

代数结构第五周作业参考答案

3.17(2) 证明: 法一: 使用真值表可证.

法二: 两边分别转化为小项表达式可证.

3.18(1) 证明: $f \cdot g + \bar{f} = f \cdot (f + g) + \bar{f} = f + f \cdot g + \bar{f} = 1 + f \cdot g = 1$.

3.18(3) 证明: $f \cdot \bar{g} = f \cdot \overline{f + g} = f \cdot \bar{f} \cdot \bar{g} = 0 \cdot \bar{g} = 0$.

3.19(2) 解: $f(x_1, x_2) = x_1x_2 + \overline{x_1x_2}$

4.3 解: $R_1 \circ R_2 = \{(c, d)\}$, $R_2 \circ R_1 = \{(a, d), (a, c)\}$, $R_1^2 = \{(a, a), (a, b), (a, d)\}$, $R_2^3 = \{(b, c), (b, d), (c, b)\}$.

4.4 证明: 考虑 $xR_1 \circ (R_2 \cap R_3)y$, 则 $\exists z$ s.t. $xR_1z, z(R_2 \cap R_3)y$. 由 $z(R_2 \cap R_3)y$ 得 zR_2y 且 zR_3y , 进而 $x(R_1 \circ R_2)y$ 且 $x(R_1 \circ R_3)y$, 得 $x(R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)y$, 故 $R_1 \circ (R_2 \cap R_3) \subseteq (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$.

4.5 证明: R' 自反和 $R \subseteq R'$ 由 R' 定义易得. 考虑 R_2 , 其自反, 且有 $R \subseteq R_2$, 则 $\forall xR'y$, 有 xRy 或 xI_Ay , 则

1° 若 xRy , 则由 $R \subseteq R_2$, 得 xR_2y ;

2° 若 xI_Ay , 则 $x = y$, 由 R_2 自反, 得 xR_2y .

故 $R' \subseteq R_2$, 得证.