

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO

MO644 - INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO PARALELA

Projeto Final

Alunos:

147512, Nathália Menini Cardoso dos Santos

192744, Miguel Antonio Rodriguez Santander

Professor:

Guido Araújo

19 de junho de 2017

1 Introdução

Processos que utilizam matrizes são muito comuns em diversas áreas do conhecimento. O tempo de computação destes métodos está diretamente relacionado com a dimensão de tais estruturas matemáticas, assim, resolver os problemas de grandes matrizes significa um maior tempo de processamento. Um problema simples, porém muito recorrente, pode ser a resolução de um sistema linear, em que o número de operações pode se tornar relativamente grande, dependendo da aplicação em questão. No âmbito desse problema, métodos como a Fatoração de Cholesky são adotados. Nessa linha, temos a intenção de fazer uma comparação exaustiva do método de Cholesky usando algumas ferramentas estudadas em aula (OpenMP, Pthreads e CUDA). Esta comparação permitirá observar e analisar como o desempenho do algoritmo pode ser melhorado quando implementado em paralelo.

2 Fatoração de Cholesky

Sejam $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ uma matriz positiva-definida e um elemento $b \in \mathbb{R}^n$. Consideremos o problema de encontrar $x^* \in \mathbb{R}^n$ solução do sistema linear positivo-definido

$$Ax = b.$$

Podemos obter uma solução numérica através da Fatoração de Cholesky da matriz A , garantida pelo teorema abaixo, cuja demonstração pode ser encontrada em [1].

Teorema *Seja $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ uma matriz positiva definida. Então, existe uma única matriz triangular superior G , com os elementos da diagonal principal positivos, tal que $A = G^t G$.*

Desse modo, a resolução do sistema linear positivo definido poderia ser resolvido da seguinte maneira

$$\begin{cases} G^t y = b \\ Gx = y \end{cases}$$

que pode apresentar resultados mais eficientes do que quanto comparado com a maneira tradicional (escalonamento, por exemplo). No nosso trabalho, temos o objetivo de paralelizar o algoritmo que realiza a fatoração de Cholesky da matriz A , e não a resolução dos sistema linear positivo definido como um todo.

Na Figura 1, ilustramos brevemente a estrutura do algoritmo que realiza a Fatoração de Cholesky (retirado de [2]). Em uma rigorosa análise feita no código referente a Figura 1a, percebemos que o algoritmo serial calcula iterativamente as linhas de G^t (**for #1**), de modo

que a linha subsequente depende do resultado obtido na iteração anterior, gerando um *loop DOACROSS*. Além disso, no segundo laço (**for #2**), que é responsável por percorrer as colunas, temos que a iteração seguinte depende do cálculo da anterior, gerando assim um *loop carried dependence*. Entretanto, se trocarmos a ordem dos laços **#1** e **#2** e anteciparmos o cálculo da diagonal principal, como evidenciado na Figura 1b, não teríamos mais dependência no *loop* interno, agora **#1**, porém, o laço externo (**#2**) ainda continua não paralelizável. Desse modo, daqui em diante, utilizaremos a versão modificada do algoritmo da Fatoração de Cholesky.

