

MC-202

Operações em listas e variações

Lehilton Pedrosa

Universidade Estadual de Campinas

Segundo semestre de 2018

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

```
1 typedef struct No {
2     int dado;
3     struct No *prox;
4 } No;
5
6 typedef struct No * p_no;
7
8 p_no criar_lista();
9 void destruir_lista(p_no lista);
10 p_no adicionar_elemento(p_no lista, int x);
11 void imprime(p_no lista);
```

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

```
1 typedef struct No {  
2     int dado;  
3     struct No *prox;  
4 } No;  
5  
6 typedef struct No * p_no;  
7  
8 p_no criar_lista();  
9 void destruir_lista(p_no lista);  
10 p_no adicionar_elemento(p_no lista, int x);  
11 void imprime(p_no lista);
```

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

```
1 typedef struct No {  
2     int dado;  
3     struct No *prox;  
4 } No;  
5  
6 typedef struct No * p_no;  
7  
8 p_no criar_lista();  
9 void destruir_lista(p_no lista);  
10 p_no adicionar_elemento(p_no lista, int x);  
11 void imprime(p_no lista);  
12  
13 p_no copiar_lista(p_no lista);
```

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

```
1 typedef struct No {
2     int dado;
3     struct No *prox;
4 } No;
5
6 typedef struct No * p_no;
7
8 p_no criar_lista();
9 void destruir_lista(p_no lista);
10 p_no adicionar_elemento(p_no lista, int x);
11 void imprime(p_no lista);
12
13 p_no copiar_lista(p_no lista);
14 p_no inverter_lista(p_no lista);
```

Operações em lista ligada

Vamos ver três novas operações para listas ligadas

```
1 typedef struct No {
2     int dado;
3     struct No *prox;
4 } No;
5
6 typedef struct No * p_no;
7
8 p_no criar_lista();
9 void destruir_lista(p_no lista);
10 p_no adicionar_elemento(p_no lista, int x);
11 void imprime(p_no lista);
12
13 p_no copiar_lista(p_no lista);
14 p_no inverter_lista(p_no lista);
15 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda);
```

Copiando

Versão recursiva:

Copiando

Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {
```

Copiando

Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {
```

Copiando

Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {  
2     p_no novo;  
3     if (lista == NULL)  
4         return NULL;
```

Copiando

Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {  
2     p_no novo;  
3     if (lista == NULL)  
4         return NULL;  
5     novo = malloc(sizeof(No));  
6     novo->dado = lista->dado;  
7     novo->prox = copiar_lista(lista->prox);
```

Copiando

Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {
2     p_no novo;
3     if (lista == NULL)
4         return NULL;
5     novo = malloc(sizeof(No));
6     novo->dado = lista->dado;
7     novo->prox = copiar_lista(lista->prox);
8     return novo;
9 }
```

Copiando

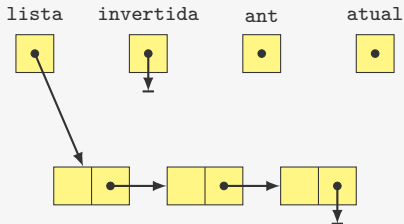
Versão recursiva:

