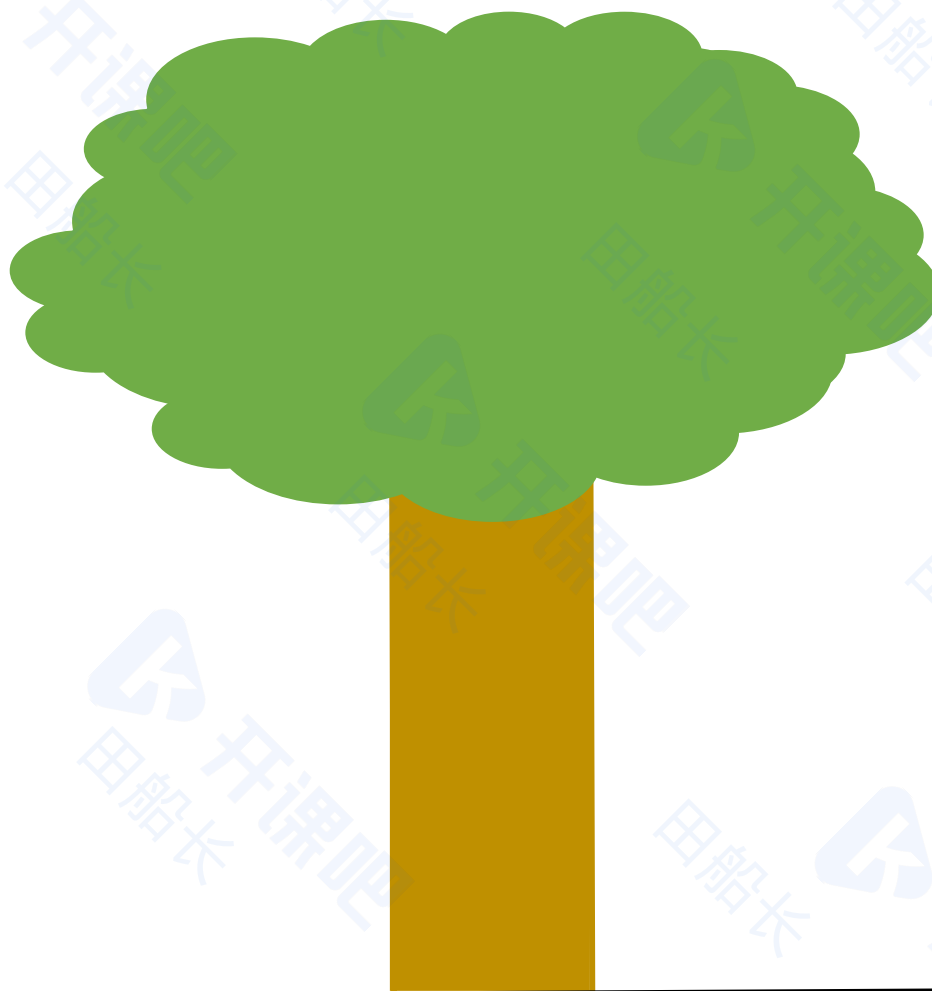


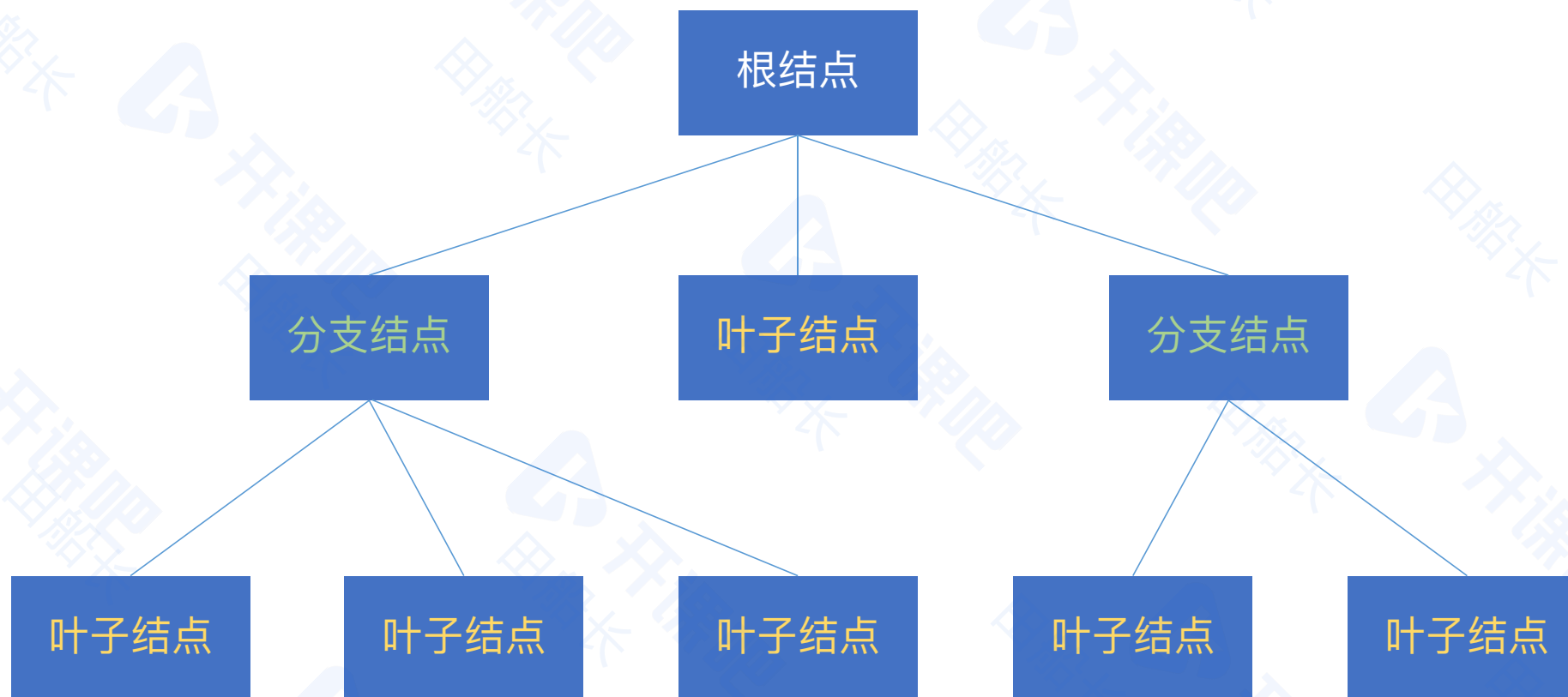
# 树形结构

田船长

# 现实中的树



# 数据结构中的树



## 树中结点的结构定义

```
struct Node { //树结点的定义
    EleType data; //树结点的数据域
    Node *child[]; //子结点指针集合
};
```

对于子结点指针，有可能用数组实现  
也有可能用链表实现  
树还可以使用数组实现  
只需记录每个结点的父结点即可

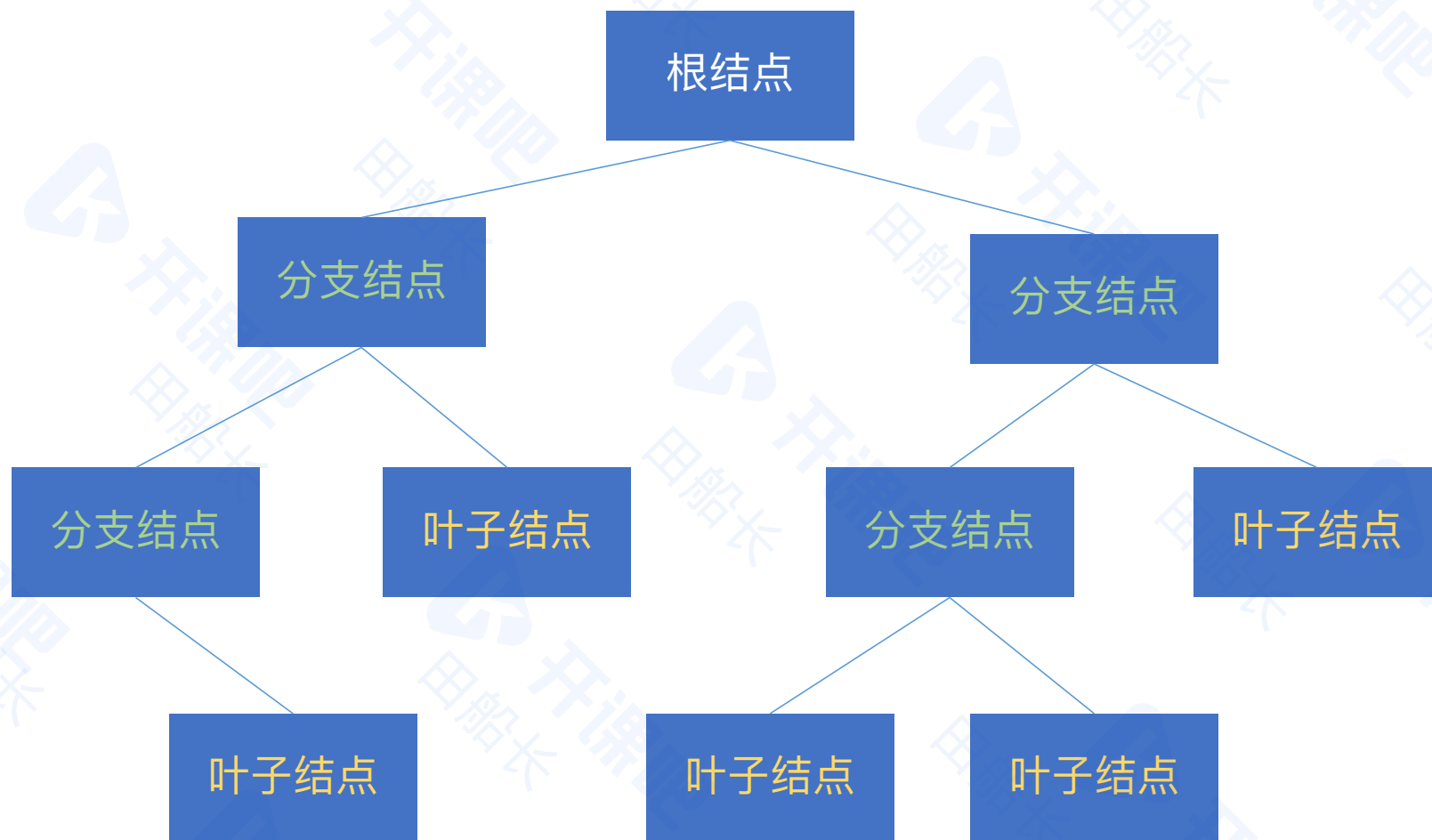
## 树的基本术语

1. 父结点、子结点、兄弟结点，祖先、子孙
2. 结点的度，树的度
3. 叶子结点（终端结点）与分支结点（非终端结点）
4. 结点的深度，高度和层次
5. 路径与路径长度

# 什么是森林

树的集合称为森林

# 二叉树



## 二叉树中结点的结构定义

```
struct Node { //二叉树结点的定义
    EleType data; //二叉树结点的数据域
    Node *left_child, *right_child; //左子结点与右子结点指针
};
```

左子树与右子树也经常写作left (lchild) 和right (rchild)  
