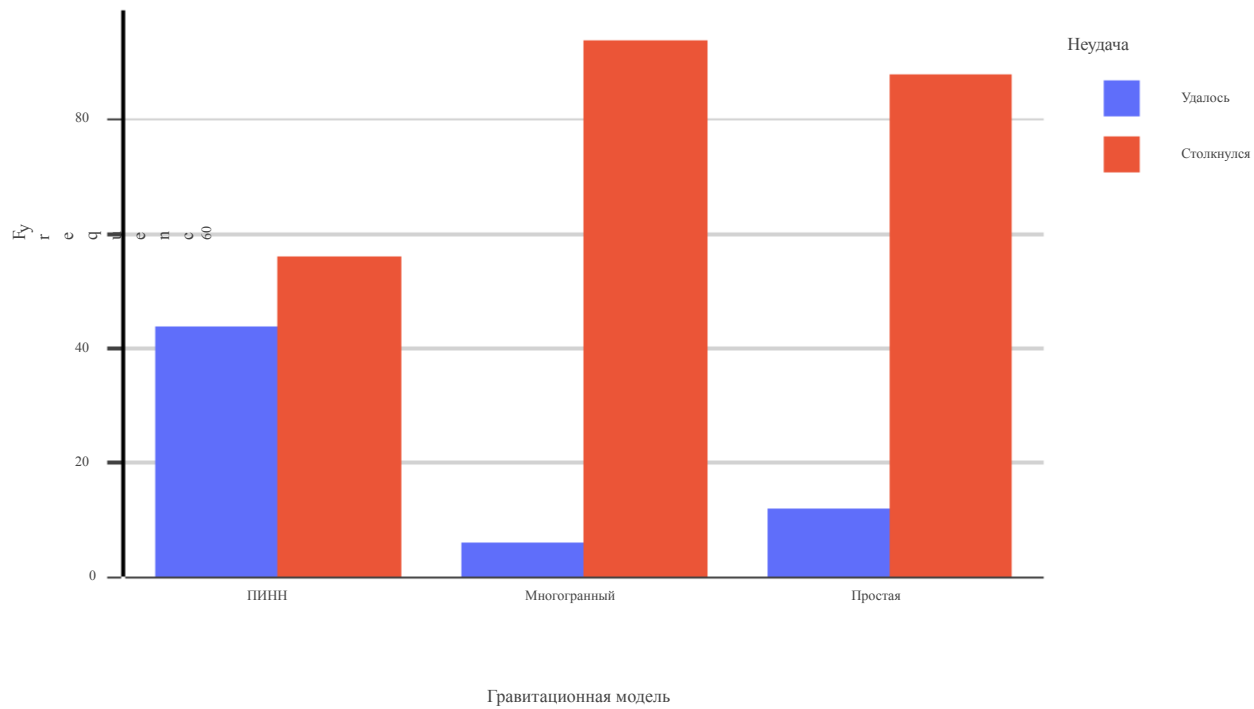


Рисунок 4.4: Показатели успешности агентов, обученных в различных условиях

Глава 5

Приложение II: Обнаружение периодической орбиты

Периодические орбиты желательны, поскольку они позволяют космическим аппаратам оставаться на фиксированной, предсказуемой траектории без необходимости расходовать топливо. Возможно, наиболее известные из этих орбит можно найти вблизи точек Лагранжа Земля-Солнце, где существует такое соседство, что движение космического аппарата остается ограниченным и периодическим (111). Известные космические аппараты, способные использовать эти периодические орбиты в проблеме с тремя телами включает STEREO-A, STEREO-B и космический телескоп Джеймса Уэбба, среди которых Прочее. Несмотря на желательность периодических орбит, их открытие является сложной задачей - особенно для сильно некеплеровских сред.

Причина этой трудности двоякая. Во-первых, аналитические методы вычисления периодического движения для вычисления решений требуется выражение возмущающего гравитационного потенциала в замкнутой форме. Для простых моделей потенциала, т.е. приближения точечной массы или сферической модели с низкой точностью. гармоническая модель может быть найдена аналитическими периодическими решениями. Фактически, это было достигнуто с помощью проблема трех тел, которая в конечном итоге приводит к вышеупомянутым точкам Лагранжа. В действительности, однако предположение о массе точки неверно. Вместо этого используются более сложные гравитационные модели.- требуемые и определяющие точные решения аналитически быстро становятся неразрешимыми. Специалисты по динамике должны поэтому обратиться к численным методам съемки, рассматривая поиск периодических орбит как задачу с ограниченным значением- . К сожалению, даже численных методов съемки не свободен от их собственных трудности. Во многих случаях, численные решатели не будут сходиться, если первоначальное предположение, отклоняется слишком далеко от истинного решения. Этот недостаток можно устранить, протестировав множество начальных условий до тех пор, пока не будет найдено решение (112); однако это может быть серьезным узким местом, если используется гравитационная модель

это дорого с точки зрения вычислений. Вычислительные затраты могут быть еще более увеличены при стрельбе

методы, в которых должны использоваться численно вычисленные якобианы, что еще больше усложняет задачу.

Среды с малым телом относятся к числу условий, для которых эти проблемы наиболее характерны-

. Астероиды и кометы часто имеют неправильную геометрию и соответствующие гравитационные поля, которые

вызывают сложное неперiodическое движение. В этих средах гравитационный потенциал не может

должны быть адекватно представлены с использованием модели силы тяжести точечной массы, а вместо этого используются дорогостоящие многогранные

для передачи этой необычной динамики необходимо использовать модели силы тяжести (5). В то время как многогранная гравитация

модель предлагает убедительное аналитическое решение проблемы гравитационного моделирования, эта модель может быть

вычислительно дорогостоящей для оценки в зависимости от точности соответствующей модели формы

используемой. Эти расходы препятствуют практическому использованию многогранной модели в численных методах, используемых

для решения задачи о периодической орбите.

В этой главе исследуется, как основанная на физике нейросетевая модель гравитации может быть

используется для эффективного обнаружения периодических орбит в условиях малых тел. Как показано

ранее в этом тезисе, PINN-GM способен точно представлять гравитационные поля небольших тел.-

за счет изучения эффективных базовых функций, а не их предписания (1). Такой подход позволяет обойти

вычислительная неэффективность многогранной гравитационной модели и сохранение дифференцируемости для использования

в численных методах благодаря автоматическому дифференцированию(113). Эффективный и дифференцируемый

форма PINN-GM делает его незаменимым инструментом для периодического обнаружения орбит. Мало того, что

традиционные методы съемки могут применяться в условиях малых тел без риска вычислительных потерь.

неэффективность, но есть также новые возможности для поиска орбит в пространствах различных элементов.

В этой работе исследуется, как PINN-GM-III может помочь в обнаружении таких орбит и как они

потенциально расширите притягивающие бассейны вокруг них так, чтобы требовалось меньше первоначальных предположений

чтобы найти решение.

5.1 Справочная информация

Первоначальные попытки поиска периодических орбит в условиях малых тел относятся к середине 90-х годов.

В 1995 году Ширс представил первую подробную характеристику и анализ орбитальной динамики.-

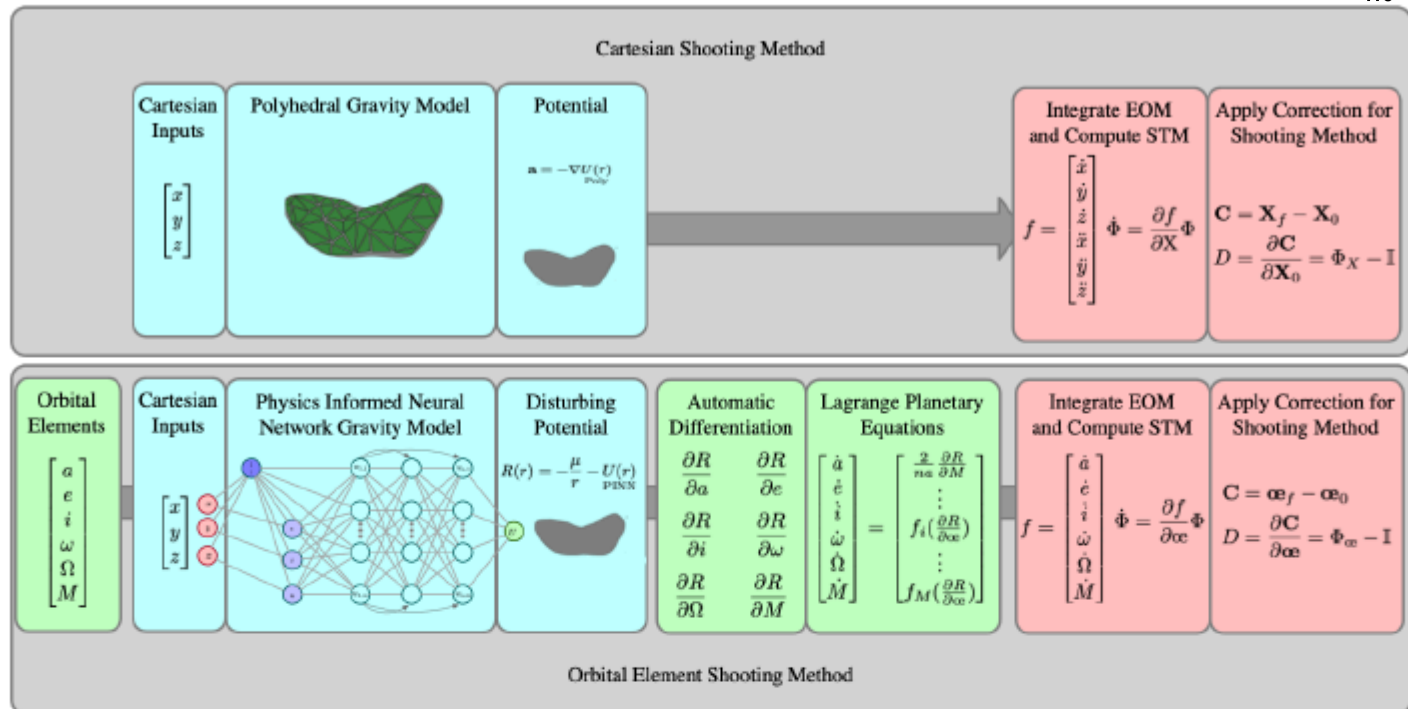


Рисунок 5.1: Схема прежнего декартова метода съемки (вверху) и нового метода съемки орбитального элемента (внизу).

ics об астероиде 433-Эрос (114). Эти результаты подчеркивают, как стационарные точки вращающихся астероидов

могут использоваться в качестве начального пространства поиска периодических орбит, и в конечном итоге в документе раскрывается

три семейства периодических орбит вокруг Эроса: прямые околоэкваториальные орбиты, ретроградные околоэкваториальные орбиты

орбиты и неплоские орбиты с резонансными узловыми периодами. В 1998 году Scheeres также предоставил больше

алгебраически связанные выводы ограниченных, замороженных орбит вокруг астероида 4179-Тутатис (115).

Эта стратегия основана на усреднении по периоду планетарных уравнений Лагранжа с использованием упрощенного метода низких-

степени сферического гармонического разложения потенциала. Проводится дополнительный анализ, обсуждающий

как эти обнаруженные орбиты в упрощенной системе могут быть итеративно скорректированы для увеличения-

абсолютно стабильное и периодическое движение с высокоточным гравитационным потенциалом.

Алгоритмы, ответственные за численный поиск периодических орбит, появились еще раньше.

Особенно влиятельная статья Хауэлла, опубликованная в 1984 году, представляет численный метод съемки для

определения периодических орбит в системе Земля-Луна (116). Этот алгоритм помог в открытии

хорошо известного семейства Гало-орбит. В 2003 году Доедел и др. предоставили исчерпывающее описание

ограничений, которые могут быть использованы в сочетании с этими методами съемки для нахождения периодических

орбиты в консервативных системах (117). В 2009 году Абад и др. представили подробный аналитический подход

к решению для периодических орбит астероида 216-Клеопатра с использованием преобразования Ли и

Орбитальные элементы Делоне с предположением о зональном сферическом гармоническом гравитационном потенциале (118).

В 2012 году Ю. и др. использовали полную многогранную гравитационную модель и поиск по иерархической сетке для определения

29 периодических оборотов примерно за 12 дней вычислительного времени (112). В 2003 году Лан и др. предложили

вариационный, метод минимизации функции затрат для определения периодических решений многомерных задач

вместо сечений Пуанкаре или традиционного метода Ньютона-Рафсона (119). Дополнительные полезные

ссылки, касающиеся изучения замороженных и периодических орбит, также включают ссылки. (111), (120), и

(121).

Насколько известно авторам, не было попыток применить метод съемки

в пространстве элементов орбиты с использованием планетарных уравнений Лагранжа с полной точностью определения силы тяжести

Модель. Такие усилия являются основным вкладом в эту работу.

5.2 Методология

Поиск периодических орбит часто строится как краевая задача, которая стремится

минимизировать разницу между начальным состоянием, $X_0(t)$ или X_0 и состоянием через некоторый период

T , $X_f(t)$ или X_f

$$X_f - X_0 = 0 \quad (5.1)$$

где X соответствует декартову вектору состояния $[r, v, T]$, который эволюционирует в соответствии с

$$\dot{X} = F(X) \quad (5.2)$$

По кеплеровским движением, этой краевой задачи, естественно, довольны; однако, когда номера-

кеплеровским силы вводятся, как 3-й-тело возмущения или несимметричные тяжести perturbation

однако это уже не так. Эта работа будет сосредоточена исключительно на несимметричной гравитации

возмущениях. Для решения этой проблемы используется традиционный метод съемки. Съемка

метод представляет собой алгоритм дифференциальной коррекции, который начинается с разложения в ряд Тейлора

ограничения в уравнении 5.1 об истинном решении и обнулении результата.

$$C(X) = C(X_0 + \delta X) \approx C(X_0) + \frac{\partial C}{\partial X} \delta X + \text{X.O.T.} \quad (5.3)$$

$$0 = C(X_0) + \frac{\partial C}{\partial X} \delta X + \text{X.O.T.} \quad (5.4)$$

Затем это разложение может быть решено для значения δX с помощью решения с минимальной нормой:

$$\delta X = - \left(\frac{\partial C}{\partial X} \right)^{-1} C(X_0) \quad (5.5)$$

где

$$\frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} (X_1 - X_0) \quad (5.6)$$

$$= \frac{\partial X_1}{\partial X} - \frac{\partial X_0}{\partial X}, \quad \frac{\partial X_1}{\partial T} \quad (5.7)$$

$$= \Phi(t_1, T_0) - \Phi(t_0, T_0), \quad \frac{\partial X}{\partial T} \quad (5.8)$$

и Φ - матрица перехода состояния.

Из-за линеаризации исходной системы этот процесс необходимо повторять до тех пор, пока не будут достигнуты некоторые

критерии завершения, такие как

$$|\delta X| < \epsilon. \text{ Эта числовая процедура будет сходиться для}$$

начальных предположений X_0 , которые достаточно близки к истинному периодическому решению, X_0 , предполагая, что

существует надежная гравитационная модель, которая может обеспечить точные значения вектора ускорения, a в

Уравнении 5.2.

Исторически сложилось так, что поиск периодических орбит ведется с помощью сформулированного метода съемки

в декартовом пространстве, поскольку большинство гравитационных моделей спроектированы таким образом, что уравнения движения являются

функцией декартова положения, x . Один из недостатков проведения поиска в

декартово пространство - это то, что координаты охватывают всю область \mathbb{R}^6 , что создает пространство поиска

чрезвычайно большой. Это делает соответствующую вероятность выбора начального условия, которое

достаточно близко к истинной периодической орбите, довольно малой. Однако наборы некартовых координат,

могут иметь меньшие области. В этой работе выдвигается гипотеза о том, что эти сокращенные области могут быть проще для поиска.

поиск требует меньшего количества начальных предположений, прежде чем прийти к решению. Например, рассмотрим

традиционный набор орбитальных элементов, для которых может простираться только одна координата (большая полуось)

из $(0, \infty)$, тогда как остальные координаты e , i , ω , Ω и M каждая остаются ограниченными между

$[0, 1]$, $[\pi/2, \pi/2]$, $[0, 2\pi]$, $[0, 2\pi]$, $[0, 2\pi]$ соответственно. Интуитивно, эти координаты были бы намного

более эффективный поиск.

К сожалению, традиционные элементы орбиты не могут быть легко использованы в числовом методе съемки-

ods. Это связано с тем, что производные по времени элементов орбиты, \dot{a} , \dot{e} , \dot{i} , $\dot{\omega}$, $\dot{\Omega}$ и якобиан этих производных-

тивны, $\frac{\partial R}{\partial a}$, $\frac{\partial R}{\partial e}$ требуются, но, как известно, их трудно вычислить. Производные по времени от орбиты \dot{a} , \dot{e} , \dot{i} , $\dot{\omega}$, $\dot{\Omega}$

элементы технически могут быть вычислены с помощью планетарных уравнений Лагранжа (LPE):

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1 - e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial i}{\partial t} = \frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{\partial R}{\partial \omega} \frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = - \frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial \omega} + \frac{1}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{e^2}{na^2} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = n - \frac{1}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \quad (5.14)$$

хотя эти уравнения основаны на дифференцируемой форме возмущающей потенциальной функции R , которая

выводится из выражения

$$R(r) = -\frac{\mu}{r} U(r) \quad (5.15)$$

где U - общий гравитационный потенциал, а μ - гравитационный параметр для рассматриваемого тела

.

В некоторых упрощенных случаях планетарные уравнения Лагранжа могут быть оценены аналитически, как показано в ссылке

(115) и Ссылка (118). Выражая возмущающий потенциал только как

в зависимости от сферических гармонических моделей низкой степени могут быть получены некоторые свойства первого порядка и

могут быть найдены периодические или замороженные орбиты-кандидаты. К сожалению, эта практика становится трудноразрешимой

по мере увеличения точности аналитического представления возмущающей потенциальной функции R , предотвращая

использование высокоточных сферических гармонических или многогранных моделей. В принципе, поиск может быть

проводится численно, но якобиан $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}}$ / $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{w}}$ необходимо было бы аппроксимировать с помощью конечных разностей

, что значительно увеличивает количество вычислительных циклов k и без того дорогостоящему распространению.

В этом и заключается ценность данного ПИНН-ГМ. В ПИНН-ГМ предлагает не только вычислительно эффективное и высококачественное представление потенциал, но он также может быть дифференцированы точно относительно произвольных наборов координат. Таким образом, PINN-GM обходит ограничения прошлых лет гравитационные модели, позволяя пользователям точно оценивать LPE и соответствующие якобианы для любого набора координат. Это свойство является побочным продуктом автоматического дифференцирования, обобщением правила цепочки, которое позволяет точно дифференцировать любой числовой алгоритм относительно его входных данных.

5.2.1 Автоматическое дифференцирование

Автоматическое дифференцирование описано в разделе 2.3.1 но повторяется здесь для удобства.

Автоматическое дифференцирование - это метод вычисления точной производной алгоритма по отношению к любому входному сигналу. Это делается путем построения вычислительного графика и использования прямого или обратной форма цепного правила, такая как:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= \frac{\partial y}{\partial w_{n-1}} \frac{\partial w_{n-1}}{\partial x} \\ &= \frac{\partial y}{\partial w_1} \left(\frac{\partial w_1}{\partial w_2} \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) \\ &= \dots \end{aligned}$$

где x - входные данные для некоторого произвольного алгоритма, w_n являются последовательностью промежуточных вычислений

, выполняемых для получения конечного результата, y .

Поскольку все алгоритмы построены на основе элементарных функций с известными производными, части каждого промежуточного выражения всегда могут быть вычислены вместе с исходным вычислением.

Это свойство гарантирует, что часть выходного y по отношению к любому входному x может быть вычислена

автоматически. Автоматическое дифференцирование наиболее известно своим применением в рамках глубокого обучения,

где это обычно применяется в алгоритмах стохастического градиентного спуска, используемых для обучения нейронных сетей

(76).

Эта работа меняет применение автоматического дифференцирования за пределы обучающей нейронной сети.-

работает, и вместо этого использует его для простого получения производных высокого порядка от предварительно обученной сети. Для

периодическое обнаружение орбиты, это означает применение автоматического дифференцирования к PINN-GM для определения

производные возмущающей потенциальной функции, $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}}$ для вычисления LPE и использования автоматического

снова дифференцирование, чтобы вычислить необходимый якобиан для распространения STM. Этот фрейм-

работа является общей и может использоваться не только для декартовых наборов координат, но и для любого произвольного набора входных данных

координат.

5.2.2 Характеристика PINN-GM

Прежде чем продемонстрировать полезность PINN-GM для периодического обнаружения орбиты, предлагается эксперимент

, цель которого - охарактеризовать скорость и точность PINN-GM по сравнению с

многогранная гравитационная модель. Это гарантирует, что PINN-GM можно заменить на более дорогую модель.

многогранная модель-аналог без потери динамической точности. Гравитационная модель ground truth

для этого эксперимента используется полиэдральная гравитационная модель астероида Эрос с 200 тысячами вершин. Это

чрезвычайно дорогая гравитационная модель, поэтому построена менее точная полиэдральная альтернатива с 8 тысячами вершин и

также протестировано.

Сначала точность как многогранной модели 8k, так и PINN-GM характеризуется на основе

30 000 контрольных точек, распределенных изометрически вдоль декартовых плоскостей. PINN-GM обучается на

950 000 обучающих данных, распределенных между высотами 0-10 М, генерируются на основе многогранной модели 200 тыс.

и сеть обучается в течение 10 000 эпох. Средняя ошибка ускорения 8k

многогранная модель с ошибкой 0,38%. Напротив, PINN-GM выдает среднюю ошибку ускорения

составляет 0,003%, или на два порядка меньше, чем ошибка полиэдральной модели 8k.

Во-вторых, проводится эксперимент, в ходе которого оценивается ошибка интегрирования обоих гравитационных

Модели. Это начинается с равномерной выборки трех начальных условий относительно астероида 433-Эрос

в соответствии с распределениями элементов орбиты, приведенными в таблице 5.1. Этими начальными условиями являются

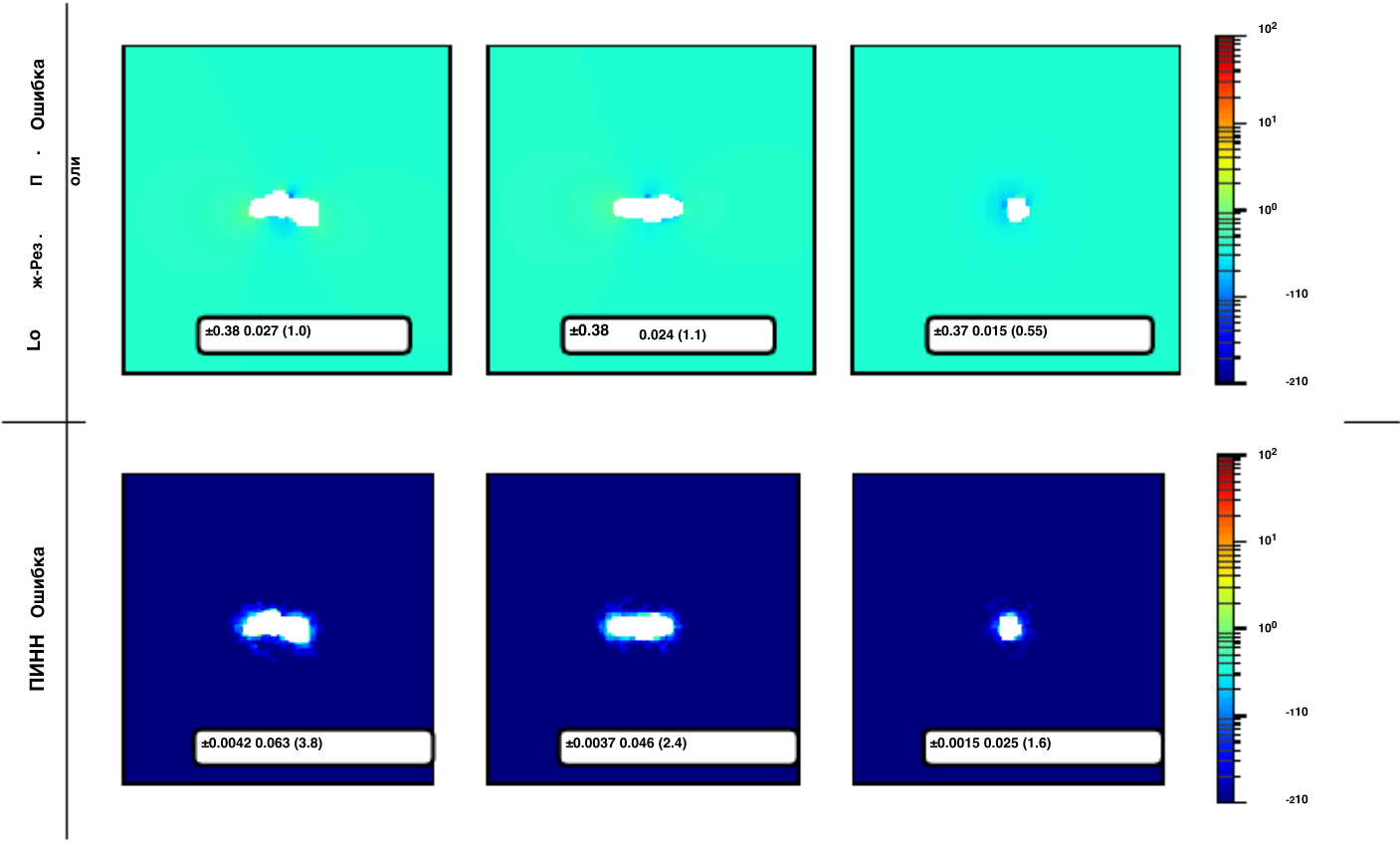


Рисунок 5.2: Процентная погрешность вектора ускорения для каждой гравитационной модели

Таблица 5.1: Начальное распределение элементов орбиты

Параметр	Значение	Параметр	Значение
Большая полуось	$E_{ros} \cdot 7R \cdot U[3R \cdot \text{Эрос}]$	Аргумент периапсиса	$U[0, 2\pi]$
Эксцентриситет	$U[0, 1, 0, 3]$	Долгота Восходящего узла	$U[0, 2\pi]$
Наклон	$U[- \cdot 2\pi \cdot n2] -$	Средняя аномалия	$U[0, 2\pi]$

преобразуется в декартовы координаты и затем распространяется в течение периода обращения по кеплеру, T , определяемого как:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

(5.16)

Эти начальные условия распространяются с помощью адаптивного метода Рунге-Кутты интегратор с тремя

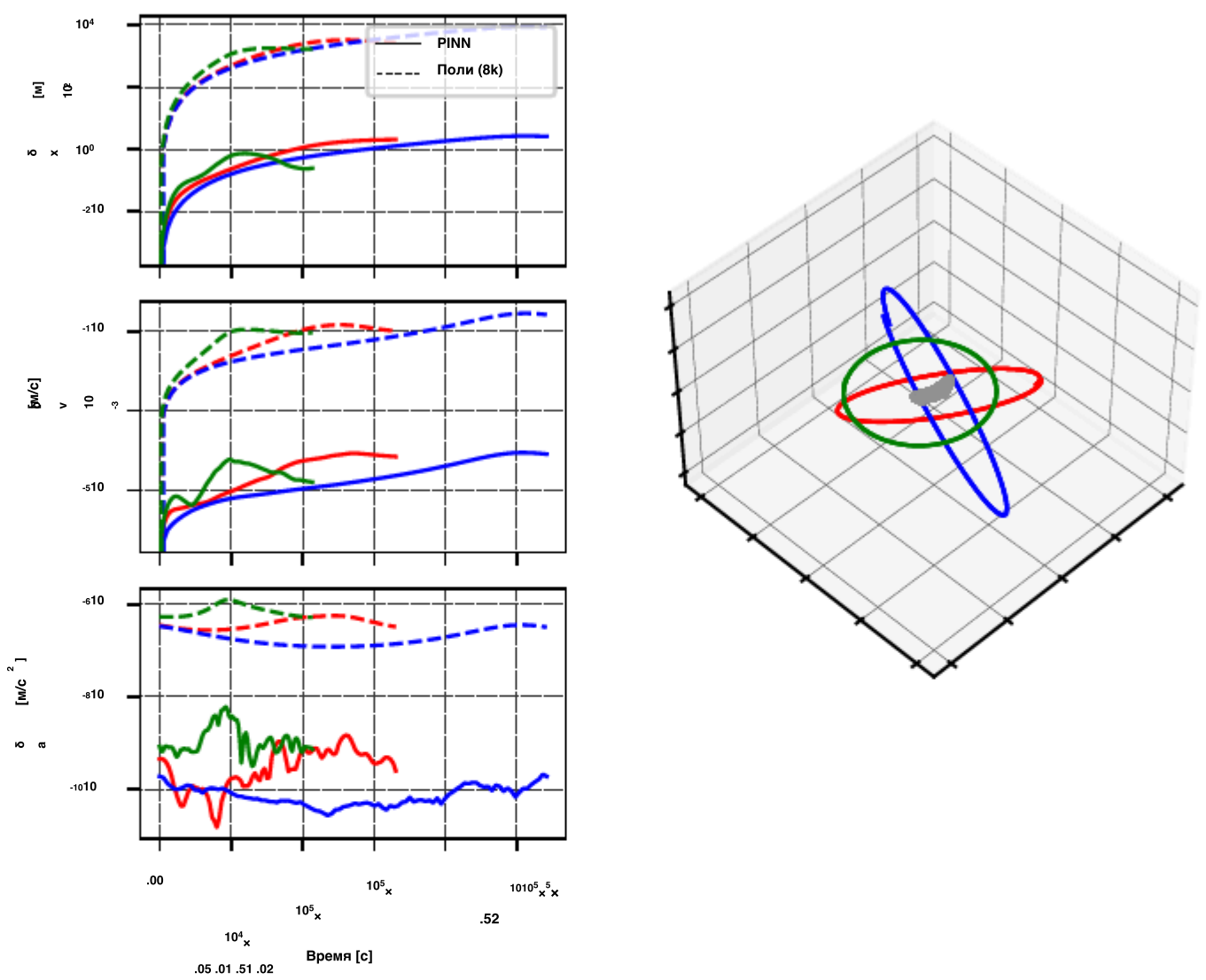
вышеупомянутые гравитационные модели. Как только размножается, позиции, скорости и ускорения ошибок

траектории многогранника 8k и траектории ПИННА-GM указаны вместе с общими вычислениями

время на рисунке 5.3.

Рисунок 5.3a показывает, что для каждой орбиты PINN-GM обеспечивает значительно более точную динамику

, чем полиэдральная гравитационная модель 8k. Во всех случаях PINN-GM отклоняется меньше, чем



(a) Ошибка состояния PINN по сравнению с многогранником 8k

(б) Интегрированные орбиты PINN и многогранника

Орбита	Модель	δr [m]	δv [м/с]	T [с]	Ускорение ($T_{200} \times \sqrt{T_{\text{Модель}}}$)
Красный	Поли 200	0.0	0.0e+00	481.7	1.0
	Поли 8k	2741.5	1.0e-01	18.8	25.6
	ШТЫРЬ	2.1	7.0e-05	4.8	99.5
Синий	Поли 200	0.0	0.0e+00	471.8	1.0
	Поли 8k	8307.2	2.6e-01	17.8	26.6
	ШТЫРЬ	2.6	8.1E-06	1.2	378.1
Зеленый	Поли 200	0.0	0.0e+00	492.4	1.0
	Поли 8k	1658.6	9.2e-02	18.5	26.6
	ШТЫРЬ	0.2	1.6E-05	1.2	422.4

(с) Показатели, сравнивающие интегрированные орбиты ПИННА и многогранника

Рисунок 5.3: Показатели, сравнивающие орбиты, сгенерированные моделями PINN-GM и многогранной гравитации .

3 м от истинной траектории многогранной гравитационной модели 200k. Многогранная модель 8k с низкой точностью.

гравитационная модель отклоняется на целых 8 км. Аналогичные показатели наблюдаются и для разницы в скорости.,

при этом ошибка PINN-GM на пять порядков меньше, чем у модели 8k.

Эти показатели демонстрируют, что ПИНН-ГМ является жизнеспособным выбором для замены 200k полиэдральных

модель астероида.

Показатели расчетные скорости ПИНН-Дженерал Моторс являются также показаны на рисунке 5.3 с.

PINN-GM интегрирует эти орбиты примерно в 4-15 раз быстрее, чем многогранник 8k

модели и в 99-420 раз быстрее, чем многогранная модель 200k. Одно только это преимущество в скорости

делает PINN-GM незаменимым инструментом для периодического обнаружения орбит, поскольку эти траектории должны быть

интегрировано много раз, учитывая итеративный характер метода съемки. Для справки (112),

поиск 29 семейств периодических орбит вокруг астероида Клеопатра занял 12 дней с использованием высокоточного

многогранная модель. Эти результаты свидетельствуют о том, что такой же поиск, проведенный с использованием PINN-GM, мог бы

проводиться порядка 40 минут.

5.3 Метод декартовой съемки ПИННА-Г.М.

Принимая PINN-GM в качестве репрезентативной модели истинного гравитационного потенциала, его

теперь можно использовать для поиска периодических орбит с использованием метода съемки, как обсуждалось ранее.

В этом втором эксперименте те же три начальных условия будут использоваться для начала поиска

периодических орбит с использованием декартова метода съемки. Для вычисления матрицы перехода состояний, используемой в

Уравнении 5.5, автоматическое дифференцирование снова используется для вычисления якобиана

$$A = \frac{\partial X}{\partial X} \quad (5.17)$$

чтобы затем распространить STM через

$$\Phi(t) = A\Phi(t) \quad (5.18)$$

where $\Phi(0) = .$

Завершение алгоритма съемки запускается, если выполняется любой из следующих критериев:

(1) Норма вектора коррекции,

$\| \delta_0 X \|$, меньше, чем $\epsilon_x (\epsilon_x + \| \delta_0 X \|)$ где $\epsilon_x = 10^{-8}$.

(2) Нормализованное изменение функции затрат, $\delta F / F$, меньше, чем ϵ_i где $\epsilon_i = 10^{-8}$.

(3) Количество итераций превышает 50.

Эксперимент продолжается путем запуска методов съемки в двух режимах: грубой и точной. В

грубый способ съемки, высшее Рунге-Кутты интегрирования погрешность допускается не во что

штраф метод съемки. Это позволяет для быстрой интеграции государства и матрицы переходов,

хотя и в меньшей точностью. Как только метод грубой съемки завершен и начальные условия

сдвинуты ближе к решению, выполняется метод точной съемки, начиная с найденного результата

с помощью метода грубой съемки. Более низкая погрешность метода Рунге-Кутты в конечном итоге помогает

алгоритм точно сходится к локальному минимуму.