```
1 p_no copiar_lista(p_no lista) {  
2     p_no novo;  
3     if (lista == NULL)  
4         return NULL;  
5     novo = malloc(sizeof(No));  
6     novo->dado = lista->dado;  
7     novo->prox = copiar_lista(lista->prox);  
8     return novo;  
9 }
```

Exercício: implemente uma versão iterativa da função

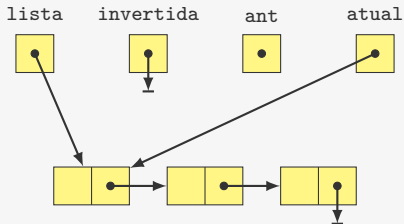
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL; ←  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual;  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida;  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



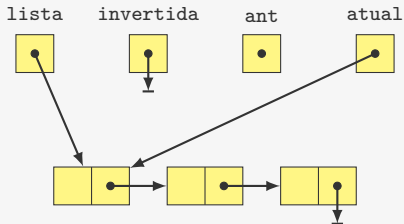
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista; ←  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```




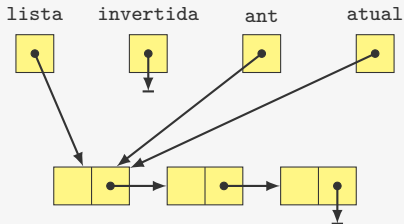
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) { ←  
5     ant = atual;  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida;  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



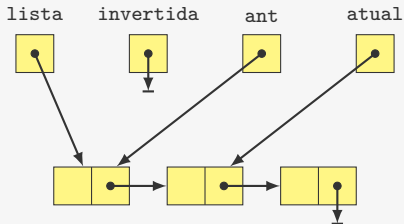
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;   
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



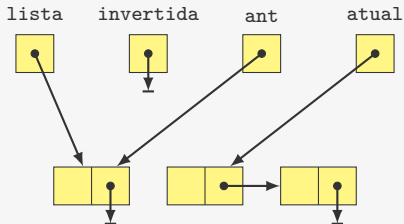
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;   
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



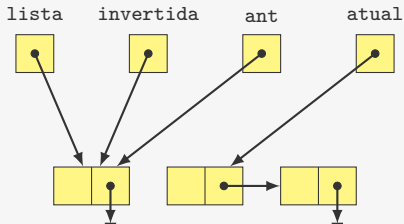
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual;  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida; ←  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



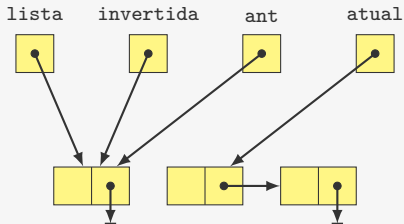
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;   
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



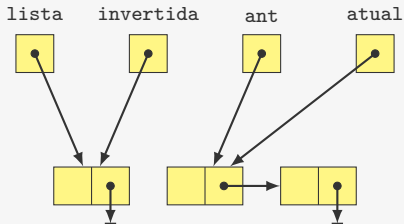
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) { ←  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



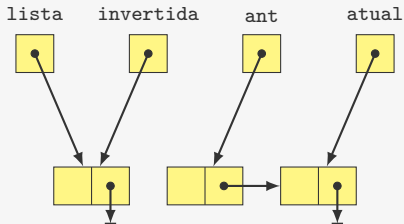
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual; ←  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida;  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



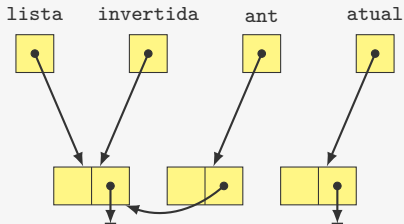
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;   
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



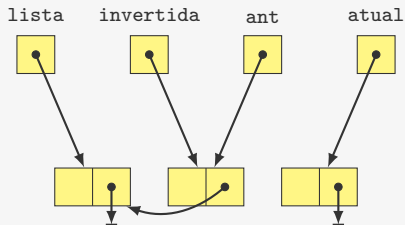
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual;  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida; ←  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



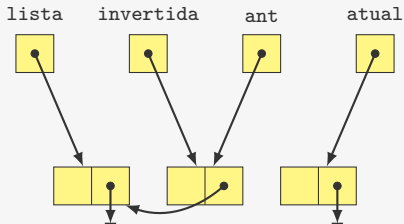
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;   
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



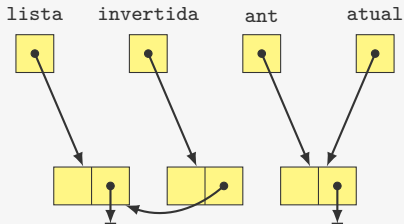
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) { ←  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



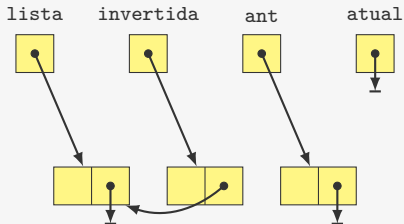
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual; ←  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida;  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;  
11 }
```



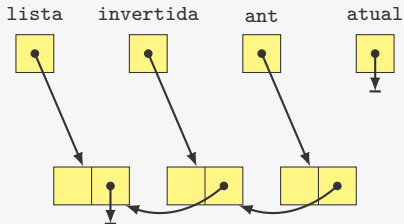
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;   
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



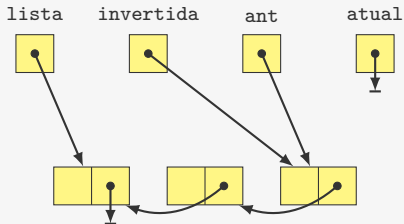
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida; ←  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



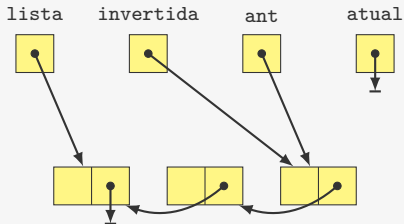
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;   
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



