开课吧

# 优先队列与堆排序

田船长

堆/优先队列是一种数据结构 这里讲解的堆为二叉堆

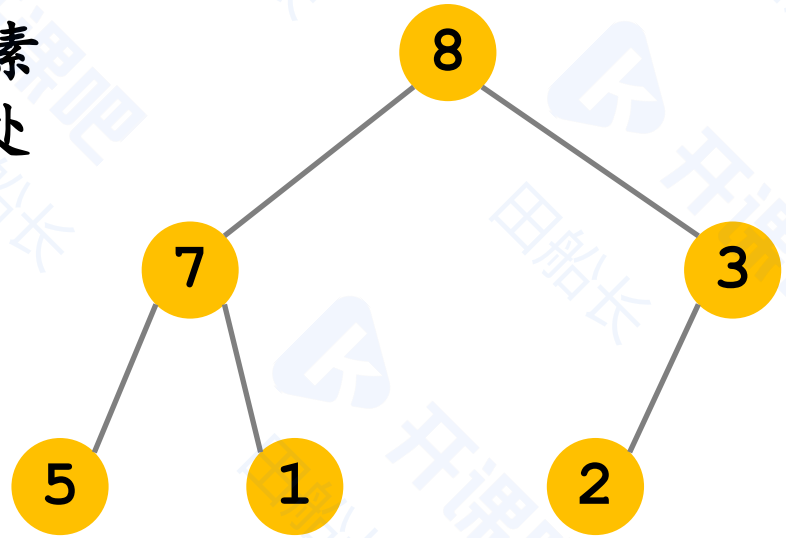
存储时一般使用一维数组模拟完全二叉树

常见的有大顶堆（大数在上）、小顶堆（小数在上）

大顶堆也可以理解为：大数的优先级高

# 堆的性质

大顶堆中的最大元素
在堆顶元素(树根)处
小顶堆同理




大顶堆中任意结点满足，左子树与右子树的值小于（等于）自身

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 3 | 5 | 1 | 2 | | |

# 优先队列的操作

1.插入操作 自下向上进行调整 复杂度O(logN)

2.删除操作 自上向下进行调整 复杂度O(logN)

3.获得堆顶元素 返回树根极值结点 复杂度O(1)

EX.将序列"堆化" 自下向上调整时 复杂度O(N)