Отсутствие размерности

Важным соображением для метода съемки является то, как состояние и уравнения движения

не имеют размерности. Для декартового метода съемки существуют два интуитивно понятных варианта: первый,

нормализовать расстояние на $l = |v|$ и нормализовать время на начальный период $t^* = 2\pi$

a_{03} / μ . Этот выбор

полезно для достижения численной стабильности; однако это может привести к смещению результатов процесса оптимизации

в сторону координат скорости. В частности, при определенных обстоятельствах координаты скорости не имеют размеров.-

значения, которые намного превышают значения координат положения. Учитывая это,

задача метода съемки - минимизировать разницу в безразмерном состоянии.,

при таком масштабировании приоритет отдается решениям, которые обеспечивают более точное соответствие начальной и конечной скоростей

за счет соответствия вектору положения. Такое поведение может привести к преждевременному завершению работы

метода и дать решения, которые не являются периодическими. Вторая безразмерность

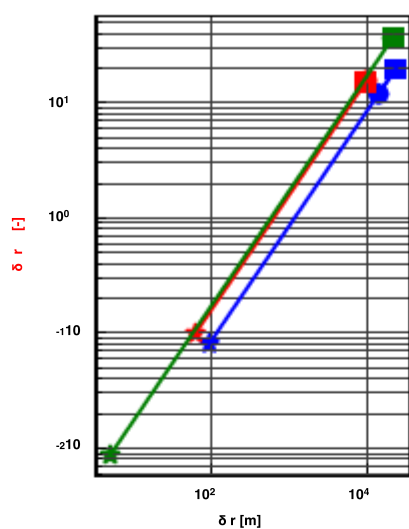
стратегия продолжения масштабирования расстояния по шкале $l^* =$

$l_0 \Gamma$ но вместо этого масштабируйте скорость таким образом, чтобы

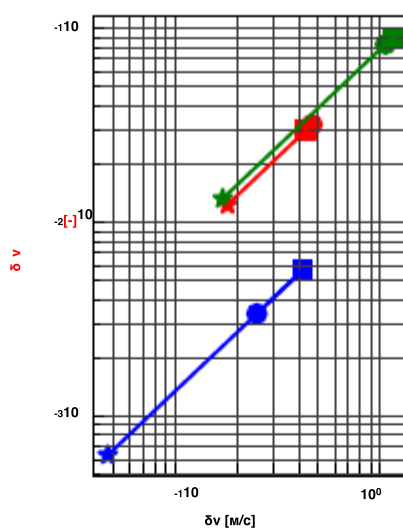
$t^* = l^* / |v|$. Это гарантирует, что положение и скорость имеют одинаковые величины в векторе ограничений

и, следовательно, в равной степени влияют на функцию затрат, используемую для нахождения

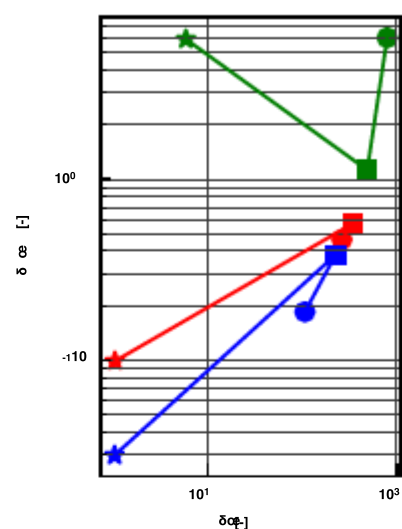
периодических решений. Последний из этих двух методов используется для проводимых экспериментов.



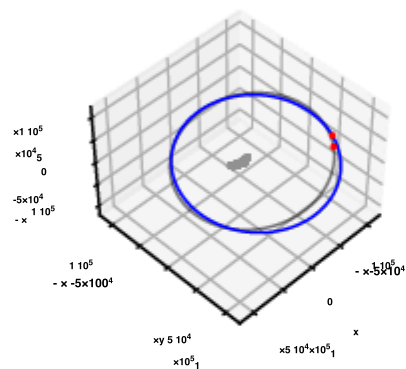
(a) Ошибка положения



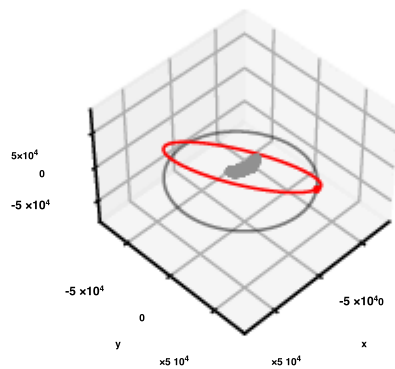
(b) ошибка скорости



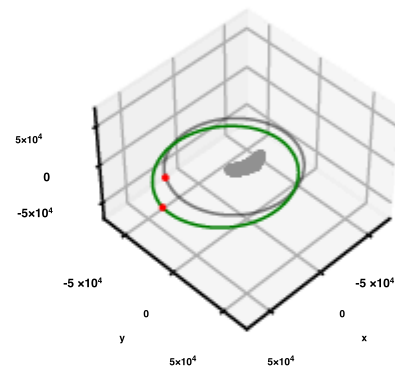
(c) ошибка элемента орбиты



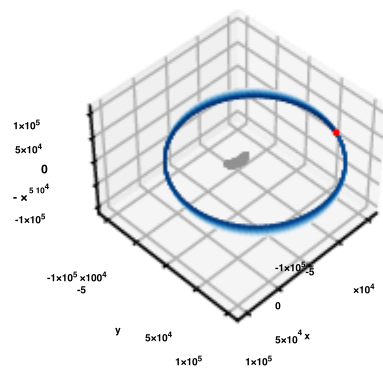
(d) Решение 1, один период



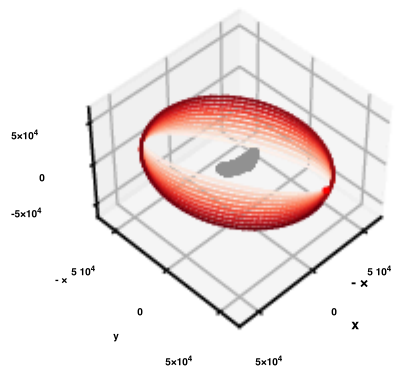
(e) Решение 2, один период



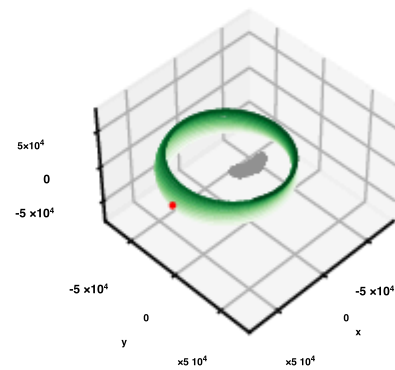
(f) решение 3, один период



(g) Решение 1, десять периодов



(h) Решение 2, десять периодов



(i) Решение 3, десять периодов

Рисунок 5.4: Результаты декартового метода съемки. Верхняя строка: Ошибка решения в размерных обозначенных координатах (тильда) и безразмерных координатах (без тильды).

Средний ряд: начальная орбита (серый) и обнаруженные решения (цветной), распространенные на одну орбиту. Нижний ряд: найденные решения, распространенные на 10 орбит.

Результаты

Рисунок 5.4 показывает набор результатов для декартовых методов грубой и точной съемки, выполняемых для трех исходных начальных условий. В первой строке показана величина ошибки состояния между X_1 и X_0 в обоих dimensionalized (ℓ , ω) и non-dimensionalized (P , v , ω) координаты. В ошибке метода грубой съемки показана кружком \rightarrow флажками, а метод тонкой съемки показан прямоугольником \rightarrow звездочками. Сдвиг от высоких значений δg и δv по оси y к низким значениям отражает, что метод съемки фактически смещает начальные условия в сторону периодического движения. Однако это желаемое смещение в декартовом пространстве не имитируется в пространстве элементов орбиты как показано зеленой кривой на рисунке 5.4с.

Это несоответствие между декартовой ошибкой состояния и ошибкой состояния элемента орбиты является удивительно. Можно было бы подумать, что минимизация декартовой ошибки состояния неизбежно приведет к обеспечению того, что начальное и конечное состояния также будут иметь очень похожие элементы орбиты. Этот вывод, однако предполагает, что, поскольку декартовы методы съемки сходятся к почти периодическим решениям, орбитальные элементы начального и конечного состояний не обязательно минимизируются. Результирующий долгосрочное поведение сходящегося решения демонстрирует это более наглядно. Если найденные решения с помощью метода декартовой съемки распространяются по одной орбите, разница между их начальными и конечными координаты очень малы, как видно во второй строке рисунка 5.4. Однако, с течением более длительных периодов времени орбита начинает эволюционировать на совершенно другие орбиты с различными наклоны и долготы восходящего узла, как показано в третьем ряду рисунка 5.4. Это устойчивый отход от периодичности в пространстве орбитальных элементов обеспечивает мотивацию для того, почему это может быть предпочтительно решать для периодических орбит в описании элемента орбиты вместо этого, чтобы гарантировать, что начальная и конечная орбиты одинаковы, независимо от того, является ли их декартовым состоянием.

5.4 Способ съемки элемента орбиты PINN-GM

Предлагается второй эксперимент, который исследует это утверждение. Поиск периодических орбит с использованием PINN-GM, однако, повторяется, вместо того, чтобы представлять проблему в декартовой форме.

координаты, задача переформулирована в пространстве элементов орбиты (т.е. $(r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z)$)

→

$(a, e, i, \omega, \Omega, M)$). Формулируя проблему периодической орбиты в пространстве элементов, мы получаем три преимущества

. Во-первых, пространство поиска периодических решений сокращается. Четыре из шести элементов имеют

естественно конечную область из-за изменения угла наклона (i, ω, Ω, M) , а эксцентриситет должен оставаться меньше

чем 1, чтобы орбита оставалась ограниченной. Только большую полуось можно масштабировать до бесконечности.

Напротив, решения в декартовых координатах могут охватывать любое место в $(-\infty, \infty)$ для каждой координаты.

Второе преимущество использования орбитальных элементов заключается в том, что это дает разработчикам миссий больший контроль

над типами решений, достигаемых методом съемки. Метод съемки, основанный на

декартовы координаты могут достигать минимального нормального решения, для которого разница состояний невелика,

но разница в элементах орбиты велика. Решая проблему периодической орбиты в элементе

космос, метод съемки гарантирует, что космический корабль останется на очень похожей орбите

геометрия независимо от декартовой ошибки состояния. Третье преимущество этого подхода заключается в том, что

определенные элементы орбиты могут удерживаться неподвижными в процессе минимизации. Например, если

особенно большую полуось значение и наклона необходимые для конкретного этапа миссии, они

могут быть удалены из набора переменных решения, но держится в рамках вектора ограничений. Все

решения надлежит соблюдать предписанные значения, а не искать периодичность с использованием других

произвольные элементы. Соблюдение ограничений такого рода не будет возможным с декартовыми

способ съемки.

He dimensionalization

Подобно декартову методу съемки, необходимо уделять пристальное внимание нормализации

вектора состояния орбитального элемента, якобиана и вектора ограничений. Учитывая различные области

различные координаты внутри вектора элемента орбиты, безразмерность должна быть выполнена

выполняется следующим образом: Время безразмерно с использованием кеплерова периода. Расстояние безразмерно-

определяется с использованием значения начальной большой полуоси. Все углы i, ω, Ω и M масштабируются на

2π. Кроме того, координаты $\delta i, \delta \omega, \delta \Omega$ и δM в векторе ограничения должны быть минимальными

угол со знаком между начальной и конечной координатами не должен приводить к непропорциональному смещению обновления

(т. е. $\delta M = 1,99\pi \rightarrow \delta M = -0,01\pi$).

Результаты

Для эксперимента используются те же три начальных условия, но вместо этого они распространяются

и корректируются в пространстве элементов орбиты. Все элементы остаются безусловной минимизации,

и соответствующее улучшение орбитального элемента состояние ошибки (как и dimensionalized номера-

dimensionalized) приведены на рис. 5.5. В эксперименте также используются методы грубой и точной съемки

, где квадрат соответствует последней итерации метода грубой съемки, а

звезда соответствует последней итерации метода тонкой съемки.

В этом эксперименте уменьшаются все значения δr , δv и $\delta \omega$, а не только декартово состояние

ошибка, как видно в верхней строке рисунка 5.5. Второй и третий ряды рисунка 5.5 продемонстрировать

что найденные решения не только являются периодическими в течение одного периода, но и остаются периодическими

после 10 оборотов. Эти результаты свидетельствуют о том, что решения, найденные с использованием орбитального элемента, снимают

методы с большей вероятностью сохраняют желаемый набор элементов, даже если они не идеально периодичны. Это

лучше всего видно на красной орбите, разница в размерах положения которой между

r_0 и r_1 равна

превышает 1 км, однако элементы его орбиты остаются почти идентичными в течение полных 10 периодов.

5.5 Метод съемки орбитальных элементов с ограничениями ПИННА-Г.М.

Как уже говорилось, одно из преимуществ метода съемки орбитальных элементов заключается в

возможность ограничивать определенные элементы решения. Например, в некоторых настройках миссии,

может потребоваться определенная большая полуось или диапазон наклонов. Очевидных способов нет.

чтобы встроить эти требования миссии в декартов метод съемки; однако, с методом съемки с орбитальным элементом

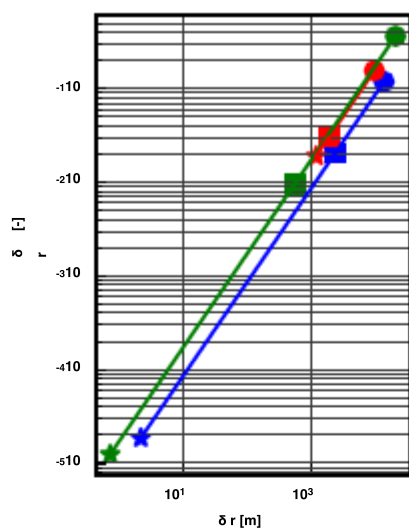
наложение этих ограничений миссии тривиально, поскольку пользователям нужно только удалить

соответствующие переменные решения формируют оптимизационный набор ($\delta \omega = \delta \omega_0$, δa_0 , δi_0). Таким образом,

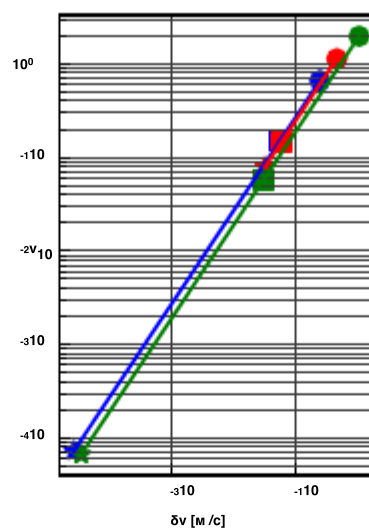
периодичность должна быть достигнута путем изменения элементов, которые остаются в векторе переменной принятия решения.

Чтобы продемонстрировать это поведение, предлагается эксперимент, в котором отбирается один случайный

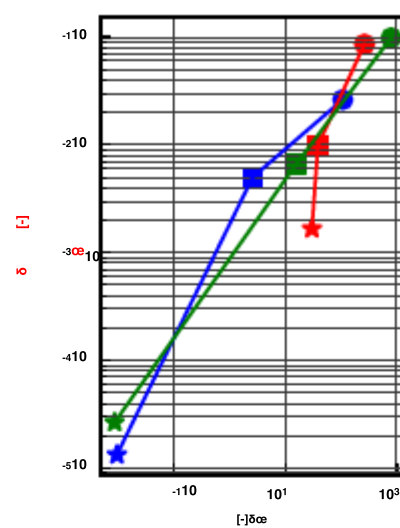
начальное условие и решается для периодической орбиты тремя методами: методом декартовой съемки,



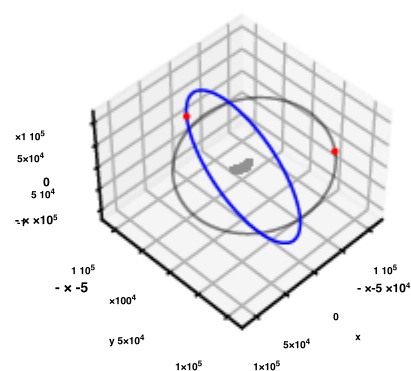
(a) ошибка положения



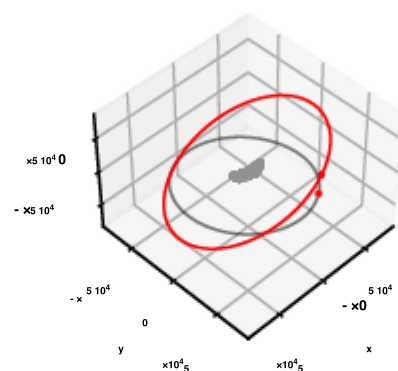
(b) ошибка скорости



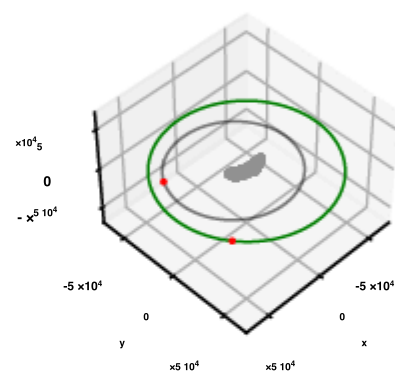
(c) ошибка элемента орбиты



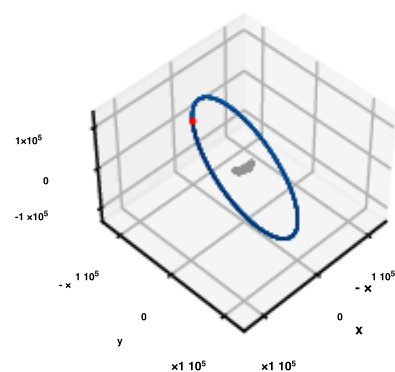
(d) Решение 1, один период



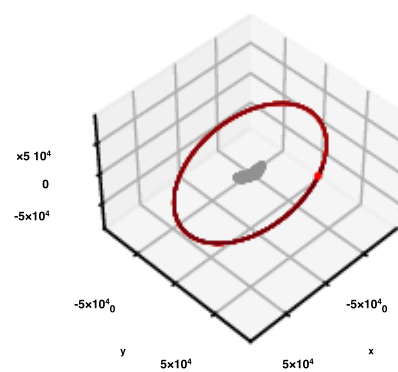
(e) Решение 2, один период



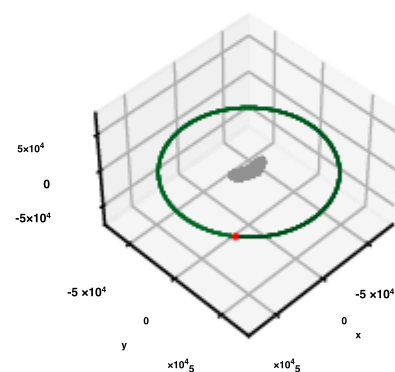
(f) решение 3, один период



(g) Решение 1, десять периодов



(h) Решение 2, десять периодов



(i) решение e, десять периодов

Рисунок 5.5: Результаты метода съемки элементов орбиты. Верхняя строка: ошибка решения после одной орбиты в размерных координатах (тильда) и безразмерных координатах (без тильды). Средний ряд: Начальная орбита (серая) и обнаруженные решения (цвет), распространенные на одной орбите. Нижний ряд: найденные решения, распространенные на 10 орбитах.

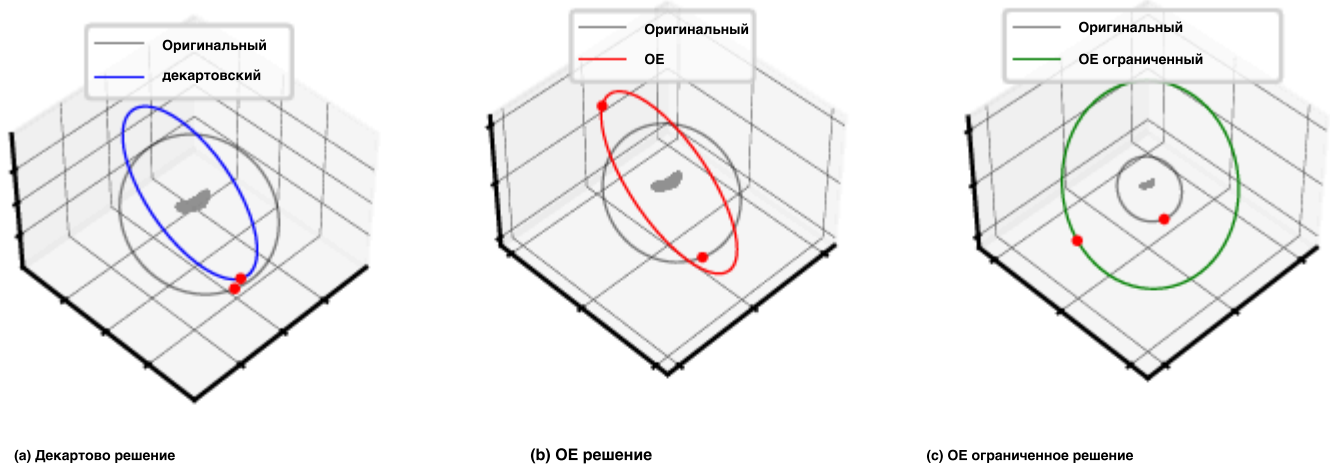


Рисунок 5.6: Решения орбиты, найденные методом декартовой съемки (синий), методом неограниченной ОЭ-съемки (красный) и методом ограниченной ОЭ-съемки (зеленый) по сравнению с исходной орбитой (серый / черный).

Таблица 5.2: Начальные условия и решения

Сценарий	a[m]	e	я [рад]	ω [рад]	Ω [рад]	M [рад]	T [s]	I[m]dX
Начальное условие	75162	0.14	0.96	2.27	1.73	3.33	193802.90	4177.45
Декартовы	90646	0.12	1.52	-0.55	1.45	-0.06	255551.65	427.50
Орбитальные Элементы	110911	0.01	1.57	-0.17	1.41	3.10	343826.63	0.03
OE Ограничены	240729	0.02	0.96	-1.17	1.42	5.62	1083058.59	933.66

метод съемки орбитального элемента и метод съемки орбитального элемента с ограниченными

элементами. Здесь требуется решение, для которого сохраняется начальный наклон $i = 0,96$ радиана.

Несмотря на этот запрос., не все методы будут сходиться к решениям, при которых это условие будет выполняться

. Чтобы продемонстрировать, три соответствующих решения показаны рядом с исходными начальными условиями

в таблице 5.2 и изображен на рисунке 5.6.

Обратите внимание, что метод съемки с ограниченным элементом орбиты является единственным алгоритмом, который соответствует-

приближается к орбите, которая поддерживает заданный наклон. Декартов метод съемки

и метод неограниченной съемки элементов орбиты технически находят орбиты с большим периодом-

icity или меньшими значениями $I \cdot dX$ I, но оба решения имеют значительно больший наклон, чем требуется . Эти

результаты предполагают, что существуют компромиссы, связанные с ограничением конкретных элементов-

во время минимизации. В принципе, может существовать более периодическое решение, если эти ограничения

расслаблены. К счастью, такое ослабление возможно благодаря ограничениям минимизации доверительной области

подобным предложенным в Ссылке (122) и доступен через популярный пакет

`scipy.optimize`

Python

. Минимизация доверительной области позволяет применять более мягкие ограничения к элементу орбиты

метод съемки, при котором решения должны быть ограничены некоторыми заданными пределами. Эта оптимизация

ограничение может использоваться в сочетании с методом съемки элементов орбиты, чтобы помочь в поиске

периодического решения в более широком диапазоне параметров миссии, а не принудительного применения одного значения.

5.6 Дополнительные Начальные условия

Хотя представленные на данный момент результаты обнадеживают, выборка недостаточно для получения результатов.

статистически значимые выводы, противопоставляющие два метода съемки. В попытке восполнить

этот пробел проводится небольшой анализ методом Монте-Карло. Проверяется еще 300 начальных условий

как декартовым, так и орбитальным методами съемки элементов. Как только решение найдено или

решатель завершает работу, решения распространяются на десять орбит, и результирующая ошибка положения для

каждое решение сохраняется и отображается на рисунке 5.7.

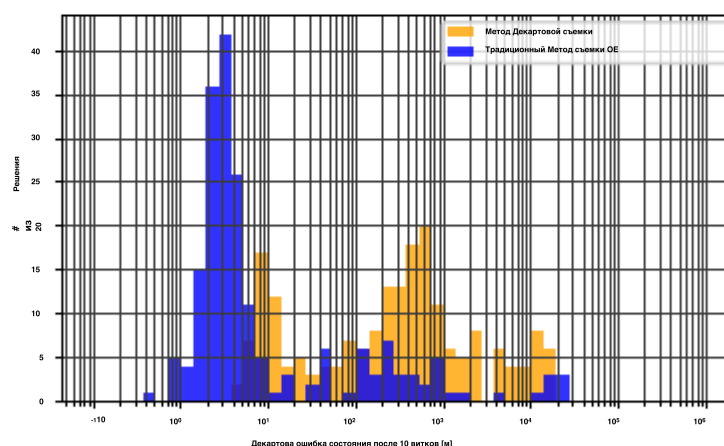


Рисунок 5.7: Средняя процентная ошибка решений с использованием декартовых LPE и OE LPE

Рисунок 5.7 предоставляет дополнительные доказательства преимуществ, которые дает съемка орбитальных элементов

метод по сравнению с традиционным декартовым подходом. Из 300 первоначальных предположений орбитальный

метод элементной съемки последовательно обнаруживает орбиты, которые ближе к периодическим, чем его декартовский аналог

средняя ошибка определения местоположения составляет примерно 3 метра по сравнению с сотнями метров

найден с помощью декартова метода. Этот результат еще раз подтверждает идею о том, что путем поиска периодических орбит

в пространстве элементов орбиты можно предлагать более точные решения, используя меньшее количество начальных предположений.

Глава 6

Приложение III: оценка и фильтрация гравитационного поля.

6.1 Обзор

За последние два десятилетия, исследование малых тел превратилось в основное направление исследований для межпланетных исследований. Такие миссии, как Hayabusa2, Psyche, DAWN, OSIRIS-REx, Janus и другие продемонстрировали этот приоритет и соответствующую потребность в усовершенствованных инструментах, позволяющих быстрое и безопасное исследование этих интересных объектов (123; 124; 125; 126; 127). Для каждого миссия, ученым и инженерам было и будет необходимо уделять приоритетное внимание определению надежной модели гравитационного поля. Эти гравитационные модели составляют основу для такие планетологи могут составить интуитивное представление о распределении плотности тела и поверхности свойства, и с помощью которых специалисты по динамике и проектировщики миссий могут строить траектории, которые используют естественную динамику системы (72; 128; 69).

Традиционно эти гравитационные модели строятся, сначала предполагая, что рассматриваемое тело может быть смоделировано как точечная масса, т. Е. Рассматриваемое тело бесконечно мало, идеально сферическое и однородное по плотности. Эти предположения часто достаточны для вывода космического аппарата на начальную, высотную орбиту вокруг тела, но они быстро становятся проблематичными по мере того, как миссия становится более сложной начинаются операции. В частности, по мере выхода космических аппаратов на орбиты меньшей высоты каждое из допущений начинает рушиться. Во-первых, астероиды часто имеют не сферическую форму. Рассмотрим астероиды Эрос или Итокава, которые оба имеют особенно неправильную геометрию. Более того, плотности астероидов не обязательно однородны, как показано из последних данных OSIRIS-REx (44). Взятые вместе, эти неправильные формы и неоднородная плотность создают неоднородные гравитационные поля, которые, в свою очередь,

дают сильно некеплеровское движение.

Важно, чтобы запечатлеть эти гравитационные возмущения, особенно перед пространства-
корабль заходит на низких орбитах, или попытки совершить посадку. Для этого dynamicists должны обратиться к
других, альтернативных моделей гравитации. Для наземного моделирования специалисты по динамике часто используют полиэдральную гравитационную модель.
(5) , который использует модель многогранной формы астероида для вычисления
гравитационный потенциал и ускорение предполагают, что тело имеет постоянную плотность. Этот подход
обеспечивает значительно более точную гравитационную модель, чем предыдущая модель точечной массы, но
он имеет два предостережения. Во-первых, не все астероиды имеют постоянную плотность. Такие выводы были недавно получены
группой исследователей гравитации на OSIRIS-REx, которая обнаружила астероид
Бенну имеет неоднородное распределение массы (44). Хотя многогранная гравитационная модель может соответствовать
моделированию неоднородных профилей плотности, эти профили сложно оценить однозначно (73).
Вторым и, возможно, более значительным недостатком многогранной гравитационной модели является ее вычислительное значение
требования (87). Высокоточные модели формы астероидов могут содержать сотни тысяч
точки и грани, которые необходимо повторять на каждом временном шаге распространения. Это может сделать довольно сложной задачу
вычисления ускорений как при наземном моделировании, так и на борту космического аппарата.

Альтернативой многогранной гравитационной модели является популярная сферическая гармоническая гравитационная модель
(2) или ее близкий родственник, гравитационная модель эллипсоидальных гармоник (3). Эти гравитационные модели
сделайте несколько более щадящие предположения о рассматриваемом теле и представьте гравитационное поле
как суперпозицию гармонических базисных функций - трехмерных аналогов Фурье
Серии. Эти гармоники могут обеспечить более репрезентативную оценку истинного гравитационного поля, чем
модель точечной массы, и чаще всего они расширяются до относительно низкой степени и порядка, чтобы
поддерживать простоту вычислений. Эти усеченные модели низкого порядка упрощают сферические гармоники.
их легче включить в конвейер определения орбиты, где коэффициенты гармоник могут быть
напрямую оценены в течение срока службы миссии.

Несмотря на это, эти модели гармонической гравитации не лишены собственных недостатков. Например,
во-первых, эти модели гармоник основаны на предположении, что космический корабль останется на орбите за пределами
ограничивающей сферы или эллипсоида. Для миссий, которые стремятся приземлиться на поверхности, или просто

при попытке приблизиться к объекту это предположение может ограничивать работу. Более того,,

эти гармонические модели крайне неэффективны при захвате разрыва. Большие с точки зрения силы тяжести

возмущающие объекты, такие как кратеры, валуны, горные цепи и т.д., могут потребовать сотен тысяч

гармоник, наложенных друг на друга, прежде чем они будут представлены точно (87). Гармоника

Коэффициенты также может быть трудно регрессировать, требуя плотных требований к выборке на малой высоте

для наблюдаемости.

Как обсуждалось повсюду, основанная на физике нейросетевая гравитационная модель (PINN-GM)

предлагает привлекательную альтернативу, представляя гравитационное поле-трупов. Путем обучения, а

чем предписывают, базисных функций, в ПИНН-ГМ способен производить высокоточные модели гравитации

без каких-либо предположений или наложения эксплуатационных ограничений на миссию. В то время как PINN-

GM предлагает убедительное решение проблемы гравитационного моделирования с учетом частых учебных данных, мало

было проведено исследование, чтобы выяснить, как работает PINN-GM при обучении на реалистичных траекториях полета

или в режиме онлайн в рамках конвейера определения орбиты. Цель этой главы - заполнить эти пробелы.,

исследует, насколько хорошо PINN-GM может оценить гравитационное поле астероида 433-Эрос in situ.

6.2 Автономная оценка

В ПИНН-ГМС оценке предположить, что существует до гравитационной модели, от которой на поезде-

ских данных. Это предположение делает его более легким для изучения чувствительности модели к

распространение данных, их количество, а также погрешность измерения, но не дает представление о том, как эти мод-

Элс бы проанализировать, когда тренировался с данными, собранными из следующих реалистичные траектории полета. Рассмотреть

сценарий, в котором космический корабль впервые выходит на орбиту вокруг астероида. В этом случае не существует

высокоточной гравитационной модели, на основе которой могут быть сгенерированы обучающие данные, поэтому специалисты по динамике должны

полагаться на конвейер определения орбиты для оценки положений и ускорений на месте. Это может быть

достигнуто одним из двух способов. Первый, PINN-GM можно обучать в автономном режиме, используя оценки

положения и ускорений, взятых из полностью несвязанного фильтра. В качестве альтернативы, PINN-

GM может быть встроен непосредственно в сам фильтр, помогая напрямую оценивать местоположение и

ускорение и используя эти оценки в качестве обучающих данных в режиме онлайн. В этой главе исследуется

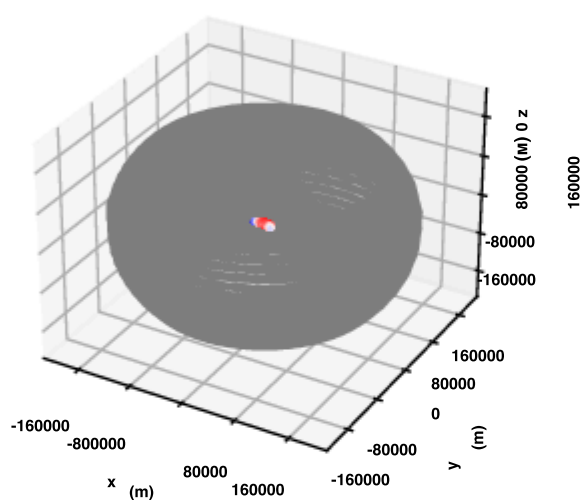
оба варианта, начиная с автономного варианта. В частности, в данном разделе исследуются точность

с чего ПИНН-ГМ-II может регрессировать гравитационного поля астероида 433-Эрос следующий рейс

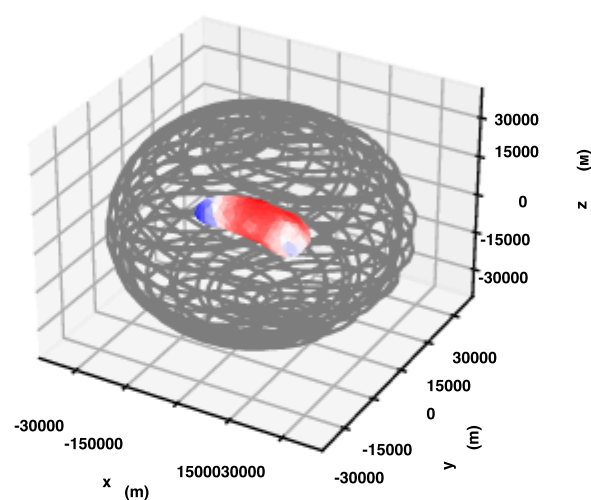
путь космического корабля рядом-Сапожник.

Космический аппарат NEAR-Shoemaker вышел на орбиту вокруг 433-Эроса 14 февраля 2000 года, начав-
годиничную кампанию, состоящую из 24 все более сближающихся орбит, используемых для изучения астероида (72).