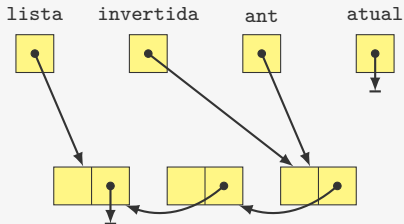
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) { ←  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



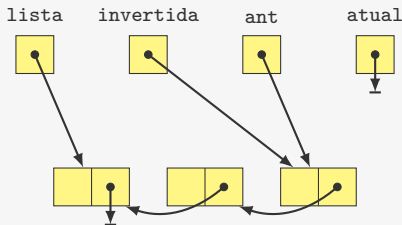
Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2   p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3   atual = lista;  
4   while (atual != NULL) {  
5     ant = atual;  
6     atual = ant->prox;  
7     ant->prox = invertida;  
8     invertida = ant;  
9   }  
10  return invertida;   
11 }
```



Invertendo

```
1 p_no inverter_lista(p_no lista) {  
2     p_no atual, ant, invertida = NULL;  
3     atual = lista;  
4     while (atual != NULL) {  
5         ant = atual;  
6         atual = ant->prox;  
7         ant->prox = invertida;  
8         invertida = ant;  
9     }  
10    return invertida;  
11 }
```



Exercício: implemente uma versão recursiva da função

Concatenando

```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {
```

Concatenando

```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {
```

Concatenando

```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {  
2     if (primeira == NULL)
```

Concatenando

```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {  
2     if (primeira == NULL)  
3         return segunda;
```

Concatenando

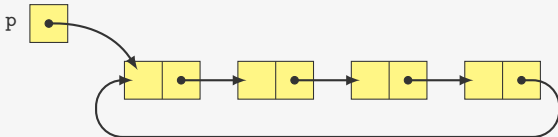
```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {  
2     if (primeira == NULL)  
3         return segunda;  
4     primeira->prox = concatenar_lista(primeira->prox, segunda);
```

Concatenando

```
1 p_no concatenar_lista(p_no primeira, p_no segunda) {  
2     if (primeira == NULL)  
3         return segunda;  
4     primeira->prox = concatenar_lista(primeira->prox, segunda);  
5     return primeira;  
6 }
```

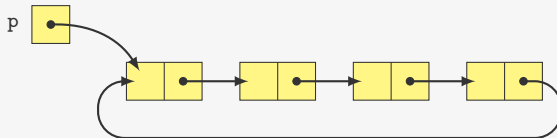

Variações - Listas circulares

Lista circular:



Variações - Listas circulares

Lista circular:

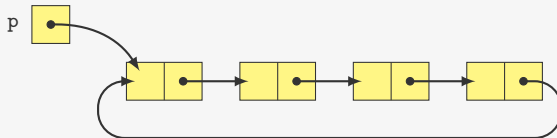


Lista circular **vazia**:



Variações - Listas circulares

Lista circular:



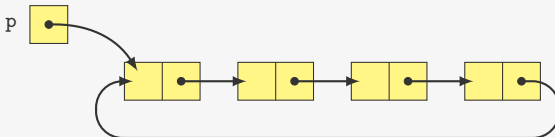
Lista circular **vazia**:



Exemplo de aplicações:

Variações - Listas circulares

Lista circular:



Lista circular **vazia**:

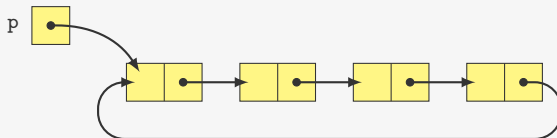


Exemplo de aplicações:

- Execução de processos no sistema operacional

Variações - Listas circulares

Lista circular:



Lista circular **vazia**:



Exemplo de aplicações:

- Execução de processos no sistema operacional
- Controlar de quem é a vez em um jogo de tabuleiro

Inserindo em lista circular

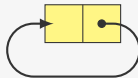
```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
```

Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;
```

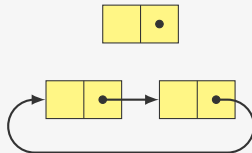
Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;
```



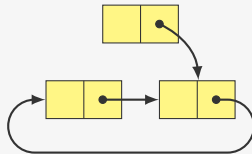
Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {
```



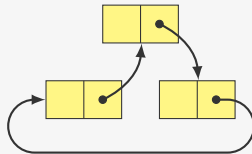
Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;
```



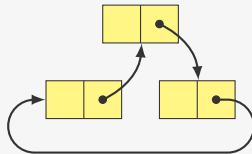
Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10 }
```