# 插入操作（大顶堆）

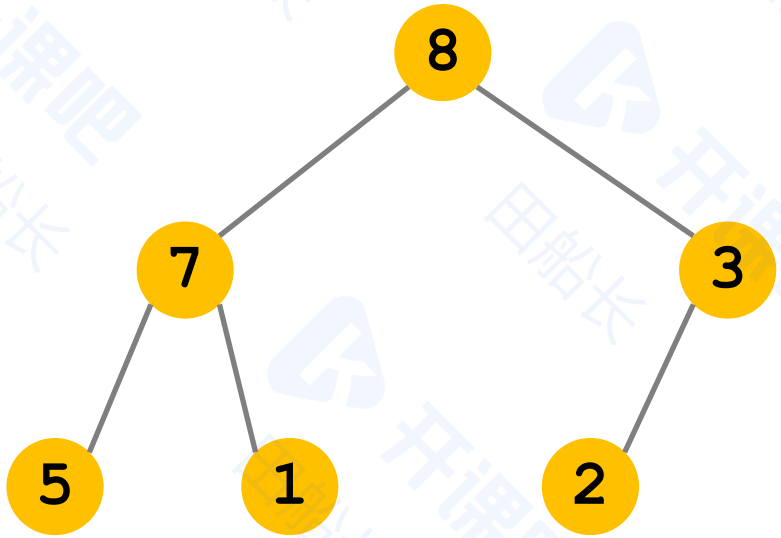
1.将新插入的元素放在后面第一个空位处

2.从插入的元素开始，向上进行比较

3.若下面的元素比上面大，触发交换，继续向上比较

4.若下面的元素没有上面大，调整结束

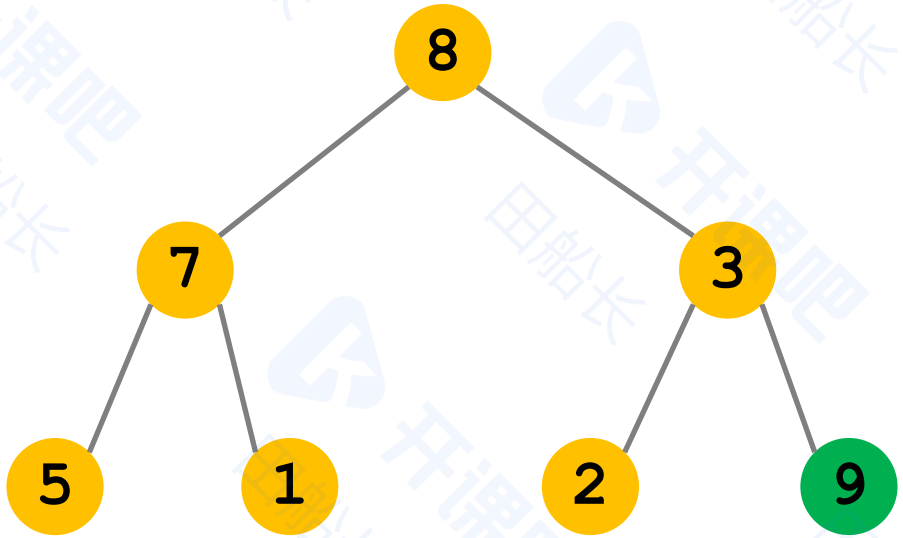
# 插入操作




向堆中插入元素9

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 3 | 5 | 1 | 2 | | |

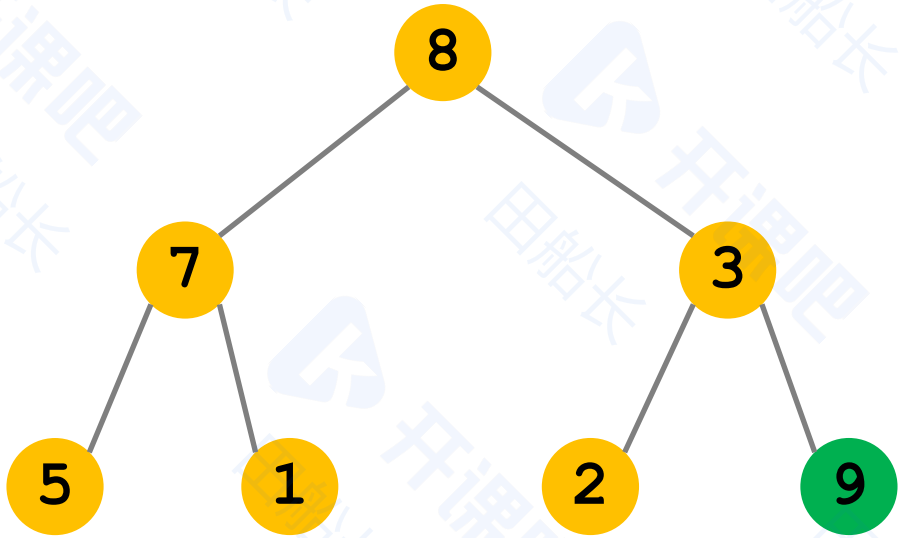
# 插入操作




将元素9放入最后的空位

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 3 | 5 | 1 | 2 | 9 | |

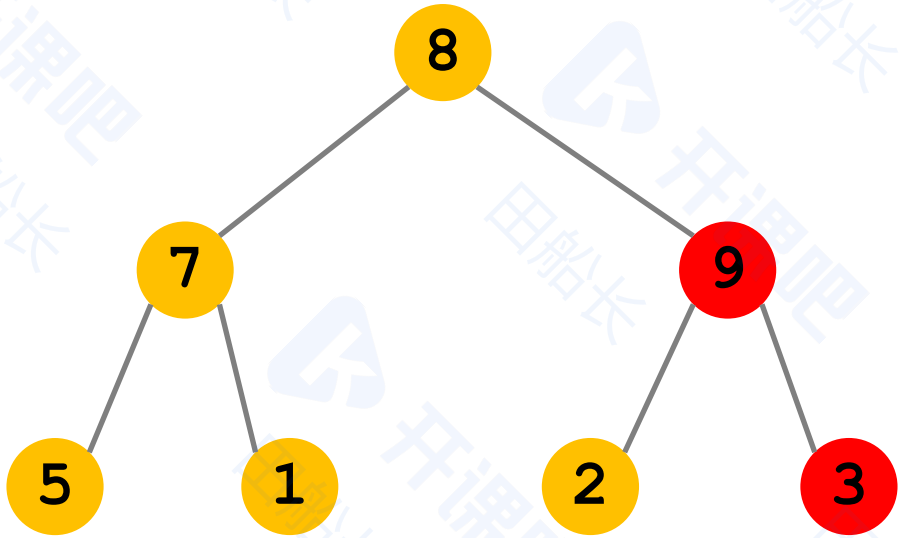
# 插入操作




自下向上进行调整，9比上面的3大，进行交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 3 | 5 | 1 | 2 | 9 | |