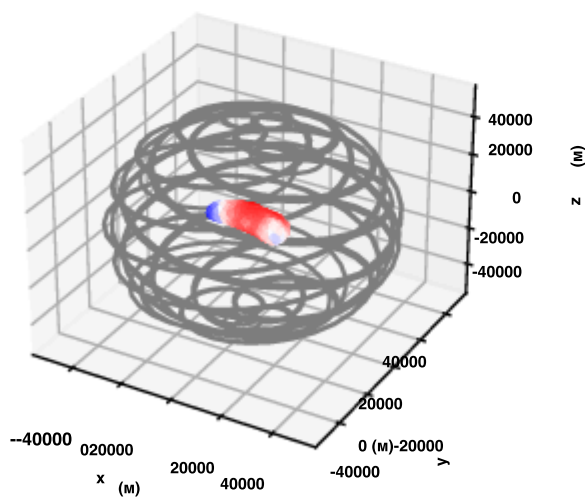
Пример этих траекторий показан на рисунке 6.1.



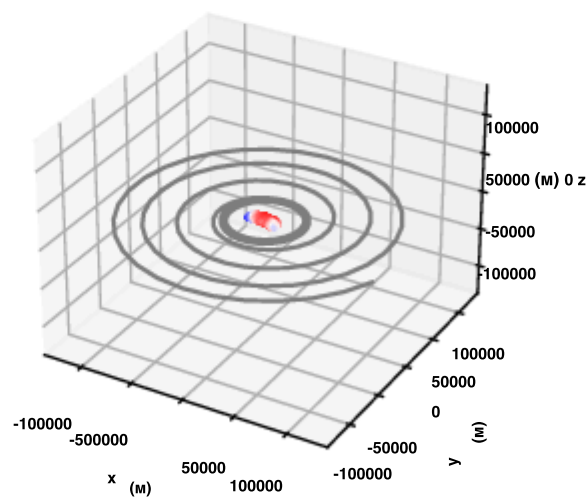
(a) орбита 1



(b) орбита 7



(c) Орбита 9



(d) орбита 19

Рисунок 6.1: Случайный выбор орбит, БЛИЗКИХ к орбите Shoemaker science, вокруг 433-Eros

Этот эксперимент начинается с предположения, что был рассчитан только гравитационный параметр-и ошибочная оценка ускорения собирается и сохраняется один раз в 10 минут

в течение срока службы миссии. Эти предположения подтверждаются двумя статьями, Ссылками (129) и (91). В предыдущей статье показано, что гравитационные ускорения высокого порядка могут быть различными-прямая оценка в бортовом фильтре как часть состояния с использованием форм динамической модели высокого порядка компенсации. В последней статье приводится обоснование 10-минутного интервала между состояниями оценки в настройках *asteroids*. Эти зашумленные оценки ускорения генерируются путем первого вычисления-истинного ускорения в текущем положении космического аппарата, а затем добавления вектора ошибки с величиной, равной 10% от истинной величины ускорения в случайном направлении. Стоит подчеркнуть, что этот выбор приводит к более высоким ошибкам ускорения, когда космический корабль находится ближе к астероиду, чем когда он находится далеко. Хотя этот выбор не обязательно отражает *true filter* оценивая и развивая ковариации, он предоставляет сложный набор данных, который может быть использован для выделения сильных и слабых сторон различных стратегий восстановления гравитационного поля.

Эксперимент продвигается за счет генерации соответствующего положения и ускорения с шумом

данные по эфемерид рядом-Сапожник. Каждый раз космический корабль переходит к новым орбитальные конфигурации, которых насчитывается 24, затем все ранее сохраненные оценки ускорения используются в пакетном алгоритме наименьших квадратов для оценки трех различных сферических гармонических моделей степени и порядка 4, 8 и 16 соответственно. Аналогично, PINN-GM-II с функцией стоимости ALC также обучается на этих данных, и ему дается 7500 эпох для сходимости.

Существует обширная литература, в которой обсуждаются более продвинутые алгоритмы оценки сферических гармонических моделей высокой степени (130; 131; 132; 133). Выбор в пользу использования традиционного метода наименьших квадратов целеустремленным является подход, а не эти альтернативные алгоритмы. Многие из этих более сложных алгоритмы основаны на внедрении эвристических представлений о структуре сферической гармонике.-эффективны в регрессии (например, используя правило Каулы для регрессии гребня), или они полагаются на предположение, что ожидаемая ошибка измерения имеет среднее значение, равное нулю. Поскольку нулевая средняя ошибка требование в этой задаче не выполняется, и поскольку для PINN-GM не заданы какие-либо дополнительные пользовательские эвристики-выбрана традиционная линейная регрессия методом наименьших квадратов для получения более сбалансированного

сравнение этих двух типов моделей.

Рисунок 6.2 участки ускорение процентов по каждой промежуточной модели, как космический аппарат проходит миссии. Ошибка модели рассчитывается путем оценки каждой модели на 20,000 случайным образом распределены данные испытаний в пределах каждой из трех основных распределений приведены в Рисунок 3.20 (внешний, внутренний и поверхностный). Строки, соответствующие каждому набору тестовых данных, распределены по- но на рисунке они показаны сплошными, пунктирными и штриховыми линиями соответственно. Кроме того,, распределение высоты космического аппарата на каждой из 24 орбит показано в виде графиков черной скрипки чтобы продемонстрировать, в какой момент космический аппарат находится близко к телу и, когда она далеко. Обратите внимание, что некоторые из полученных кривых/linestyles превышать г-границы фигуры из-за их большая ошибка.

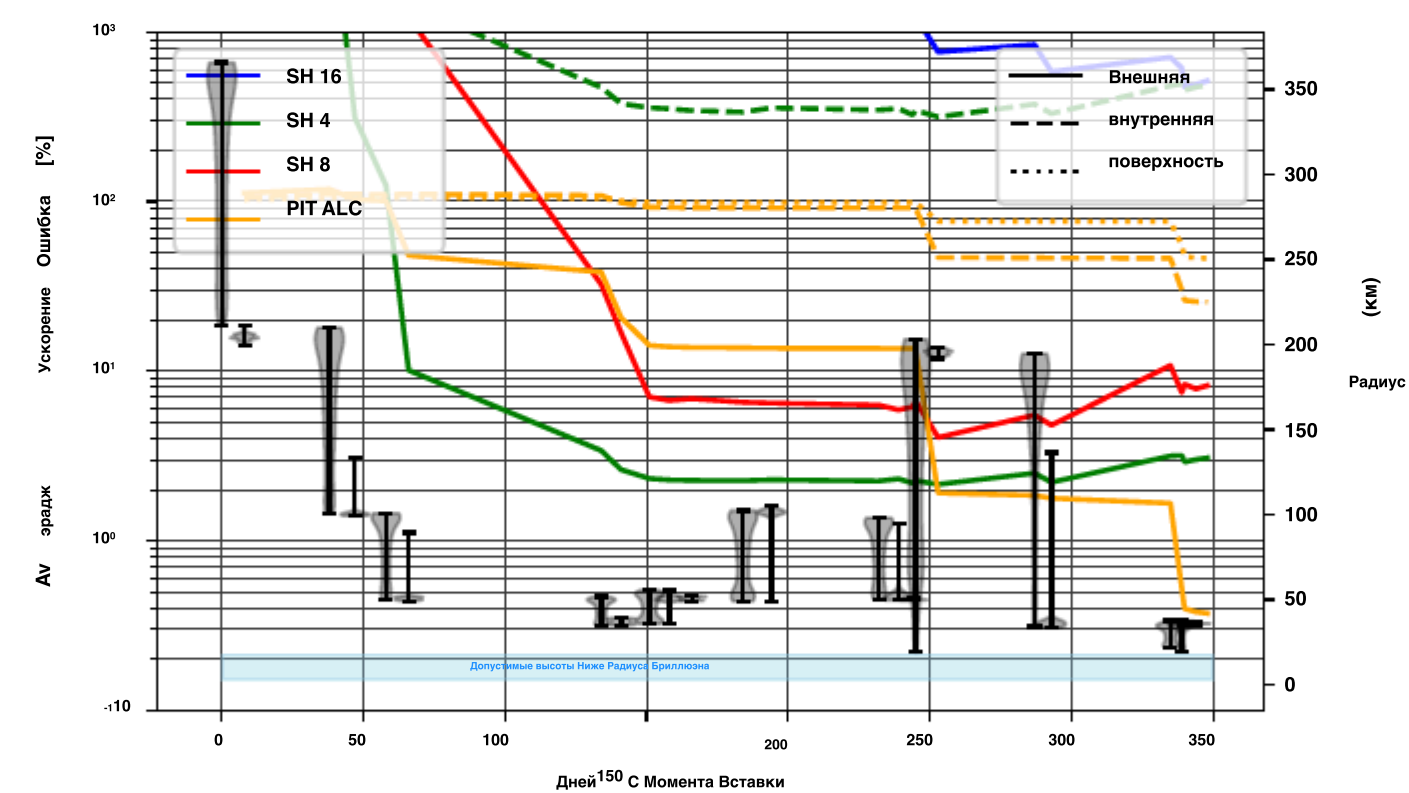


Рисунок 6.2: Ошибка регрессированной гравитационной модели Эроса ПИННА-GM без выброса

Рисунок 6.2 представлены как преимущества, так и недостатки использования PINN-GM-II для оценки гравитационного поля . В начале миссии жизни, когда орбиты космических аппаратов на большой высоте, в низкая степень сферических гармоник модель работает лучше. И это не удивительно, так как низкие-градусный сферический

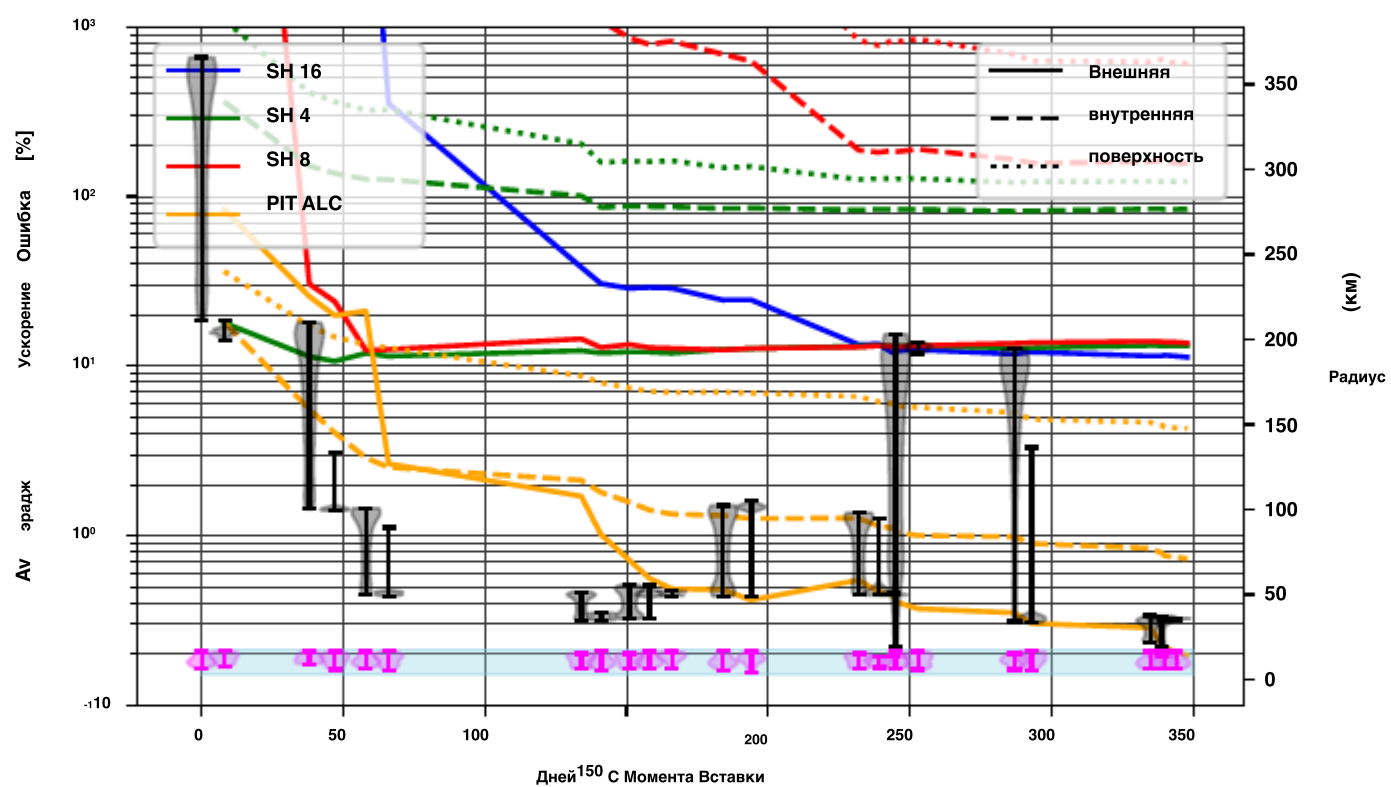


Рисунок 6.3: Погрешность регрессированной гравитационной модели Эроса ПИННА-GM с измерениями выбросов (Ma- genta)

гармонические модели довольно хорошо подходят для представления этого орбитального режима, при котором малая длина волны особенности в значительной степени ослабляется. В отличие от этого, ПИНН-ГМ-ИИ изначально пытается сходиться в таких больших высотах, как это поколение модели пока не включает в себя изменения в дизайне, чтобы помочь с численное кондиционер на больших высотах.

Приблизительно через 60 дней на орбите, ПИНН-ГМ-же начинают производить более надежные модели интерьера и гравитационного поля поверхности, чем в сферических гармонических моделей. После 250 находясь несколько дней на орбите, PINN-GM также создает более точную модель внешнего гравитационного поля по сравнению со сферическими гармониками. Эти результаты объясняются полетами космического аппарата на меньшей высоте над астероидом. Поскольку функция затрат PINN-GM-II чувствительна к данным с малой высоты, эти относительно короткие проходы на малой высоте могут значительно повысить точность PINN-GM. Это это лучше всего демонстрируется почти постоянной ошибкой моделирования со 170-го по 240-й день, в течение которого орбиты поддерживались примерно на той же минимальной высоте. Как только космический аппарат приблизился к начиная с 240-го дня захода на посадку, ошибка моделирования внешнего распределения уменьшается почти на порядок величины по сравнению с новым низковысотным проходом. Этот эффект снова наблюдается на 330-й день.

Еще одна интересная особенность рисунка 6.2 это то, как модели сферических гармоник низкой степени превосходят модели сферических гармоник высокой степени. Этому результату способствуют многочисленные факторы. Прежде всего, алгоритм наименьших квадратов не имеет способа отфильтровать ошибку, включенную в оценки ускорения. Вместо этого можно было бы использовать взвешенный алгоритм наименьших квадратов, но такой выбор предполагает, что ошибка измерения равна нулевому среднему значению для того, чтобы решение было оптимальным. Это предположение неверно в данном эксперименте. Во-вторых, поскольку модели высокого уровня обладают большей способностью к моделированию, чем их аналоги низкого уровня, они более подвержены включению этих ошибок в свое решение, что приводит к более ошибочной подгонке при запуске на тестовом наборе. Ru-примечательно, что гравитационная модель ПИННА-Дж.М. не чувствительна к этим ошибкам ускорения. Благодаря включению дополнительных физических ограничений в функцию затрат модель остается нечувствительной к ошибке, аналогично тому, что показано в главе 3.2.5.

Учитывая чувствительность PINN-GM-II к данным тренировки на малой высоте, предлагается второй эксперимент , целью которого является использование этого явления. Второй эксперимент дополняет первоначальный

обучающий набор данных, с редкими ускорения подсчета, произведенным частиц отслеживается между поверхностью астероида и радиус Бриллюэна (через события выброса или под действием силы тяжести попперс). В общей сложности 504 дополнительные оценки ускорения выборки из этого диапазона и равномерно распределены по всей все время миссии. Это место попытки получить подобные условия, чтобы те нашли в миссия OSIRIS-REx, в ходе которой было использовано не менее 600 наблюдений частиц для обновления коэффициентов сферической гармоник высокой степени (89).

Благодаря включению этих дополнительных 504 измерений в течение годичной миссии, PINN-GM = II обеспечивает значительно лучшую производительность, чем сферические гармоники, с погрешностью <10% в течение 10 дней и ошибка <1% всего через 100 дней (см. Рисунок 6.3) - подвиги, которые никогда не были достигнуты сферическими гармониками за весь срок службы миссии. Эта быстрая конвергенция предполагает, что если миссия могла бы активно искать дополнительные события выброса вблизи поверхности тела или искусственно создавать их генерировать их с помощью гравитационных попперов, времени, необходимого для характеристики гравитационного поля астероида может быть сокращен на порядок, экономя драгоценное время миссии и ресурсы, подлежащие повторному использованию для более тесных подходов и дополнительных научных возможностей. В совокупности эти результаты продемонстрировать, как ПИНН-ГМ сможете узнать образцом истинной поле, которое является значительно более точная и быстрее сходиться, чем оба его низкой и высокой степени сферические гармонические аналоги.

6.3 Онлайн-оценка

В предыдущем эксперименте предполагалось, что независимый конвейер определения орбиты предоставляет оценки положения и ускорения космического аппарата, которые затем используются PINN-GM для обучения. Хотя сам по себе этот подход не является проблематичным, остается открытым вопрос о том, каким образом PINN-GM может быть включен в сам конвейер определения орбиты. В частности, в настоящее время не существует литературы, показывающей, как PINN могут быть включены в фильтры и использованы для обновления состояния космического аппарата, ковариации и PINN-GM на месте. Этот раздел направлен на устранение этого пробела, показывая как можно использовать PINN-GM и обучать его в фильтре Калмана. Производительность изученного метода Затем PINN-GM сравнивается с традиционными моделями в сценарии с малым телом вокруг разнородного плотность астероида.

6.3.1 Фильтр Калмана

Традиционно в конвейерах определения орбиты используются такие инструменты, как фильтры Калмана. Фильтры Калмана это онлайн-алгоритмы, используемые для оценки соответствующего состояния космического аппарата и заданных параметров окружающей среды. неопределенные измерения (134). Подробное описание и вывод фильтра Калмана можно найти в справочнике (135), но общая структура изложена здесь для удобства:

(1) Инициализируйте фильтр начальным эталонным состоянием x_0 , отклонением / ошибкой начального состояния Δx_0 , ковариация начального состояния P_0 , ковариационная матрица Q шума процесса, шум измерения ковариационная матрица R .

(2) Получить измерение y_n

(3) Распространяем эталонное состояние и матрицу перехода состояний (STM), $\Phi(t_n, T_n)$ к времени t_n измерения с помощью дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} y, z, x, x, \\ y, z \end{bmatrix}^T, \quad \Phi = \frac{\partial x}{\partial x_0} \tag{6.1}$$

y, z соответствуют возмущающим ускорениям, таким как сила тяжести, давление солнечной радиации, где x , \dot{x} и \ddot{x} или векторы тяги.

(4) Используйте STM для изменения ошибки состояния и ковариационной матрицы во времени, используя:

$$\Delta x_n = \Phi \Delta x_{n-1} \tag{6.2}$$

$$P_n = \Phi^T P_{n-1} \Phi + Q_n = \Phi^T P_{n-1} \Phi + Q_n \tag{6.3}$$

(5) Обновите матрицу ошибок состояния и ковариаций, используя информацию, собранную из mea-

уверенность через:

$$- \hat{D} a \quad (6.4)$$

$$H = \frac{\partial x}{\partial h} \quad (6.5)$$

$$K_{\text{я}} = P H (H^T P H + R_{\text{я}})^{-1} \quad (6.6)$$

$$\Delta x_{\text{я}} = \Delta x_{\text{я}} + K_{\text{я}} (r_{\text{я}} - H_{\text{я}} \Delta x_{\text{я}}) \quad (6.7)$$

$$P_{\text{я}}^+ = (I - K_{\text{я}} H_{\text{я}}) P_{\text{я}} \quad (6.8)$$

где h - функция измерения.

(6) Повторите для каждого входящего измерения.

Несколько кратких комментариев к фильтру Калмана. Во-первых, алгоритм фильтра Калмана обычно

использует аналитические формы уравнений движения (EOM) таким образом, что частное

$\frac{\partial x}{\partial h}$

и использовано для распространения STM. Это одна из многих причин, по которым сферическая модель низкой степени тяжести

Модель гравитации гармоник популярна в этой среде. Части уравнения движения

могут быть получены аналитически и, будучи запрограммированными, могут быть эффективно оценены. Хотя аналитическая

форма гравитационного поля удобна по этой причине, она явно не требуется, поскольку якобиан

EOM также может быть вычислен численно с помощью метода конечных разностей. Это просто поставляется с

стоимость дополнительных вычислительных циклов и численно усеченная точность.

Во-вторых, фильтр Калмана включает динамическую неопределенность в оценку состояния с помощью

матрицы шума процесса $Q_{\text{я}}$. $Q_{\text{я}}$ увеличивает ковариационную матрицу, чтобы предотвратить рост фильтра

чрезмерная уверенность в оценке своего состояния. Однако стоимость этого выбора заключается в том, что любой немоделированный

динамические сигналы, которые могут существовать ниже минимального уровня шума, начнут терять наблюдаемость. Чтобы избежать

этой возможной потери информации, можно использовать другую характеристику шума процесса, называемую

компенсацией динамической модели.

6.3.2 Компенсация динамической модели

Компенсация динамической модели (DMC) предполагает наличие некоторой динамической структуры

шум процесса может быть оценен с течением времени и потенциально использован для восстановления

немоделированная динамика. Это достигается при условии, что существует базовая-

корреляции между выборками шума, которые могут быть смоделированы с первого заказа Гаусса-Маркова

процесс:

$$w = -\tau \dot{w} \quad (6.9)$$

где w - вектор шума, а τ - характерный временной масштаб процесса. Используя эту предполагаемую

динамическую модель, вектор шума может быть добавлен к исходному состоянию и оценен с течением времени. Если

исследователь предпочитает не накладывать динамическую структуру на шум, система также может быть смоделирована

с аппроксимацией удержания нулевого порядка $\dot{w} = 0$, так что фильтр напрямую оценивает остаточную

между наблюдаемой динамикой и текущими уравнениями движения. Более подробную информацию о

DMC можно найти в справочнике (129).

В то время как DMC чаще всего используется для разрешения немоделированной динамики компонентов космического аппарата

как маневровые стрельбы, он также может быть использован для оценки других ускорений, как высших порядков гравитационного

возмущения. В этом разделе предлагаются помощью нулевого порядка метод DMC ($\dot{w} = 0$) оценка

немоделированные гравитационные ускорения рядом с положением космического аппарата. Вместе, эти оценки

могут формировать промежуточные наборы обучающих данных, на основе которых может быть обучен PINN-GM.

6.3.3 Фильтр Калмана PINN-GM

В этом разделе представлен фильтр PINN-GM Kalman (PINN-GM-KF), который обеспечивает

первую демонстрацию того, как полностью интегрировать PINN-GMs в классическую систему определения орбиты-

работает. Архитектурный вид этого каркаса показан на рисунке 6.4 ПИНН-ГМ Кальман

фильтр работает с использованием неподготовленного PINN-GM-III в ЕОМ фильтра и использует нулевой порядок

DMC для накопления "наблюдений" немоделированных ускорений тяготения при расчетном

положение космического аппарата. Когда накоплено достаточное количество данных о местоположении и ускорении,

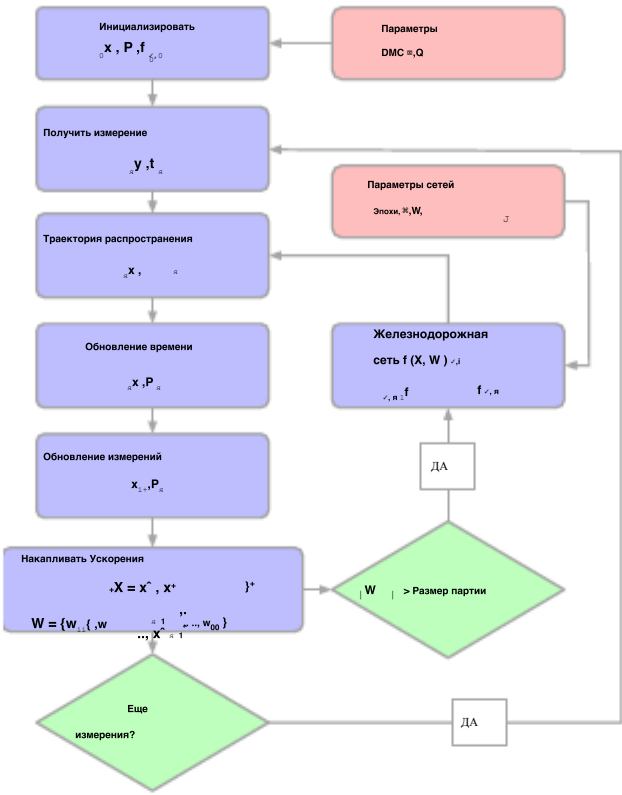


Рисунок 6.4: Фильтр Калмана PINN-GM

PINN-GM может обновлять свою текущую модель, используя стохастический градиентный спуск, в течение фиксированного числа эпох и немедленно повторно использовать в EOM фильтра.

Очевидно, что по мере обращения космического аппарата по орбите вокруг рассматриваемого небесного тела DMC нулевого порядка будет использовать измерения (например, отслеживание природных объектов, дальность и скорость полета по дальности и т.д.) Для оценки положение x космического аппарата, скорость v и любые ускорения, не учтенные текущей динамикой модель $w = \delta a$. Следовательно, эти остатки в динамике затем могут быть добавлены к PINN-

Текущая оценка GM ускорения в расчетном положении (x) для получения наилучшей оценки истинного ускорения a посредством

$$(a \ x) = () + w$$

(6.10)

Вместе, расчетная позиции X и корректируется вектор ускорения $(a \ X)$, а затем сформировать Интер-посредником наборов обучающих данных для ПИНН-ГМ. Обратите внимание, как параметры ПИНН-ГМ не представлен как часть состояния и оценивается напрямую. Этот выбор является целенаправленным, поскольку он может привести к непомерно большому вектору состояния в зависимости от размера сети, что приведет к-

чрезвычайно дорогостоящие операции, особенно с учетом необходимых инверсий ковариационной матрицы. Автор:

оставляем сеть для обновления с использованием традиционных методов машинного обучения, таких как stochastic

при градиентном спуске PINN-GM-KF позволяет избежать инверсий матрицы и может обновляться с частотой

и уровнем вычислительных затрат, которые навигационная команда сочтет необходимыми.

Как подчеркивалось ранее, фильтры Калмана требуют способа распространения STM вперед во времени чтобы затем использоваться для обновления ковариации и ошибки состояния. Для этого требуется способ вычисления

Якобиан уравнений движения, $\frac{\partial x}{\partial \theta}$ Можно предположить, что при использовании PINN-GM в пределах ЕОМ, якобиан должен быть вычислен численно. Однако, PINN-GM-KF позволяет точно вычислить якобиан

благодаря автоматическому дифференцированию, как описано в главе 2 и

использовано в главе 5. Это гарантирует, что PINN-GM-KF сохраняет ту же высокую точность и

быструю работоспособность традиционного фильтра при использовании более точной и гибкой гравитационной модели.

Существует несколько преимуществ использования ПИНН-ГМ течение МНВ фильтра, а не сферические гармонические модели. Прежде всего, ПИНН-гроссмейстеры не склонны к той же регрессивный трудности как сферических гармоник. Сферические гармоники требуют тщательно распределенных данных для оценки частот высокого порядка, и сигнал этих частот чрезвычайно трудно обнаружить с

больших высот. Используя вместо этого PINN-GM, многие из этих проблем можно обойти, поскольку

PINN-GM можно обучать на произвольно распределенных данных, итеративно улучшая его модель.

в зависимости от того, где собрана новая информация.

Еще одно преимущество использования фильтра ПИННА-Г.М. Калмана заключается в его эффективности. представление состояния. При использовании моделей сферических гармоник для представления неизвестной силы тяжести поля, dynamicists должны добавить несколько сферических гармонических коэффициентов на вектор состояния, чтобы потом быть по оценкам. Это повышает размерность и соответствует расчетной нагрузки на фильтр.

Для контекста, оценка простой сферической гармонической гравитационной модели степени и порядка 4 требует дополнительных 26 дополнительных переменных состояния. Это усугубляет вычислительный ущерб от этого роста при рассмотрении ковариационной матрицы и связанных с ней матричных инверсий, необходимых для

Обновить. Фильтр ПИННА-Г.М. Калмана, напротив, требует добавления только трех состояний ускорения переменные, w , тем самым поддерживая относительно небольшое пространство состояний и вычислительную эффективность.

Наконец, PINN-GM уникально разработан для обработки ошибочных обучающих данных. Как показано на рисунке

функция сетевой стоимости PINN-GM-II может быть расширена для включения дополнительных дифференциальных данных.

ограничения, гарантирующие, что регрессирующая модель не включает нефизические измерения

в его решение. Требуя, чтобы PINN-GM удовлетворял таким свойствам, как

$$\nabla^2 U = 0 \text{ и } \nabla \times \nabla U = 0,$$

эта модель позволяет избежать случайного включения неконсервативных возмущений, зафиксированных DMC из

, искажающих регрессирующую модель.

6.4 Постановка задачи

Используя структуру PINN-GM-KF, предлагается сценарий для малых тел, в котором космический корабль

выходит на орбиту вокруг астероида 433-Эрос и оценивается качество полученных данных PINN-GM.

На динамику космического аппарата влияют гравитационные возмущения астероида, солнечные

радиационное давление и воздействие Солнца на третье тело. Предполагается, что космический аппарат имеет на борту

датчики и алгоритмы, способные разрешать зашумленные измерения относительного положения относительно

тела с точностью примерно до 1 метра.

Гравитационная модель астероида.

Для этого сценария поле истинной силы тяжести строится путем наложения трех разнородных масс-

генетики на многогранную модель постоянной плотности. В частности, вырезается область с недостаточной плотностью

из центра астероида, и к двум лепесткам астероида добавляются две сверхплотные области.

Элементы сверхплотной массы расположены симметрично относительно центра астероида и

массы выбираются таким образом, чтобы центр масс и объемные свойства / гравитационный параметр астероида

оставались неизменными. Результирующие неоднородности показаны на рисунке 6.5. Эта конфигурация является

выбрано для демонстрации того, как существующие аналитические модели не учитывают неоднородности. Рисунок 6.6 предоставляет

визуальное изображение этого явления, показывающее погрешность модели точечной массы-силы тяжести, приблизительно равную-

колебание, сферическая гармоническая модель степени и порядка 16 и многогранная гравитационная модель с

предположением о постоянной плотности. Эти модели считаются "идеальными", т. Е. С учетом допущений

для каждой модели полученные результаты являются наиболее точными решениями, которые могут быть регрессированы. Эти

модели будут служить базовыми для PINN-GM, обученных в рамках PINN-GM-KF.

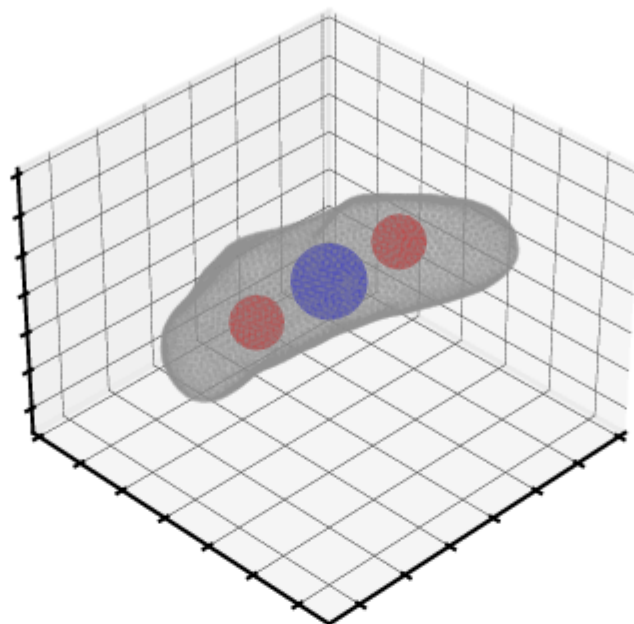


Рисунок 6.5: Неоднородности астероида

Начальные условия

Космический аппарат выведен на орбиту вокруг астероида неоднородной плотности с начальными или-
 элементарными элементами, указанными в таблице 6.1 Астероид расположен на расстоянии 1,0 а.е. от солнца, имеет гравитационное
 параметр, равный $446310.441 \text{ м}^3 / \text{с}^2$ и вращается с частотой $3,318\text{E-}4$ рад/с. Начальная
 состояние распространяется в течение трех периодов обращения по орбите (соответствующая траектория показана на рисунке 6.7), и
 измерения положения собираются раз в 60 секунд. Начальное состояние, ковариация, процесс
 матрица шума и матрица шума измерений, используемая для инициализации фильтра, перечислены в таблице 6.2.

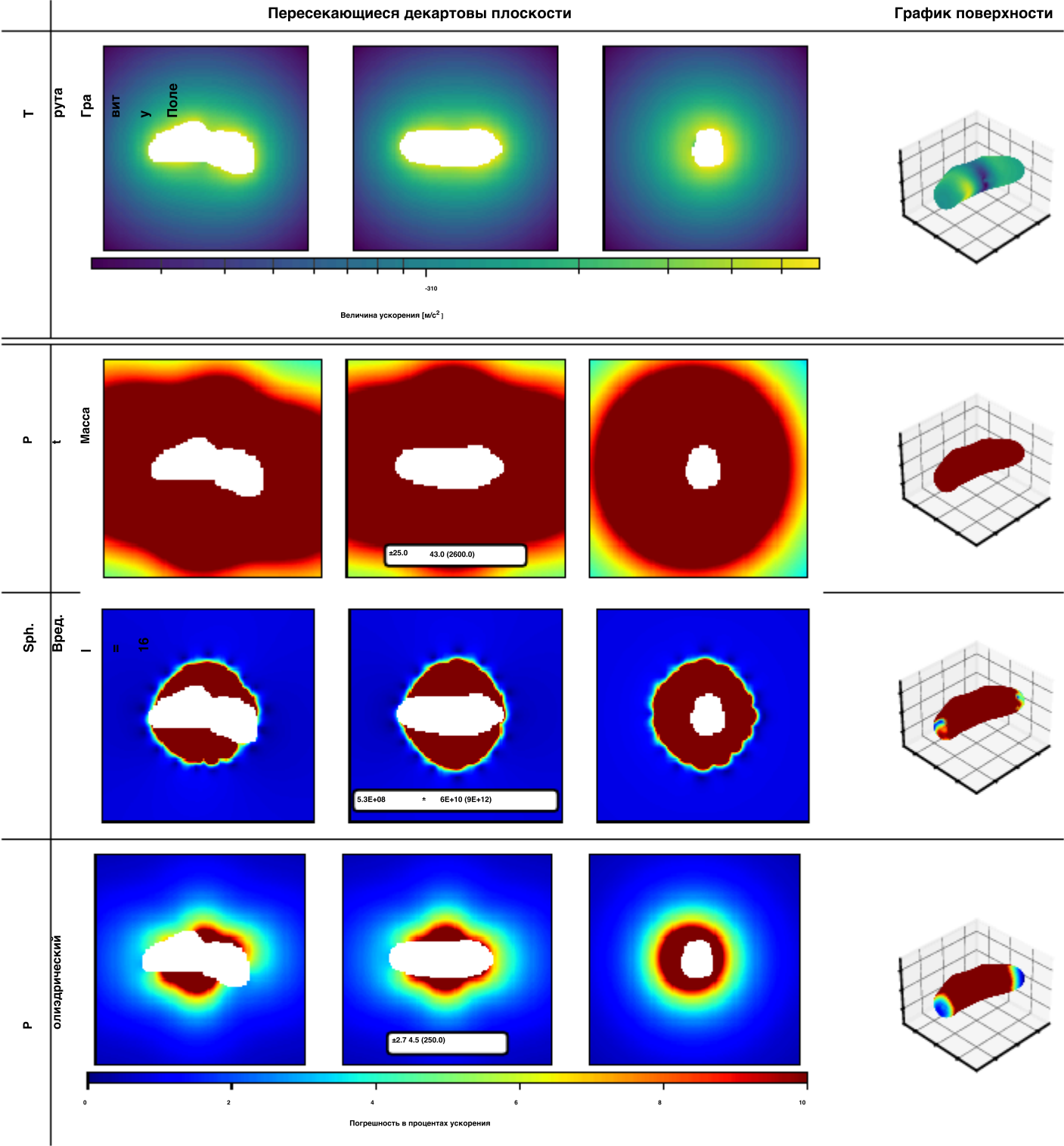


Рисунок 6.6: Верхний ряд: Истинные ускорения гравитационного поля астероида неоднородной плотности, оцененные вдоль декартовых плоскостей по $[-2R, 2R]$. Нижние строки: процентная ошибка ускорения для разных гравитационным моделям с погрешностью 10%.