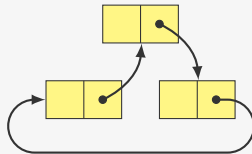
Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```



Inserindo em lista circular

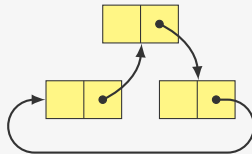
```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```



Observações:

Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

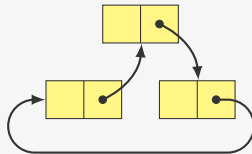


Observações:

- O elemento é inserido na segunda posição

Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

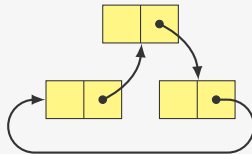


Observações:

- O elemento é inserido na segunda posição
 - Para inserir na primeira precisaria percorrer a lista... $O(n)$

Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

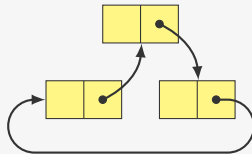


Observações:

- O elemento é inserido na segunda posição
 - Para inserir na primeira precisaria percorrer a lista... $O(n)$
- É devolvido o ponteiro para o novo elemento

Inserindo em lista circular

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```



Observações:

- O elemento é inserido na segunda posição
 - Para inserir na primeira precisaria percorrer a lista... $O(n)$
- É devolvido o ponteiro para o novo elemento
 - Ex: ao inserir 0 em (3, 7, 2) ficamos com (0, 7, 2, 3)

Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
```

Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {
```

Removendo de lista circular

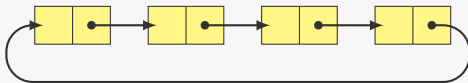
```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }
```

Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
```

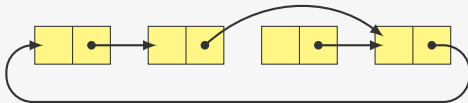
Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);  
8     ant->prox = no->prox;
```



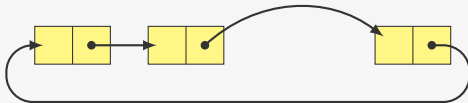
Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);  
8     ant->prox = no->prox;  
9     if (lista == no)  
10        lista = lista->prox;
```



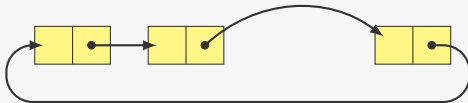
Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);  
8     ant->prox = no->prox;  
9     if (lista == no)  
10         lista = lista->prox;  
11     free(no);
```



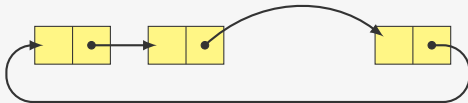
Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);  
8     ant->prox = no->prox;  
9     if (lista == no)  
10         lista = lista->prox;  
11     free(no);  
12     return lista;  
13 }
```



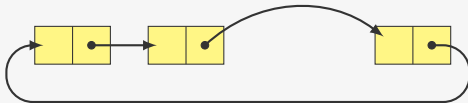
Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;  
3     if (no->prox == no) {  
4         free(no);  
5         return NULL;  
6     }  
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);  
8     ant->prox = no->prox;  
9     if (lista == no)  
10         lista = lista->prox;  
11     free(no);  
12     return lista;  
13 }
```



Removendo de lista circular

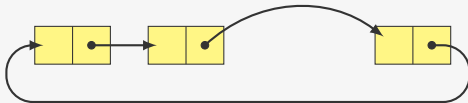
```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     if (no->prox == no) {
4         free(no);
5         return NULL;
6     }
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
8     ant->prox = no->prox;
9     if (lista == no)
10         lista = lista->prox;
11     free(no);
12     return lista;
13 }
```



Tempo: $O(n)$

Removendo de lista circular

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     if (no->prox == no) {
4         free(no);
5         return NULL;
6     }
7     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
8     ant->prox = no->prox;
9     if (lista == no)
10         lista = lista->prox;
11     free(no);
12     return lista;
13 }
```



Tempo: $O(n)$

- Podemos melhorar se soubermos o nó anterior...

Percorrendo uma lista circular

```
1 void imprimir_lista_circular(p_no lista) {  
2     p_no p;  
3     p = lista;  
4     do {  
5         printf("%d\n", p->dado);  
6         p = p->prox;  
7     } while (p != lista);  
8 }
```

Percorrendo uma lista circular

```
1 void imprimir_lista_circular(p_no lista) {  
2     p_no p;  
3     p = lista;  
4     do {  
5         printf("%d\n", p->dado);  
6         p = p->prox;  
7     } while (p != lista);  
8 }
```

- E se tivéssemos usado `while` ao invés de `do ... while`?