同理二叉树也可以使用数组来存储  
在后面的内容中会讲到



## 二叉树的基本术语

1. 左孩子（左子树），右孩子（右子树）
2. 每层的结点数
3. 满二叉树，完全二叉树
4. 使用一维数组存储二叉树
5. 广义表

## 二叉树的遍历

1. 二叉树的先序遍历

2. 二叉树的中序遍历

3. 二叉树的后序遍历

一般使用递归实现

4. 二叉树的层序遍历

一般使用队列实现

5. 根据遍历还原树

## 二叉树线索化

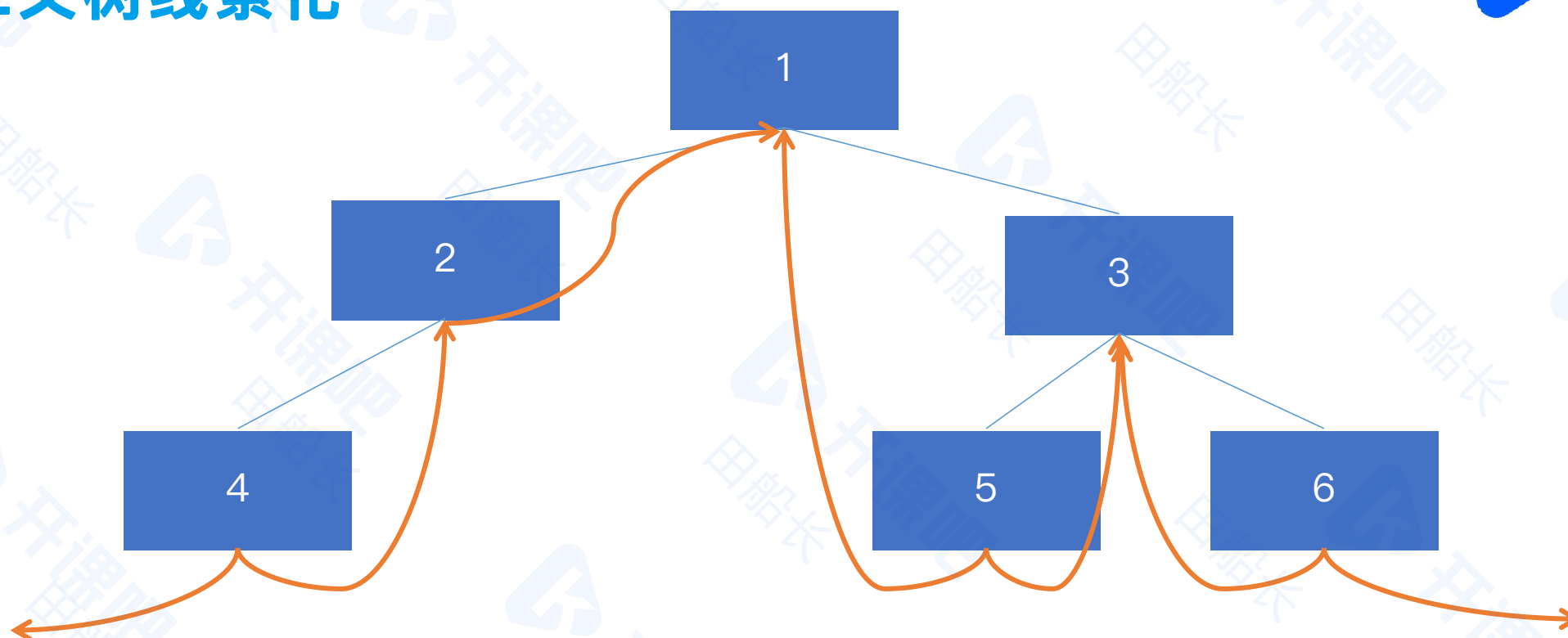
借用树中结点内的空指针，保存前驱及后继的信息  
 线索化二叉树结点与普通二叉树结点在结构上略有不同

datatype data	int ltag	node *lchild	int rtag	node *rchild
------------------	----------	--------------	----------	--------------

为0时 lchild存左子树  
 为1时 lchild存前驱

为0时 rchild存右子树  
 为1时 rchild存后继

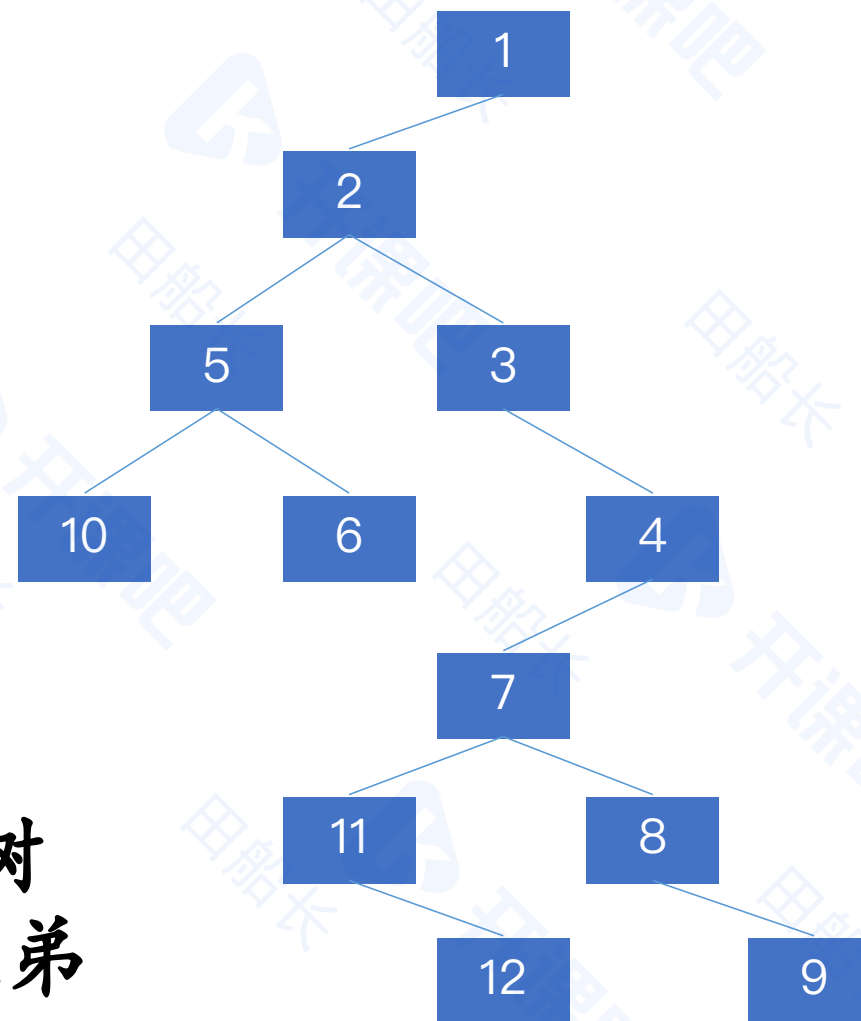
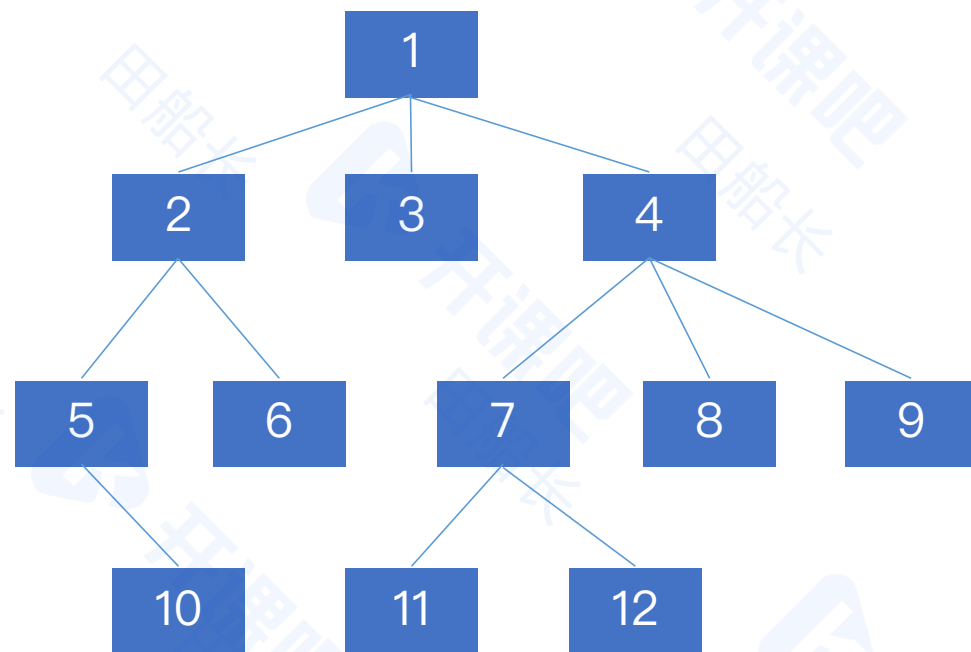
## 二叉树线索化