Таблица 6.1: Начальные элементы орбиты

a [м]	e [-]	i [град]	ω [deg]	Ω [deg]	M [град]
34 000	0.35	45	48.2	347.8	85.3

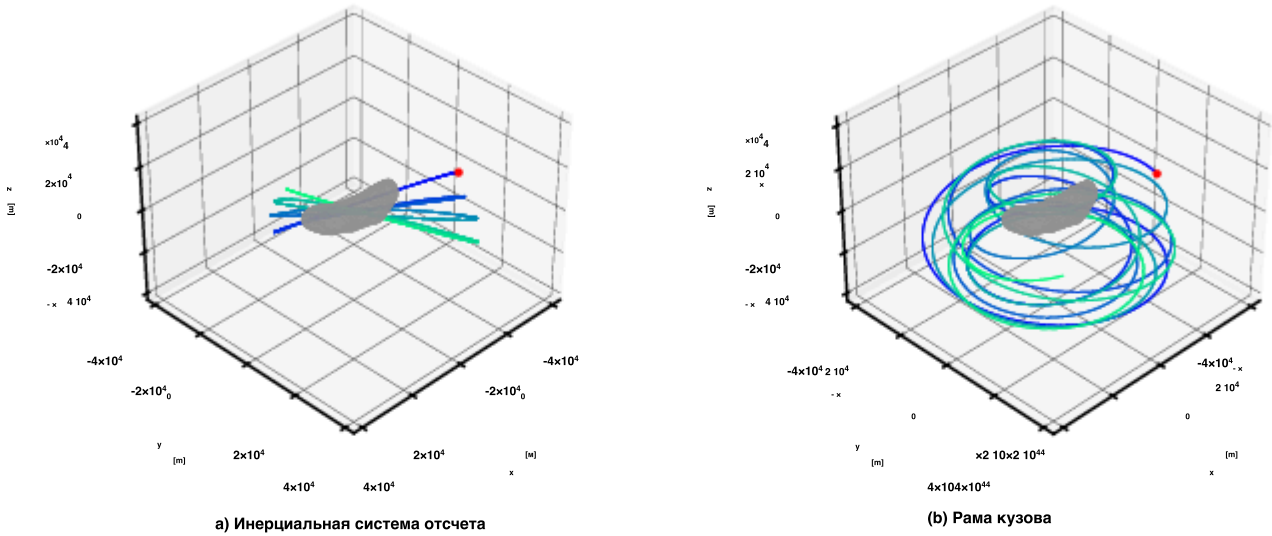


Рисунок 6.7: Траектория движения космического аппарата вокруг астероида

6.5 Показатели

Для характеристики точности PINN-GM, прошедших обучение в рамках программы

PINN-GM-KF предложены четыре показателя. Первый показатель оценивает среднюю процентную ошибку ускорения изученной гравитационной модели вдоль трех декартовых плоскостей (XY, XZ, YZ), расположенных между [-2R, 2R], где R - величина радиус астероида. Поле оценивается на сетке точек 100x100 вдоль каждой плоскости, и средняя процентная ошибка вычисляется как

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|a_{\text{верно}} - a_{\text{PINN}}|}{|a_{\text{верно}}|}$$

(6.11)

Второй и третий показатели оценивают среднюю процентную ошибку ускорения как функцию

от высоты. В этом случае 1000 точек данных отбираются из 0-3R, и процентная ошибка вектора ускорения вычисляется в каждой точке. Средняя ошибка в пределах сферы Бриллюэна 0-1R вычисляется и называется внутренней ошибкой, а средняя ошибка за пределами сферы Бриллюэна (1R-3R) называется внешней ошибкой.

Таблица 6.2: Начальное состояние, ковариация, матрица шума процесса и матрица шума измерений

Состояние	Значение	Единица
x_0^X	[-19243.60, 21967.51, 17404.75]	измерения [м]
v_0^V	[-2.9396, -1.1707, -1.7654]	[м/с] [м/с²]
w_0^W	[0, 0, 0]	[м²]
x_0^P	diag([100, 100, 100])	[м² / с²]
v_0^P	diag([0.01, 0.01, 0.01])	[м² / с⁴]
w_0^P	diag([1E-14, 1E-14, 1E-14])	[м² / с²]
Q	diag([1E-14, 1E-14, 1E-14])	[м²]
R	diag([1E-3, 1E-3, 1E-3])	

Четвертый показатель оценивает накопленную ошибку распространения траектории за один орбитальный период

для четырех различных орбит через:

$$S = \sum_{i=0}^4 \sum_{t=0}^T \Delta x_i^X(t) dt \approx \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^N \Delta x_{ij}^X(t_j)$$

(6.12)

Это обеспечивает широкую оценку обобщаемости изученной гравитационной модели для различных

орбитальные режимы. Данные о четырех испытанных орбитах приведены в таблице 6.3.

Эти показатели оцениваются для трех наиболее распространенных гравитационных моделей - точечной массы, сферической-

ческие гармоники и многогранные - и представлены в таблице 6.4 Из аналитических моделей ясно, что

что многогранная гравитационная модель является наиболее надежным вариантом со средней погрешностью в декартовой плоскости

2,6% и средней погрешностью менее 5,6% внутри сферы Бриллюэна. Сферическая

гармоническая модель - следующий лучший вариант; однако средняя ошибка по декартовым плоскостям

сильно смещена из-за расходящегося поведения внутри сферы Бриллюэна. Вместо этого сферическая-

истинная полезность топикс заключается в режимах большей высоты > 1R, для которых средняя ошибка составляет 0,85%.

Эксперимент с траекторией подтверждает эти выводы, показывая, как многогранная гравитационная модель

накапливает ошибку в 234 километра по четырем орбитам, тогда как сферические гармоники и модель точечной массы

примерно в 4-20 раз хуже.

Орбита	a [m]	e [-]	i [град]	ω [deg]	Ω [deg]	M [град]
Наклонный низковысотный	34,000	0.001	45	48.2	347.8	85.3
Экваториальный низковысотный	34,000	0.001	0	0.0	180.0	85.3
Полярный низковысотный	34,000	0.001	90	48.2	347.8	85.3
Полярный высоковысотный	68,000	0.001	90	48.2	347.8	85.3

Таблица 6.3: Орбиты для метрики траектории

Модель	Плоскости %	Интерьер %	Экстерьер %	Сумма dX [км]	Время [с]
Масса точки	24.8	50.4	2.52	4304.6	0.06
Физ. Вред. (l = 16)	1.7E8	1.3E6	0.85	946.9	0.09
Многогранный	2.7	5.6	0.24	234.1	106.02
СТЕРЖЕНЬ PM-Init	8.1	17.8	2.91	2197.0	22.7
СТЕРЖЕНЬ Poly-Init	0.51	1.57	0.07	40.4	34.1

Таблица 6.4: Таблица показателей для стандартных гравитационных моделей.

6.6 Эксперименты

Предложены два эксперимента для характеристики производительности PINN-GM-KF Первый

это гиперпараметрический эксперимент, который исследует, какие параметры PINN-GM-KF имеют

наибольшее влияние на качество изученной модели гравитации. Во втором эксперименте исследуется

влияние геометрии орбиты на производительность модели.

6.6.1 Поиск по гиперпараметру

Существует значительный выбор конструкции при определении того, когда обучать PINN-GM в рамках

фильтра Калмана, который может быть представлен в виде гиперпараметров. В частности,

гиперпараметры, изученные в этом эксперименте, перечислены в таблице 6.5 и могут быть разделены на две группы

параметры PINN-GM и параметры EKF.

Параметры PINN-GM включают скорость обучения, размер мини-пакета, эпохи, измерение

пакет и функцию потерь. Скорость обучения определяет размер шага обновления градиентного спуска

для сети. Малые значения связаны с более медленным обучением, но более стабильным градиентным спуском

в то время как большие скорости обучения могут привести к более быстрому обучению, которое может быть менее стабильным. Мини-пакет

размер определяет, сколько данных используется для вычисления оценки градиента. Большие мини-пакеты-

размеры партий более репрезентативны для истинной структуры затрат и соответствующего градиента, но могут

приводит к локальным минимумам, в то время как небольшие размеры пакета могут привести к более случайному поиску стоимости.

Ландшафт помогает избежать локальных минимумов. Количество эпох - это количество повторений набора данных

. Слишком много эпох может привести к переоснащению обучающих данных, в то время как слишком мало

может привести к недостаточной подгонке. Серия измерений определяет, сколько положений и ускорений оценки требуются перед обновлением PINN-GM. Фильтр можно настроить для подготовки PINN-GM после каждого обновления измерений или его можно настроить для подготовки PINN-GM после каждые n измерений обновляются. Первое требует больших вычислительных затрат, но выполняется немедленно. новая информация о системе интегрируется в динамическую модель, тогда как второе является более эффективен с точки зрения вычислений, но увеличивает период, в течение которого фильтр использует ошибочную модель. Для фильтров, которые лучше подходят для улавливания нелинейной динамики и ошибок моделирования (расширенный и фильтры Калмана без запаха) последнее может быть менее важным, но для фильтров, подобных традиционному фильтру Калмана, которые более чувствительны к ошибкам моделирования, первое может быть более подходящим. Наконец, функция потерь - это функция, используемая для вычисления ошибки между сетевым прогнозом и обучающими данными. Предыдущая работа с PINN-GM показывает, как единичные основанные на физике ограничения потерь могут привести к созданию более точных моделей при наличии точных данных, в то время как множественные основанные на физике ограничения потерь могут привести к созданию более надежных моделей при наличии из зашумленных данных.

Гиперпараметр	Ценности
q Эпох,	[1e-9, 1e-8, 1e-7]
Скорость обучения, Размер	[10, 100, 1000]
мини-пакета,	[1e-4, 1e-5, 1e-6]
Пакет измерений,	[256, 2048, 32768]
Обучающий	[1024, 2048, 4096]
Fcn, Качество	[A, AL]
измерений,	[Идеальный, шумный]
PINN Init	[Точка Массы, Многогранных]

Таблица 6.5: Используются Для Отбора Признаков

В используются для отбора признаков, специфичных для ЭКФ являются шума и шума измерений. В процесс шум используется для учета динамики и другие обеспечению фильтр не станет самоуверенны в парадных расчетах. Большой процесс величину шума обеспечит более консервативным оценки состояния с большими границами неопределенности, в то время как небольшие количества шума процесса будут иметь более точные оценки состояния, которые потенциально могут быть чрезмерно уверенными. Аналогично измерение

шум используется для настройки степени неопределенности входящих измерений. Большие значения приведут к тому, что фильтр и соответствующие оценки состояния будут в большей степени зависеть от динамики, тогда как в небольших количествах будет способствовать фильтром, чтобы скорректировать ожидания динамики и больше вес на входящие измерения.

Последний hyperparameter схема инициализации ПИНН. Существует два варианта инициализации :

(1) инициализация точечной массы и (2) многогранная инициализация. Для инициализации точечной массы, PINN-GM обучается в предположении, что объемный параметр астероида был оценено априори. Это предполагает, что наземные радиолокационные измерения дали приблизительную форму. модель астероида, а его состав / класс был оценен с помощью спектроскопии. С помощью этой информация, PINN предварительно обучен произвольным уровням точности с помощью искусственно сгенерированных данных путем аппроксимации точечной массы. Этот выбор в сочетании с вариантами дизайна, представленными в PINN-GM-III, гарантирует, что PINN-GM дает оценку гравитационной динамики, которая является не хуже, чем модель силы тяжести точечной массы ¹.

Полиэдральная инициализация является более оптимистичной инициализацией. В этом случае PINN-GM обучается в предположении, что астероид был охарактеризован с высокой точностью формы Модель. В частности, PINN-GM предварительно обучен на многогранной гравитационной модели постоянной плотности с произвольными уровнями точности. Обратите внимание, что многогранник не будет точным из-за постоянной предположение о плотности, поэтому ответственность PINN-GM сводится к выявлению расхождений между предположением о постоянной плотности и истинным гетерогенным распределением плотности.

Выполняются два гиперпараметрических поиска. В первом гиперпараметрическом эксперименте изучаются идеальные условия для тренировки PINN-GM-KF Поиск предполагает, что идеальное положение существуют измерения, и что PINN-GM инициализирован / предварительно обучен с постоянной плотностью многогранная модель. В отличие, второй поиск по гиперпараметру выполняется в предположении, что существуют только зашумленные измерения, и PINN-GM инициализируется только приближением массы точки- . Соответствующие результаты для лучшего и худшего случаев показаны на рисунках 6.8 и 6.10

¹ Напомним, что PINN-GM-III встраивает приближение точечной массы непосредственно в модель, так что модель гарантированно сходится к решению точечной массы в пределе $r \rightarrow \infty$

соответственно.

Результаты с гиперпараметрами

Рисунок 6.8 демонстрирует, что существует множество гиперпараметрических комбинаций PINN-GM-KF для которой узнали ПИНН-ГМ превосходит лучшие материальная точка, сферических гармоник, и полиэдрические модели тяготения всех трех базовых показателей. В случае самолеты метрики

Погрешность PINN-GM достигает всего 0,51%, что на 80% лучше, чем у многогранника постоянной плотности.

Модель. В ходе эксперимента с траекторией наиболее эффективная модель набирает примерно 40 км погрешности, почти на порядок меньшей, чем 230 км в модели постоянной плотности. Внутри сфера Бриллюэна, PINN-GM достигает средней погрешности в 1,57% в отличие от 5,6% у многогранная модель с постоянной плотностью, а за пределами сферы погрешность составляет всего 0,07%.

по сравнению с исходными 0,24%.

В этом более сложном и реалистичном сценарии рисунок 6.10, где только PINN-GM-KF имеет доступ к измерениям с шумом и аппроксимации массы точки, показаны аналогичные результаты. Для почти во всех гиперпараметрических конфигурациях PINN-GM, обученный в фильтре, достигает значительно лучшей производительности- по сравнению с точечной моделью, на которой он предварительно обучен. Для эксперимента с плоскостями PINN-GM достигает наименьшей средней ошибки, составляющей примерно 8,1%, в то время как точка базовая линия массы составляет 24,8% - улучшение на 67%. Внутри сферы Бриллюэна ошибка уменьшилась с 50,4% до 17,8%. За пределами сферы Бриллюэна погрешность увеличилась с 2,5% до 2,91.% - эффект, который в настоящее время приписывают измерениям с шумом. Несмотря на это увеличение погрешности, траекторный эксперимент модель точечной массы накапливает приблизительно 2200 км траектории. ошибка на четырех орбитах, тогда как PINN-GM накапливает 4300 км. В то время как PINN-GM предварительное обучение на модели точечной массы работает не так хорошо, как многогранная модель, но все же это демонстрирует значительное улучшение характеристик гравитационной модели всего за три оборота, предполагая, что он может быть использован в качестве промежуточного решения до тех пор, пока форма модели будет решен, на котором укажите модель может переучиться с имеющимися данными, чтобы достичь качества, сопоставимого с многогранные инициализации.

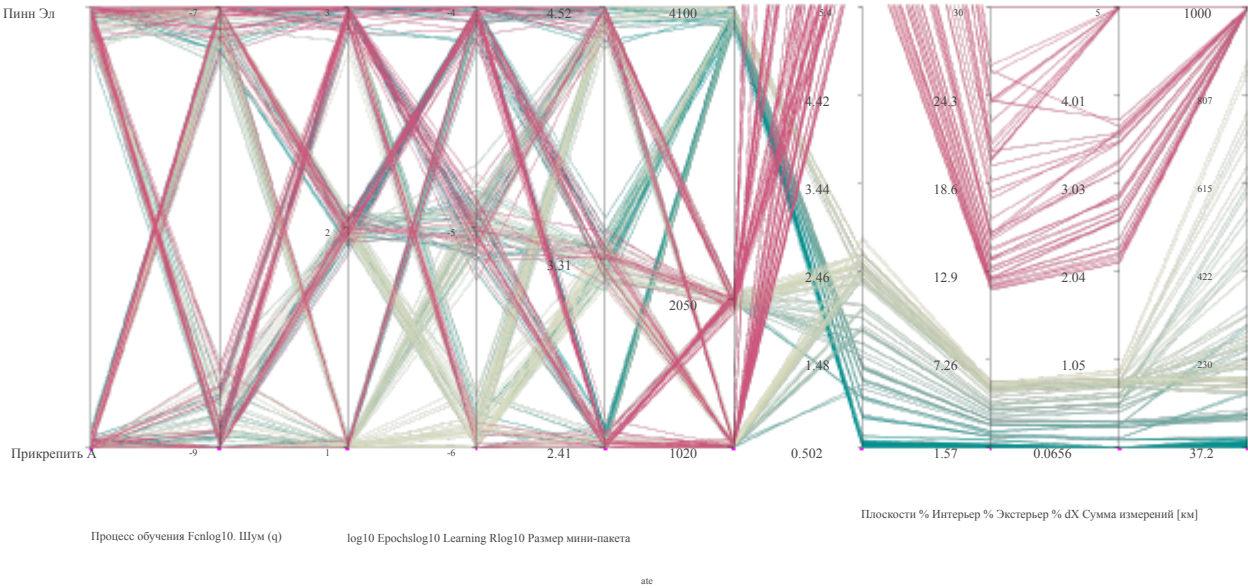


Рисунок 6.8: Гиперпараметрический поиск PINN-GM, инициализированный многогранной моделью с постоянной плотностью .

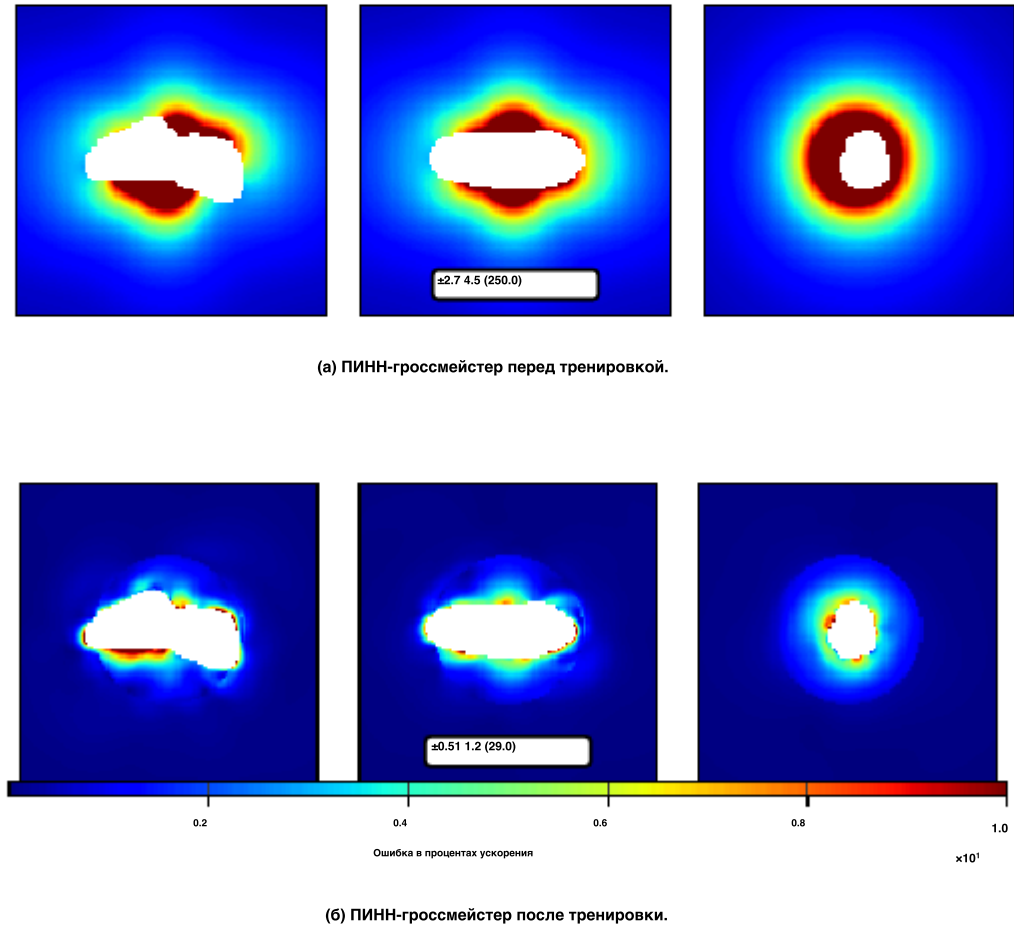


Рисунок 6.9: Наиболее эффективный PINN-GM, инициализированный полиэдральной гравитационной моделью постоянной плотности

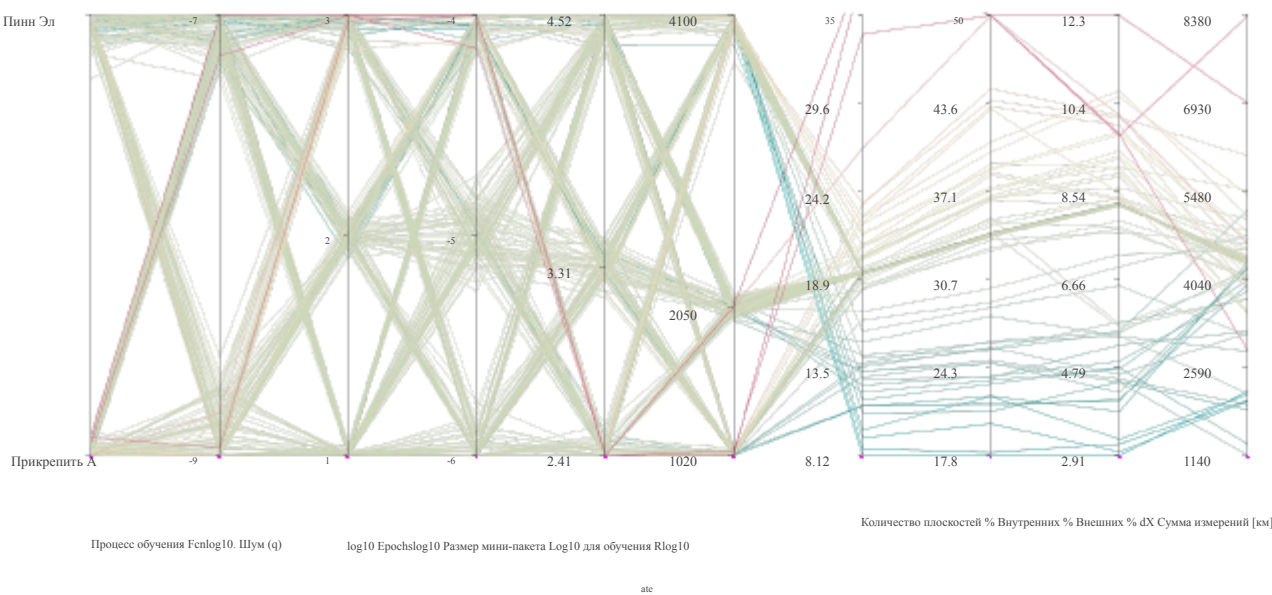


Рисунок 6.10: Гиперпараметрический поиск PINN-GM, инициализированный моделью точечной массы.

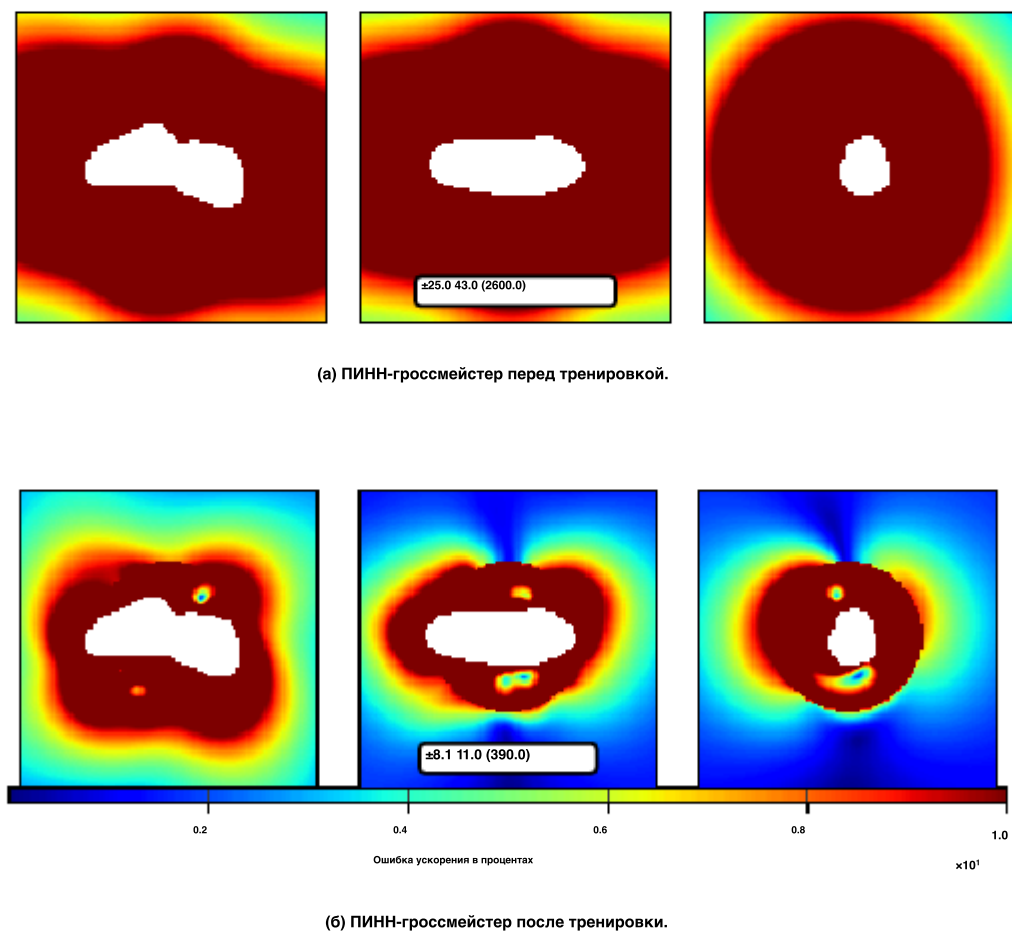


Рисунок 6.11: Наиболее эффективный PINN-GM, инициализированный с помощью модели точечной массы и силы тяжести

Этот гиперпараметрический поиск демонстрирует, что PINN-GM-KF наиболее чувствителен к размеру пакета измерений `size`. Большие партии измерений гарантируют, что PINN-GM-KF имеет достаточно данных для точного ограничения сети во время градиентного спуска. Меньшие партии измерений все еще могут создавать надежные модели, однако для этого требуется меньшая скорость обучения для обеспечения модель не случайно опускается до локальных минимумов. Также существуют гиперпараметрические конфигурации, для которых изученный PINN-GM работает хуже, чем базовые показатели. В частности, высокая скорость обучения при небольших размерах партии и большом количестве периодов обучения приводят к снижению точности модели. К небольшим размерам партии в сочетании с высокой скоростью обучения обычно относятся неодобрительно по причинам, ранее упомянутым, так что это соответствует ожиданиям. Эти результаты свидетельствуют о том, что менее частые обновления как правило, более безопасным выбором будет использование партий большего размера.

Эти результаты особенно обнадеживают, учитывая ограничения, наложенные на эксперимент.

Этот гиперпараметрический поиск проводится только по трем орбитам с измерениями положения, производимыми раз в минуту. Итого получается менее 3000 точек данных, и все же даже с учетом изучив эти относительно разреженные и зашумленные данные, PINN-GM способен улучшить свою производительность в каждом конкретном случае.

6.6.2 Чувствительность к геометрии орбиты

Заключительный эксперимент исследования, как узнал PINN-GM производительностью осуществляется начальный геометрия орбиты. В частности, исследуется, насколько чувствительна узнал PINN-GM решение соответствует высоте и эксцентриситету начальной орбиты. Очевидно, что начальная полумагистраль космического аппарата изменяется от 2R до 3R с шагом 0,1 R, а его эксцентриситет изменяется от 0,0 до 0,5 с шагом 0,05. Эти значения выбраны для обеспечения того, чтобы ни одна орбита никогда не пересекала поверхность астероида. Тестируемый PINN-GM-KF инициализируется многогранной моделью с использованием наилучшего гиперпараметры, приведенные на рисунке 6.10 и выполняется в течение трех периодов обращения для каждой соответствующей орбиты геометрия. Соответствующие результаты экспериментов с плоскостями, интерьером, экстерьером и траекторией показаны в виде гистограмм на рисунке 6.12.

Рисунок 6.12 показывает, что когда орбита эксцентрична, PINN-GM имеет тенденцию выполнять bet-

меньше, чем в режимах, близких к круговым. Это объясняется тем фактом, что радиальная составляющая

вектор ускорения отличается наибольшей изменчивостью и наблюдаемостью из всех компонентов.

Следовательно, при вращении по разным радиусам PINN-GM получает гораздо более разнообразный набор

из которого \mathbf{p} может вывести истинное поле. Когда космический корабль вращается по орбите, близкой к постоянной.

радиус, данные об ускорении будут казаться более однородными, и PINN-GM из всех сил пытается разрешить

более производительные базовые функции для представления всего поля. Большая полуось также играет роль

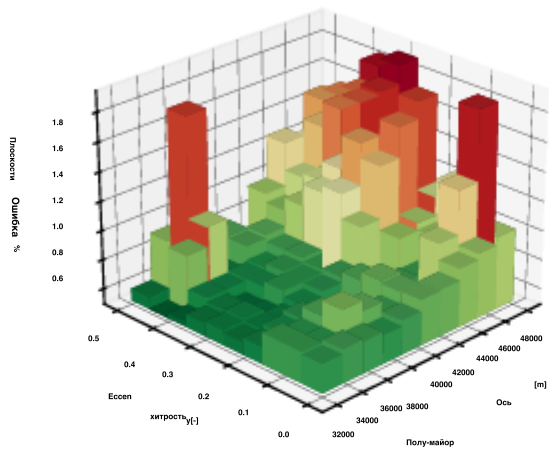
для повышения точности модели, поскольку на меньших высотах будут создаваться более мощные гравитационные сигналы в более экзотических режимах.

помогает ограничить модель как на малых, так и на больших высотах. Однако для каждой геометрии решение

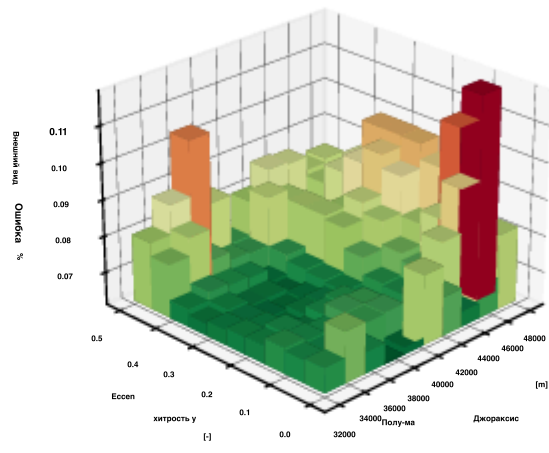
PINN-GM обеспечивает меньшую погрешность по всем четырем показателям, чем многогранник постоянной плотности.-

полная гравитационная модель, на которой первоначально обучался PINN-GM, демонстрирующая надежность

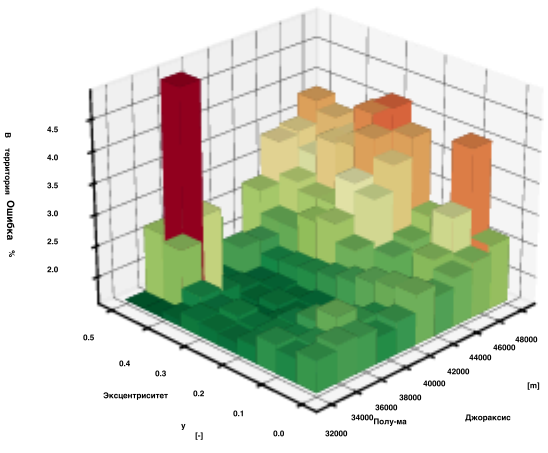
PINN-GM-KF в различных орбитальных условиях.



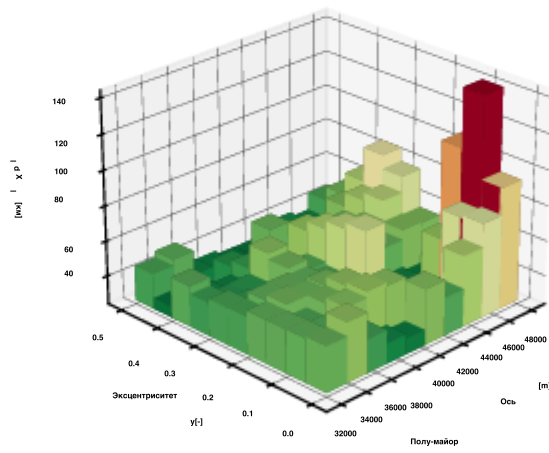
(a) Метрика плоскостей



(b) Внешняя метрика



(c) Внутренняя метрика



(d) Траекторная метрика

Рисунок 6.12: Метрики как функция геометрии орбиты.