Percorrendo uma lista circular

```
1 void imprimir_lista_circular(p_no lista) {  
2     p_no p;  
3     p = lista;  
4     do {  
5         printf("%d\n", p->dado);  
6         p = p->prox;  
7     } while (p != lista);  
8 }
```

- E se tivéssemos usado `while` ao invés de `do ... while`?
- Essa função pode ser usada com lista vazia?

Percorrendo uma lista circular

```
1 void imprimir_lista_circular(p_no lista) {  
2     p_no p;  
3     p = lista;  
4     do {  
5         printf("%d\n", p->dado);  
6         p = p->prox;  
7     } while (p != lista);  
8 }
```

- E se tivéssemos usado `while` ao invés de `do ... while`?
- Essa função pode ser usada com lista vazia?
 - Como corrigir isso?

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

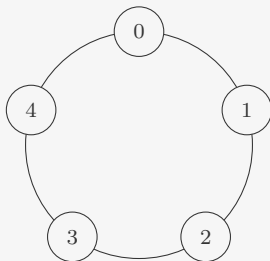
- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

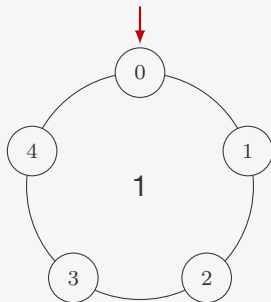


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

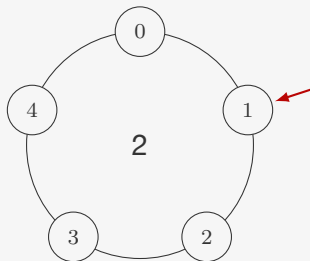


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

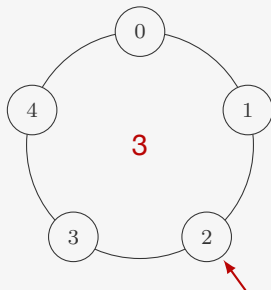


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

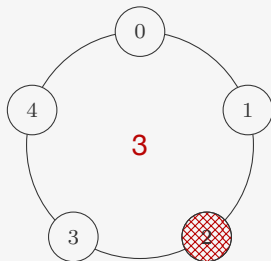


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

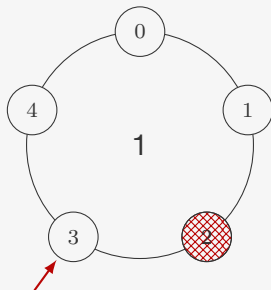


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

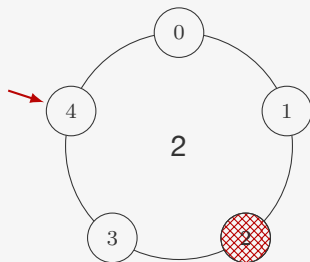


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

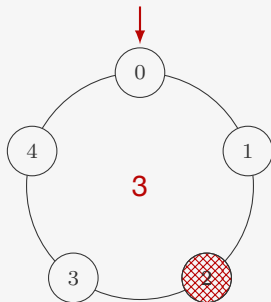


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

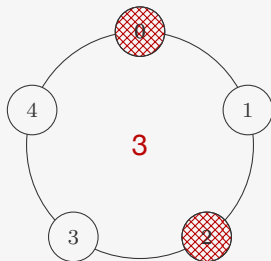


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

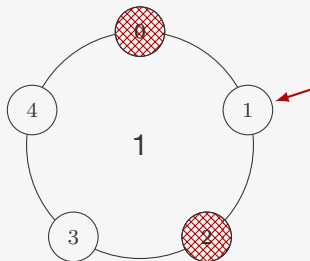


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

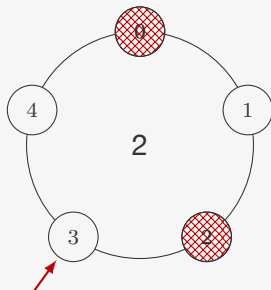


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

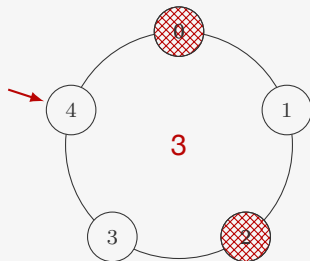


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

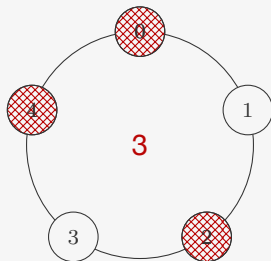


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

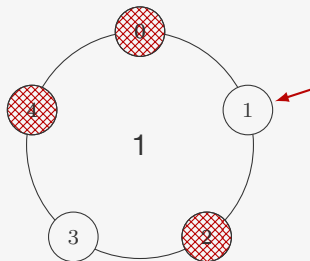


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

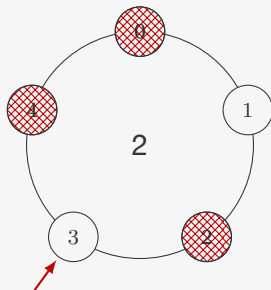


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

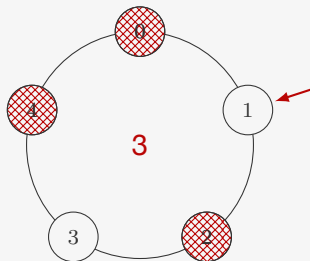


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$

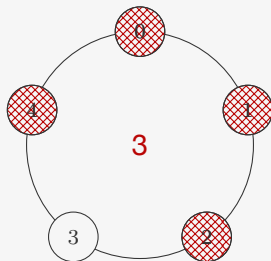


Exercício - Problema de Josephus

Vamos eleger um líder entre N pessoas

- Começamos a contar da primeira pessoa
- Contamos M pessoas
- Eliminamos $(M + 1)$ -ésima pessoa
- Continuamos da próxima pessoa
- Ciclamos ao chegar ao final

Exemplo: $N = 5$ e $M = 2$



Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;
```


Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;  
3     int i, N = 5, M = 2;
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;  
3     int i, N = 5, M = 2;  
4     lista = criar_lista_circular();
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;  
3     int i, N = 5, M = 2;  
