UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO

MO644 - INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO PARALELA

Projeto Final

Alunos:

147512, Nathália Menini Cardoso dos Santos

192744, Miguel Antonio Rodriguez Santander

Professor:

Guido Araújo

19 de junho de 2017

1 Introdução

Processos que utilizam matrizes são muito comuns em diversas áreas do conhecimento. O tempo de computação destes métodos está diretamente relacionado com a dimensão de tais estruturas matemáticas, assim, resolver os problemas de grandes matrizes significa um maior tempo de processamento. Um problema simples, porém muito recorrente, pode ser a resolução de um sistema linear, em que o número de operações pode se tornar relativamente grande, dependendo da aplicação em questão. No âmbito desse problema, métodos como a Fatoração de Cholesky são adotados. Nessa linha, temos a intenção de fazer uma comparação exaustiva do método de Cholesky usando algumas ferramentas estudadas em aula (OpenMP, Pthreads e CUDA). Esta comparação permitirá observar e analisar como o desempenho do algoritmo pode ser melhorado quando implementado em paralelo.

2 Fatoração de Cholesky

Sejam $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ uma matriz positiva-definida e um elemento $b \in \mathbb{R}^n$. Consideremos o problema de encontrar $x^* \in \mathbb{R}^m$ solução do sistema linear positivo-definido

$$Ax = b.$$

Podemos obter uma solução numérica através da Fatoração de Cholesky da matriz A, garantida pelo teorema abaixo, cuja demonstração pode ser encontrada em [1].

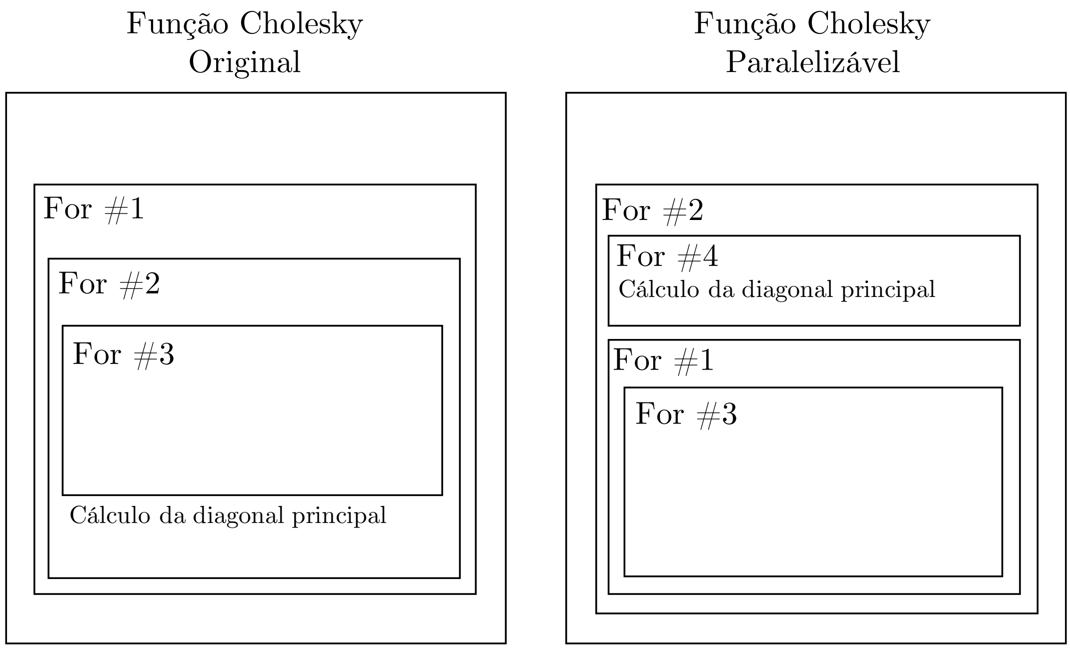
Teorema *Seja $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ uma matriz positiva definida. Então, existe uma única matriz triangular superior G, com os elementos da diagonal principal positivos, tal que $A = G^tG$.*

Desse modo, a resolução do sistema linear positivo definido poderia ser resolvido da seguinte maneira

$$\begin{cases} G^t y = b \\ Gx = y \end{cases}$$

que pode apresentar resultados mais eficientes do que quanto comparado com a maneira tradicional (escalonamento, por exemplo). No nosso trabalho, temos o objetivo de paralelizar o algoritmo que realiza a fatoração de Cholesky da matriz A, e não a resolução dos sistema linear positivo definido como um todo.