Глава 7

Выводы

Основанная на физике нейросетевая гравитационная модель (PINN-GM) является мощным новым способом эффективного и точного моделирования сложных гравитационных полей. В отличие от предыдущих гравитационных моделей, основанных на данных, гравитационная модель PINN-GM сочетает традиционные методы глубокого обучения с теорией динамических систем, чтобы гарантировать что изученное решение поощряется к соответствию физике, лежащей в основе системы. Эти Роман гравитационные модели являются мощный без изменений; однако, дополнительные улучшения дизайна включить большей точностью, эффективностью и надежностью, что в настоящее время аналогов в других численные модели. Как эти модели продолжают созреть, существует много полезных приложений которых они могут быть применены в том числе обучение с подкреплением, открытие орбиты, и оценка состояния.

Явно, этот тезис показывает, что ПИНН-ГМ способен производить высокоточный модели для гравитационных полей Земли, Луны и астероида 433-Эрос. Изучая уникальные базовые функции, а не предписывая их, PINN-GM способен создавать решения, которые используют на порядок меньше параметров, чем их обычные аналоги. В свою очередь, эти более компактные модели также намного быстрее поддаются оценке, предлагая преимущества встроенных возможностей и моделирования. Конструкция этих PINN-GM оказывает значительное влияние на их производительность и надежность, что подтверждается тщательным проектированием элементов, выбором функции затрат, соблюдением граничных условий и архитектурным дизайном, представленными в этой работе. В сочетании, эти дизайнерские решения убедительны, что ПИНН-ГМ всегда создает гравитационное поле, по расчетам, на худой конец, менее мощные аналитические модели, используемые сегодня.

Помимо надежной работы, еще одним важным свойством PINN-GM является его

универсальность. До сих пор ни одна другая гравитационная модель не могла одновременно избежать предположений о рассматриваемом теле, работают во всех режимах орбиты, обеспечивают небольшой объем памяти, быстроту выполнения и сохраняют точную дифференцируемость. PINN-GM достигает всего этого без требуется большое количество непредвзятых тренировочных данных для регрессии. Это делает модель одинаково функциональной как для большого, так и для маленького тела. В то время как PINN-GM является новым привлекательным решением для этой задачи. проблема, следует признать, что этого нельзя было бы достичь без многих усилий динамиков прошлого и их соответствующих гравитационных моделей. Сферические гармоники и многогранные гравитационные модели являются основополагающими для этой работы и остаются важными моделями для Сообщество. Более того, работы авторов, изучающих различные формы моделей, основанных на данных, являются не менее важно признать, что они предоставляют дополнительный контекст, подчеркивающий, как машинное обучение может оказаться ценным инструментом для астродинамиков.

PINN-GM обладает рядом преимуществ для применения в рамках астродинамики. Автор: использование PINN-GM в средах, используемых для обучения агентов, обучающихся с подкреплением размещенные на космических аппаратах, исследователи могут производить агенты более высокого качества за меньшее время. требуется при использовании альтернативных моделей. Для разработчиков миссий, стремящихся определить стабильные, периодические орбиты вокруг тел неправильной формы, дифференцируемость PINN-GM упрощает проведение поиска этот поиск в различных описаниях элементов орбиты. PINN-GM находит применение даже на орбите конвейеры определения и их эффективность передачи данных позволяют быстро оценить гравитационное поле за меньшее время полета, чем существующие подходы.

Хотя выводы, представленные в этом тезисе, обнадеживают, остается работа по созданию общих стандарты для измерения эффективности и точности гравитационной модели. В этой работе предлагаются эксперименты, которые измеряют среднюю ошибку интегрирования, точность модели как функцию параметров модели-параметры, процентная погрешность в декартовых плоскостях или в зависимости от высоты и другие; однако, это не единственные способы измерения характеристик модели. Возможно, что другие исследователи возможно, в будущем будут проведены эксперименты, которые выявят потенциальные подводные камни этой модели, и эти меры альтернативные меры приветствуются, поскольку они послужат основой для следующих поколений гравитационных моделей. В фактически, другие уже начинают изучать различные методы машинного обучения для решения проблемы гравитации.

задача моделирования. Работа по ссылке (7) заслуживает особого внимания, предлагая исследования того, как такие инструменты, как поля нейронного излучения, могут предоставлять подходящие распределения плотности и гравитационные модели при интеграции. По мере дальнейшего развития моделей машинного обучения неизбежно будет появляться все больше сложные, и, скорее точный, способы получения высокоточных гравитационных моделей, которые требуют при- мание. В то же время, ПИНН-ГМ предложить убедительную промежуточное решение. С относительно после небольшой модификации эти модели могут быть развернуты в рамках моделирования или даже экспортированы в код полета. В ожидании тщательного тестирования и валидации эти модели могут однажды обеспечить точность, подобную эфемериде. со скоростью, подобной массе точки.

Помимо работы, представленной в этом тезисе, остаются вопросы о том, как можно улучшить PINNs в дальнейшем. Например, хорошо известно, что океанские приливы, водохранилища грунтовых вод и ледниковые все расплавы оказывают заметное влияние на гравитационное поле Земли. Остается открытым вопрос, можно ли сконструировать PINNS для учета этих временных изменений и какие научные исследования могут быть реализованы с помощью этих информационных продуктов. При наличии достаточного количества данных также возможно, что эти модели потенциально могут помочь идентифицировать возможные месторождения полезных ископаемых или определить геометрию неизвестных горных образований в пределах литосферы путем объединения данных о гравитации и магнитном поле. Для планетологов эти гравитационные модели могут даже предлагать возможные оценки плотности для планетезималей благодаря их точности. дифференцируемость и уравнение Пуассона.

Помимо планетологии, в сообществе машинного обучения также есть вопросы. это может принести дополнительную пользу этим гравитационным моделям. Например, как можно использовать ограничения ортогональности в изученных базисных функциях? Могут ли помочь более крупные сети и отображение объектов Фурье с большей легкостью разрешать мелкомасштабные объекты? Можно ли встроить сверточные структуры в модель для лучшего сохранения геометрической информации о гравитационных возмущениях? Там также остается важным вопрос о том, как неопределенность быть определены количественно для этих моделей. Эти вопросы, в частности, все достойные исследования, прежде чем эти модели должны быть рассмотрены полностью зрелые.

Наконец, также существует гораздо более широкий набор проблем, которые потенциально могут принести пользу. уроки, извлеченные из этой работы. Хотя гравитационное моделирование представляет собой интересную динамическую систему, которая

раньше не было универсальная модель, многих других сложных динамических систем, которые продолжают

кредитное плечо громоздкий аналитика. В астродинамики, сила давления солнечного излучения (ПСП)

один из таких примеров. Известно, что представление SRP с высокой точностью обходится дорого; требуется трассировка лучей

решения с длительным временем вычислений или грубые упрощения, подобные тем, что используются в моделях cannonball

или плоских пластинах. PINNS и другие инструменты машинного обучения могут быть использованы для поиска более эффективных

альтернативы также и для этих систем.

В совокупности PINN представляют собой захватывающий инструмент, появившийся благодаря научному машинному обучению.

сообщество, обладающее огромным потенциалом в области создания высокоточных динамических моделей

сложных систем. В этом тезисе представлено одно из таких приложений для астродинамиков в виде

гравитационной модели ПИННА. Требующие относительно небольшого количества обучающих данных, гравитационные модели ПИННА способны

регрессировать впечатляюще высокоточные модели, которые могут быть развернуты в различных средах

и при решении проблем внутри сообщества. В то время как тщательная проработка этих моделей обеспечила высокую

урожайность до сих пор будущей работы, остается полностью реализовать свой потенциал. Эти усилия, в частности, может

продолжать оказаться плодотворным для следующего начинающий dynamicist, кто разделяет энтузиазм для машины

обучение.

Библиография

[1] Дж. Мартин и Х. Шауб, "Нейронные сети на основе физики для моделирования гравитационного поля Малых тел", Небесная механика и динамическая астрономия, стр. 28, сентябрь 2022.

[2] В. М. Каула, Теория спутниковой геодезии: применение спутников в геодезии. Уолтем, Массачусетс.: Blaisdell Publishing Co, 1966.

[3] Г. Ромен и Б. Жан-Пьер, "Эллипсоидальные гармонические разложения гравитационного потенциала: Теория и применение", Небесная механика и динамическая астрономия, том 79, № 4, стр. 235-275, 2001.

[4] С. Тардивел, "Пределы приближения Маскона однородного многогранника", в Конференция специалистов AIAA / AAS по астродинамике, №. Сентябрь, (Рестон, Вирджиния), стр. 1- 13, Американский институт аэронавтики и астронавтики, сентябрь 2016г.

[5] Р. Вернер и Д. Ширс, "Выведенная и сравненная внешняя гравитация многогранника с представлениями о гармонической и масконной гравитации астероида 4769 Касталия", Небесная механика и динамическая астрономия, том 65, № 3, стр. 313-344, 1997. [6]

Р. Фурфаро, Р. Барокко, Р. Линарес, Ф. Топпуто, В. Редди, Дж. Симо и Л. Ле Корре, Мод-Элинг нерегулярные малых тел гравитационное поле, по крайней обучения машин и байесовского Оптимизации, "успехи в исследовании космоса, нет. Июнь 2020г. [7] Д. Иззо и П. Гомес, "Геодезия нерегулярных малых тел с помощью полей нейронной плотности", Инженерия коммуникаций, том 1, стр. 48, декабрь 2022 г.

[8] Г. Э. Карниадакис, И. Г. Кеврекидис, Л. Лу, П. Пердикарис, С. Ван и Л. Янг, "Физика-информированное машинное обучение", Nature Reviews Physics, том 3, стр. 422-440, май 2021 г.

[9] М. Раисси, П. Пердикарис и Г. Карниадакис, "Нейронные сети, основанные на физике: глубокий обучения для решения прямой и обратной задач, связанных нелинейных частичное дифференциального уравнения", журнал вычислительной физики. 378, стр. 686-707, февраля. 2019.

[10] р. Рейнгард, "Джотто столкнуться с кометой Галлея", природа, КН. 321, стр. 313-318, может 1986.

[11] Т. Джонсон, К. Йейтс и Р. Янг, "Обзоры космической науки о миссии Galileo" обзор", Space Science Reviews, том 60, май 1992г.

[12] Л. Проктер, С. Мерчи, А. Ченг и Дж. Тромбка, "БУДУЩИЙ САПОЖНИК - ЭТОСИОНТО АСТЕРОИД433 ЭРОС",

[13] М. Д. Рейман, П. Варгезе, Д. Х. Леман и Л. Л. Ливси, "Результаты из Глубокого космоса".
1 миссия по проверке технологии", *Acta Astronautica*, том 47, стр. 475-487, июль 2000 г.

[14] Д. Э. Браунли, П. Цоу, Д. Бернетт, Б. Кларк, М. С. Ханнер, Ф. Хорц, Дж. Кисель, Дж. А. М. Макдоннелл, Р. Л. Ньюберн, С. Сэндфорд, З. Секанина, А. Дж. Туззолино и М. Золенски,
"Миссия "Звездная ПЫЛЬ": возвращение образцов кометы на Землю", *Метеоритика и планетология, Научное дополнение*, том 32, стр. 22, январь 1997. [15]

У. Х. Блум, "Дизайн миссии Деер Impact", *Обзоры космической науки*, том 117, стр. 23-42,
Март. 2005.

[16] К.-Х. Глассмайер, Х. Бонхардт, Д. Кошны, Э. К. урт и И. Рихтер, "Ошибка Розетты",
полет к происхождению Солнечной системы", *Space Science Reviews*, том 128,
стр. 1-21, февраль 2007 г.

[17] Дж. Кавагути, А. Фудзивара и Т. Уэсуги, "Хаябуса - ее технологическое и научное сопровождение".-
краткое изложение и "Хаябуса-2", *Acta Astronautica*, том 62, стр. 639-647, май 2008 г.

[18] С.И. Ватанабэ, Т. Сайки и С. Наказава, "Обзор миссии Hayabusa2",

[19] Д. С. Лоретта, С. С. Балрам-Натсон, Э. Бешор, В. В. Бойнтон, К. Друэ д'Обиньи,

Д. Н. ДеллаГиустина, Х. Л. Энос, Д. Р. Голиш, К. У. Хергенротер, Э. С. Хауэлл, К. А. Бен-
нетт, Э. Т. Мортон, М. К. Нолан, Б. Ризк, Х. Л. Ропер, А. Э. Бартельс, Б. Дж. Бос, Дж. П.
Дворкин, Д. Э. Хайсмит, Д. А. Лоренц, Л. Ф. Лим, Р. Минк, М. К. Моро, Дж. А. Нут, Д. К.
Рейтер, А. А. Саймон, Э. Б. Бирхаус, Б. Х. Брайан, Р. Баллуз, О. С. Барнуин, Р. П. Бинзел, В. Ф.
Боттке, В. Э. Гамильтон, К. Дж. Уолш, С. Р. Чесли, П. Р. Кристенсен, Б. Э. Кларк, Х. К. Кон-
Нолли, М. К. Кромби, М. Г. Дейли, Дж. П. Эмери, Т. Дж. Маккой, Дж. У. Макмахон, Д. Дж.
Ширес, С. Мессенджер, К. Накамура-Мессенджер, К. Райтер и С. А. Сэндфорд.
"ОСИРИС-Рекс: само- возвращение с астероида (101955) Бенну", *Обзоры космической
науки*, том 212, стр. 925-984, октябрь 2017г.

[20] К. Берри, К. Гетцанданнер, М. Моро, П. Антреазиян, А. Полит, М. Нолан, Х. Энос,
и Д. Лоретта, "ВОЗВРАЩАЯСЬ К РАБОТЕ OSIRIS-REX В РЕЖИМЕ TOUCH-AND-GO (TAG),
УЧИТЫВАЯ РЕАЛИИ АСТЕРОИДА БЕННУ",

[21] NASA / JPL / JHUAPL, "Eros.jpg ."

[22] ISAS/JAXA", Itokawa.jpg ."

[23] Б. Д. Тэпли, М. М. Уоткинс, Ф. Флехтнер, К. Рейгбер, С. Беттадпур, М. Роделл, И. Сасген,
Дж. С. Фамильетти, Ф. В. Ландерер, Д. П. Чемберс, Дж. Т. Риджер, А. С. Гарднер, Х. Сейв, Э.
Р. Айвинс, С. К. Свенсон, К. Бенинг, К. Даль, Д. Н. Визе, Х. Добслоу, М. Э. Тамисиея и
И. Величогна, "Вклад БЛАГОДАТИ в понимание изменения климата", *Nature Climate
Изменение*, том 9, стр. 358-369, май 2019г. [24] Дж.

Л. Чен, К. Р. Уилсон, Б. Д. Тэпли, Дж. С. Фамильетти и М. Роделл, "Сезонный глобальный
среднее изменение уровня моря по данным спутникового высотомера, GRACE и
геофизических моделей", *Журнал геодезии*, том 79, стр. 532-539, декабрь 2005г. [25] Б. Ваутерс,
А. С. Гарднер и Г. Моходт, "Глобальная потеря массы ледника во время GRACE".

Спутниковая миссия (2002-2016), "Рубежи науки о Земле", том 7, стр. 96, май 2019 г.

[26] Б. Д. Вишвакарма, "Наблюдение за засухами по МИЛОСТИ божьей", "Рубежи в науке об окружающей среде", том 8, стр. 584690, декабрь 2020 г.

[27] Дж. Т. Риджер, Б. Ф. Томас и Дж. С. Фамильетти, "Предполагаемый потенциал затопления речного бассейна используя наблюдения GRACE Gravity с опережением на несколько месяцев", Nature Geoscience, том 7, стр. 588-592, август 2014г.

[28] М. Мандеа, В. Дехант и А. Казенав, "Данные GRACE-Gravity для понимания Глубокие недра Земли", Дистанционное зондирование, том 12, стр. 4186, декабрь 2020 г.

[29] В. Михайлов, С. Тихоцкий, М. Диамант, И. Панет и В. Баллу, "Могут ли тектонические процессы быть восстановлено по данным спутника new gravity?", "Письма о Земле и планетологии", том 228, стр. 281-297, декабрь 2004г.

[30] Э. Д. Каплан и К. Хегарти, ред., Понимание GPS: принципы и приложения. Artech Серия "Мобильная связь для дома", Бостон: Artech House, 2-е изд., 2006.

[31] Р. Х. Рапп, "Прошлые и будущие разработки в геопотенциальном моделировании", в геодезии на Движение (К.-П. Шварц, Р. Форсберг, М. Фейссель и Р. Дитрих, ред.), том 119, стр. 58-78, Берлин, Гейдельберг: Springer Berlin Heidelberg, 1998.

[32] Ф. Дж. Лерх, К. А. Вагнер, Д.-Э. Смит, Дж. Э. Бровнд и С. А. Ричардсон, "ГРАВИТА-МОДЕЛИ РЕГИОНАЛЬНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ЗЕМЛИ (GEM 1 и 2)",

[33] Ф. Дж. Лерч, О. М. Клоско и Г. Б. Патель, "Технический меморандум 84986",

[34] Дж. Г. Марш, Ф. Дж. Лерч, Б. Х. Патни, Д. К. Христодулидис, Т. Л. Фелсентрегер, Б. В. Санчес, Д. Э. Смит, С. М. Клоско, В. Мартин, Э. К. Павлис, Дж. У. Роббинс, Р. Г.

Уильямсон, Н. Л. Чандлер, К. Э. Рахлин, Г. Б. Патель, С. Бхати и Д. С. Чинн,

"Улучшенная модель гравитационного поля Земли: * GEM-TI", [35] Р.

С. Нерем, Ф. Дж. Лерч, Дж. А. Маршалл, Э. К. Павлис, Б. Х. Патни, Б. Д. Тэпли, Р. Дж.

Эйнс, Дж. К. Рис, Б. Э. Шутц, К. К. Шум, М. М. Уоткинс, С. М. Клоско, Дж. К. Чан,

С. Б. Лютке, Г. Б. Патель, Н. К. Павлис, Р. Г. Уильямсон, Р. Х. Рапп, Р. Бьянкале и Ф. Ноуэл,

"Разработка гравитационной модели для TOPEX / POSEIDON: совместные гравитационные модели 1 и 2", Журнал геофизических исследований, том 99, № C12, стр. 24421, 1994.

[36] Б. Д. Тэпли, М. М. Уоткинс, Дж. К. Райс, Г. В. Дэвис, Р. Дж. Инес, С. Р. Пул, Х. Дж. Рим,

Б. Э. Шутц, К. К. Шум, Р. С. Нерем, Ф. Дж. Лерч, Дж. А. Маршалл, С. М. Клоско, Н. К.

Павлис и Р. Г. Уильямсон, "Модель совместной гравитации 3", Журнал геофизических

исследований: Твердая Земля, том 101, стр. 28029-28049, декабрь 1996г. [37]

Ф. Г. Лемуан, С. К. Кеньон, Дж. К. Фактор, Р. Г. Триммер, Н. К. Павлис, Д. С. Чинн, К. М. Н.

Кокс, С. М. Клоско, С. Б. Лутке, М. Х. Торренс, Ю. М. Ванг, Р. Г. Уильямсон, Э. К. Павлис, Р.

Х. Рапп и Т. Р. Олсон, "Разработка совместной геопотенциальной модели GSFC НАСА и Национального агентства изображений и картографии (NIMA) EGM96", 1998. [38] Н. К. Павлис, С. А. Холмс,

С. К. Кеньон и Дж. К. Фактор, "Разработка и оценка геопотенциальной модели EGM96 НАСА".

гравитационной модели Земли 2008 (EGM2008): ГРАВИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЗЕМЛИ EGM2008 ", Журнал геофизических исследований: Твердая Земля, том 117, стр. n / a-n / a, апрель 2012.

[39] "Масконы: концентрация лунной массы",

[40] С. Нозетт, П. Рустан, Л. П. Плезанс, Дж. Ф. Кордас, И. Т. Льюис, Х. С. Парк, Р. Э. Прист, Д. М. Хоран, П. Режон, К. Л. Лихтенберг, Э. М. Шумейкер, Э. М. Элиасон, А. С. Макьюэн, М. С. Робинсон, П. Д. Спудис, К. Х. Экстон, Б. Дж. Буратти, Т. К. Даксбери, Д. Н. Бейкер, Б. М. Якоски, Дж. Э. Бламонт, М. П. Корсон, Дж. Х. Резник, К. Дж. Роллинз, М. Э. Дэвис, П. Г. Люси, Э. Маларет, М. А. Мэсси, К. М. Питерс, Р. А. Рейсс, Д. Э. Смит, Т. К. Соренсон, Р. В. В. Брейгге и М. Т. Зубер, "Миссия Клементина на Луну: научный обзор", Наука, том 266, стр. 1835-1839, декабрь 1994.

[41] К. Р. Тули, М. Б. Хоутон, Р. С. Сэйлор, К. Педди, Д. Ф. Эверетт, К. Л. Бейкер и

К. Н. Сафди, "Миссия лунного разведывательного орбитального аппарата и проектирование космических аппаратов", Space Science Обзоры, том 150, стр. 23-62, январь 2010г.

[42] М. Т. Зубер, Д. Э. Смит, М. М. Уоткинс, С. В. Асмар, А. С. Коноплев, Ф. Г. Лемуан, Х. Дж.

Мелош, Г. А. Нейман, Р. Дж. Филлипс, С. К. Соломон, М. А. Вичорек, Дж. Г. Уильямс, С. Дж. Гуссенс, Г. Круизинга, Э. Мазарико, Р. С. Парк и Д.-Н. Юань, "Гравитационное поле Луны в результате миссии лаборатории восстановления гравитации и внутренних помещений (GRAIL)", Наука, том 339, стр. 668-671, февраль 2013г.

[43] М. Бриллюэн, "Уравнения, выводющие кратную связь, $ees\ partielles\ du\ 2e\ ordre.\ Domaines\ `$ Fonctions spheriques non antipodes," vol. 4, pp. 173-206, 1933.

[44] Д. Дж. Ширс, А. С. Френч, П. Трикарико, С. Р. Чесли, Ю. Такахаси, Д. Фарноккья, Дж. Макмахон, Д. Н. Брэк, А. Б. Дэвис, Р. Л. Баллуз, Э. Р. Джавин, Б. Розитис, Дж. П. Эмери, А. Дж. Райан, Р. С. Парк, Б. П. Раш, Н. Мastroдемос, Б. М. Кеннеди, Дж. Беллероуз, Д. П. Люби, Д. Велес, А. Т. Вон, Дж. М. Леонард, Дж. Гирарт, Б. Пейдж, П. Антреасиан, Э. Мазарико, К. Гетцанданнер, Д. Роулэндс, М. К. Моро, Дж. Смолл, Д. Э. Хайсмит, С. Гуссенс, Э. Э. Палмер, Дж. Р. Вейрих, Р. В. Гаскелл, О. С. Барнуин, М. Г. Дейли, Дж. А. Сибрук, М. М. Аль-Асад, Л. К. Филпотт, К. Л. Джонсон, К. М. Харцелл, В. Э. Гамильтон, П. Мишель, К. Дж. Уолш, М. К. Нолан и Д. С. Лоретта, "Неоднородное распределение массы обломков астероида (101955) Бенну", Достижения науки, том 6, № 41, 2020. [45] А. Гао и У. Ляо, "Эффективный метод моделирования гравитационного поля для малых тел, основанный на

Регрессия гауссовского процесса", Acta Astronautica, том 157, стр. 73-91, апрель 2019.

[46] Л. Ченг, З. Ван, Ю. Сон и Ф. Цзян, "Оптимальное управление астероидом неправильной формы в реальном времени". приземления с использованием глубоких нейронных сетей", Acta Astronautica, том 170, стр. 66-79, май 2020г.

[47] Ч. Рейгбер, Х. Л. унг и П. Швинцер, "Статус миссии CHAMP", Достижения в космосе Исследования, том 30, стр. 129-134, июль 2002 г.

[48] Б. Д. Тэпли, С. Беттадпур, М. Уоткинс и К. Рейгбер, "Восстановление силы тяжести и $cli-$ эксперимент mate: обзор миссии и ранние результаты: ОБЗОР МИССИИ GRACE И РАННИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ", Geophysical Research Letters, том 31, стр. n / a-n / a, май 2004г. [49] Ф. Фраппарт и Г. Рамиллиен, "Мониторинг изменений в запасах подземных вод с использованием силы тяжести

Спутниковая миссия по восстановлению и климатическому эксперименту (GRACE): обзор, "Дистанционное зондирование", том 10, стр. 829, май 2018 г.

- [50] м. Ван дер Meijde, Р. ведро, Р. Бингхэм, Р. Floberghagen, "сведения Гоце, мод-Элс и приложений: обзор," Международный журнал прикладных наблюдений Земли и геоинформации, том 35, стр. 4-15, март 2015г.
- [51] Р. П. Корнфельд, Б. В. Арнольд, М. А. Гросс, Н. Т. Дахья, В. М. Клипштейн, П. Ф. Гат, и С. Беттадпур, "GRACE-FO: продолжение эксперимента по восстановлению гравитации и изменению климата" Миссия "Журнал космических аппаратов и ракет", том 56, стр. 931-951, май 2019г. [52] М. Т. Зубер, Д. Э. Смит, Д. Х. Леман, Т. Л. Хоффман, С. В. Асмар и М. М. Уоткинс, "Лаборатория восстановления гравитации и внутренних помещений (GRAIL): картографирование внутренних помещений Луны от коры до ядра", Space Science Reviews, том 178, стр. 3-24, сентябрь 2013г.
- [53] Н. Павлис, С. Холмс, С. Кеньон, Д. Шмидт и Р. Триммер, "Предварительный анализ гравитации".-техническая модель до степени 2160", в книге "Гравитация, геоид и космические миссии", том 129, стр. 18-23, Берлин / Гейдельберг: Springer-Verlag, 2005.
- [54] С. Гуссенс, Ф. Лемуан, Т. Сабака, Дж. Николас, Э. Мазарико, Д. Роулендс, Б. Лумис, Д. Чинн, Г. Нейман, Д. Смит и М. Зубер, "Глобальная модель гравитационного поля Луны 1200 степени и порядка с использованием данных миссии GRAIL", на 47-й ежегодной конференции по лунным и планетарным наукам, Конференция по лунным и планетарным наукам, стр. 1484-1484, март. 2016.
- [55] А. Дженова, С. Гуссенс, Ф. Г. Лемуан, Э. Мазарико, Г. А. Нейман, Д. Э. Смит и М. Т. Зубер, "Сезонное и статическое гравитационное поле Марса от MGS, Mars Odyssey и MRO" радионаука, Icarus, том 272, стр. 228-245, июль 2016г.
- [56] Г. Гравитация, гравитационное поле Земли 2.1. № 1, 2016.
- [57] Э. Хьюитт и Р. Э. Хьюитт, "Феномен Гиббса-Уилбрэхема: эпизод в fourier анализ", Архив истории точных наук, том 21, № 2, стр. 129-160, 1979.
- [58] Дж. Р. Мартин и Х. Шауб, "Реализация GPGPU сферической гармонической гравитации Пайнса Модель" на конференции специалистов по астродинамике AAS / AIAA (Р. С. Уилсон, Дж. Шан, К. К. Хауэлл и Ф. Р. Хутс, ред.), (Виртуальное мероприятие), Univelt Inc., 2020. [59] Y. Такахаси, Д. Дж. Ширс и Р. А. Вернер, "Поверхностные гравитационные поля астероидов и кометы", Журнал наведения, контроля и динамики, том 36, № 2, стр. 362-374, 2013.
- [60] Ю. Такахаси и Д. Дж. Ширс, "Гравитационные поля на поверхности малого тела через сферическую гармонику расширения", Небесная механика и динамическая астрономия, том 119, № 2, стр. 169-206, 2014.
- [61] А. П. М. Мюллер и В. Л. Шегрен, "Масконы: концентрация лунной массы", том 161., № 3842, стр. 680-684, 1968.
- [62] П. Т. Виттик и Р. П. Рассел, "Гравитационные представления смешанной модели для малых небесных тел".-ies, использующие масконы и сферические гармоники, " Небесная механика и динамическая астрономия", том 131, стр. 31-31, июль 2019г.
- [63] П. Г. Антреасиан, С. Р. Чесли, Дж. К. Миллер, Дж. Дж. Борди и Б. Г. Уильямс, "ДИЗАЙН И НАВИГАЦИЯ БЛИЖАЙШЕГО САПОЖНИКА, ПРИЗЕМЛИВШЕГОСЯ НА ЭРОСЕ".

[64] Т. Г. Г. Чанут, О. К. Винтер и М. Цучида, "Трехмерные стабильные орбиты, близкие к 433 Эросам, с использованием эффективный метод многогранной модели", Ежемесячные уведомления Королевского астрономического общества, том 438, стр. 2672-2682, март 2014г. [65]

Дж. Миллер, А. Коноплив, П. Антреасиан, Дж. Борди, С. Чесли, К. Хелфрич, У. Оуэн, Т. Ван,

Б. Уильямс, Д. Йоменс и Д. Ширс, "Определение формы, Гравитация и вращение Состояние астероида 433 Эрос", Икар, том 155, стр. 3-17, январь 2002г.

[66] Д. Ширс, Р. Гаскелл, С. Абэ, О. Барнуин-Джа, Т. Хасимото, Дж. Кавагучи,

Т. Кубота, Дж. Сайто, М. Есикава, Н. Хирата, Т. Мукаи, М. Исигуро, Т. Коминато,

К. Сиракава и М. Уо, "Реальная динамическая среда Итокавы", на Конференции

и выставке специалистов по астродинамике AIAA / AAS (Кистоун, Колорадо),

Американский Институт аэронавтики и астронавтики isap, август 2006г. [67] Б. Берковичи, П.

Паникуччи и Дж. МакМахон, "Неопределенности аналитической формы в многограннике-

гравитационная модель Дрона, "Небесная механика и динамическая астрономия", том 132,

стр. 29, май 2020. [68] Л. А. Кангауала,

"Дополнения к многогранной гравитационной модели для облегчения небольших

Навигация по телу",

[69] Д. Дж. Ширс, Б. Хушалани и Р. А. Вернер, "Оценка распределения плотности астероидов из информации о форме и гравитации", Наука о планетах и космосе, том 48, № 10, стр. 965-971, 2000.

[70] М. Т. Зубер, Д. Э. Смит, А. Ф. Ченг, Дж. Б. Гарвин, О. Ааронсон, Т. Д. Коул, П. Дж.

Данн, Ю. Го, Ф. Г. Лемуан, Г. А. Нейман, Д. Д. Роулендс и М. Х. Торренс, "

Форма 433 Эроса из лазерного дальномера NEAR-Shoemaker", Наука, том 289, № 5487,

стр. 2097-2101, 2000.

[71] М. К. Шепард, Б. Тимерсон, Д. Дж. Ширс, Л. А. Беннер, Дж. Д. Джорджини, Э. С. Хауэлл,

К. Магри, М. К. Нолан, А. Спрингманн, П. А. Тейлор и А. Виркки, "Пересмотренная модель формы астероида (216) Клеопатра", Икар, том 311, стр. 197-209, 2018. [72] Дж.

К. Миллер, А. С. Коноплив, П. Г. Антреасиан, Дж. Дж. Борди, С. Чесли, К. Э. Хелфрич, У. М.

Оуэн, Т. К. Ван, Б. Г. Уильямс, Д. К. Йоманс и Д. Дж. Ширс, "Определение

формы, силы тяжести и состояния вращения астероида 433 Эрос", Икар, том 155, № 1, стр.

3-17, 2002. [73] Ю.

Такахашаи и Д. Ширс, "Оценка распределения плотности на основе морфологии для малых

тела", Icarus, том 233, стр. 179-193, май 2014г.

[74] Д. П. Кингма и Дж. Ба, "Адам: метод стохастической оптимизации", 3-я Международная Конференция по обучающим представлениям, ICLR 2015 - Материалы конференции, стр. 1-

15 декабря 2014г. [75] Л. Боттоу,

Приемы стохастического градиентного спуска, том 7700. Спрингер, январь 2012. [76] Ю.

Леун, Ю. Бенджио и Г. Хинтон, "Глубокое обучение", Nature, том 521, № 7553, стр. 436-444,

2015.

[77] Г.-Б. Хуан, К.-Ю. Чжу и К.-К. Сю, "Машина экстремального обучения: теория и применение".-
связи", Нейрокомпьютинг, том 70, стр. 489-501, декабрь 2006.

[78] Руй Чжан, Юань Лань, Гуан-Бинь Хуан и Цзун-Бен Сюй, "Универсальное приближение

Экстремальная обучающая машина с адаптивным ростом скрытых узлов", IEEE

Transactions on Нейронные сети и обучающие системы, том 23, стр. 365-371, февраль 2012г.

[79] Б. Милденхолл, П. П. Шринивасан, М. Танчик, Дж. Т. Баррон, Р. Рамамурти и Р. Нг,

"NeRF: представление сцен в виде полей нейронного излучения для синтеза

представлений", Communications ACM, том 65, стр. 99-106, январь 2022г.

[80] П. Мертикопулос, К. Пападимитриу и Г. Пилиурас, Циклы в

Состязательное упорядоченное обучение.

Филадельфия, Пенсильвания.: Общество промышленного и прикладного развития

Математика, январь 2018.

[81] С. Ван, Ю. Тенг и П. Пердикарис, "Понимание и смягчение градиентных патологий в

нейронные сети, основанные на физике ", arXiv, стр. 1-28, январь 2020.

[82] С. Рудер, "Обзор алгоритмов оптимизации градиентного спуска", arXiv, стр. 1-14, сентябрь.

2016.

[83] х. Glorot и Y. Bengio, "понимая сложность обучения глубокие связи нервной

сетей" журнал машинное обучение, научные исследования, том. 9, стр. 249-256 2010,.

[84] С. Пайнс, "Единообразное представление гравитационного потенциала и его производных", AIAA

Журнал, том 11, стр. 1508-1511, ноябрь 1973.

[85] Р. Суинбанк и Р. Джеймс Персер, "Сетки Фибоначчи: новый подход к глобальному моделированию",

Ежеквартальный журнал Королевского метеорологического общества, том 132, стр. 1769-1793,

июль 2006г. [86] И. Гудфеллоу, Ю. Бенджио и А. Курвиль, Глубокое обучение. MIT Press, 2016. [87] Дж.

Мартин и Х. Шауб, "Нейронные сети на основе физики для моделирования гравитационного поля

Земля и Луна, "Небесная механика и динамическая астрономия", том 134, апрель 2022г.

[88] Т. Джаялакшми и А. Сантхакумаран, "Статистическая нормализация и обратное распространение для

Классификация", Международный журнал компьютерной теории и инжиниринга, том 3, №

1, стр. 89-93, 2011.

[89] С. Р. Чесли, А. С. Френч, А. Б. Дэвис, Р. А. Якобсон, М. Брозович, Д. Фарноккья,

С. Селзник, А. Дж. Лиунис, К. В. Хергенротер, М. К. Моро, Дж. Пельгрифт, Э. Лессак-Шенен,

Дж. Л. Моларо, Р. С. Парк, Б. Розитис, Д. Дж. Ширс, Ю. Такахаси, Д. Вокрулицкий,

Вольнер, К. Адам, Б. Дж. Бос, Э. Дж. Кристенсен, Дж. П. Эмери, Дж. М. Леонард, Дж. У.