图为二叉树中序遍历线索化后的树

线索化二叉树的关键：左前驱，右后继

# 树与二叉树的转换

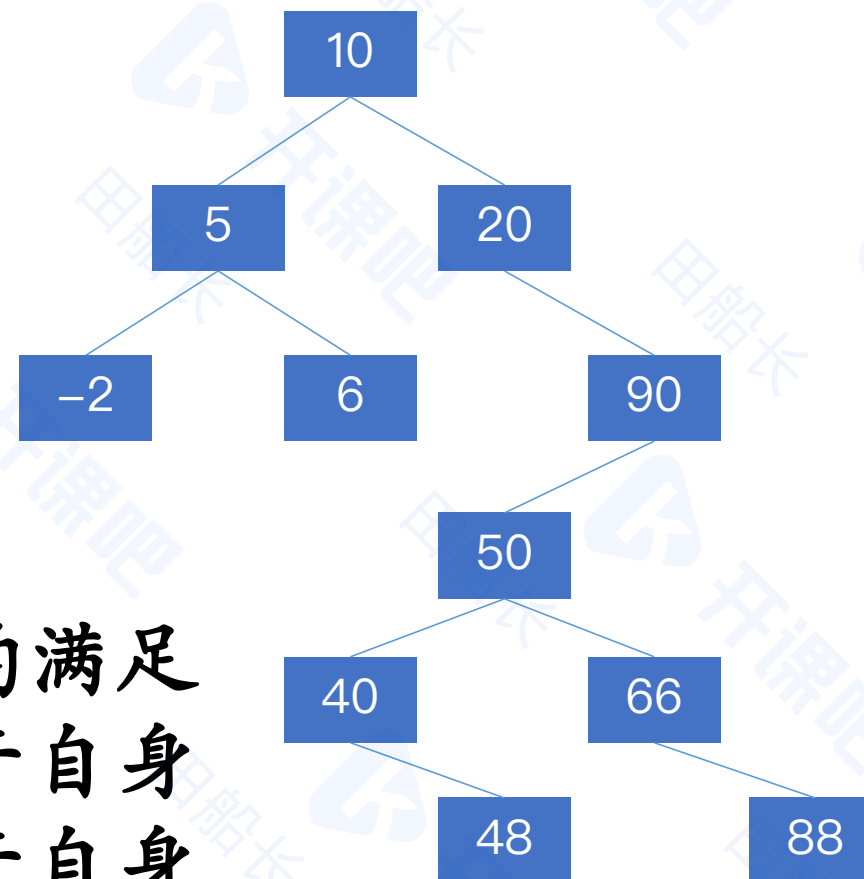
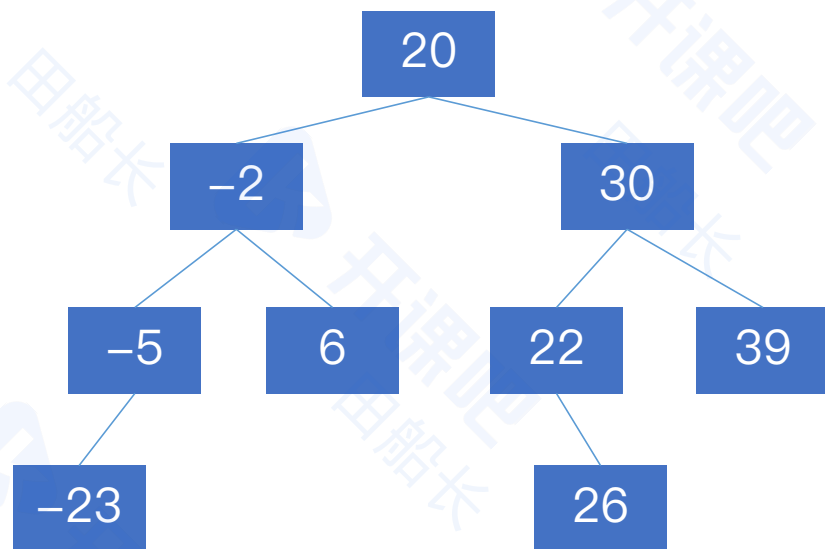


一颗树和与之对应的二叉树  
转换的关键：左孩子、右兄弟

树有先（根）序遍历与后（根）序遍历  
树的先序遍历与对应二叉树的先序遍历相同  
树的后序遍历与对应二叉树的中序遍历相同

森林有先序遍历与中序遍历  
森林的先序遍历为内部树的先序遍历相连  
森林的中序遍历为内部树的后序遍历相连  
(森林中的树，树根互为兄弟)

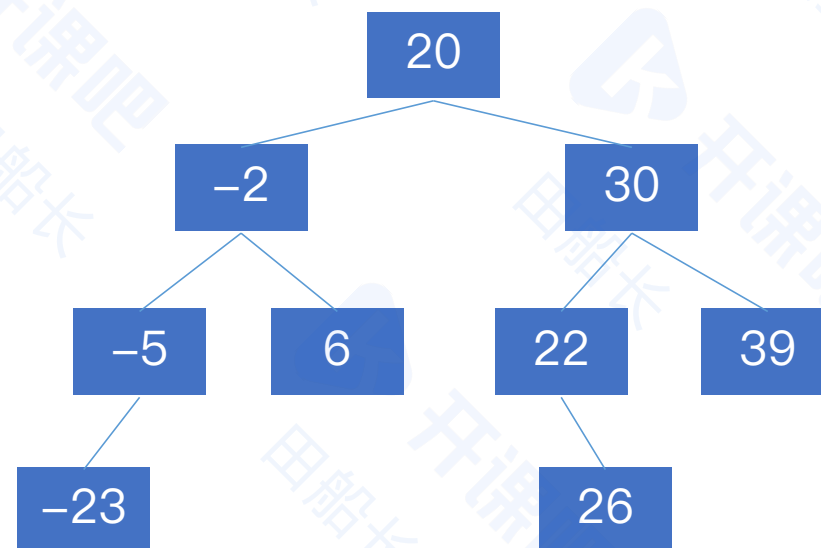
## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）