Na Figura 1, ilustramos brevemente a estrutura do algoritmo que realiza a Fatoração de Cholesky (retirado de [2]). Em uma rigorosa análise feita no código referente a Figura 1a, percebemos que o algoritmo serial calcula iterativamente as linhas de G^t (`for #1`), de modo que a linha subsequente depende do resultado obtido na iteração anterior, gerando um *loop* DOACROSS. Além disso, no segundo laço (`for #2`), que é responsável por percorrer as colunas, temos que a iteração seguinte depende do cálculo da anterior, gerando assim um *loop carried dependence*. Entretando, se trocarmos a ordem dos laços `#1` e `#2` e anteciparmos o cálculo da diagonal principal, como evidenciado na Figura 1b, não teríamos mais dependencia no *loop* interno, agora `#1`, porém, o laço externo (`#2`) ainda continua não paralelizável. Desse modo, daqui em diante, utilizaremos a versão modificada do algoritmo da Fatoração de Cholesky.



(a) Original

(b) Modificado

Figura 1: Ilustração do algoritmo serial e sua versão modificada.

3 *Profile*

O *profile* foi realizado utilizando a versão modificada do algoritmo serial.

4 Descrição da paralelização

Na Figura 2 apresentamos uma ilustração que traduz as partes que foram paralelizadas do nosso algoritmo, levando em consideração o que foi discutido nas Seções 2 e 3.

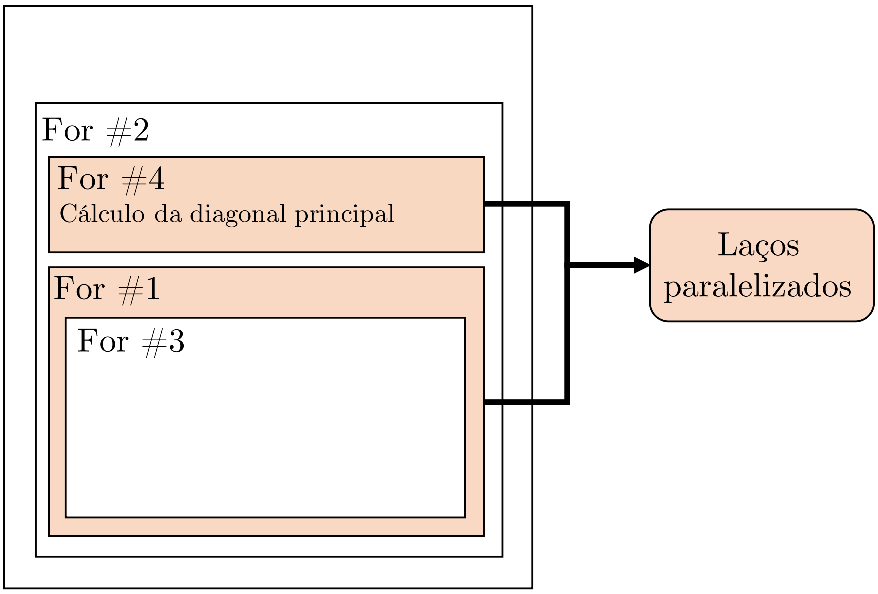


Figura 2: Estrutura da função da Fatoração de Cholesky, com destaque para as áreas paralelizadas.

5 Resultados

Na Figura 4 apresentamos o gráfico com os speedups.