Макмахон, М. К. Нолан, Ф. К. Шелли и Д. С. Лоретта, "Оценка траектории частиц,

наблюдаемых вблизи (101955) Бенну", Журнал геофизических исследований:

планеты, том 125, № 9, 2020.

[90] Дж. У. Макмахон, Д. Дж. Ширс, С. Р. Чесли, А. Френч, Д. Брак, Д. Фарноккья, Ю. Така-

хаши, Б. Розитис, П. Трикарико, Э. Мазарико, Б. Бирхаус, Дж. П. Эмери, К. В. Хергенротер,

и Д. С. Лоретта, "Динамическая эволюция моделируемых частиц, выброшенных с астероида

Бенну", Журнал геофизических исследований: планеты, том 125, № 8, стр. 1-18, 2020.

К. В.

- [91] Дж. Вилла, А. Френч, Дж. Макмахон, Д. Ширс и Б. Хокман, "Гравитация-определение времени малых тел с помощью оптического слежения за прыгающими искусственными зондами", на Конференции специалистов по астродинамике AAS / AIAA (Биг Скай, Монтана), стр. 1-21, 2021. [92] Л. Ченг, З. Ван и Ф. Цзян, "Управление в реальном времени для оптимальной посадки на Луну с использованием топлива на основе интерактивный алгоритм глубокого обучения с подкреплением", Astrodynamics, том 3, стр. 375-386, декабрь 2019г. [93] Q. Чжу, З. Лю и Дж. Ян, "Машинное обучение для аддитивного производства металлов: прогнозирование динамика жидкости в бассейне температуры и расплава с использованием нейронных сетей, основанных на физике", сентябрь 2020. [94] Дж. Р. Мартин и Х. Шауб, "Предварительный анализ оценки гравитационного поля малых тел". использование нейронных сетей, основанных на физике, и фильтров Калмана", Международный астронавтический конгресс, стр. 10, 2022. [95] Н. К. Павлис, С. А. Холмс, С. К. Кеньон и Дж. К. Фактор, "Разработка и оценка гравитационной модели Земли 2008 (EGM2008)", "Журнал геофизических исследований: твердое тело" Земля, том 117, стр. n / a-n / a, апрель 2012. [96] М. КАНАМАРУ и С. САСАКИ, "Оценка распределения внутренней плотности для малых Тела: Случай с астероидом Итокава, "Труды Японского общества аэронавтики и космических наук, аэрокосмические технологии Японии, том 17, № 3, стр. 270-275, 2019. [97] С. Аради, "Обзор обучения с глубоким подкреплением для планирования движения автономных Транспортные средства, " Транзакции IEEE в интеллектуальных транспортных системах", том 23, стр. 740-759, февраль 2022г. [98] М. М. Афсар, Т. Крамп и Б. Фар, "Рекомендательные системы, основанные на обучении с подкреплением: Опрос" Июнь 2022 года. [99] Д. Сильвер, Т. Хьюберт, Дж. Шритвизер, И. Антоноглу, М. Лай, А. Гез, М. Ланкто, Л. Сифре, Д. Кумаран, т. знание, т. Lillicrap, К. Симонян, Д. Хассабис, "генерал Рейн-закреплением обучения алгоритма, шахматами, сеги, и снова и снова играть", наука, изд. 362, С. 1140-1144, декабря. 2018. [100] г. Carleo, И. Cirac, К. Cranmer, л. Доде, М. должна, Н. Тишби, л. Фогт-Maranto, и Л. Здеборова, "Машинное обучение и физические науки", Обзоры современной физики, том 91, стр. 045002, декабрь 2019г. [101] К. Арулкумаран, М. П. Дейзенрот, М. Брандейдж и А. А. Бхарат, "Краткий обзор Глубокое обучение с подкреплением", журнал IEEE Signal Processing, том 34, стр. 26-38, ноябрь 2017г. [102] Дж. Бройда и Р. Линарес, "РУКОВОДСТВО ПО СБЛИЖЕНИЮ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В ЗАГРОМОЖДЕННЫХ СРЕДЫ ПОСРЕДСТВОМ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ", [103] К. Ховелл и С. Ульрих, "Глубокое обучение с подкреплением для операций вблизи космических аппаратов". Руководство", Журнал космических аппаратов и ракет, том 58, стр. 254-264, март 2021 г.

[104] К. Дж. Салливан и Н. Босанак, "ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОЦЕЛЕВОГО ГЛУБОКОГО ПОДКРЕПЛЕНИЯ"

УЧИМСЯ ОБНАРУЖИВАТЬ ФРОНТ ПАРЕТО При ОПИСАНИИ

ТРАЕКТОРИИ НЕСКОЛЬКИХ ТЕЛ, ЗНАК", [105] Н. Б. Лафарж, Д.

Миллер, К. К. Хауэлл и Р. Линарес, "Руководство по переносам с замкнутым циклом". использование обучения с подкреплением с применением к орбитам точек либрации", на форуме

AIAA Scitech 2020, (Орlando, Флорида), Американский институт аэронавтики и астронавтики,

январь 2020г. [106] А. Харрис, Т. Валаде, Т. Тейл и Х. Шауб, "Generation of Spacecraft Operations Pro-

методы с использованием обучения с глубоким подкреплением, "Журнал космических аппаратов и ракет",

том 59, стр. 611-626, март 2022г.

[107] А. Херрманн и Х. Шауб, "СРАВНЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ С ГЛУБОКИМ ПОДКРЕПЛЕНИЕМ",

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ПЛАНИРОВАНИЯ СПУТНИКОВ НАБЛЮДЕНИЯ ЗЕМЛИ", [108] У.

Чжао, Дж. П. Керальта и Т. Вестерлунд, "Передача из sim-карты в реальную при глубоком повторном-

практическое обучение робототехнике:

Обзор" из серии симпозиумов IEEE 2020 по

Вычислительному интеллекту (SSCI), стр. 737-744, декабрь 2020.

[109] Т. Имкен, Т. Рэндольф, М. Диникола и А. Николас, "Моделирование событий безопасного режима космического аппарата

", материалы аэрокосмической конференции IEEE, том 2018-март, стр. 1-13, 2018.

[110] Т. Харноджа, А. Чжоу, П. Аббил и С. Левин, "Мягкий актер-критик: внеполитический максимум".

энтропийное обучение с глубоким подкреплением со стохастическим субъектом", 35-я

Международная конференция по машинному обучению, ICML 2018, том 5, стр. 2976-2989., 2018.

[111] Д. Дж. Ширс, Орбитальное движение в сильно возмущенных средах. Berlin, Heidelberg:

Springer Berlin Heidelberg, 2012.

[112] У. Ю и Х. Баоинь, "Генерация семейств трехмерных периодических орбит вокруг астероидов: генерация

3D периодические орбиты вокруг астероидов", Ежемесячные уведомления Королевского

астрономического общества, том 427, стр. 872-881, ноябрь 2012г. [113] А. Г. Байдин, Б. А.

Перлмуттер и Дж. М. Сискинд, "Автоматическое дифференцирование в машинных системах".

Обучение: обзор", Журнал исследований машинного обучения, том 18, стр. 1-43, 2018.

[114] Д. Дж. Ширс, "Анализ орбитального движения вокруг 433 Эроса", Журнал

Астронавтические науки, том 43, № 4, с. 427-452, 1995.

[115] Д. Дж. Ширс, С. Дж. Остро, Р. С. Хадсон, Э. М. Деджонг и С. Судзуки, "Динамика орбит

Близко к астероиду 4179 Тутатис", Икар, том 132, № 1, стр. 53-79, 1998.

[116] К. К. Хауэлл, "Трехмерные периодические орбиты "Гало"", Небесная механика и

Динамическая астрономия, стр. 53-71, 1984.

[117] Э. Дж. Дудел, Р. К. Паффенрот, Х. Б. Келлер, Д. Дж. Дихманн, Дж. Гал

ан-Виоке и А. Ван-

дербаухеде, "Вычисление периодических решений консервативных систем с

применением к задаче о трех телах", Международный журнал бифуркации и хаоса в

прикладных науках и инженерии, том 13, № 6, стр. 1353-1381, 2003.

[118] А. Абад, А. Элипе и Э. Тресако, "Аналитическая модель для нахождения замороженных орбит лунного орбитального аппарата",

Журнал руководства, контроля и динамики, том 32, № 3, стр. 888-898, 2009.

[119] Ю. Лан и П. Цвитанович, "Вариационный метод нахождения периодических орбит в общем потоке", 2003.

[120] Д. Дж. Ширс, "Орбитальная механика астероидов и комет", Журнал руководства, контроля, и динамики, том 35, № 3, стр. 987-997, 2012.

[121] Н. Барези, Полет формирования космического аппарата на квазипериодических инвариантных торах. Докторская диссертация, Университет-университет Колорадо в Боулдере, 2017.

[122] М. А. Бранч, Т. Ф. Коулман и Ю. Ли, "Подпространственные, внутренние и сопряженные градиент-метод для крупномасштабных задач минимизации с ограниченными границами", журнал SIAM по научным вычислениям, том 21, стр. 1-23, январь 1999г.

[123] С. ичиро Ватанабэ, Ю. Цуда, М. Есикава, С. Танака, Т. Сайки и С. Наказава, "Обзор миссии Hayabusa2", Обзоры космической науки, том 208, № 1-4, стр. 3-16, 2017.

[124] Д. С. Лоретта, С. С. Балрам-Натсон, Э. Бешор, В. В. Бойнтон, К. Друэ д'Обиньи, Д. Н. ДеллаГиустина, Х. Л. Эннос, Д. Р. Голиш, К. У. Хергенротер, Э. С. Хауэлл, К. А. Беннетт, Э. Т. Мортон, М. К. Нолан, Б. Ризк, Х. Л. Ропер, А. Э. Бартельс, Б. Дж. Бос, Дж. П. Дворкин, Д. Э. Хайсмит, Д. А. Лоренц, Л. Ф. Лим, Р. Минк, М. К. Моро, Дж. А. Нут, Д. К. Рейтер, А. А. Саймон, Э. Б. Бирхаус, Б. Х. Брайан, Р. Баллуз, О. С. Барнуин, Р. П. Бинзел, В. Ф. Боттке, В. Э. Гамильтон, К. Дж. Уолш, С. Р. Чесли, П. Р. Кристенсен, Б. Э. Кларк, Х. К. Коннолли, М. К. Кромби, М. Г. Дейли, Дж. П. Эмери, Т. Дж. Маккой, Дж. У. Макмахон, Д. Дж. Ширс, С. Мессенджер, К. Накамура-Мессенджер, К. Райтер и С. А. Сэндфорд, "ОСИРИС- Рекс: возвращение образцов с астероида (101955) Бенну", Обзоры космической науки, том 212, № 1-2, стр. 925-984, 2017. [125] К. Т. Рассел, Ф. Капаччони, А. Корadini, М. К. Де Санктис, В. К. Фельдман, Р. Яуманн, Х. У. Келлер, Т. Б. Маккорд, Л. А. Макфадден, С. Моттола, К. М. Питерс, Т. Х. Преттимен, К. А. Рэймонд, М. В. Сайкс, Д. Э. Смит и М. Т. Зубер, "Миссия Dawn на весту и Цереру", Земля, Луна и планеты, том 101, № 1-2, стр. 65-91, 2007.

[126] Д. Ю. О, С. Коллинз, Т. Дрейн, У. Харт, Т. Имкен, К. Ларсон,

Д. Марш,

Д. Мутулингам, Дж. С. Снайдер, Д. Трофимов, Л. Т. Элкинс-Тантон, И. Джонсон, П. Лорд и Э. Пиркл, "Разработка миссии Psyche для программы Discovery НАСА", на 36-й Международной конференции по электрическому движению (Вена, Австрия), 2019 год.

[127] Д. Дж. Ширс, Дж. У. Макмахон, Э. Б. Бирхаус, Дж. Вуд, Л. А. Беннер, К. Харцелл, П. Хейн, Дж. Хопкинс, Р. Джедике, Л. Лекорр, С. Найду, П. Правец и М. Равайн, "Янус: симплексная миссия НАСА по исследованию двух НЕО-двойных астероидов", Материалы Международного астронавтического конгресса, IAC, том 2020-октябрь 2020.

[128] А. С. Френч, Точное определение орбиты и оценка гравитационного поля во время полетов малых тел. Докторская диссертация, Университет Колорадо в Боулдере, 2020.

[129] Дж. М. Леонард, Ф. Г. Ньювински и Г. Х. Борн, "Компенсация гравитационной ошибки с использованием второго-Процессы Гаусса-Маркова порядка, "Журнал космических аппаратов и ракет", том 50, стр. 217-229, январь. 2013. [130]

П. Сюй и Р. Руммель, "Обобщенная регрессия гребня с приложениями для определения геопотенциальные поля", геодетическая рукопись, стр. 8-20, 1994.

[131] П. Сюй, "Значение минимальной нормативной оценки геопотенциальных полей", Геофизический журнал.

Международный, том 111, стр. 170-178, октябрь 1992.

[132] П. Сюй, "Усеченные методы SVD для дискретных линейных некорректных задач", Геофизический журнал

Международный, том 135, стр. 505-514, ноябрь 1998.

[133] П. Сюй, Ю. Фукуда и Ю. Лю, "Многопараметрическая регуляризация: численные решения и

приложения к определению геопотенциала по точным спутниковым орбитам", Журнал

геодезия, том 80, стр. 17-27, апрель 2006г.

[134] Г. Уэлч, "Введение в фильтр Калмана", тех. представитель, 1997. [135] Б. Шутц, Б.

Тэпли и Г. Х. Борн, Статистическое определение орбиты. Эльзевир, 2004. [136] Д. Хендрикс

и К. Гимпел, "Линейные единицы погрешности по Гауссу (GELUs)", июль 2020г. [137]

С. Ван, Х. Ю и П. Пердикарис, "Когда и почему ПИННЫ не обучаются: нейронный тангенс".

перспектива ядра", июль 2020г.

[138] Н. Рахаман, А. Баратин, Д. Арпит, Ф. Дракслер, М. Лин, Ф. А. Хэмпредт, Ю.

Бенджио и

А. Курвиль, "О спектральном смещении нейронных сетей", [139]

М. Танчик, П. П. Шринивасан, Б. Милденхолл, С. Фридович-Кейл, Н. Рагхаван, У. Сингхал,

Р. Рамамурти, Дж. Т. Баррон и Р. Нг, "Функции Фурье позволяют сетям изучать

высокочастотные функции в низкоразмерных областях", [140]

С. Ван, Х. Ван и П. Пердикарис, "О смещении собственного вектора сети функций Фурье" -

работы: От регрессии к решению многомасштабных PDE с использованием нейронных сетей,

основанных на физике". Компьютерные методы в прикладной механике и инженерии, том 384, стр. 113938, октябрь

2021. [141] В. Ситцман, Дж. Н. П. Мартель, А. В. Бергман, Д. Б. Линделл и Г. Ветцштейн, "Неявные

Нейронные представления с функциями периодической активации", июнь 2020г.

[142] Б. А. Джонс, Г. Х. Борн и Г. Бейлкин, "ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ AAS 10-237 С

ГРАВИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КУБИЧЕСКОЙ СФЕРЫ", № 1, с. 1-20.

[143] Ф. Г. Лемуан, С. Гуссенс, Т. Дж. Сабака, Дж. Б. Николас, Э. Мазарико, Д. Д. Роуландс, Б. Д.

Лумис, Д. С. Чинн, Г. А. Нейман, Д. Э. Смит и М. Т. Зубер, "GRGM900C: модель лунной гравитации на

900 градусов по данным первичной и расширенной миссии GRAIL", Geophysical Research Letters,

том 41, № 10, стр. 3382-3389, 2014. [144] В. Волков, "Понимание скрытия задержек на графических

процессорах - EECS в Калифорнийском университете в Беркли", технический представитель.,

Берекели, Калифорния, 2016.

[145] П. В. Кеннелли, Более быстрые методы моделирования радиационного давления GPGPU в реальном времени.

Докторская диссертация, 2019.

[146] У. Кефан и Л. Джи, "Гравитационные параллельные вычисления на основе графического процессора", 3-й IEEE 2017 г.

Международная конференция по компьютерам и коммуникациям, ICCS 2017, том

2018-Jаnua, стр. 2409-2413, 2018. [147] И. О. Хупка,

Дж. Фальку, Л. Григори и Р. Стомпорт, "Сферическое гармоническое преобразование с

Графические процессоры", том 7155 LNCS, ЧАСТЬ 1, стр. 355-366, 2012.

- [148] А. Аталлах и А. Вани Юнес, "Параллельный Метод Чебышева Пикара", в AIAA SciTech Forum, №. Январь (Орландо, Флорида), AIAA, 2020.
- [149] Дж. Б. Лундберг и Б. Э. Шютц, "Формулы рекурсии функций Лежандра для использования с неособые геопотенциальные модели", Журнал руководства, контроля и динамики, том 11, № 1, стр. 31-38, 1988.
- [150] Дж. Кессенич, Д. Болдуин и Р. Рост, "Версия языка затенения OpenGL 4.60.7", tech. rep., 2019.
- [151] М. Мантор и М. Хьюстон, "AMD Graphics Core Next", саммит разработчиков AMD Fusion, 2011.
- [152] NVIDIA, "Руководство по рекомендациям CUDA C (версия 11.0)", Tech. Rep. Июль 2020 г.
- [153] С. Джонс, "Советы, хитрости и методы оптимизации Cuda", на конференции GPU Technology Conference, (Долина Силликон), NVIDIA, 2017.
- [154] А. Илич, Ф. Пратас и Л. Соуза, "Модель линии крыши с поддержкой кэша: модернизация чердака", IEEE Письма по компьютерной архитектуре, том 13, № 1, стр. 21-24, 2014.

Приложение А

Подробная информация об обучении PINN-GM-III

Цель этого раздела - осветить различные детали обучения и внедрения PINN

гравитационная модель. Как и PINN-GM-II, PINN-GM-III построен на основе базовой сети, которая

имеет сходство с архитектурой трансформатора. Сама сеть состоит из сети прямой связи.

многослойное восприятие, которому предшествует слой встраивания. Между слоем встраивания и каждым из скрытых слоев установлены пропускные соединения.

последний слой использует функции линейной активации

для получения сетевого прогноза потенциала прокси.

В отличие от PINN-GM-II, во всех экспериментах, протестированных в этой работе, не используется

функция потерь с несколькими ограничениями. В частности, в реализации PINN-GM-II функция потерь

включенные штрафы за $\nabla^2 U = 0$ и $\nabla \times \nabla U = 0$ в дополнение к $-\nabla U$ - ≈ 0 . Хотя многозадачная

функция потери объекта полезна при обучении сетей с зашумленными данными, в ней нет необходимости для

экспериментов в этой работе, поскольку данные не содержат помех. Приложение В обсуждается многоцелевая функция

функция потерь и этот выбор более подробно.

Гиперпараметры по умолчанию, используемые для обучения PINN-GM-III, перечислены в таблице А.1. Сеть-

работа обучение с использованием Адам оптимизатор с курсом обучения 0.001. Стоимость обучения

заглох при проверке потери плато на 2500 эпох. Размер пакета по умолчанию установлено значение 2^{20}

хотя размеры многих обучающих данных меньше этого значения, поэтому обычно размер пакета равен au -

автоматически уменьшается до размера обучающего набора данных. Сети обучаются в течение 10 000 эпох

если не указано иное, как в разделе 3.4. Сеть инициализируется с использованием униформы Ксавье

схема инициализации (83), а функции сетевой активации являются GELU (136). Обратите внимание, что

веса конечных слоев инициализируются равными нулю, что эвристически приводит к более быстрой сходимости и лучшему

Производительность.

Таблица A.1: Гиперпараметры по умолчанию для PINN-GM-III

Гиперпараметр	Значение	Гиперпараметр	Значение
Размер пакета	2 ²⁰	Активация	GeLU
Скорость обучения	0.001	Сетевая архитектура	Вдохновленная трансформатором
Оптимизатор	Адам	Не-измерение.	Раздел 3.3.1
Планировщик LR	на плато	Предварительная обработка слоев	1 Сосны + —
Терпение	2500 эпох	Скрытый слой θ Init.	r Glorot Normal
Функция потерь	Процент	Последний слой θ Инициализация.	Нули

Приложение В

Алгоритм отжига со скоростью обучения

Ссылка (1) предложил использовать многоцелевую функцию потерь для PINN-GM, которая

использует знание трех ограничений: (1) $-\nabla U = \mathbf{a}$, (2) $\nabla^2 U \mathbf{a} = 0$, и (3) $\nabla \times \nabla U = 0$

через:

$$L(\theta) = \sum_{i=0}^N \frac{1}{N} \left(-\nabla \hat{u}(\mathbf{x}_i | \theta) - \frac{1}{2} \mathbf{a}^T + \nabla^2 \hat{u}(\mathbf{x}_i | \theta) + \nabla \times \nabla \hat{u}(\mathbf{x}_i | \theta) \right)^2 \quad (\text{B.1})$$

Включение ограничений (2) и (3) в уравнение (B.1) улучшает производительность сети при

наличии зашумленных обучающих данных. Хотя эта дополнительная надежность обычно приветствуется, когда

обучение на несовершенных наборах данных, эти ограничения также создают новые проблемы для обучения сети.

Прежде всего, эти ограничения вводят компромисс между надежностью модели и точностью. Прошлые работы

показал, что эти ограничения могут действовать как форма регуляризации и могут непреднамеренно ухудшать

производительность PINN-GMS при обучении измерениям идеального положения и ускорения (1).

Эти ограничения также увеличивают общее время обучения, поскольку производные потенциала второго порядка

особенно дороги для вычисления с использованием автоматического дифференцирования. Наконец, многоцелевой характер функции затрат

может привести к конкуренции между членами уравнения (B.1), где одно из

ограничений может доминировать в процессе обучения за счет других.

PINN-GM-III предлагает множество модификаций для решения этих проблем. Чтобы смягчить некоторые

что касается вычислительных затрат, PINN-GM-III использует многоцелевую функцию затрат только для части

своего цикла обучения. PINN-GM-III начинает с использования только функции

$$-\nabla \hat{u}(\mathbf{x}_i | \theta) - \frac{1}{2} \mathbf{a}^T = 0 \quad \text{ограничение 0. Это}$$

позволяет сети идентифицировать потенциальное решение без больших вычислительных затрат на

$\nabla^2 U$ или операции $\nabla \times \nabla U$. Как только возможное решение определено, функция потерь изменяется на

включите ограничение Лапласа

$\nabla^2 U = 0$ и продолжайте обучение¹.

PINN-GM-III также использует алгоритм отжига с адаптивной скоростью обучения для изменения

веса компонентов потерь во время обучения для минимизации конкурирующих целей. Алгоритм

основан на теоретическом анализе динамики обучения нейронных сетей с использованием

Нейронных касательных ядер, чтобы подчеркнуть, как различные компоненты в функции потерь могут иметь конкурирующие

динамика градиентного течения. Более подробную информацию об этом эффекте и алгоритме скорости отжига можно найти

в справочной информации (137).

Чтобы измерить эффект этих изменений, проводятся четыре эксперимента. Во-первых, PINN-GM-III является

$-\nabla U = a$ в общей сложности за 20 000 эпох. Во-вторых, PINN-GM-III - это обученным только с

обученным с обоими ограничениями $-\nabla U = a$ и $\nabla^2 U = 0$ Ограничение $U = 0$ для 20 000 эпох без обучения

алгоритм скоростного отжига. В-третьих, PINN-GM обучается в течение 10 000 эпох, используя только

$-\nabla U = a$

, за которым следуют 10 000 эпох с ограничениями A и L без отжига скорости обучения.

Наконец, модель обучается за 10 000 эпох с использованием ограничения A, за которым следуют 10 000 эпох с использованием

ограничений A и L с использованием алгоритма отжига скорости обучения. Эти эксперименты помечены как

как "A без адаптации", "AL без адаптации", "A + AL без адаптации" и "A + AL без адаптации"

соответственно.

Эти четыре эксперимента проводятся с использованием 45 000 данных, случайным образом распределенных в интервале 0 - 3R относительно

астероида Эрос. Ошибка модели оценивается на отдельном тестовом наборе из 50 000 точек данных, распределенных

в интервале 0-10R. Эксперимент проводится один раз без шума в обучающих данных (рисунок B.1a),

и снова с применением шума - к каждому вектору ускорения добавляется 10% относительной ошибки в случайном направлении

(рисунок B.1b).

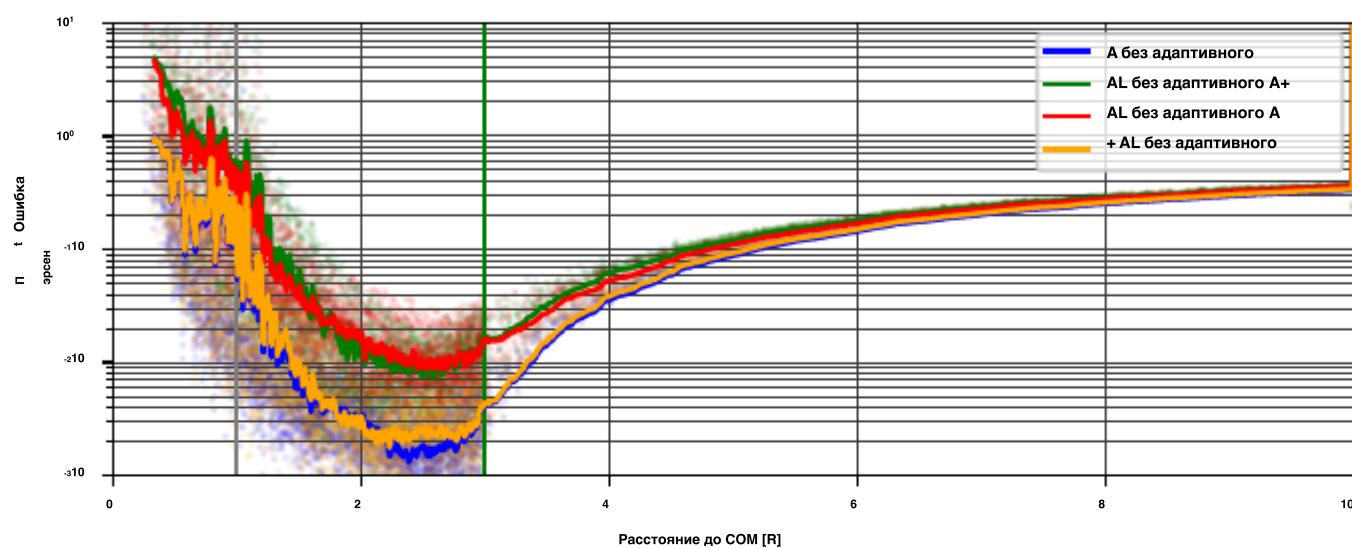
Когда к данным обучения не добавляется шум, на рисунке B.1a показаны три заслуживающих внимания модели

поведения. Во-первых, предварительное обучение сети с ограничением A не имеет практических недостатков.,

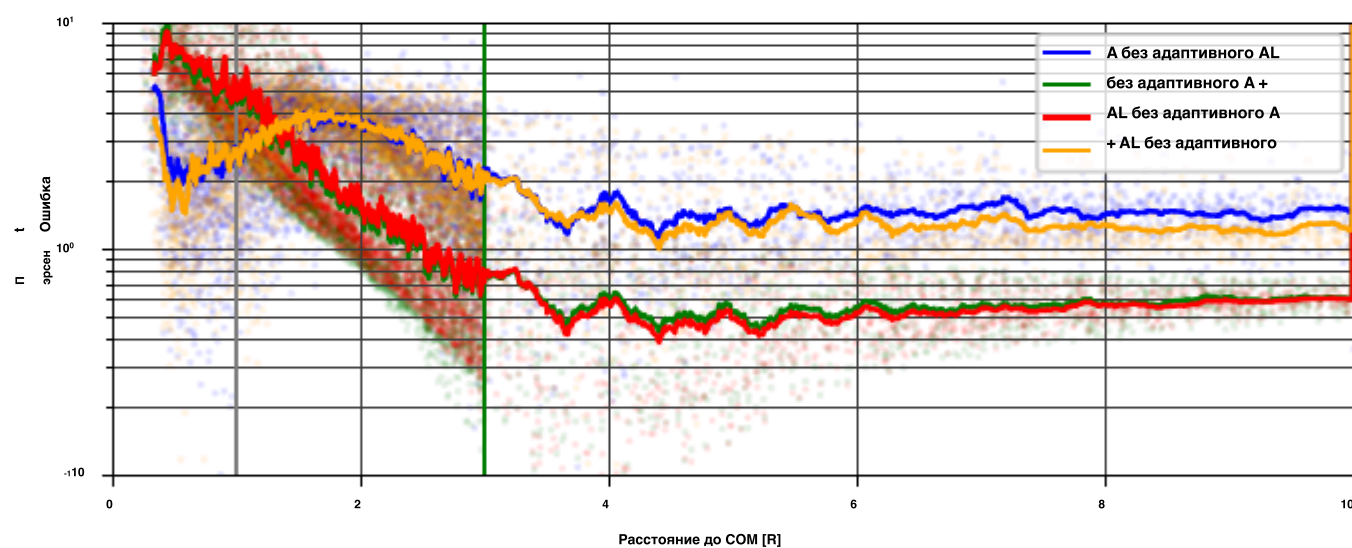
и позже добавим дополнительные ограничения к функции потерь. Зеленые и красные средние значения ошибок

практически идентичны, что демонстрирует, что время обучения может быть значительно сокращено за счет

¹ Обратите внимание, что $\nabla \times \nabla U$ ограничение $= 0$ больше не включено в PINN-GM-III, потому что выражение часто вычисляется с точностью, близкой к машинной, что делает его вклад в потери незначительным.



(a) В данных обучения нет ошибки



(b) ошибка в обучающих данных 10%

Рисунок В.1: Моделируйте % погрешности в зависимости от высоты с использованием различных комбинаций алгоритмов предварительной подготовки и адаптивного отжига скорости обучения.

первоначально минуя вычислительные затраты на ∇^2 U операция в начале обучения.

Во-вторых, как согласуется с прошлыми результатами, введение ограничения L в функцию потерь

без алгоритма адаптивной скорости обучения снижает точность модели. В-третьих, и, наконец, когда

включен алгоритм адаптивной скорости обучения, разрыв в производительности между A и AL

ограничения исчезают.

Несмотря на очевидное преимущество алгоритма адаптивной скорости обучения, при добавлении шума

к данным обучения, рисунок B.1b демонстрирует менее благоприятную картину. Функция потерь AL

без адаптивного алгоритма демонстрирует лучшую производительность. В соответствии с прошлыми результатами, ограничение

AL без адаптивного алгоритма более устойчиво к зашумленным данным, чем его изолированный

Аналог ограничения. Однако, когда вводится алгоритм адаптивной скорости обучения, это

надежность теряется, и ошибка модели точно соответствует ошибке сингулярного ограничения A. Это предполагает

что алгоритм отжига скорости обучения в этой настройке, по-видимому, последовательно отдает предпочтение или увеличивает вес

ограничение A по сравнению с ограничением L.

Взятые вместе, эти адаптивные алгоритмы отжига скорости обучения представляют собой интересный метод

обойти конкурирующие цели в функции потерь; однако это демонстрирует, что она может иметь

непреднамеренные недостатки. При наличии бесшумных, совершенных обучающих данных включение этого

алгоритм не имеет непосредственных недостатков и действительно улучшает производительность модели при использовании

многоцелевой функции потерь. Однако при наличии зашумленных данных рекомендуется по умолчанию использовать

неадаптирующий алгоритм.

Приложение С

Предотвращение спектрального смещения с помощью отображения признаков Фурье

Хорошо документированная проблема, с которой сталкиваются нейронные сети, - это эффект, называемый спектральным смещением (138).

Динамика градиентного потока традиционных и основанных на физике нейронных сетей известна

предпочтительно изучать низкие частоты перед высокими во время обучения. Этот перекося в сторону

более низких частот может привести к чрезмерно низкой скорости конвергенции при попытке моделировать высокие частоты

. Эту проблему нельзя игнорировать при построении PINN-GMS, особенно когда

рассматриваются прерывистые горные цепи на Земле, кратеры на поверхности

Луны или валуны на поверхности астероидов. Локальность и масштаб этих особенностей проявляются

в виде высоких частот и могут потребовать длительных периодов обучения для достаточного регресса.

Многочисленные исследовательские усилия направлены на устранение этой предвзятости. В одном из исследований предлагается введение

слоя отображения объектов Фурье, помогающего сделать ядро нейронной касательной стационарным (139).

Случайным образом проецируя входные данные нейронной сети в пространство Фурье, показано, что

спектральное смещение может быть уменьшено, если входные сигналы проецируются в правильный диапазон частот.

Другой подход расширяет эти результаты демонстрируют, как разномасштабные проблемы в научной машина

обучение может потребовать нескольких проекций в Фурье-пространстве, чтобы узнать, эффективно высокие и низкие

периодичность функций (140). Отдельно, введение сетей синусоидального представления

(SIRENs) предлагает использовать исключительно синусоидальные функции для активации сети наряду с

принципиальной схемой инициализации для построения более убедительных неявных нейронных представлений

сложные сигналы (141).

Для PINN-GM-III предлагается слой отображения Фурье, основанный на эталонном (139). В

слой отображения Фурье реализуется сразу после слоя проекции Pine. Значения

s, t и u сначала масштабируются для существования в [0, 1], а затем проходят через следующее отображение:

$$\hat{x}_n = \sin 2nB_{i,j}(x) \quad x_j + \phi_j(x) \quad , \text{ потому что } 2nB_{i,j}(x) \quad x_j + \phi_j(x) \quad \forall i = 1, \dots, N$$

(C.1)

$$\forall x \in [s, t, u]^{1 \times N}$$

\mathbf{R}
выбор случайных частот, на которые нужно спроецировать, и $\phi^{(x)} \sim N(0, 1) \in \mathbf{R}^N$, где $x \in \mathbf{R}^{N \times 1}$
смещения проекции.

$$\sim N(0, \sigma_{t_2}) \in$$

являются фазой

Существует много возможных схем инициализации для этого сопоставления. Пользователь полностью

ответственность за принятие решения, сколько частот, на, N_f , дисперсия частотного распределения

, σ_f , если частоты и смещения должны быть обучаемыми переменными или фиксированными, и если каждый объект

должен иметь свои собственные частоты и смещения или если они должны быть общими для каждого уровня

(т.е. $\mathbf{B}^{(s)} = \mathbf{B}^{(t)} = \mathbf{B}^{(u)}$). Проводится эксперимент, в ходе которого исследуется увеличение размера модели

в зависимости от производительности модели при этих вариантах проектирования, который представлен в таблице C.1. Каждая сеть

обучался на астероиде Эрос, используя по умолчанию используются для отбора признаков, и использовал $\sigma = 1$, является. В

исходная производительность была такой же, как у PINN-GM-III без слоя Фурье и с пропускной способностью модели 40

узлов на слой.