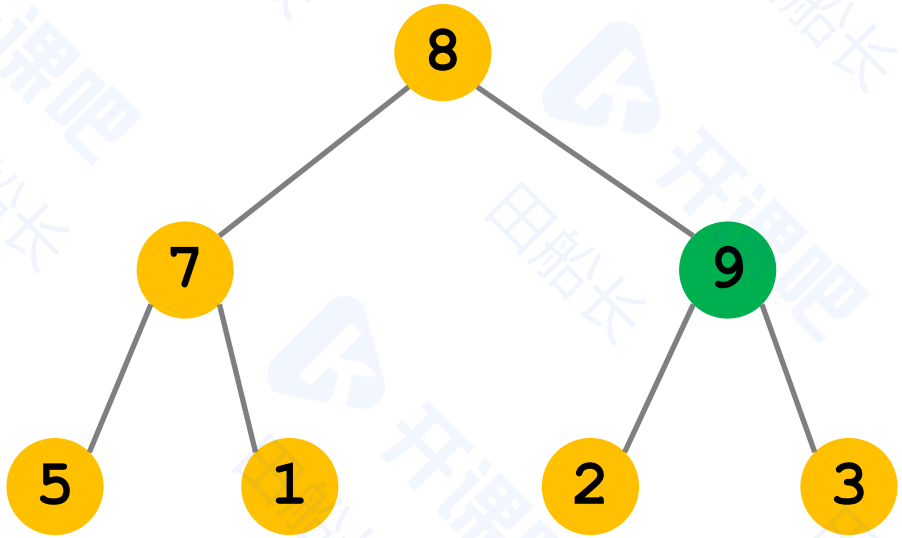
# 插入操作




自下向上进行调整，9比上面的3大，进行交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | **9** | 5 | 1 | 2 | **3** | |

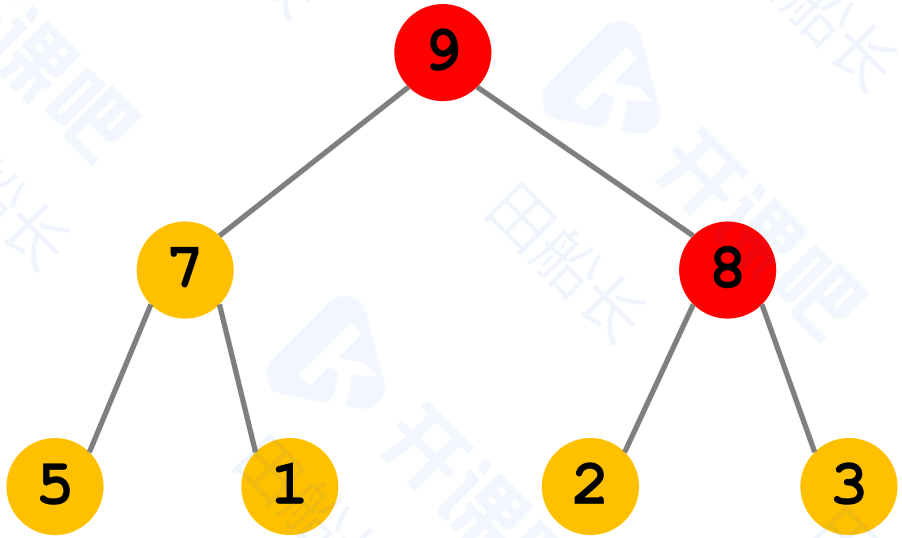
# 插入操作




继续向上进行调整，9比上面的8大，进行交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 9 | 5 | 1 | 2 | 3 | |