4     lista = criar_lista_circular();  
5     for (i = 0; i < N; i++)  
6         lista = inserir_circular(lista, i);
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;  
3     int i, N = 5, M = 2;  
4     lista = criar_lista_circular();  
5     for (i = 0; i < N; i++)  
6         lista = inserir_circular(lista, i);  
7     while (lista != lista->prox) {
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {  
2     p_no lista, temp;  
3     int i, N = 5, M = 2;  
4     lista = criar_lista_circular();  
5     for (i = 0; i < N; i++)  
6         lista = inserir_circular(lista, i);  
7     while (lista != lista->prox) {  
8         for (i = 0; i < M; i++)  
9             lista = lista->prox;
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {
2     p_no lista, temp;
3     int i, N = 5, M = 2;
4     lista = criar_lista_circular();
5     for (i = 0; i < N; i++)
6         lista = inserir_circular(lista, i);
7     while (lista != lista->prox) {
8         for (i = 0; i < M; i++)
9             lista = lista->prox;
10        temp = lista->prox;
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {
2     p_no lista, temp;
3     int i, N = 5, M = 2;
4     lista = criar_lista_circular();
5     for (i = 0; i < N; i++)
6         lista = inserir_circular(lista, i);
7     while (lista != lista->prox) {
8         for (i = 0; i < M; i++)
9             lista = lista->prox;
10        temp = lista->prox;
11        lista->prox = lista->prox->prox;
```

Problema de Josephus

```
1 int main() {
2     p_no lista, temp;
3     int i, N = 5, M = 2;
4     lista = criar_lista_circular();
5     for (i = 0; i < N; i++)
6         lista = inserir_circular(lista, i);
7     while (lista != lista->prox) {
8         for (i = 0; i < M; i++)
9             lista = lista->prox;
10        temp = lista->prox;
11        lista->prox = lista->prox->prox;
12        free(temp);
```


Problema de Josephus

```
1 int main() {
2     p_no lista, temp;
3     int i, N = 5, M = 2;
4     lista = criar_lista_circular();
5     for (i = 0; i < N; i++)
6         lista = inserir_circular(lista, i);
7     while (lista != lista->prox) {
8         for (i = 0; i < M; i++)
9             lista = lista->prox;
10        temp = lista->prox;
11        lista->prox = lista->prox->prox;
12        free(temp);
13    }
14    printf("%d\n", lista->dado);
15    return 0;
16 }
```

Revistando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

- lista vazia ou não vazia

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

- lista vazia ou não vazia
- A remoção sofre com o mesmo problema

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

- lista vazia ou não vazia
- A remoção sofre com o mesmo problema

Tem um comportamento estranho

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     if (lista == NULL)  
6         novo->prox = novo;  
7     else {  
8         novo->prox = lista->prox;  
9         lista->prox = novo;  
10    }  
11    return novo;  
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