Уровень Фурье без обучаемых σ и ϕ				
Параметры	N_F	Средняя ошибка %	Δ Размер модели [%]	Δ Средняя ошибка %
13923	5	0.191	14.84	-24.11
15723	10	0.206	29.69	-18.08
19323	20	0.192	59.39	-23.92
Слой Фурье С обучаемыми σ и ϕ				
13953	5	0.185	15.09	-26.60
15783	10	0.200	30.19	-20.60
19443	20	0.191	60.38	-24.25
Общий Слой Фурье С обучаемыми σ и ϕ				
13933	5	0.185	14.93	-26.40
15743	10	0.208	29.86	-17.61
19363	20	0.195	59.72	-22.42

Таблица C.1: Гиперпараметрический поиск для отображения объектов Фурье.

В лучшем случае PINN-GM-III с изученным отображением Фурье уменьшил среднюю ошибку относительно астероид 433-Эрос удален от 0-3R на 24% по сравнению с базовым PINN-GM-III без этого отображения.

Этот уровень изучения увеличивает размер модели (количество параметров в сети) на 14,8%.

Таким образом, следует отметить, что существует неявный компромисс между размером модели и точностью.

благодаря внедрению этих функций. Поскольку вычислительные ресурсы космического аппарата обычно

довольно ограниченный объем, необходимо провести дальнейшую работу, чтобы оценить, оправдывает ли эта сделка затраты.

Приложение D

Комментарии о прошлых результатах машинного обучения

Таблица 3.4 подчеркивает общую эффективность машинного обучения в прошлом и настоящем .

Модели. Все значения взяты из соответствующей ссылки, но необходим дальнейший контекст.

поскольку каждая модель оценивала точность по-разному и на разных астероидах. Цель этого раздела -

предоставить соответствующие сведения об этих показателях для полноты картины.

Для гравитационной модели гауссовского процесса , приведенной в Ссылке (45), количество моделей

параметры явно не сообщаются, но могут быть выведены. Гауссовские процессы определяются

их ковариационная матрица и функция ядра. Ковариационная матрица масштабируется как $O(N)^2$ а

максимальное количество использованных точек данных составляло $N = 3,600$. Это говорит о том, что

минимальное количество параметров, используемых в модели, составляет 12 960 000. Точность для этих

моделей также указана при фиксированных радиусах от центра масс для каждого астероида, а не по всей

области, поэтому значения можно считать верхними границами. Более того, показано, что модель расходится

на больших высотах. следовательно, она недействительна в глобальном масштабе.

Для модели гравитации extreme learning machine, представленной в ссылке (6), размер модели равен

определяется тем фактом, что в ELM имеется 50 000 скрытых узлов. Первые 50 000 параметров

представляют собой случайные веса, соединяющие входные данные со скрытым слоем, а вторые 50 000

параметры представляют собой полученные веса от скрытого слоя к выходному слою, общим числом до 100 000.

Общие параметры модели. Смоделированный астероид - 25143 Итокава. Ошибка в ссылке (6)

указывается в абсолютных, а не относительных величинах, однако, используя рисунок 9 из ссылки

, можно приблизительно подсчитать, что относительная погрешность варьируется от 1% до 10%.

В справке (46), сообщается, что гравитационная модель нейронной сети использует 512 узлов на скрытый слой для 6 скрытых слоев ($512^2 \cdot 6 = 1,572\,864$ параметра). В документе сообщается о 1,000,000 обучающих данные были сгенерированы и разделены в соотношении 8: 2 между данными обучения и тестирования, что в общей сложности составило 800 000 данных обучения. Исследованный астероид также является 433-Eros, и средняя относительная ошибка составляет в таблице 3 тестовый набор указан как 0,35%.

Для геодезических сетей (7), используются сирены из 9 скрытых слоев по 100 узлов в каждом. Четыре астероида изучены: Бенну, Чурюмов-Герасименко, Эрос и Итокава. В их дополнительных материалах (Таблица S4), относительная погрешность относительно Eros указана на трех характерных высотах. На их наименьшей высоте средняя погрешность составляет 0,571%, а на наибольшей высоте - 0,146%. В попытках количественной оценки погрешность по всему режиму больших и малых высот, эти значения усредняются для заявленного значения 0,359%.

Наконец, для PINN-GM-III указанная средняя ошибка взята из раздела 3.4.2 Рис.- уре 3.31d. С сетью скрытого уровня по 20 узлов на 8 уровней, обученной на 4096 точках данных и обученная для 32 768 эпох модель смогла достичь средней относительной ошибки <0,2% относительно Eros.

Приложение Е

Алгоритм Пайнса

Е.1 Введение

Поскольку эпоха крупных, высоко скоординированных спутниковых группировок становится все ближе к реальности, потребность в быстром аналитическом распространении орбиты имеет первостепенное значение для эффективного моделирования и планирования спутников. Для достижения эффективного распространения, однако моделирование часто затруднено точностью гравитации используемая модель. При использовании грубой гравитационной модели моделирование может выполняться эффективно, но траектории действительны только в коротких временных масштабах. В качестве альтернативы, с высокоточной гравитационной моделью траектории будут становиться более точными, но за счет медленного времени выполнения, что препятствует проведению более масштабных исследований чувствительности или Анализа методом Монте-Карло.

Очевидно, что аналитический расчет ускорения свободного падения, создаваемого неоднородной массой является дорогостоящей вычислительной задачей при использовании высокоточных моделей гравитационного поля. Традиционно этот расчет выполняется путем первого представления гравитационного потенциала в виде ряда сферических гармоник расширенного до конечной степени l и порядка m , преобразования этого расширения в неособое представление, и затем использования градиента для вычисления ускорения свободного падения. Популярной реализацией этого процесса является формула Pines (84).

Несмотря на свою популярность в сообществе астродинамиков, формулировка Пайнса имеет высокие вычислительные затраты - масштабирование как $O(l^2)$ где l максимальная степень гравитационной модели (см. рис. ур [Е.2](#)) (142). Для гравитационных моделей с низкой точностью эта вычислительная неэффективность незначительна, и способность изменять орбиты для одного или нескольких космических аппаратов остается неизменной. Однако, когда ученые и инженеры используют высокоточные представления гравитационного поля, такие как модель Земли EGM2008

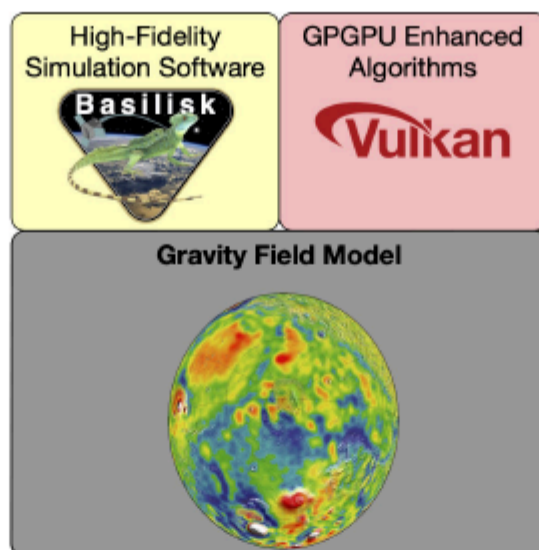


Рисунок Е.1: Усовершенствованные гравитационные алгоритмы GPGPU для программного обеспечения для высокоточной астродинамики обеспечивают поддержку высокоточного распространения по орбите с меньшим временем выполнения.

(достигающий степени и порядка 2160) или модель Луны, созданная GRAIL (степень 900) - Пайнс

формулировка может потребовать миллионов вычислений за каждый временной шаг для получения соответствующего ускорения-

(53; 143). Следовательно, высокоточные гравитационные модели требуют больших вычислительных затрат.-

горлышко для моделирования астродинамики - часто требующее от проектировщиков траекторий и исследователей выбора.

либо скорость моделирования, либо точность.

Традиционным решением этого узкого места в вычислениях является использование усеченной гравитационной модели

- такой, которая предоставляет достаточно много членов в сферическом гармоническом разложении, чтобы охватить

самые грубые гравитационные возмущения, но их достаточно мало, чтобы предотвратить непомерные объемы вычислений

время. Такое решение часто приемлемо при создании траекторий за короткие промежутки времени или

для миссий, которым не требуются точные орбиты. Однако в случае более длительного моделирования это решение-

несостоятельно, поскольку эффект неучтенных гравитационных возмущений будет накапливаться через

динамика и негативное влияние на траекторию движения (рисунок Е.2). В этой работе предполагается, что, в принципе,-

учитывая состояние современных вычислений, астродинамикам не нужно идти на компромисс между

скоростью моделирования и точностью. Очевидно, что вычислительные издержки, связанные с формулировкой Pines, могут

быть значительно сокращены при переходе с традиционных процессоров на альтернативное оборудование, такое как

Графические процессоры (GPU).

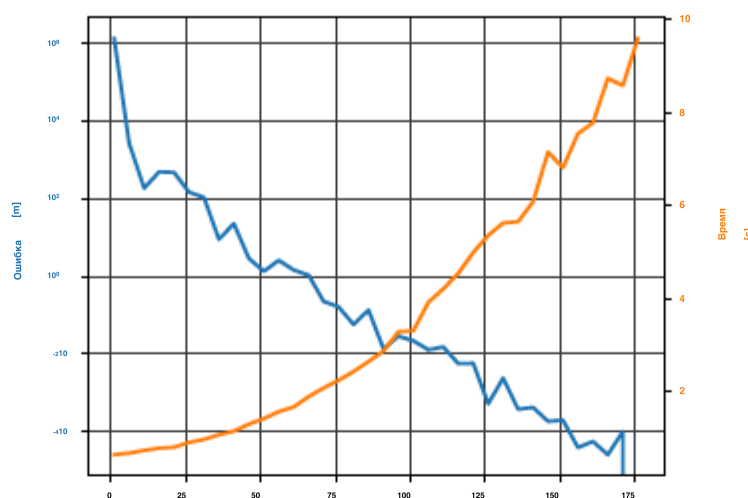


Рисунок E.2: Вычислите время и конечную ошибку, связанную с моделированием космического аппарата на высоте 600 км, находящегося на орбите в течение четырех часов в режиме реального времени, используя формулировку Пайнса как функцию степени сферической гармоники.

Графические процессоры предназначены для параллельного решения задач, в отличие от процессоров, требующих последовательного выполнения.

Таким образом, если проблему можно правильно разложить на распараллеленные части, алгоритмы графического процессора могут

обеспечивают на порядок больший прирост производительности по сравнению с их серийными процессорными аналогами(144). Производительность

Достижения такого масштаба открыли совершенно новые области физического моделирования в научной

Сообщество¹ - но их применение для моделирования гравитации остается относительно ненасыщенным (145).

Кефан и др. представили реализацию CUDA утверждения о сферической гармонической гравитационной модели-

получение положительных коэффициентов ускорения на графическом процессоре, но не обеспечивает повторяемых или поддающихся проверке результатов (146).

Более того, представленный алгоритм требует аппаратного обеспечения конкретного поставщика и не содержит подробностей

используемой модели. Хупка и др. продемонстрировали, что обратные сферические гармонические преобразования могут быть

быстро оценены в многоядерных системах или графических процессорах, но только при оценке преобразования в пределах

2D-сетки, а не местоположения в одной точке (147). Аталла и др. предлагают реализацию GPGPU-

метода Чебышева-Пикара, который быстро оценивается, но является лишь приближением

поля и действителен только в конечной области (148). Ни в одной из этих статей нет явного аналитического описания

вычисления силы тяжести, действующей в одной точке, кроссплатформенным способом, совместимым с GPGPU

. Эта работа пытается заполнить этот пробел, предоставляя реализацию разработки Pines

на графическом процессоре с использованием Vulkan, современного GPGPU compute and graphics API.

¹ <https://www.nvidia.com/content/gpu-applications/PDF/gpu-applications-catalog.pdf>

Vulkan - это единственный API, который одновременно является кроссплатформенным, официально поддерживается и делает не имеет специфичных для оборудования условий ². Альтернативные API графических процессоров, такие как CUDA, OpenGL / CL, Metal, и DirectX каждую неудачу, по крайней мере один из этих трех категорий в 2020 году. В дополнение к своей широкой применимости, вулкан считается также низкоуровневого графического API-интерфейса предоставляет разработчикам прямой доступ и контроль графического процессора, открывающий возможности для мощной оптимизации. Разработчикам предоставляется практически полный контроль над графикой и вычислительными конвейерами, позволяющий тщательно разрабатывать команды буферы и их отправку. Сочетание этих функций с традиционной настройкой диспетчерских вызовов, памяти передача данных и барьеры потоков позволяют разработчикам добиться максимального увеличения скорости. Обнаружение оптимальные перестановки этих функций и выбор дизайна требуют тщательного тестирования. формулировки базового алгоритма под рукой. В этой работе обсуждаются различные способы декомпозиции Формулировка Pines и количественно исследует, как эта оптимизация влияет на производительность.

E.2 Формулировка Pines

Использование аппаратного обеспечения GPU для эффективной оценки формулировки Pines требует рефакторинга уравнений из исходного алгоритма. Таким образом, выгодно предоставить невозмущенный алгоритм перед исследованием конкретных стратегий оптимизации.

E.2.1 Гравитационный потенциал

Формулировка Пайнса предоставляет аналитическую формулу, которая вычисляет ускорение, придаваемое неоднородное массивное тело. Это достигается путем первого выражения потенциала в виде разложения в ряд сферических гармоник.

$$U(r) = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{1}{r^l} P_{l,m} [\sin(\phi)] C_{l,m} \cos(m\lambda) S_{l,m} \quad (E.1)$$

где r - величина вектора положения относительно центра масс гравитационного тела

, μ - гравитационный параметр тела, $P_{l,m}$ являются связанными полиномами Лежандра, ϕ - геодезическая широта, λ - геодезическая долгота, а $C_{l,m}$ и $S_{l,m}$ - коэффициенты Стокса.

² <https://www.khronos.org/vulkan/>

В то время как потенциал технически может оставаться в таком виде, оно наиболее выражено номера-

размерные коэффициенты

$$C_{l,m} = \frac{C_{l,m}}{R_{\text{ссылка}}^l m!} \quad (\text{E.2})$$

$$S_{l,m} = \frac{S_{l,m}}{R_{\text{ссылка}}^l m!} \quad (\text{E.3})$$

где $R_{\text{ссылка}}$ - выбранный опорный радиус, обычно определяемый как радиус сферы, которая охватывает

все элементы массы тела (сфера Бриллюэна) (43). Упрощение выражения обеспечивает

$$U(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{R_{\text{ссылка}}^l}{r^l} P_{l,m}[\sin(\phi)] C_{l,m} \cos(m\lambda) + S_{l,m} \sin(m\lambda) \quad (\text{E.4})$$

Опять же, уравнение может оставаться в этой форме, однако члены ряда растут экспоненциально

со степенью l . Для сохранения числовой стабильности Лундбергом введен коэффициент нормализации

и Шуцем (149)

$$N_{l,m} = \frac{(l-m)!(2-\delta_m)(2l+1)}{(l+m)!} \quad (\text{E.5})$$

такой, что коэффициенты и связанные с ними многочлены Лежандра становятся

$$C_{l,m} = \frac{C_{l,m}}{N_{l,m}} \quad (\text{E.6})$$

$$S_{l,m} = \frac{S_{l,m}}{N_{l,m}} \quad (\text{E.7})$$

$$P_{l,m}[x] = P_{l,m}[x] N_{l,m} \quad (\text{E.8})$$

в целом обеспечивая

$$U(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{R_{\text{ссылка}}^l}{r^l} [\sin(\phi)] C_{l,m} P_{l,m} \cos(m\lambda) + S_{l,m} \sin(m\lambda) \quad (\text{E.9})$$

E.2.2 Ускорение свободного падения

Для вычисления ускорения свободного падения используется градиент уравнения (E.9) должны быть приняты.

Однако в случае $\phi = \pi/2$ - и $\lambda = 0$ градиент расходится. Таким образом, Pines представила альтернативу

формулировка, которая позволяет обойти эту числовую нестабильность путем перехода к безразмерным координатам

в декартовой системе координат , где

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{x}{r} \hat{i} + \frac{y}{r} \hat{j} + \frac{z}{r} \hat{k} \\ \hat{i} &= \frac{x}{r} \hat{r} - \frac{y}{r} \hat{\theta} + \frac{z}{r} \hat{\phi} \\ \hat{j} &= \frac{y}{r} \hat{r} + \frac{x}{r} \hat{\theta} + \frac{z}{r} \hat{\phi} \\ \hat{k} &= \frac{z}{r} \hat{r} - \frac{y}{r} \hat{\theta} + \frac{x}{r} \hat{\phi} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

такой, что

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{E.11})$$

$$s = \frac{x}{r} \quad (\text{E.12})$$

$$t = \frac{y}{r} \quad (\text{E.13})$$

$$u = \frac{z}{r} \quad (\text{E.14})$$

Используя эти альтернативные координаты, ассоциированные полиномы Лежандра могут быть переписаны следующим образом

$$P_{l,m}(\sin(\phi)) = P_{l,m}[u] = (1-u^2)^{\frac{m}{2}} A_{l,m}^{-}[u] \quad (\text{E.15})$$

где

$$A_{l,m}^{-}[u] = \frac{d^m}{du^m} P_l[u] = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{du^{l+m}} (u^2 - 1)^l \quad (\text{E.16})$$

Более того, если определить ξ как

$$\xi = \cos(\phi) \cos(\lambda) + j \cos(\phi) \sin(\lambda) = \frac{x}{r} + j \frac{y}{r} = s + jt \quad (\text{E.17})$$

тогда

$$\xi^m = \cos^m(\phi) e^{jm\lambda} = (s + jt)^m \quad (\text{E.18})$$

такой, что

$$R_m[s, t] = \text{Re}\{\xi^m\} \quad (\text{E.19})$$

$$I_m[s, t] = \text{Im}\{\xi^m\} \quad (\text{E.20})$$

тогда потенциал можно переписать как

$$U(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{R_{\text{ссылка}}}{r^{l+1}} A_{l,m}^{-}[u] R_m[s, t] + S_{l,m} \quad (\text{E.21})$$

Определяющий

$$D_{l,m} R_m[s, t] + S_{l,m} [s, t] = C \mu R_{ссылка} [s, t]$$

(E.22)

$$\rho [r] = \frac{r}{r}$$

(E.23)

потенциал еще больше упрощается до

$$U(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \rho_l [r] A_{l,m} [u] D_{l,m} [s, t]$$

(E.24)

где составляющие члены соответствуют следующим рекурсивным соотношениям

$$R_{m-1} [s, t] = R_m [s, t] - t R_m [s, t]$$

(E.25)

$$R_m [s, t] = s R_{m-1} [s, t] + t R_m [s, t]$$

(E.26)

$$A_{l,l} [u] = \frac{(2l+1)(2-\delta)}{(2l)(2-\delta)} A_{l-1,l} [u]$$

(E.27)

$$A_{l,l-1} [u] = u \frac{(2l)(2-\delta)}{2-\delta} A_{l-1,l-1} [u]$$

(E.28)

$$A_{l,m} [u] = \frac{N_{l,m}}{1-m((2l+1)uA_{l-2,m}(u) + 1)uA_{l-1,m}(u)}$$

(E.29)

$$(1+m)uA_{l-2,m}(u) + 1)uA_{l-1,m}(u)$$

(E.30)

при следующих начальных условиях

$$1)A$$

$$R_0 [s, t] = 1$$

(E.31)

$$R_0 [s, t] = 0$$

(E.32)

$$A_{0,0} [u] = 1$$

(E.33)

Уравнение (E.30) может быть дополнительно упрощено путем расширения $N_{l,m}$ для случаев, когда $l \geq (m+2)$, в $N_{l,m}$

$2_{l,m}$ и N такой, что

$$A_{l,m} [u] = N_{l-1,m} u A_{l-1,m-1} [u] - 2_{l,m} N_{l-2,m} A_{l-2,m} [u]$$

(E.34)

где

$$N_{1,lm} = \frac{(2l+1)(2l-1)(l-l-m)(l+m)}{(l-m)(l+m)(2l+1)} \tag{E.35}$$

$$N_{2,lm} = \frac{(l-m)(l+m)(2l+1)}{(l-m)(l+m)(2l+1)} \tag{E.36}$$

Для вычисления ускорения необходимо учитывать градиент потенциала относительно

безразмерных координат u , t , s и r .

$$\nabla U(r) = \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial u} \tag{E.37}$$

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \frac{r}{s} \tag{E.38}$$

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{r}{s} \tag{E.39}$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} = \frac{r}{s} \tag{E.40}$$

$$\frac{\partial r}{\partial u} = \frac{r}{s} \tag{E.41}$$

$$g = \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{c}{R} \frac{\partial U}{\partial s} - \frac{T}{R} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{h}{R} \frac{\partial U}{\partial u} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial u} \tag{E.42}$$

Частичных потенциально могут быть применены непосредственно к их переменных интерьера

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial A_{l,m}(u)}{\partial r} D_{l,m}(s, t) \tag{E.43}$$

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\partial A_{l,m}(u)}{\partial s} D_{l,m}(s, t) \tag{E.44}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial A_{l,m}(u)}{\partial t} D_{l,m}(s, t) \tag{E.45}$$

$$\frac{\partial U}{\partial u} = \frac{\partial A_{l,m}(u)}{\partial u} D_{l,m}(s, t) \tag{E.46}$$

$$\tag{E.47}$$

Оценка частичных элементов:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} [r] = -(IR + 1) \rho_{l+1} [r] \text{ ссылка} \quad (\text{E.48})$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} [u] \frac{\partial A}{\partial D} = \frac{N_{l,m}}{N_{l,m+1}} A_{l,m+1} [u] \quad (\text{E.49})$$

$$\frac{\partial D}{\partial s} [s, t] + S_{m-1} = m(C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \quad (\text{E.50})$$

$$\frac{\partial D}{\partial T} [s, t] = m(S_{l,m} R_{l,m-1} [s, t] - C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \quad (\text{E.51})$$

Вставка уравнений (E.48) - (E.51) в уравнения (E.43) - (E.46)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial r} &= -(IR_{\text{ссылка}} + 1) \rho_{l=0} \frac{\partial}{\partial m=0} [r] A_{l+1} [u] D_{l,m} [s, t] \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \rho_l [r] N_{l,m} \frac{\partial}{\partial l, m+1} A_{l,m+1} [u] D_{l,m} [s, t] \end{aligned} \quad (\text{E.52})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \rho_l [r] A_{l,m} [u] m(C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t] + S_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \rho_l [r] A_{l,m} [u] m(S_{l,m} R_{l,m-1} [s, t] - C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \end{aligned}$$

$$\text{Установка}_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial s}, \text{ а } = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial t}, \text{ а } = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial y}, \text{ и } a_4 = \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{c}{R} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{T}{R} \frac{\partial u}{\partial T} - \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial u}, \text{ рефакторинг } \rho_l [r],$$

и упрощающие выходы

$$a_1 [r, s, t, u] = \rho_{l+1} [r] R_{\text{ссылка}} m A [u] (C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t] + S_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \quad (\text{E.53})$$

$$a_2 [r, s, t, u] = \rho_{l+1} [r] R_{\text{ссылка}} m A [u] (S_{l,m} R_{l,m-1} [s, t] - C_{l,m} R_{l,m-1} [s, t]) \quad (\text{E.54})$$

$$a_3 [r, s, t, u] = \frac{\rho_{l+1} [r] N_{l,m}}{R_{\text{ссылка}} N_{l,m+1}} A_{l,m+1} [u] D_{l,m} [s, t] \quad (\text{E.55})$$

$$a_4 [r, s, t, u] = \frac{\rho_{l+1} [r] N_{l,m}}{R_{\text{ссылка}} N_{l+1,m+1}} A_{l+1,m+1} [u] D_{l,m} [s, t] \quad (\text{E.56})$$

где

$$\frac{N_{l,m}}{N_{l,m+1}} = \frac{(l - \delta_m) (l + m + 1)}{-2 - \delta_m} \quad (\text{E.57})$$

$$\frac{N_{l,m}}{N_{l+1,m+1}} = \frac{(l + m + 2)(l + m + 1)(2l + 1)(2 - \delta_m)}{(2l + 3)(2 - \delta_{m+1})} \quad (\text{E.58})$$

Затем конечное ускорение может быть выражено как:

$$\begin{aligned} \mathbf{g} = & (a_1 [r, s, t, u] + s \cdot a_4 [r, s, t, u])^i + \\ & (a_2 [r, s, t, u] + t \cdot a_4 [r, s, t, u])^j + \\ & (a_3 [r, s, t, u] + u \cdot a_4 [r, s, t, u])^k \end{aligned} \quad (E.59)$$

Приложение F

Алгоритм графического процессора

Целью этой работы является разработка алгоритма, который оценивает уравнение (E.59) так же эффективно, как возможно, на графических процессорах. Это требует в первую очередь понимания базового программного и аппаратного обеспечения графических процессоров.

Ф. 1 Программное обеспечение с графическим

Прежде всего, программы работы графического процессора по шкале ядра. Ядро - это конкретный алгоритм. отправляется на графический процессор для асинхронных вычислений. Каждому вызову ядра присваивается уникальный поток, идентификатор и локальная память. Эти вызовы ядра обычно отправляются рабочими группами фиксированного, определенного пользователем размера (x, y, z) () до некоторого предела, указанного оборудованием. $WorkGroupSize$

Каждая рабочая группа имеет уникальное пространство общей памяти, в котором вызовы ядра внутри этой рабочей группы- группа может обмениваться данными друг с другом с большей скоростью, чем обычная память глобального доступа (150).

Программа на графическом процессоре начинает выполнение, когда центральный процессор отправляет одну или несколько рабочих групп - также с заданными пользователем размерами (x, y, z) ($NumWorkGroups$). Таким образом, если пользователь определяет $WorkGroupSize$ как $(16, 8, 4)$, в этой рабочей группе будет 512 вызовов ядра, и если $NumWorkGroups$ равно определено как $(128, 256, 64)$ для общего числа 2 097 152 рабочих групп, в конечном итоге будет 1 073 741 824 общее количество вызовов ядра, отправленных на GPU для выполнения.

F2 Аппаратное обеспечение GPGPU

Производители графических процессоров, такие как NVIDIA и AMD, используют схожие микроархитектуры^{1 2 3 4}. Каждый графический процессор будет иметь набор потоковых мультипроцессоров (SM) или вычислительных блоков (CU) (языки NVIDIA и AMD соответственно), каждое из которых содержит аппаратное обеспечение, предназначенное для планирования и выполнения рабочей группы.

Потоки (вызовы ядра) в рабочей группе затем разделяются на пакеты, называемые warps (NVIDIA) или wavefronts (AMD). Деформация определяется как пакет из 32 потоков, а волновой фронт определяется как пакет из 64 потоков. В остальной части этой работы будет использоваться исключительно язык AMD и размеры по умолчанию. Продолжая предыдущий пример, если рабочая группа имеет размер (16, 8, 4), или 512 потоков и отправляется в CU, на этом CU будет выполнено 8 волновых фронтов. В более широком смысле, если имеется (128, 256, 64) рабочих группы, распределенных по 32 заказчикам, то всего $16\,777\,216/32 = 524\,288$ волновые фронты должны выполняться для каждого CU. Это число по-прежнему велико, однако каждый CU также может управлять несколькими волновыми фронтами одновременно, чтобы скрыть задержку памяти. Т. е. Если ожидает один волновой фронт. исходя из результата в памяти, другой волновой фронт в этой рабочей группе может одновременно выполняться на неиспользуемом в данный момент арифметическом оборудовании в том же CU. На современных графических процессорах AMD, на CU может быть запланировано до 40 волновых фронтов. В конечном итоге это приводит к общему количеству "задач" на CU до $524,288/40 \approx 13,108$ - гораздо более доступное число, чем отдельные 1 073 741 824 вызовы, которые необходимо было выполнить (151).

F3 Общие стратегии оптимизации GPGPU

Оптимизация графического процессора - это тонкая работа, требующая внимания как к аппаратному обеспечению графического процессора, так и к программному обеспечению. В этом подразделе представлены оптимизации, рассмотренные при разработке этого алгоритма на данный момент, но их не следует считать обширными. Дальнейшее обсуждение и дополнительные опции-стратегии автоматизации можно найти в таких ресурсах, как Руководство по рекомендациям CUDA C ++, технические документы по оборудованию и другие онлайн-форумы (152; 153).

¹ <https://www.nvidia.com/content/dam/en-zz/Solutions/design-visualization/technologies/turing-архитектура/NVIDIA-Turing-Architecture-Технический документ.pdf>

² <https://www.amd.com/system/files/documents/rdna-whitepaper.pdf>

³ <https://www.techpowerup.com/gpu-specs/docs/amd-gcn1-architecture.pdf>

⁴ <https://www.nvidia.com/en-us/data-center/resources/pascal-architecture-whitepaper/>

Первое соображение при программировании на графическом процессоре заключается в том, что все потоки внутри каждого волнового фронта выполняются синхронно, что означает, что все потоки внутри волнового фронта должны выполнять одну и ту же команду

. Если происходит ветвление между разными потоками в одном и том же волновом фронте, графический процессор остановит

все потоки, которые не соответствуют условию ветвления, и оставит их бездействующими до завершения ветвления.

Следовательно, ответвления приводят к снижению производительности, которое растет пропорционально количеству

неактивных потоков и циклов для завершения ответвления. Поэтому настоятельно рекомендуется по возможности минимизировать

количество ответвлений в ядре. Распространенные примеры ветвления включают

if-else операторы или условные циклы для .

Аналогичным образом следует минимизировать конфликты банков. Если при нескольких вызовах ядра необходимо

доступ к одному и тому же банку общей памяти, операции сохранения и загрузки должны выполняться последовательно-

. Такая синхронизация приводит к снижению производительности, поскольку циклы GPU часто выполняются намного медленнее

, чем аналогичные циклы CPU. Поэтому рекомендуется, чтобы последовательная работа была оставлена центральному процессору

по возможности. Чтобы избежать синхронизации, вызванной конфликтами блоков, программист может

обеспечить, чтобы обращения к памяти для каждого потока были разделены шириной блока посредством надлежащего

шаг и дополнение.

Другой стратегией оптимизации является использование операций с несколькими данными с одной инструкцией (SIMD).

Как центральные, так и графические процессоры имеют специализированные инструкции, которые позволяют выполнять одну и ту же операцию за-

формируется на нескольких данных одновременно. В случае 4D векторов, операций SIMD разрешить все

элементы, которые должны быть одновременно загружаются, хранится или эксплуатируется на. Например. это обходится в такую же сумму

циклов для вычисления $a = 4 * 6$ как это делается для вычисления $a = (1, 2, 3, 4) * (5, 6, 7, 8)$. Рекомендуется

максимально увеличьте количество операций SIMD на ядро, где это возможно.

Также необходимо максимально увеличить загрузку графического процессора. Это означает обеспечение того, чтобы большинство, если не

все, потоки остаются активными, и все вычислительные блоки надлежащим образом снабжены множеством волновых фронтов. Если

любой из этих критериев не выполняется, графический процессор не будет работать на полную мощность и может стать

медленнее, чем если бы задача выполнялась на процессоре.

Наконец, важно учитывать, ограничено ли ядро вычислениями (эффективность алгоритма ограничена

количеством операций, которые необходимо выполнить) или объемом памяти (эффективность алгоритма ограничена

из-за узких мест в передаче памяти и накладных расходов). Чтобы определить, в каком режиме работает вычислительное ядро

, необходимо сначала вычислить арифметическую интенсивность алгоритма, которая равна

количеству операций на байт данных, передаваемых на графический процессор. Если арифметическая интенсивность

является достаточно большим, ядро всегда будет привязано к вычислениям, и программисту следует предварительно-

свести к минимуму количество вычислительных циклов. Альтернативно, если арифметическая интенсивность равна

низкий, программист должен уделять приоритетное внимание пропускной способности - оптимизации эффективной загрузки памяти и хранения

запросы (154).

F.4 Основные процедуры составления рецептов Pines

Для оптимизации рецептуры сосен процессора, алгоритм должен быть разбит на его Constituent частей. Эта работа проводится декомпозиция алгоритма в двух основных режимах. Работая в обратном направлении, первая процедура - это вычисление двойного суммирования для a_4 .

F.4.1 Основная процедура 1: сокращение данных

Предполагая, что слагаемые ряда вычисляются априори, уравнения (E.53) - (E.56) просто представляют суммирование всех членов в 2D-матрице нижнего треугольника (это предполагает гравитацию) используемая модель имеет одинаковую степень и порядок, так что $N = I_{\text{макс}} = m$). Если эта матрица затем сглаживается в единый одномерный массив, существуют методы сокращения данных GPU, которые существенно уменьшают общее количество циклов, необходимых для вычисления суммы. Явно суммируя все члены в пределах меньшего значения треугольная матрица с общим количеством $N(N+1)/2$ элементов требует $O(n^2)$ циклов на процессоре. То же самое алгоритм сокращения занимает всего лишь $O(\log_2 n)$ циклы на графическом процессоре с использованием последовательного доступа к памяти шаблоны и общая память для всех потоков в рабочей группе. Для краткости основная процедура выраженный в алгоритме 1 и визуализированный на рисунке F.1. Существуют дополнительные методы оптимизации помимо тех, что выражены в алгоритме 1, такие как развертывание цикла и удаление накладных расходов на инструкции, хотя более глубокое обсуждение таких методов предоставлено многочисленным ресурсам, доступным в Интернете⁵.