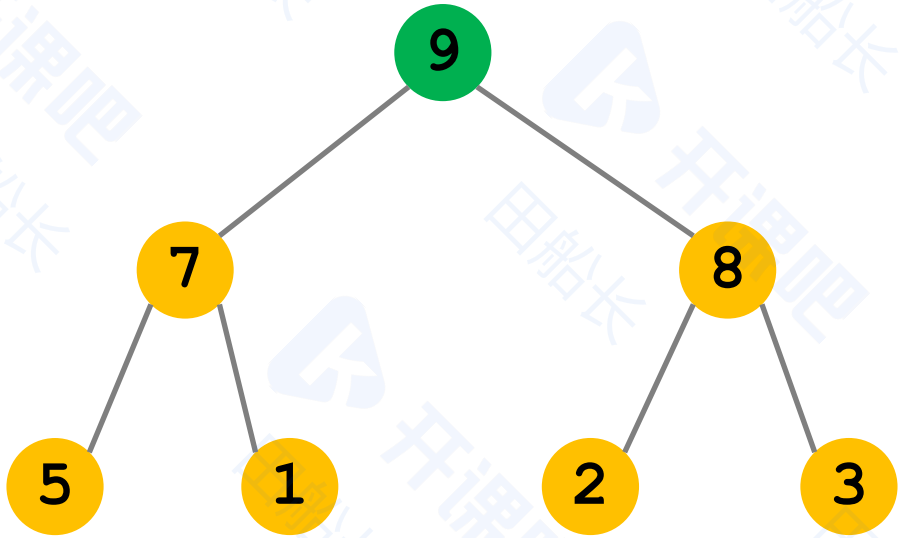
# 插入操作




继续向上进行调整，9比上面的8大，进行交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **9** | 7 | **8** | 5 | 1 | 2 | 3 | |

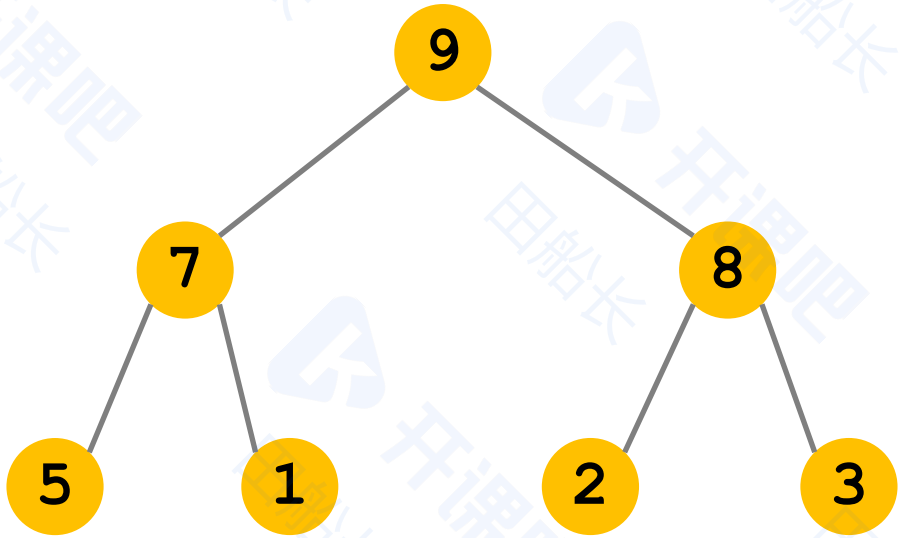
# 插入操作




已到达树根，无法继续向上调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 7 | 8 | 5 | 1 | 2 | 3 | |

