

代数结构第一周作业参考答案

1.5(1) 证明: 由定理 1.7 可得, $A \cap (\bar{A} \cup B) = (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$.

1.5(3) 证明: 先证左式, $x \in \overline{\bigcap_i A_i} \iff x \notin \bigcap_i A_i \iff x \notin A_i(\exists i) \iff x \in \bar{A}_i(\exists i) \iff x \in \bigcup_i \bar{A}_i$, 故 $\overline{\bigcap_i A_i} = \bigcup_i \bar{A}_i$,
再证右式, $x \in \overline{\bigcup_i A_i} \iff x \notin \bigcup_i A_i \iff x \notin A_i(\forall i) \iff x \in \bar{A}_i(\forall i) \iff x \in \bigcap_i \bar{A}_i$, 故 $\overline{\bigcup_i A_i} = \bigcap_i \bar{A}_i$.

1.6(3) 证明: 由容斥定理, $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ 可证.

1.7(3) 解: 记我们要定义的集合为 S .

1° (基础语句) $0 \in S$;

2° (归纳语句) 若 $s \in S$, 则 $s \pm 10 \in S$;

3° (终结语句) 除了有限次使用 1°, 2° 产生的元素外没有其他元素属于 S .

2.2(1) 证明: $\forall n, (n, n+1) = (n, n+1-n) = (n, 1) = 1$.

2.3(2) 解: 由辗转相除法

$$3141 = 1592 \times 1 + 1549$$

$$1592 = 1549 \times 1 + 43$$

$$1549 = 43 \times 36 + 1$$

得

$$1 = 1549 - 43 \times 36 = 1549 - (1592 - 1549) \times 36$$

$$= 1549 \times 37 - 1592 \times 36 = (3141 - 1592) \times 37 - 1592 \times 36$$

$$= 3141 \times 37 - 1592 \times 73$$

故 $x = 37, y = -73$ 是原方程的一组特解.