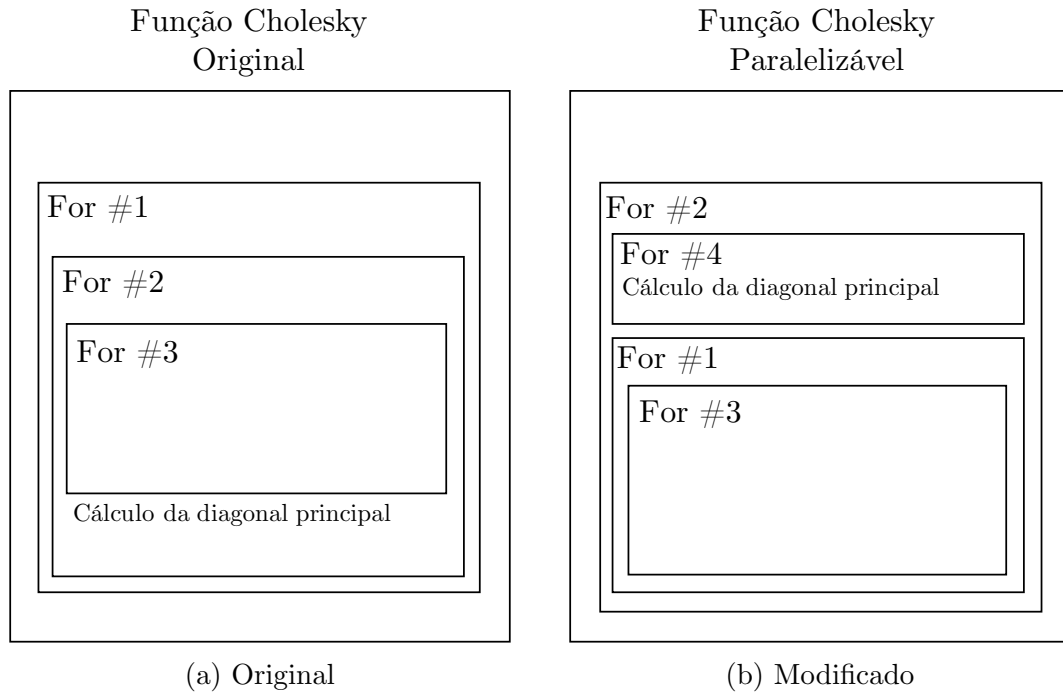


Figura 1: Ilustração do algoritmo serial e sua versão modificada.

3 *Profile*

O *profile* foi realizado utilizando a versão modificada do algoritmo serial.

4 Descrição da paralelização

Na Figura 2 apresentamos uma ilustração que traduz as partes que foram paralelizadas do nosso algoritmo, levando em consideração o que foi discutido nas Seções 2 e 3.

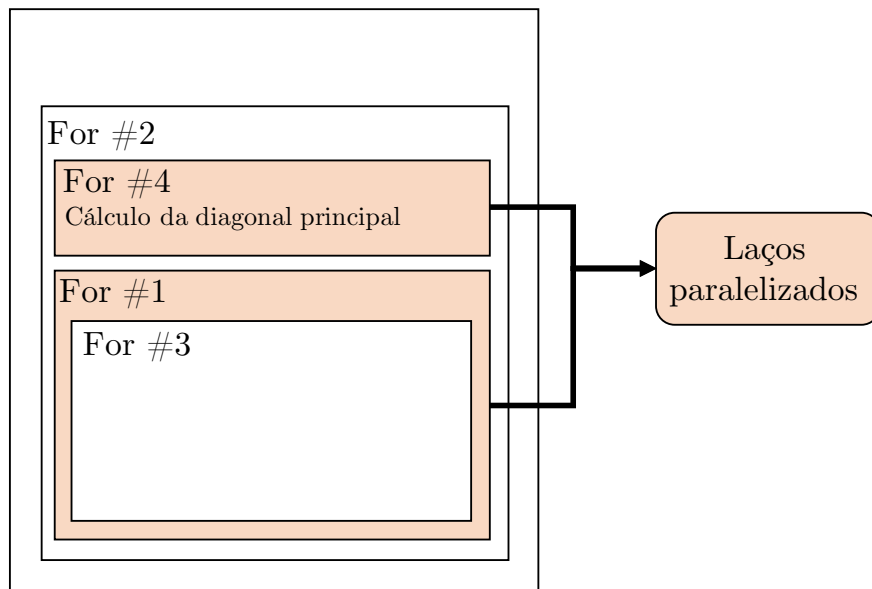


Figura 2: Estrutura da função da Fatoração de Cholesky, com destaque para as áreas paralelizadas.

5 Resultados

6 Referências Bibliográficas

- [1] Pulino, P. “*Álgebra Linear e suas Aplicações: Notas de Aula*”. (2004)
- [2] https://rosettacode.org/wiki/Cholesky_decomposition#C [Acessado em 22/05/2017]