- lista vazia ou não vazia
- A remoção sofre com o mesmo problema

Tem um comportamento estranho

- Inserimos após o primeiro elemento

Revisando a Inserção

O código para inserir em uma lista circular não está bom

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
2     p_no novo;
3     novo = malloc(sizeof(No));
4     novo->dado = x;
5     if (lista == NULL)
6         novo->prox = novo;
7     else {
8         novo->prox = lista->prox;
9         lista->prox = novo;
10    }
11    return novo;
12 }
```

Precisa lidar com dois casos

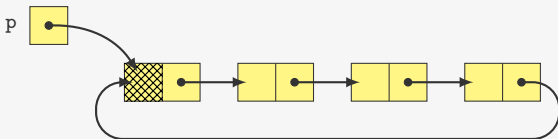
- lista vazia ou não vazia
- A remoção sofre com o mesmo problema

Tem um comportamento estranho

- Inserimos após o primeiro elemento
- Mudamos quem é o primeiro elemento da lista

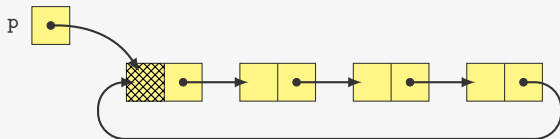
Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:

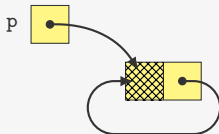


Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:

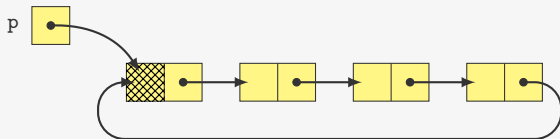


Lista circular **vazia**:

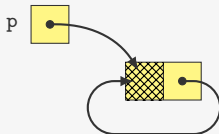


Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:



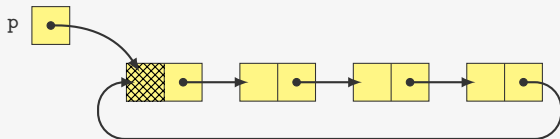
Lista circular **vazia**:



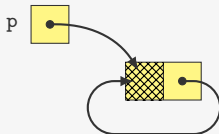
Diferenças para a versão sem cabeça:

Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:



Lista circular **vazia**:

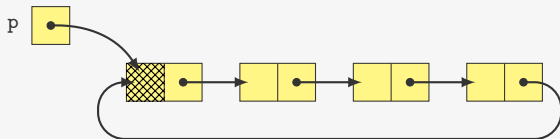


Diferenças para a versão sem cabeça:

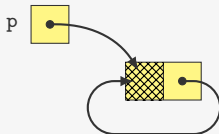
- lista sempre aponta para o nó dummy

Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:



Lista circular **vazia**:

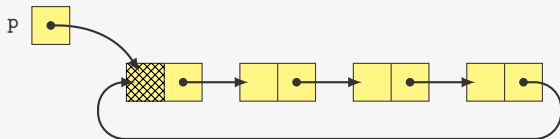


Diferenças para a versão sem cabeça:

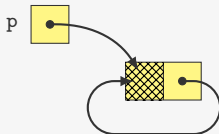
- lista sempre aponta para o nó dummy
- código de inserção e de remoção mais simples

Listas circulares com cabeça

Lista circular com cabeça:



Lista circular **vazia**:



Diferenças para a versão sem cabeça:

- lista sempre aponta para o nó dummy
- código de inserção e de remoção mais simples
- ao percorrer tem que **ignorar cabeça**

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
```


Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     novo->prox = lista->prox;
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     novo->prox = lista->prox;  
6     lista->prox = novo;
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     novo->prox = lista->prox;  
6     lista->prox = novo;  
7     return lista;  
8 }
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     novo->prox = lista->prox;  
6     lista->prox = novo;  
7     return lista;  
8 }
```

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {  
2     p_no novo;  
3     novo = malloc(sizeof(No));  
4     novo->dado = x;  
5     novo->prox = lista->prox;  
6     lista->prox = novo;  
7     return lista;  
8 }
```

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {  
2     p_no ant;
```


Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
2     p_no novo;
3     novo = malloc(sizeof(No));
4     novo->dado = x;
5     novo->prox = lista->prox;
6     lista->prox = novo;
7     return lista;
8 }
```

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
2     p_no novo;
3     novo = malloc(sizeof(No));
4     novo->dado = x;
5     novo->prox = lista->prox;
6     lista->prox = novo;
7     return lista;
8 }
```

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
4     ant->prox = no->prox;
```