如果一棵二叉树中的任意结点均满足  
它左子树上所有的结点值都小于自身  
它右子树上所有的结点值都大于自身  
那么这棵树即为二叉排序树

# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

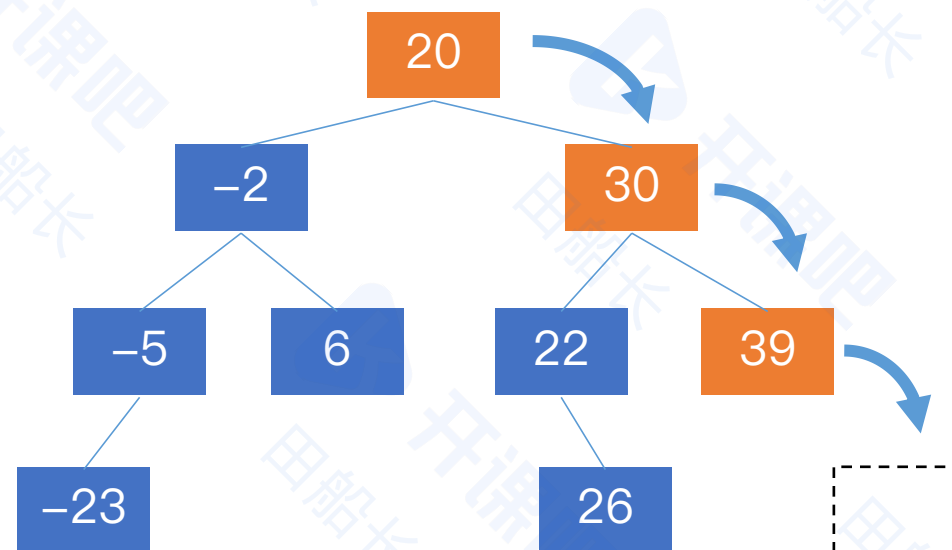
插入元素42





# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

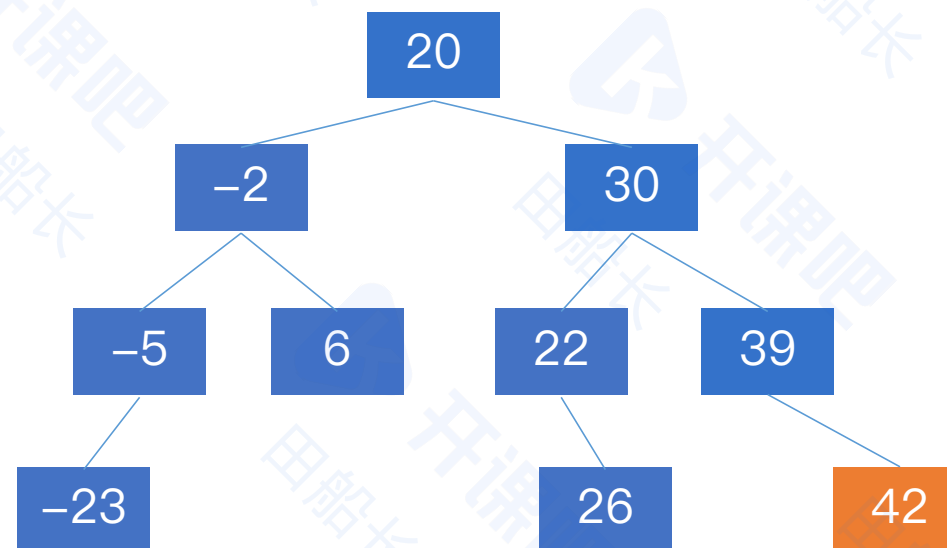
插入元素42



从树根出发，进行查找，找到对应插入位置

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

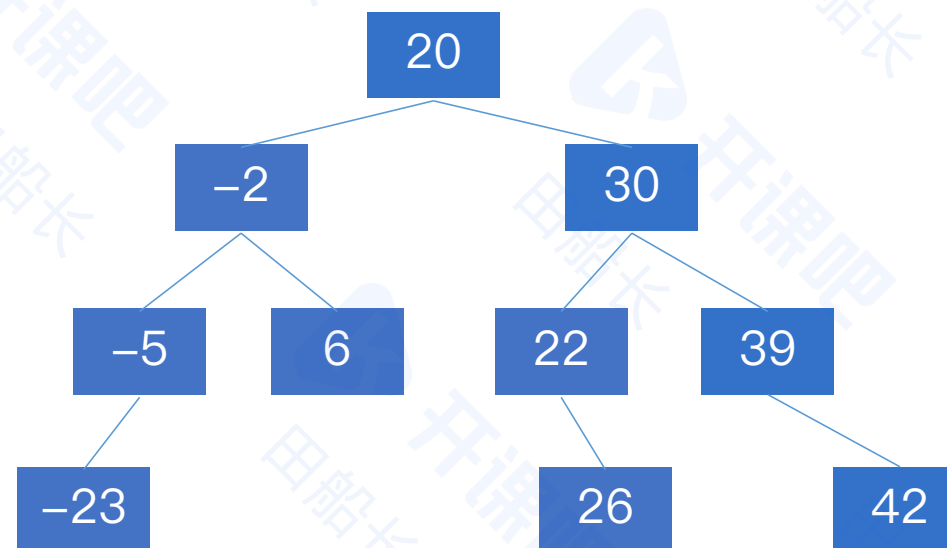
插入元素42



在对应位置进行插入操作

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

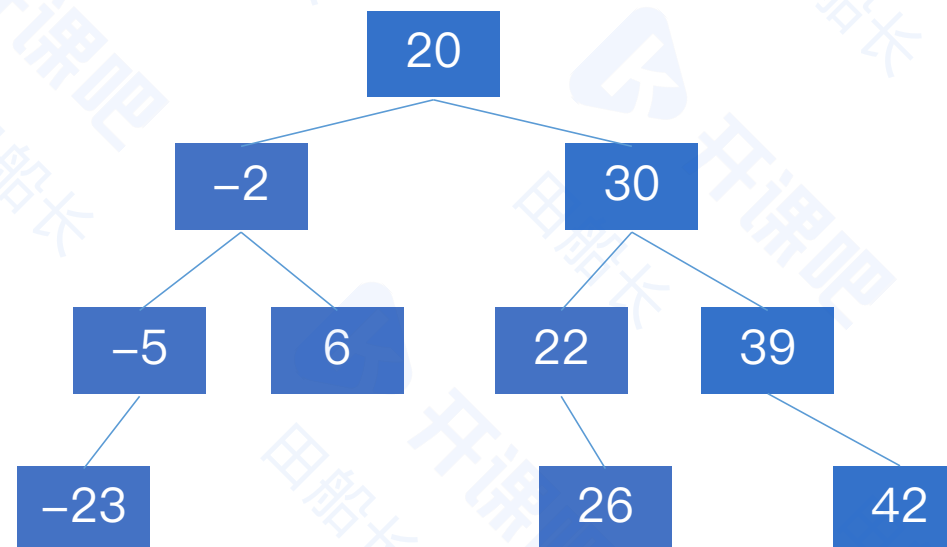
插入元素42



插入完毕

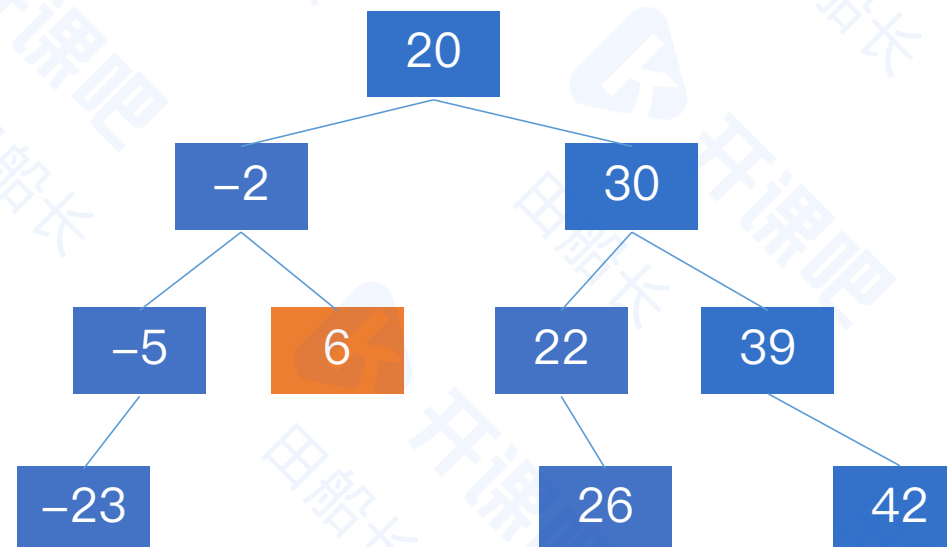
# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素6



## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

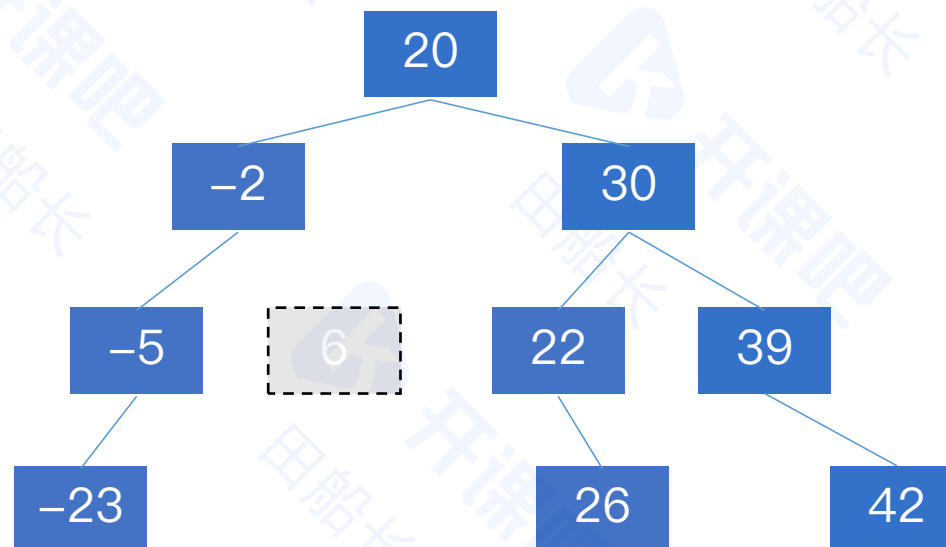
删除元素6



从树根出发，进行查找，找到对应元素

# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

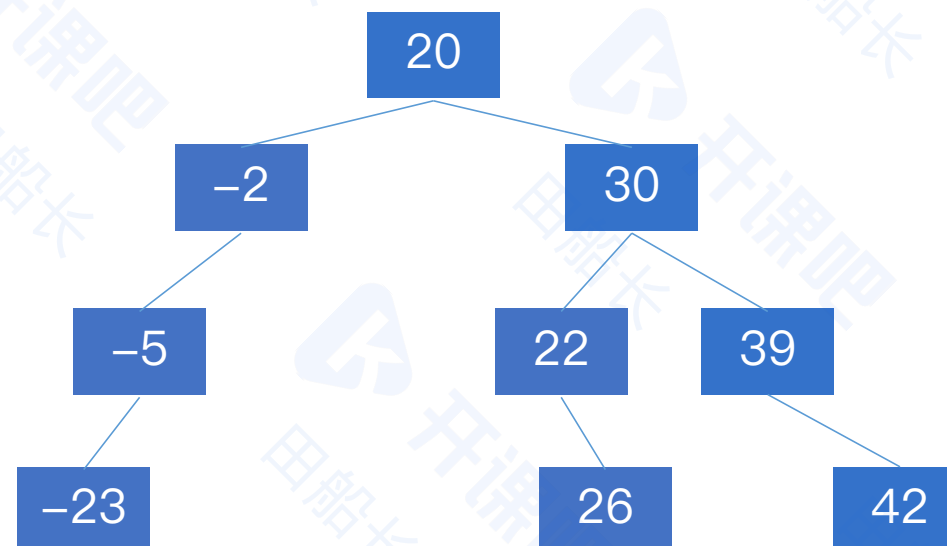
删除元素6



是叶子结点，直接删除

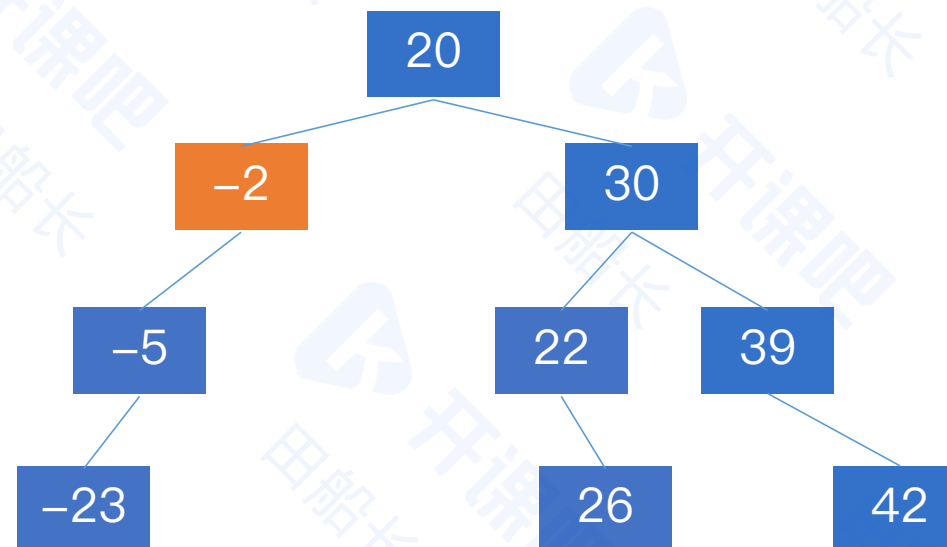
## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素-2



## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素-2

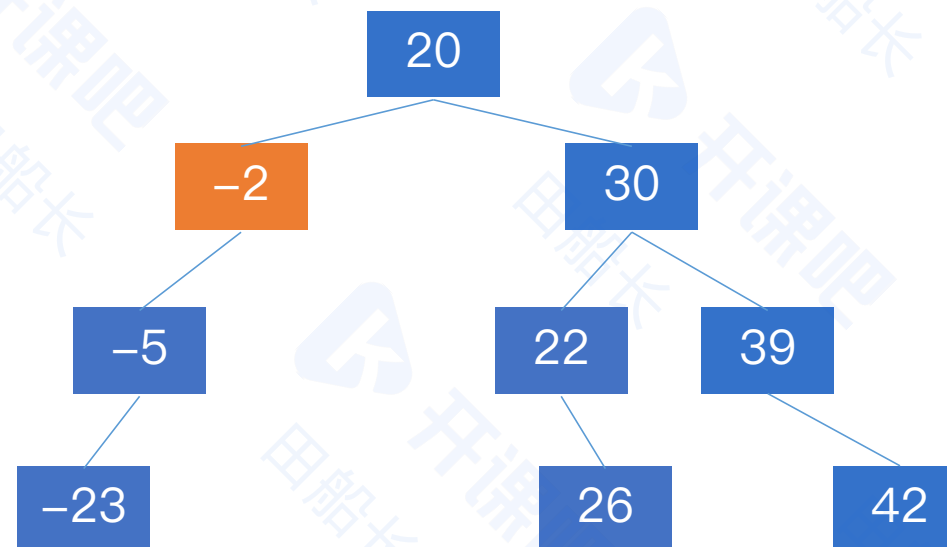


从树根出发，进行查找，找到对应元素



## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

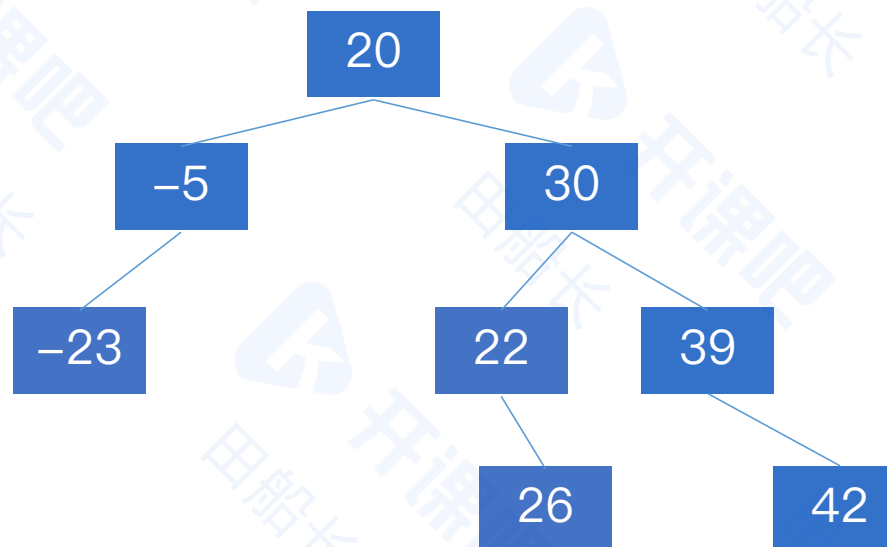
删除元素-2



若该元素只有左子树或只有右子树  
则用其左子树或右子树将其替代进行删除

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

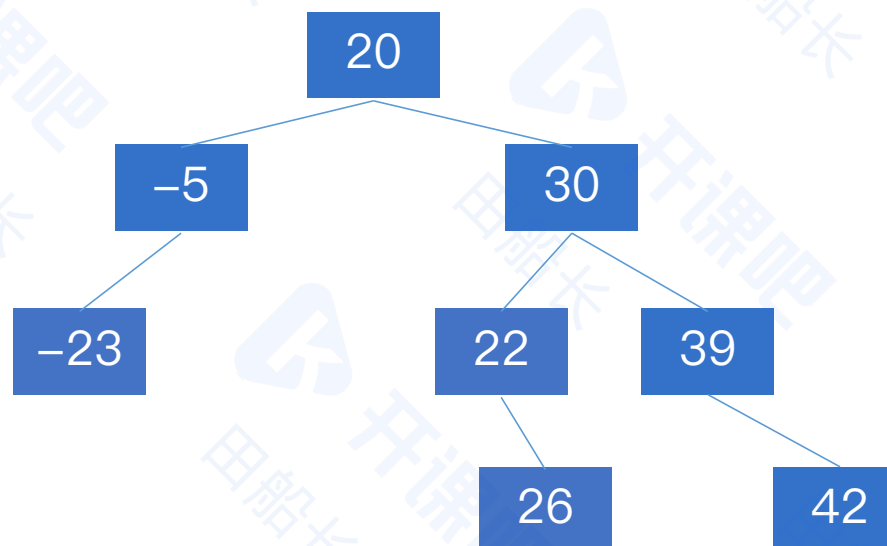
删除元素-2



若该元素只有左子树或只有右子树  
则用其左子树或右子树将其替代进行删除

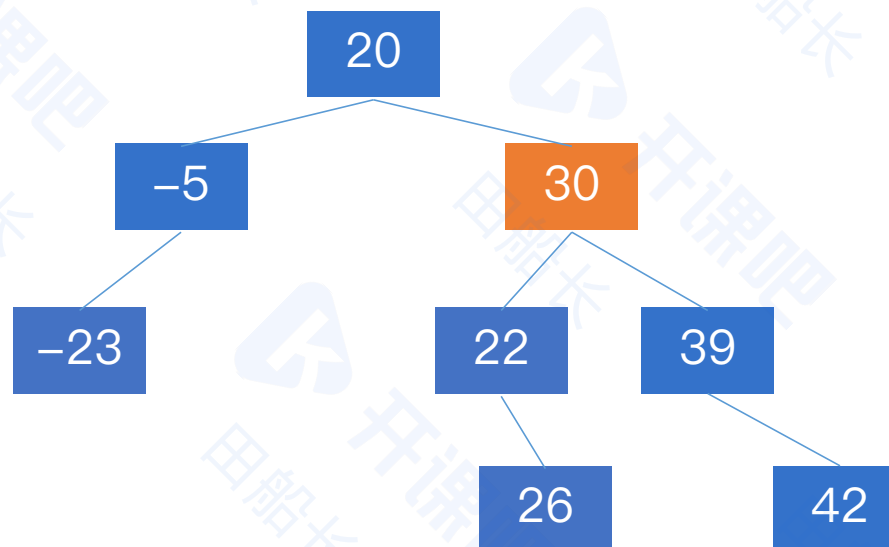
# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素30



## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

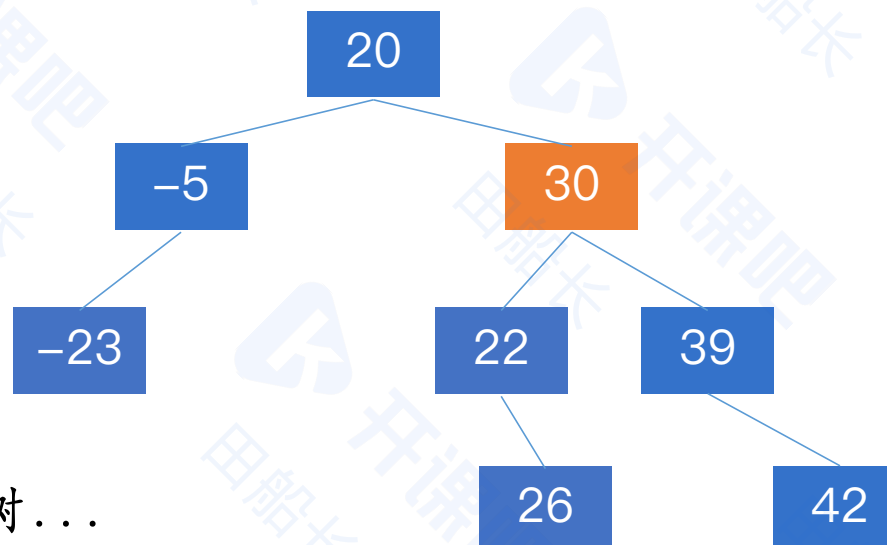
删除元素30



从树根出发，进行查找，找到对应元素

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素30



前驱：左子树的右子树的右子树...

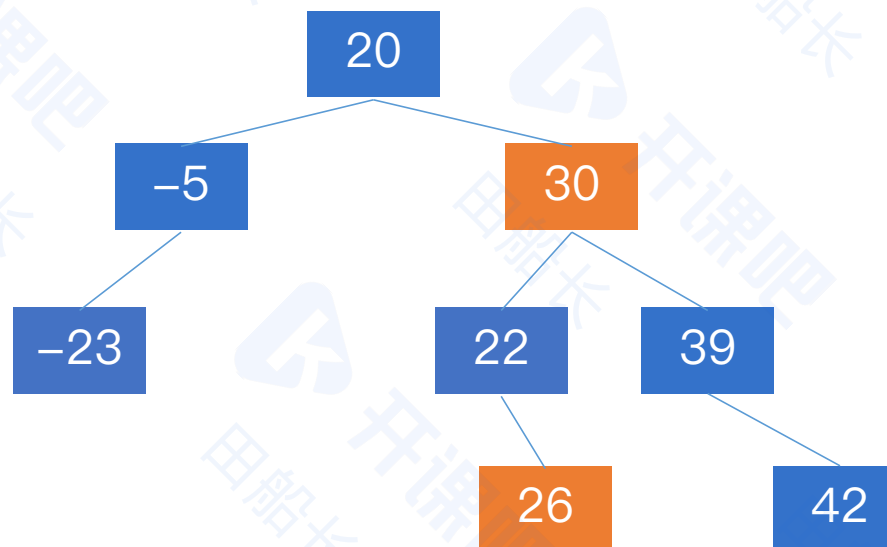
后继：右子树的左子树的左子树...