⁵ <http://developer.download.nvidia.com/assets/cuda/files/reduction.pdf>

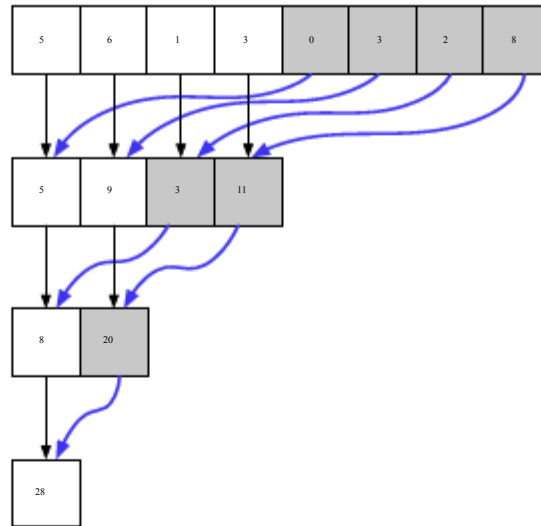


Рисунок F1: Методика сокращения данных

F.4.2 Основная процедура 2: матрица Лежандра

Более сложной процедурой для установки на графический процессор является вычисление слагаемых ряда перед уменьшением данных

. Переопределение слагаемых из уравнений (E.53) - (E.56) в качестве ρ_{i+1}

и увеличивающаяся урожайность:

$$1_{i,m} \quad a \quad [r, s, t, u] = \frac{\rho_{i+1}[r]}{R_{\text{ссылка}}} mA \quad [u](C_{i,m} \quad I_{i,m} R \quad [s, t] + S_{i,m-1} \quad R_{i,m-1} [s, t]) \quad (F1)$$

$$2_{i,m} \quad a \quad [r, s, t, u] = \frac{\rho_{i+1}[r]}{R_{\text{ссылка}}} mA \quad [u] (S_{i,m} \quad - C_{i,m-1} [s, t] \quad R_{i,m-1} [s, t]) \quad (F2)$$

$$3_{i,m} \quad a \quad [r, s, t, u] = \frac{\rho_{i+1}[r] N_{i,m}}{R_{\text{ссылка}} N_{i,m+1}} A \quad [u](C_{i,m+1} \quad R_m [s, t] + S_{i,m} \quad R_{i,m} [s, t]) \quad I [s, t]) \quad (F3)$$

$$4_{i,m} \quad a \quad [r, s, t, u] = \frac{\rho_{i+1}[r]}{R_{\text{ссылка}}} \frac{N_{i,m}}{N_{i+1,m+1}} A[u](C_{i+1,m+1} \quad R_m [s, t] + S_{i,m} \quad R_{i,m} [s, t]) \quad (F4)$$

Эти выражения не сразу поддаются оптимизации на графическом процессоре, поскольку они уникальны.,

каждое из них имеет разные переменные и индексы. Однако выражения можно гомогенизировать, определив

Алгоритм 3: Цикл сокращения данных

Входные данные: LocalInvocationIndex

localIdx Конечное значение $r_{l,m}$;

```

1 [localIdx] = a барьер();
2
3 для s = WorkGroupSize.x/2; s > 0; s >>= 1 выполните
4   | если localIdx < s, то
5   |   | finalValue[localIdx] += finalValue[localIdx +
6   |   | s]; end
7   | барьер();
8   | завершает

```

следующие константы:

$$Q = \frac{\rho_{l+1}[r]}{R_{\text{ссылка}}} \quad (\text{F5})$$

$${}_1C = \frac{N_{l,m}}{N_{l,m+1}} \quad (\text{F6})$$

$${}_2C = \frac{N_{l,m}}{N_{l+1,m+1}} \quad (\text{F7})$$

$$d_1 = sC_{l,m} + tS_{l,m} \quad (\Phi.8)$$

$$d_2 = sS_{l,m} - tC_{l,m} \quad (\Phi.9)$$

(F10)

и расширяющийся R_m и я с точки зрения R_{m-1} и я . Упрощая, выражения для всех $a_{l,m}$

становлюсь значительно более

последовательным:

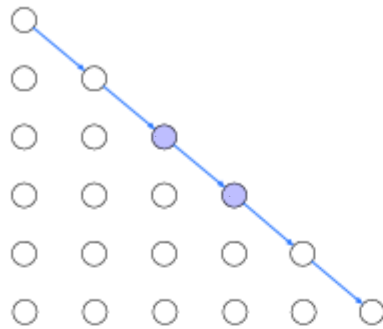
$$\begin{aligned}
 & {}_1a_{l,m} \quad {}_1A_{l,m}[u] \quad C_{l,m} \quad {}_mR_1 \quad S_{l,m} \quad {}_mR_1 \\
 & a_{l,m} \quad Q \text{ m Вопросы и ответы} \quad [u] S_{l,m} \quad {}_mR_1 \quad {}_mR_1 \quad {}_mR_1 \\
 & {}_2a_{l,m} = \quad {}_1d_{l,m} \quad {}_mR_1 \quad {}_2d_{l,m} \quad {}_mR_1 \\
 & {}_3a_{l,m} \quad {}_1d_{l,m} \quad {}_mR_1 \quad {}_2d_{l,m} \quad {}_mR_1 \\
 & {}_4a_{l,m} \quad Q \quad {}_2C \quad A_{l+1,m+1}[u] \quad {}_1d_{l,m} \quad {}_mR_1 \quad {}_2d_{l,m} \quad {}_mR_1
 \end{aligned} \quad (\text{F11})$$

Уравнение F11 выгоден для вычислений на графическом процессоре по двум причинам. Первая - совместимость с SIMD.

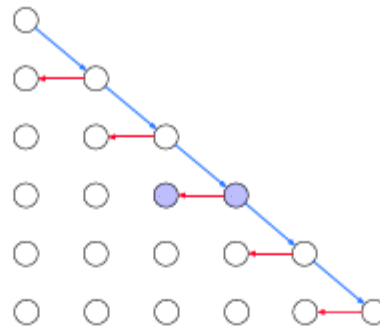
Выражения для ${}_1a_{l,m}$ - ${}_4a_{l,m}$ разделяют множество общих терминов, которые могут быть загружены в память одновременно.

последовательно с помощью операций SIMD. Более того, каждое слагаемое использует одни и те же шесть умножений

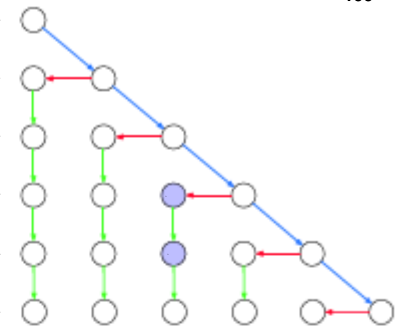
и одно сложение - общие инструкции, которые могут использоваться совместно во всех выражениях. Путем преобразования



(a) Первая команда процессора



(b) Вторая команда процессора



(c) Третья команда ЦП

Рисунок F2: Поток данных ЦП

уравнения в векторизованной форме, одни только общие инструкции умножения и сложения уменьшают

количество циклов, необходимых для вычисления всех слагаемых с дополнительным коэффициентом четыре.

Второе преимущество уравнения (F11) заключается в том, что Q , c_1 , c_2 , d_1 , d_2 , C

, $S_{l, ml, m}$ все являются независимыми

переменными, которые могут быть вычислены без каких-либо знаний о предыдущих операциях в алгоритме.

Это означает, что нет рекурсии или уникальных критериев отделения для расчета их значений, а тем самым нет

синхронизации возложен на GPU для этих переменных.

Кроме этих условий, существует проблема вычислительной остальных переменные

$A_{l, m}$, $A_{l, m+1}$

$A_{l+1, m+1}$, $R_{l, m}$, $R_{l, m+1}$ которые требуют знания предшествующих терминов из-за их формул рекурсии.

Существуют два возможных решения для оценки этих терминов. Первое - подход, ориентированный на память

где эти термины вычисляются только один раз, сохраняются в памяти, а затем загружаются обратно в регистры по мере необходимости

. Альтернативой является подход, ориентированный на вычисления, при котором значения вычисляются по мере необходимости.

Первый требует больше операций с памятью и меньше арифметических операций, в то время как второй

требует меньше памяти, но за счет избыточных вычислений.

F4.3 Ограниченная память

В случае с ограниченной памятью предполагается, что все члены уравнения (F11) вычисляются

индивидуально и сохраняются в локальной памяти графического процессора. Это требует тщательной последовательности для удовлетворения

рекурсивных соотношений $A_{l, m}$, $R_{l, m}$ и $R_{l, m+1}$. В решении R мало преимуществ $R_{l, m}$ и $R_{l, m+1}$

на

Графические процессоры в своей формуле не имеют элементов распараллеливания. Как таковые, эти термины решаются на CPU и передаются при отправке на GPU. Однако термины $A_{l,m}$ сочетают в себе строгую, последовательную рекурсию, но также возможности для распараллеливания. В частности, уравнения (E.27) явно повторяющиеся, как показано на рисунке F.2a, однако уравнения (E.28) и (E.30) (показаны на рисунках F.2b и F.2c) могут вычисляться асинхронно по столбцам. Каждому вызову ядра может быть присвоен другой столбец, который будет вычисляться независимо. Несмотря на эту асинхронную возможность, такие подход страдает от расхождения циклов. С каждым циклом будет выполняться еще один поток / столбец. и поток внутри волнового фронта будет бездействовать. Тем не менее порядок вычислений для масштабирования вызова ядра как $O(n)$, а не весь $O(n^2)$ алгоритм, необходимый для вычисления те же условия на процессоре.

Помимо асинхронных задач этой стратегии, необходимо учитывать также аппаратные ограничения - а именно доступных видеопамати на графическом процессоре. Предполагая $N_{C/C}$ общая аппарата моделируется на ГПУ, дополнительной памяти должны быть выделены. Таблица Ф. 1 покажите общее количество буферов, которые должны храниться на графическом процессоре, а также их размер. Ограничение этих параметров доступными параметрами ограничения аппаратной памяти, рисунок F.3 показывает максимальное число космических аппаратов, которые могут быть одновременно моделируется на GPU с учетом выбранного сферические гармонические модели верности.

Таблица Ф. 1: буферы переданы в ГПУ на всю жизнь алгоритм

Имя структуры	Переменные	Тип	Структуры для каждого буфера	Буферы для каждой Sim карты	
N	Параметры	N_1, N_2, N_{q1}, N_{q2}	плавать,	$(l + 1)(l + 2)/2$	1
A		$a_{l,m}$	плавать ,	$(l + 1)(l + 2)/2$	$N_{S/C}$
Коэффициент		$C_{l,m}, S_{l,m}$	плавать,	$(l + 1)(l + 2)/2$	1
Разное		$\theta_{MKL}, R_{макс}$	плавать	1	1
Ускорение		p, y	int	1	1
Местоположения		a_1, a_2, a_3, a_4	float	1	$N_{S/C}$
Эйлер		$P_m, Я_m$	float	$(l + 1)$	$N_{S/C}$

F.4.4 Привязка к вычислениям

Альтернативная формулировка подхода с привязкой к памяти основана на вычислении всех переменных непосредственно на графическом процессоре по мере необходимости. Это избавляет шейдеры от необходимости взаимодействовать с

Алгоритм 4: Алгоритм с привязкой к памяти матрицы Лежандра	
	Входные данные: уникальный идентификатор
1	потока l Вычислить нижнюю диагональ $A_{l, l+1}$;
2	Барьер потока ;
3	для $m = l$ до $N + 2$ выполните
4	Рекурсивное решение для $A_{l, m}$;
5	конец

глобальная память, для которой операции записи и чтения выполняются особенно медленно. Этот метод с ограничением вычислений

основан на том факте, что даже в случае ограничения памяти все еще существует расхождение в

уровня столбца, так что сложность алгоритма всегда будет равна $O(n)$. Это также верно для

случай с ограничением вычислений показан на рисунке F.4 который использует $m + 2$ вычисления для обхода

диагональ, 2 вычисления для достижения недиагональных членов и 2 ($m - m$) 1) вычисления для получения

необходимые значения в $A_{l, m}$ матрица - дает то же самое Алгоритм $O(n)$ без необходимости в

глобальный доступ к памяти.

Дополнительным преимуществом подхода с привязкой к вычислениям является отсутствие каких-либо функциональных ограничений

на общее количество космических аппаратов, которые могут быть смоделированы одновременно. Единственные данные, которые должны быть

на графический процессор передаются коэффициенты Стокса ($4(l + 1)$ байта, отправленные один раз), нормализация

параметры ($16 \times l^2$ байт, отправленных один раз) и местоположение каждого космического аппарата ($16 \times N_s / c$ отправляемые байты

с каждым временным интервалом). Недостатком использования подхода с привязкой к вычислениям является избыточность

вычисление промежуточных членов. Каждому вызову шейдера всегда нужно будет пересекать диагональ

матрицы и вычислять промежуточные значения $A_{i, j}$ на пути к $A_{l, m}$ Несмотря на этот недостаток,

совокупные преимущества перевешивают затраты на резервирование, поэтому подход, основанный на вычислениях, является

в конечном итоге приоритетным при последующем обсуждении и сравнительном анализе.

F5 Масштабируемость до созвездий

Как в подходах, связанных с вычислениями, так и с ограничением памяти, нет четкого способа обойти

расхождение потоков при вычислении матрицы Лежандра в случае с одним космическим кораблем. Некоторые индексы

внутри матрицы неизбежно потребуются больше циклов для вычисления, чем для их смежных членов из-за

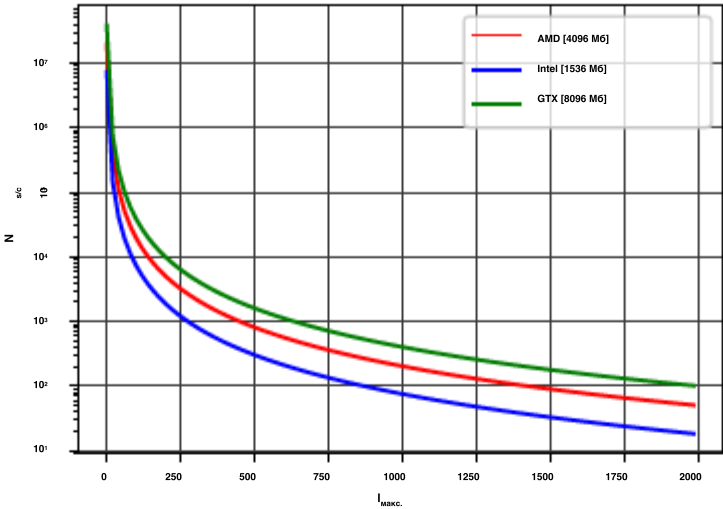


Рисунок F3: Потребляемая видеопамять в зависимости от $I_{\text{макс.}}$ и количество космических аппаратов, $N_{\text{Сек./сек.}}$.

для рекурсии. В конечном итоге это ставит под угрозу согласованность волновых фронтов и приводит к снижению производительности. Несмотря на эту проблему для случая с одним космическим аппаратом, существует обходной путь при моделировании нескольких космических аппаратов с одним и тем же ядром. А именно, если матрица Лежандра каждого космического аппарата сложена вдоль измерения рабочей группы z , а локальный размер измерения z в каждой рабочей группе достаточно велика, каждому волновому фронту может быть присвоен определенный индекс, l, m , так что все потоки внутри этого волнового фронта выполняют одни и те же инструкции без расхождений. Такой подход требует достаточного количества спутников в моделировании, чтобы максимально увеличить загрузку графического процессора, но при этом следует избегать штрафа за расхождение.

F6 Контрольные показатели

Оптимизация этого алгоритма продолжается; однако предварительные результаты и сравнительный анализ представлена методология, демонстрирующая, как проверяется эта работа. В первую очередь этот алгоритм тестируется на двух разных графических процессорах. Первый - Intel HD Graphics 630 с 1536 МБ видеопамяти, второй - AMD Radeon Pro 560 с 4096 МБ видеопамяти. Первый относится к потребительскому классу. встроенный графический процессор доступен в современных процессорах CPU, в то время как второй является более производительным дискретным процессором. видеокарта высшего класса потребительского сегмента. Оба графических процессора установлены на 15-дюймовом Macbook 2017 года выпуска. Pro с четырехъядерным процессором Intel Core i7 с частотой 3,1 ГГц и 16 Гб оперативной памяти LPDDR3 с частотой 2133 МГц.

производительность реализации GPGPU проверяется путем изменения количества моделируемых космических аппаратов

одновременно, а также изменяя размеры рабочей группы в 2 раза.

максимальное количество вызовов ядра, которое может быть запущено на интегрированной видеокарте Intel

равно 256, тогда как карта AMD допускает целых 1024. Таким образом, размеры рабочей группы

всегда должны умножаться таким образом, чтобы они оставались меньше или равными 256 или 1024 соответственно.

Такие показатели важны для крупно характеризуют ГПУ размещение и резьба водолаз-

Гянджа. Как указывалось, матричные вычисления Лежандра имеет неизбежные расхождения потока вдоль

столбцов, но в остальном имеет объединенный доступ к памяти и использует многие из тех же инструкций для

промежуточных вычислений. Следовательно, при уменьшении размера рабочей группы x-измерение (которое

соответствует количеству элементов $v_{l,m}$ оцениваются в рабочей группе) расхождение потоков

уменьшается по мере просмотра меньшего количества столбцов (прирост производительности), но уменьшается количество общих промежуточных инструкций

в рабочей группе (снижение производительности). В более широком смысле, при изменении

размера локальной группы в z-измерении (соответствующего количеству одновременно вычисляемых сегментов-

матриц эндре) эти компромиссы становятся более преувеличенными, несмотря на общую эффективность волнового фронта

должно увеличиться по причинам, упомянутым в предыдущем разделе. Путем поиска по локальной рабочей группе

перестановки размеров можно найти эмпирически оптимальные размеры рабочей группы, которые максимизируют совместное использование

инструкций и заполняемость при минимальном расхождении потоков.

Текущие результаты расчета матрицы Лежандра представлены в виде коэффициентов ускорения.

Эти коэффициенты измеряются путем усреднения времени, затраченного на отправку и завершение матрицы Лежандра

вычисления на графическом процессоре в сценарии Basilisk. Сценарий "Василиска" имитировал тридцать минут

распространения по орбите в реальном времени с 10-секундными интервалами и использованием интегратора RK4.

Такое же моделирование было выполнено на центральном процессоре, и время вычисления матрицы Лежандра было

усреднено. Соответствующий коэффициент ускорения определяется как отношение между этими двумя средними значениями по времени:

$$\tau = \frac{t_{\text{процессор}}}{t_{\text{графический процессор}}}$$

(F.12)

Коэффициенты ускорения для графического процессора AMD приведены на рисунке F.5 , а для графического процессора Intel - на рисунке F.6.

В настоящее время матричный алгоритм Лежандра GPU демонстрирует стабильные коэффициенты ускорения > 1

на плате AMD при наличии достаточного количества космических аппаратов (> 256), работающих в достаточно высокоточное гравитационное поле ($l = 128$). В то время как коэффициенты ускорения иногда реализовывались в

ниже-верность делу ($P = 32$), коэффициенты стабильно менее производительным, чем их высококачественный

аналог. Предполагается, что это связано с относительно небольшой размер матрицы Лежандра

в случае низкой точности воспроизведения. Вычислительные издержки для переноса исходной памяти на графический процессор,

отправка потоков и возврат результата достаточно высоки на дискретных графических процессорах, так что существует

модель минимальной степени, которую необходимо использовать для достижения измеримых коэффициентов ускорения.

Описание отличается, если посмотреть на производительность графического процессора Intel на рисунке F6. Здесь

при использовании высокоточных моделей прирост производительности графического процессора отсутствует, но замечен

увеличение скорости (до 40%) при использовании моделей с более низкой точностью. По-видимому, это результат

общий DRAM встроенной видеокарты с центральным процессором. Дискретные графические процессоры, такие как карта AMD

требуют, чтобы данные передавались с центрального процессора на графический процессор явно. Часто это дорогостоящий процесс.

процесс и лучше всего проводить в один большой передачи данных. Интегрированные графические процессоры не

имеют подобных ограничений и могут поделиться память напрямую с процессором, в результате чего значительно

скорость передачи. Следовательно, накладные расходы на передачу работы на карту Intel ниже, чем

накладные расходы, связанные с дискретной картой, что в конечном итоге обеспечивает наблюдаемые коэффициенты ускорения в

гравитационном поле с низкой точностью. Несмотря на это, интегрированная видеокарта страдает при оценке

высокоточные модели из-за более низкой тактовой частоты. Это видно по узости окна ускорения-

на рисунках F6a и F6c. Учитывая, что наивысшая производительность наблюдается, когда измерение

рабочей группы x особенно мало, расхождение потоков при решении нескольких столбцов в

матрица Лежандра значительно дороже, чем карта интегрированная дискретная карта.

Вместе, эти два графических процессоров обладают уникальными преимуществами, которые охватывают большинство эксплуатационных условиях. В

дискретная видеокарта способна моделировать высокоточные гравитационные поля с измеримым ускорением, а

интегрированная карта способна моделировать гравитационные поля низкой точности с измеримым ускорением. The one

условие, при котором ни один графический процессор не работает успешно, - это в случае слишком малого количества космических аппаратов. При моделировании

одиночного космического аппарата в гравитационном поле низкой или высокой точности моделирование на центральном процессоре всегда быстрее.

С эвристической точки зрения это интуитивно понятно - несмотря на то, что встроенная плата имеет более низкие накладные расходы, чем

дискретной карты, накладные расходы все еще существуют. Размеры проблемы с одним спутником достаточно

маленький, так как накладные расходы всегда слишком велики, независимо от типа графического процессора.

F7 Заключение

В этой работе обсуждаются общие рекомендации по GPGPU и попытки их реализации.-

ции такой практики, чтобы создать альтернативную форму сосны алгоритм для вычисления разг-

операций генерируется высококачественный гравитационные поля. Такая реализация снижает алгоритмическую

сложность с $O(n^2)$ на процессоре в $O(n)$ для вычисления матрицы Лежандра и в $O(\log_2 N)$ данные для

сокращения вычислений на GPU. Кроме того, выполнение графических процессоров, которая имеет

никаких функциональных ограничений на памяти GPU, что делает его выгодным для моделирования больших спутника

созвездия. Хотя усилия по внедрению все еще продолжаются, промежуточные результаты действительно соответствуют

эвристические ожидания и полностью реализованные коэффициенты ускорения ожидаются в ближайшем будущем.

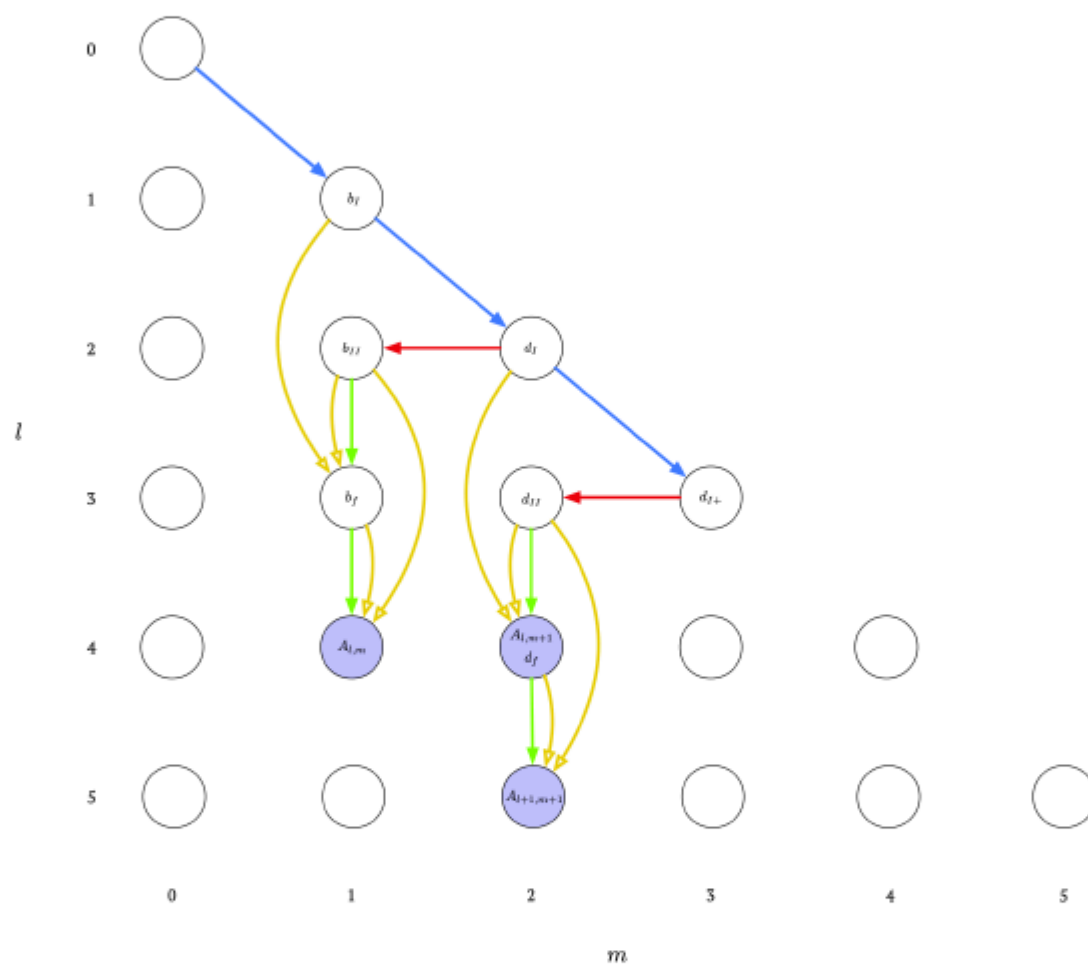


Рисунок F4: Поток данных при вызове ядра графического процессора

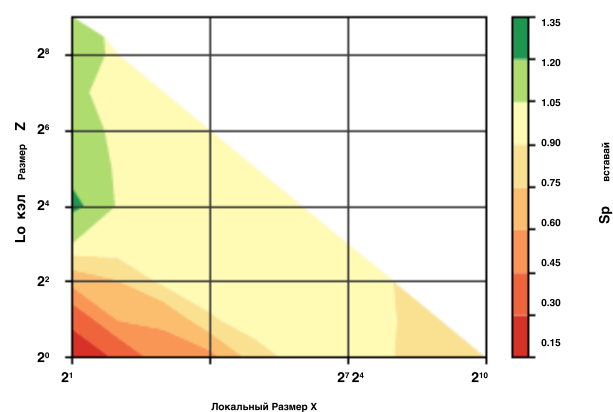
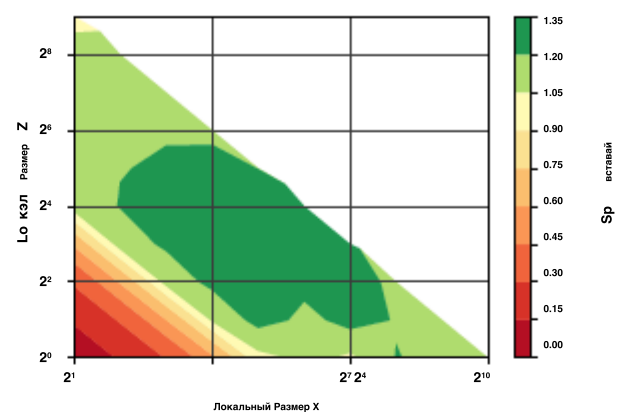
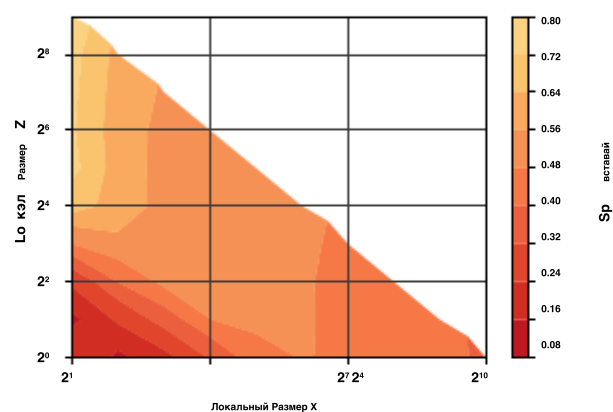
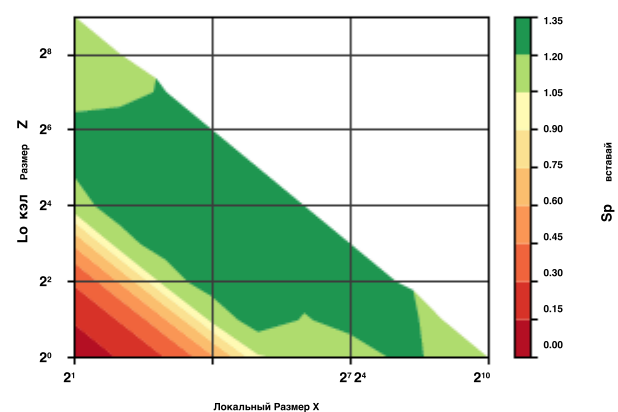
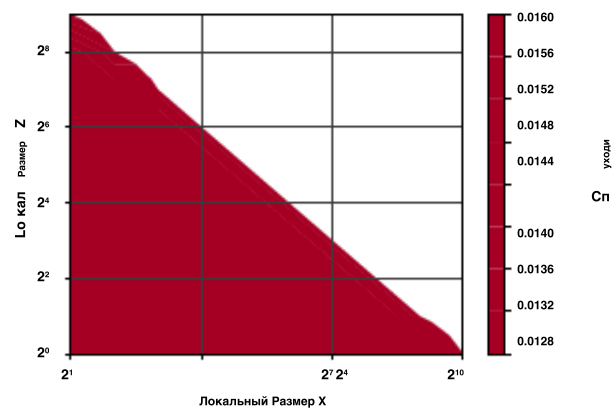
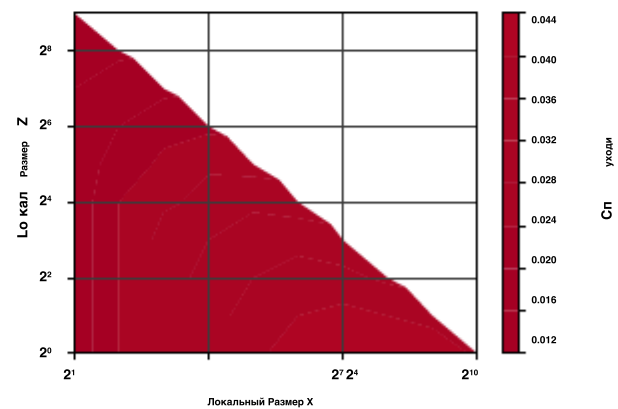
(a) 1024 космических аппарата; $l = 32$ (b) 1024 космических аппарата; $l = 128$ (c) 256 космических аппаратов; $l = 32$ (d) 256 космических аппаратов; $l = 128$ (e) 1 космический аппарат; $l = 32$ (f) 1 космический аппарат; $l = 128$

Рисунок F5: Текущие коэффициенты ускорения вычислений матрицы Лежандра на графическом процессоре AMD Radeon Pro 560 с использованием метода compute bound.

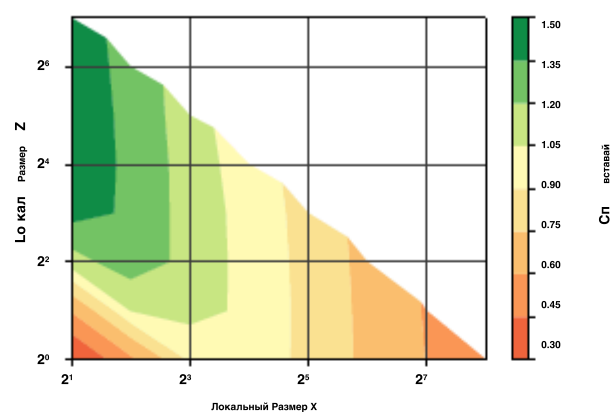
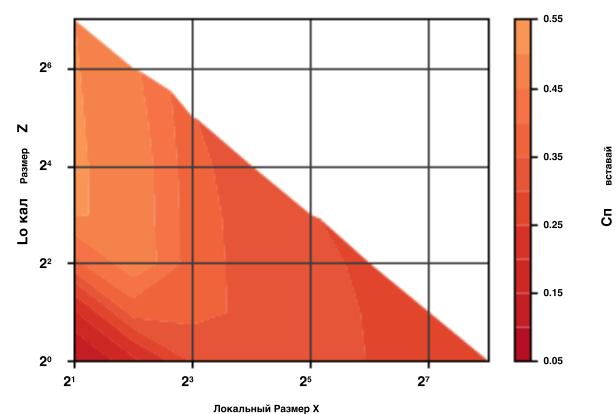
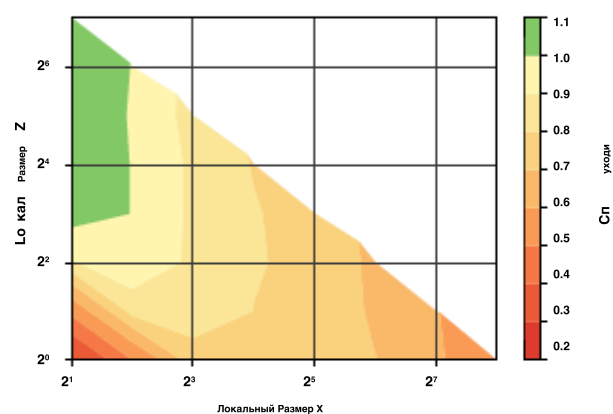
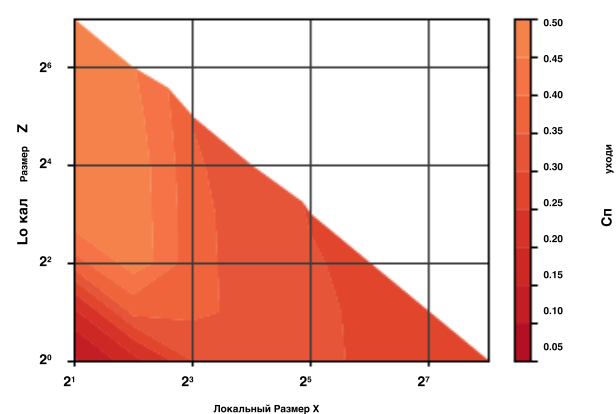
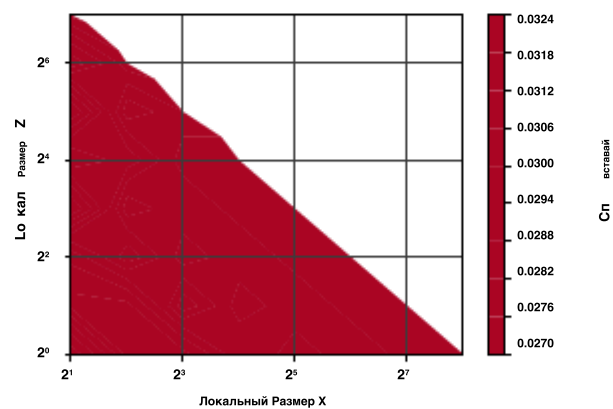
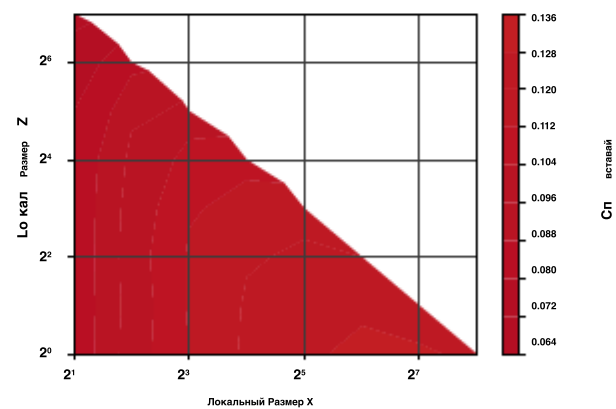
(a) 1024 космических аппарата; $l = 32$ (b) 1024 космических аппарата; $l = 128$ (c) 256 космических аппаратов; $l = 32$ (d) 256 космических аппаратов; $l = 128$ (e) 1 космический аппарат; $l = 32$ (f) 1 космический аппарат; $l = 128$

Рисунок F6: Текущие коэффициенты ускорения вычислений матрицы Лежандра на графическом процессоре Intel HD Graphics 630 с использованием метода compute bound.