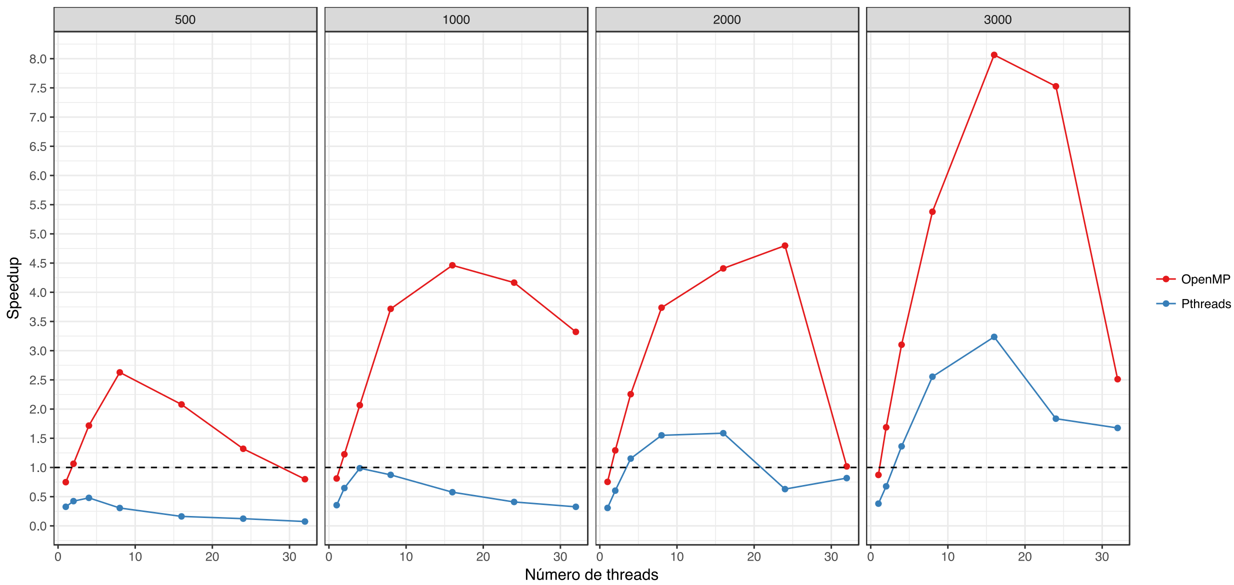


Figura 3: Speedups.

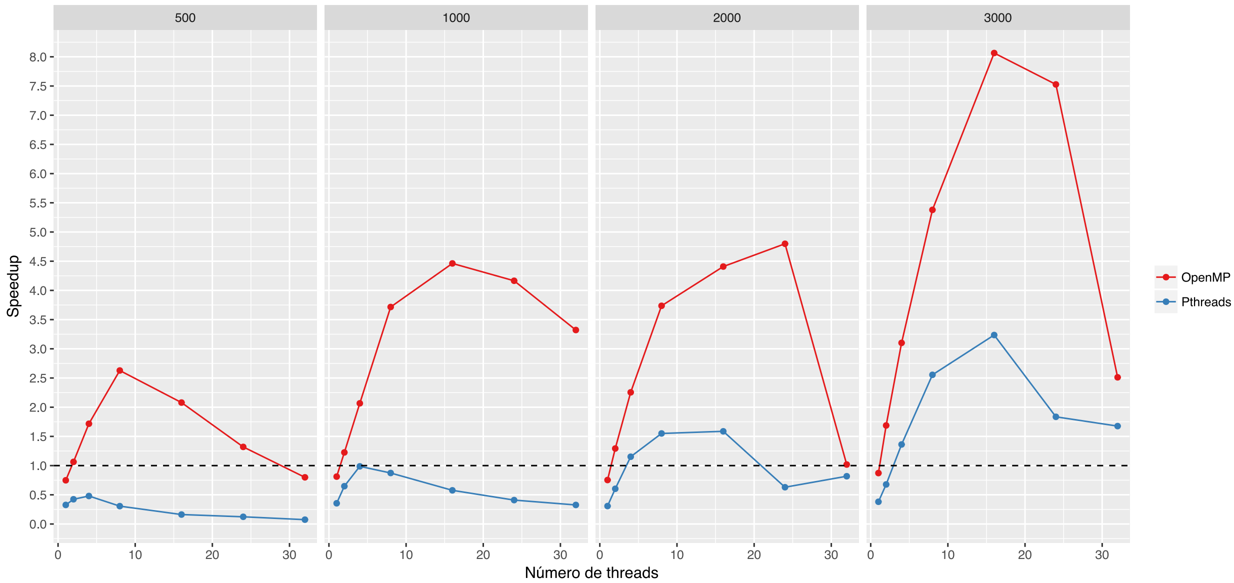


Figura 4: Speedups.

6 Referências Bibliográficas

[1] Pulino, P. *"Álgebra Linear e suas Aplicações: Notas de Aula"*. (2004)

[2] `https://rosettacode.org/wiki/Cholesky_decomposition#C` [Acessado em 22/05/2017]