走到没有结点可以走为止

该元素有左子树也有右子树，不能直接删除  
此时先找到它的前驱（或后继），与该元素交换  
接下来继续对交换后的结点进行删除

# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

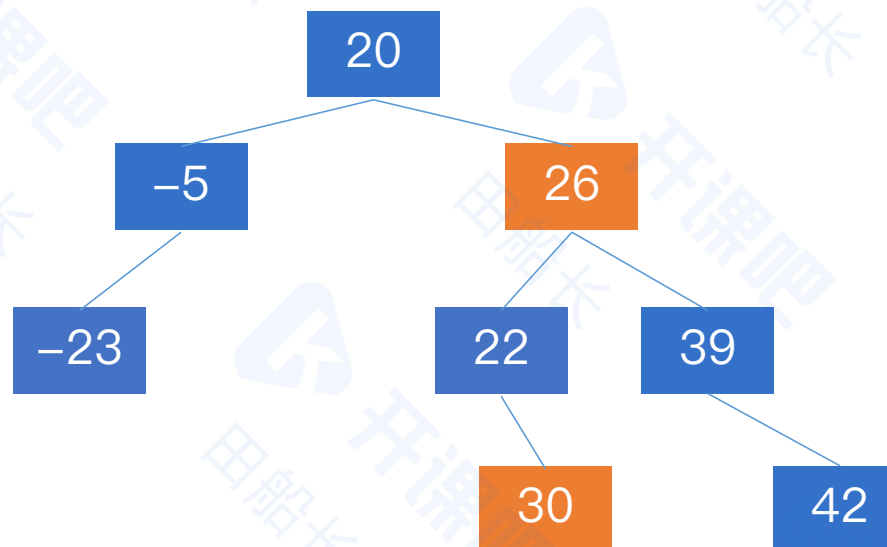
删除元素30



用前驱进行交换，26为前驱

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

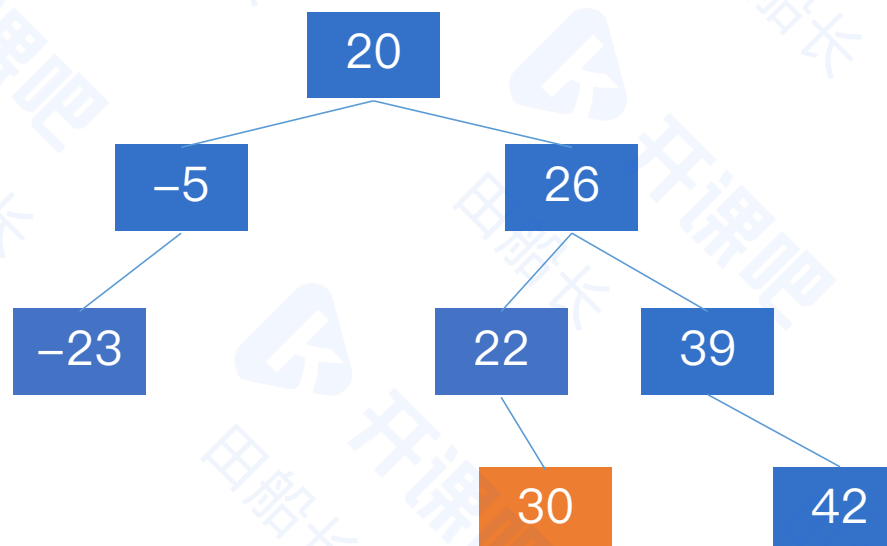
删除元素30



26为前驱，进行交换

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素30

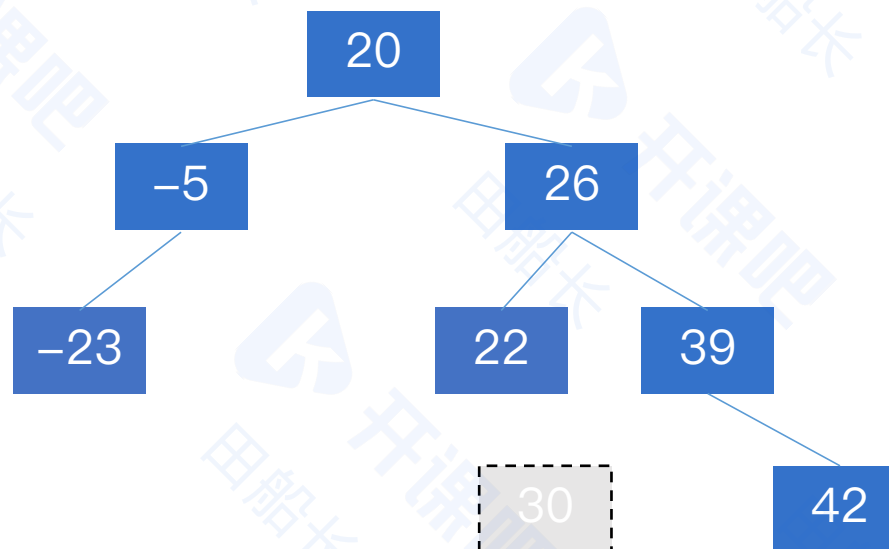


继续删除30



## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

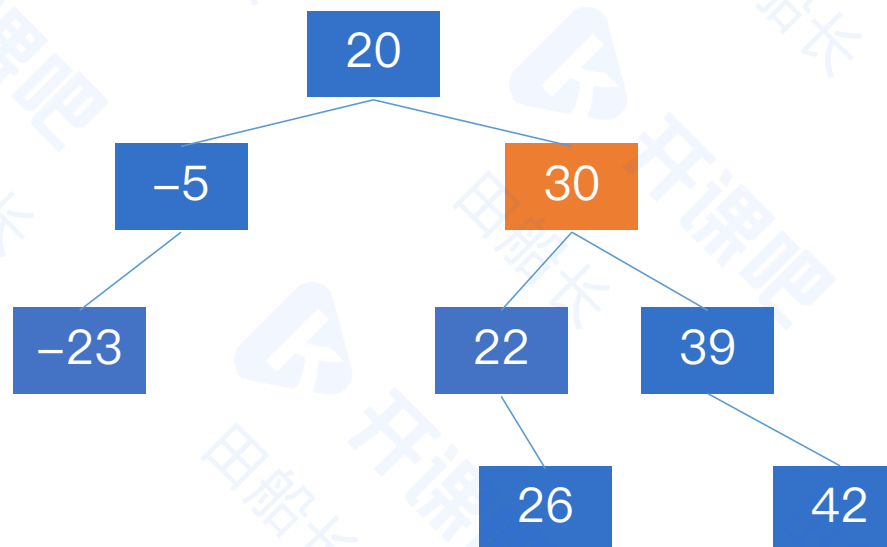
删除元素30



此时其为叶子结点，直接删除即可，删除完毕

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素30

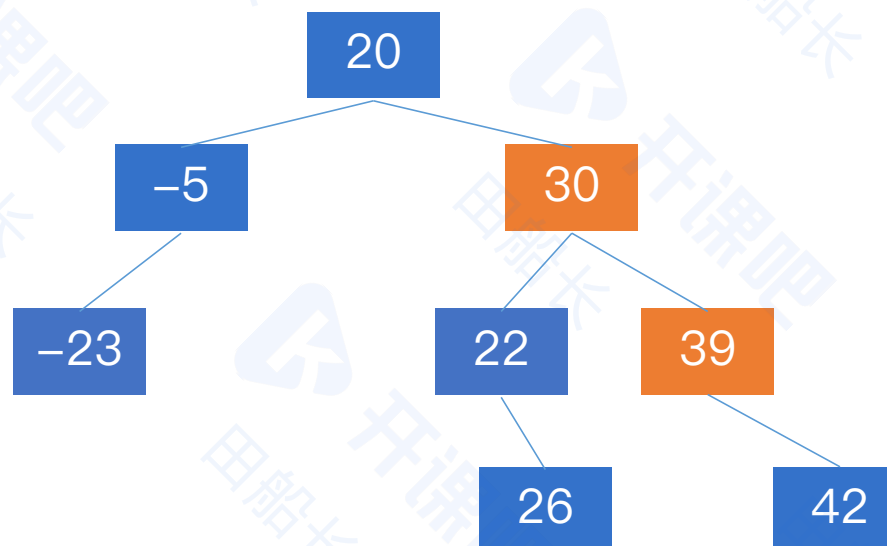


将树恢复原状

上一次用前驱进行交换，这一次用后继进行交换

# 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

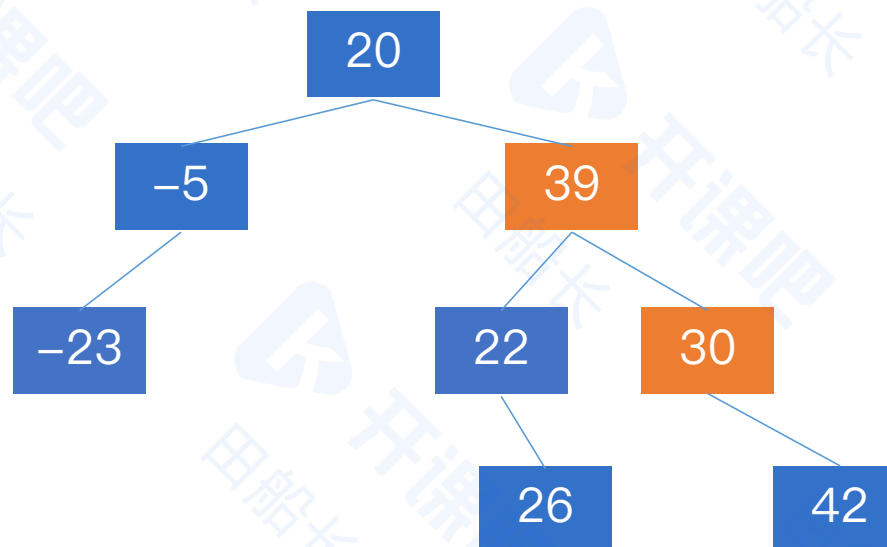
删除元素30



39为后继

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

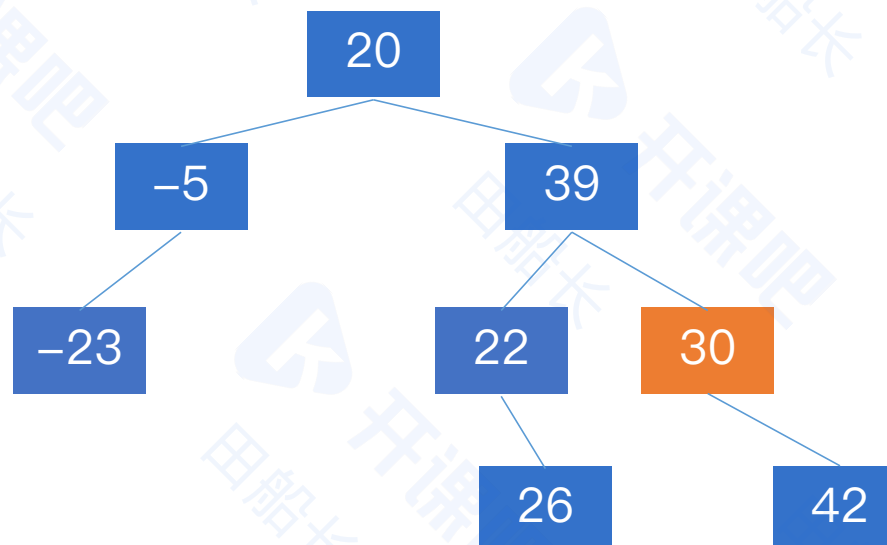