Inserção e remoção simplificadas

```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
2     p_no novo;
3     novo = malloc(sizeof(No));
4     novo->dado = x;
5     novo->prox = lista->prox;
6     lista->prox = novo;
7     return lista;
8 }
```

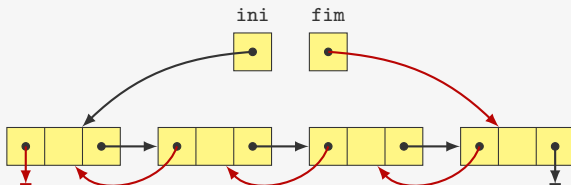
```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
4     ant->prox = no->prox;
5     free(no);
```

Inserção e remoção simplificadas

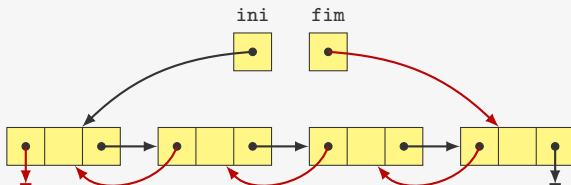
```
1 p_no inserir_circular(p_no lista, int x) {
2     p_no novo;
3     novo = malloc(sizeof(No));
4     novo->dado = x;
5     novo->prox = lista->prox;
6     lista->prox = novo;
7     return lista;
8 }
```

```
1 p_no remover_circular(p_no lista, p_no no) {
2     p_no ant;
3     for(ant = no->prox; ant->prox != no; ant = ant->prox);
4     ant->prox = no->prox;
5     free(no);
6     return lista;
7 }
```

Variações - Duplamente ligada



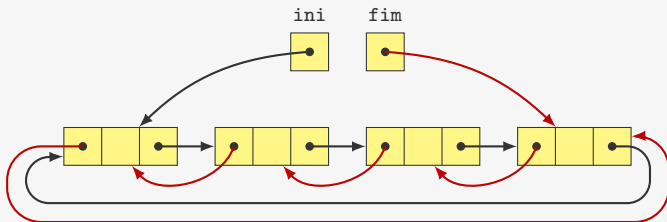
Variações - Duplamente ligada



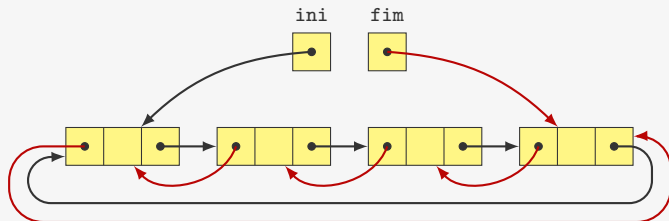
Exemplos:

- Operações desfazer/refazer em software
- Player de música (música anterior e próxima música)

Variações - Lista dupla circular

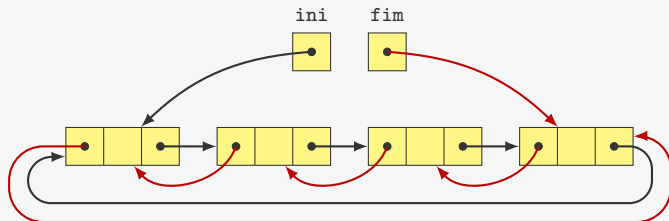


Variações - Lista dupla circular



Permite inserção e remoção em $O(1)$

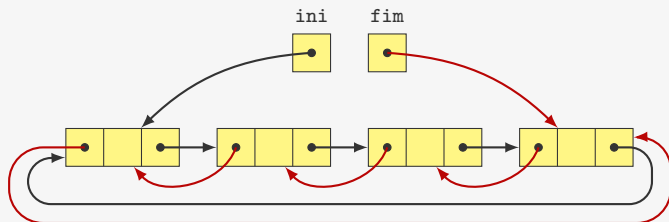
Variações - Lista dupla circular



Permite inserção e remoção em $O(1)$

- Variável **fim** é opcional (`fim == ini->ant`)

Variações - Lista dupla circular



Permite inserção e remoção em $O(1)$

- Variável **fim** é opcional (`fim == ini->ant`)

Podemos ter uma lista dupla circular com cabeça também...

Exercício

Represente polinômios utilizando listas ligadas e apresente uma função que soma dois polinômios.

Exercício

Implemente a operação inserir elemento de uma lista duplamente ligada.

Exercício

Escreva uma função que devolve a concatenação de duas listas circulares dadas. Sua função pode destruir a estrutura das listas dadas.