删除元素30



39为后继，进行交换

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

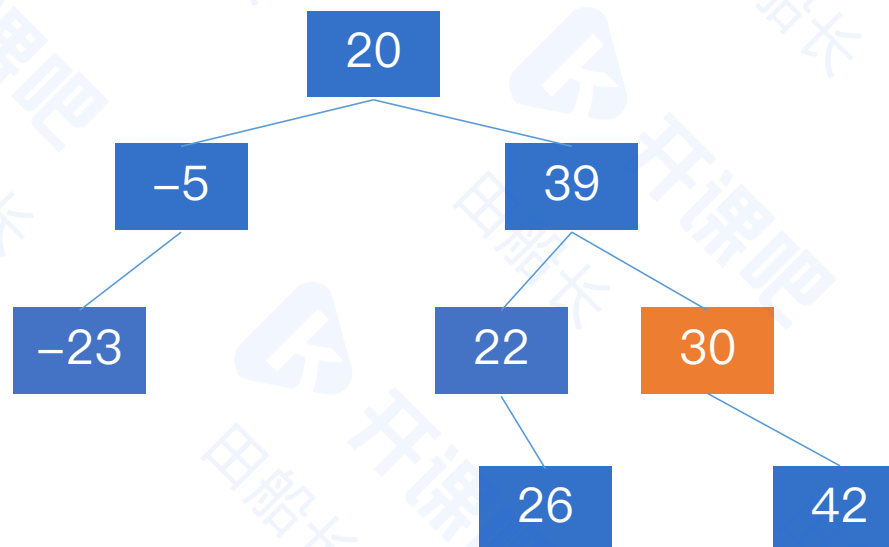
删除元素30



继续删除30

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

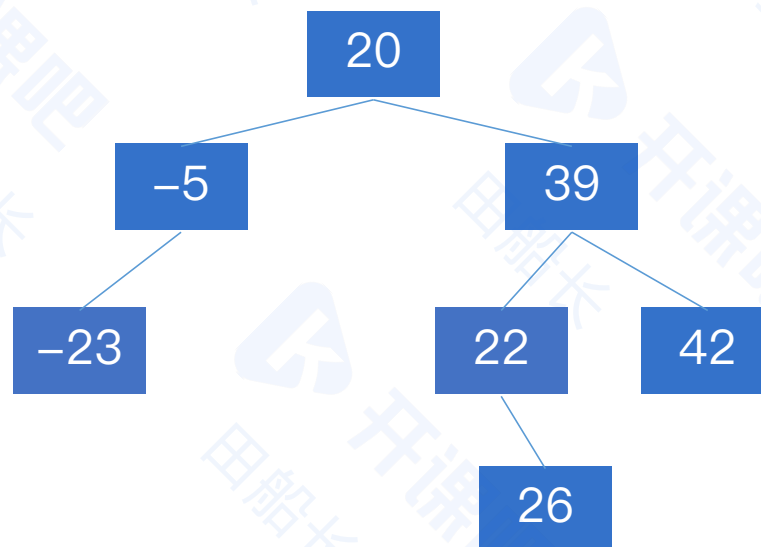
删除元素30



该元素只有右子树  
用其右子树将其替代进行删除

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

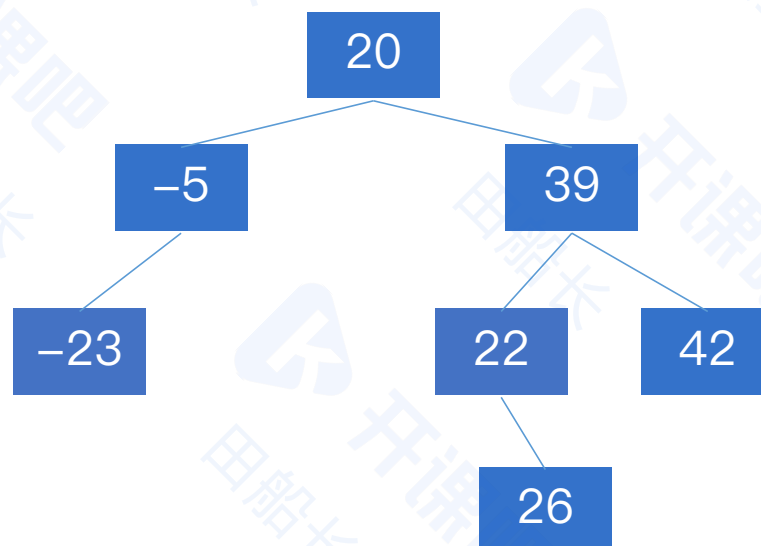
删除元素30



该元素只有右子树  
用其右子树将其替代进行删除

## 二叉排序树（二叉查找树、二叉搜索树、BST）

删除元素30



删除完毕



3

5

10

11

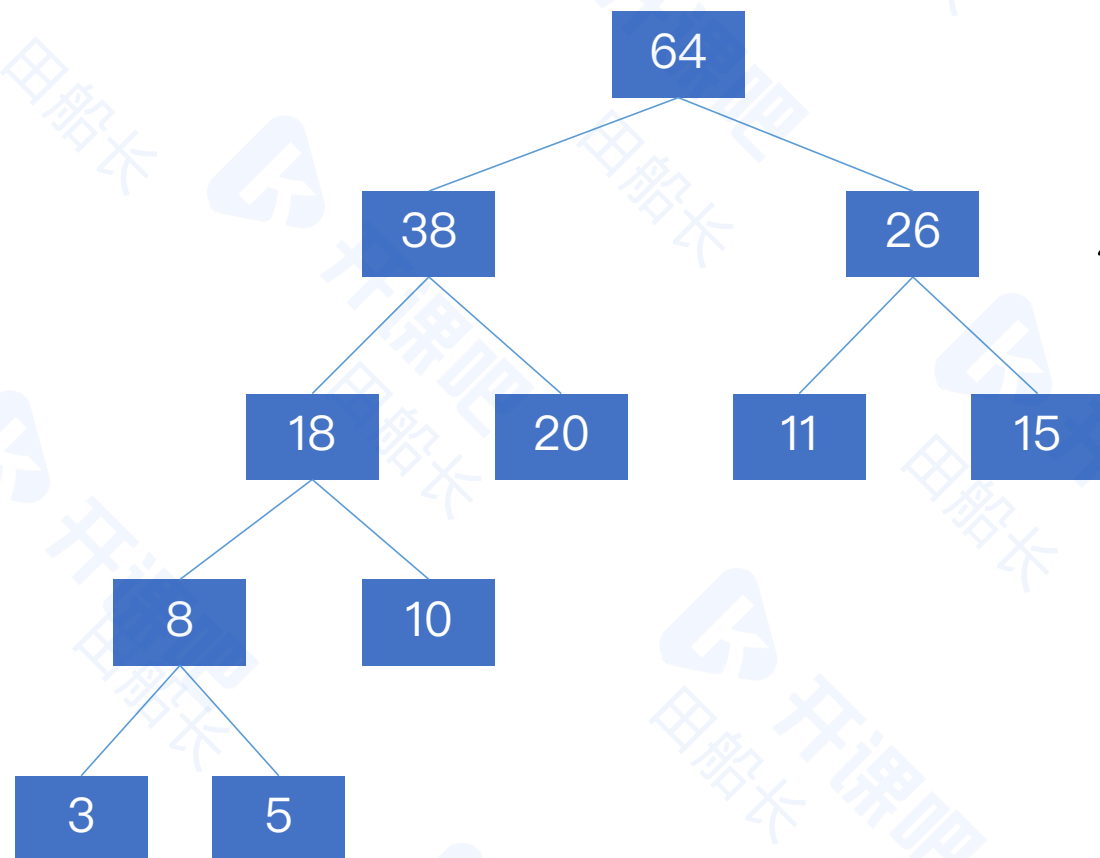
15

20

给定N个权值作为N个叶子结点，构造一棵二叉树  
带权路径长度最小的二叉树称为哈夫曼树

构造方法为，每次选出两个权值最小的结点进行合并  
将合并后的点放回后，重复上述过程  
直到最终剩余一个结点作为树根

# 哈夫曼树



带权路径长度为：

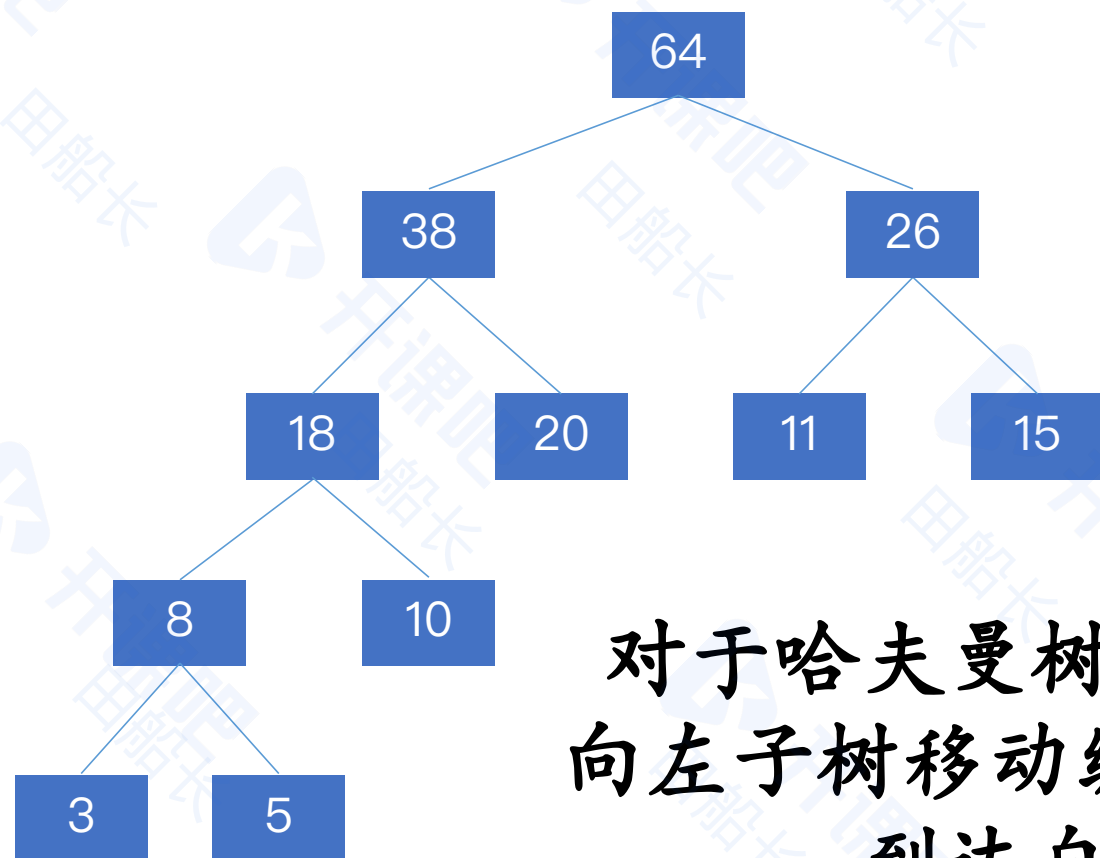
$$15*2+11*2+20*2+10*3+5*4+3*4$$

或

$$64+38+26+18+8$$

上页结点所对应的一棵哈夫曼树

# 哈夫曼编码



15: 11  
 11: 10  
 20: 01  
 10: 001  
 5 : 0001  
 3 : 0000

对于哈夫曼树中的叶子结点，从根节点出发  
 向左子树移动编码为0，向右子树移动编码为1  
 到达自身的所有路径连接起来  
 即为该叶子结点的编码