# 插入操作




插入调整结束

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 7 | 8 | 5 | 1 | 2 | 3 | |

# 删除操作（大顶堆）

0.注意：删除只能删除堆顶元素

1.将堆顶元素与最后一个元素交换后，将其删除

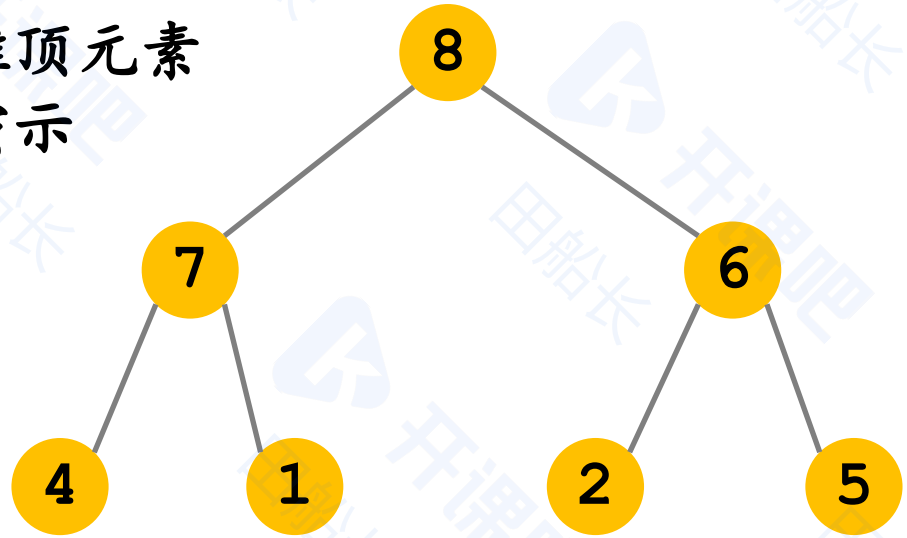
2.从堆顶元素开始向下进行调整，比较与左右子树的大小

3.若子树中有比该结点大的，则触发交换，继续向下调整

4.若子树中没有比该结点大的，调整结束

# 删除操作

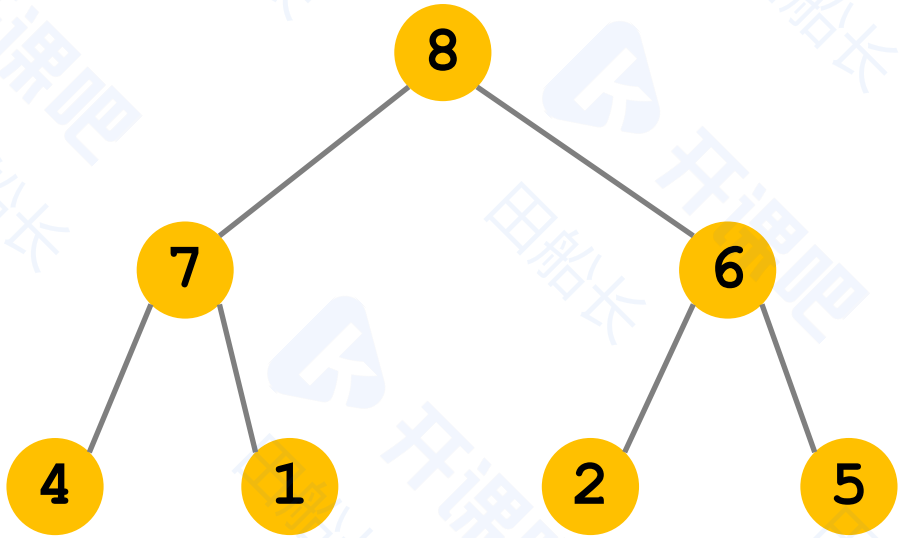
注意删除操作只能删除堆顶元素
这里换了一个新堆演示




删除堆顶元素

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 6 | 4 | 1 | 2 | 5 | |

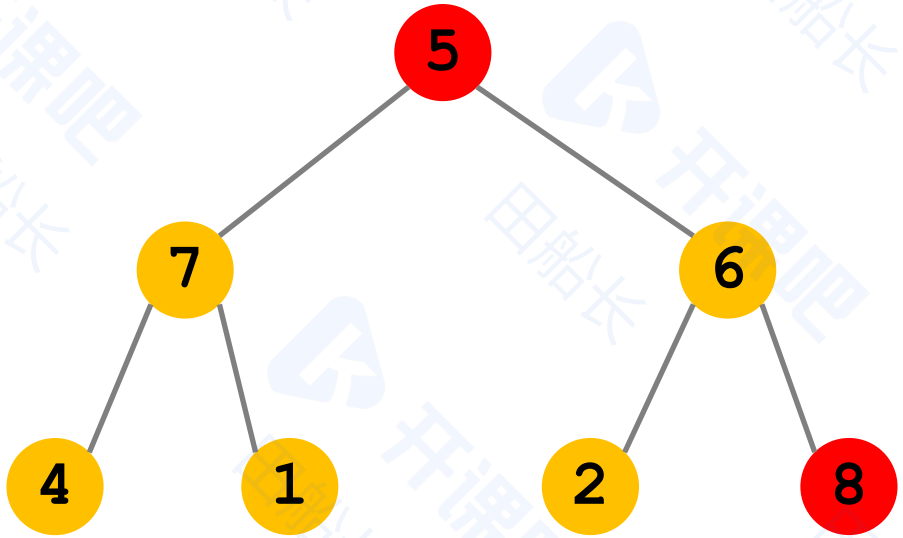
# 删除操作




将堆顶元素与最后一个元素交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 8 | 7 | 6 | 4 | 1 | 2 | 5 | |

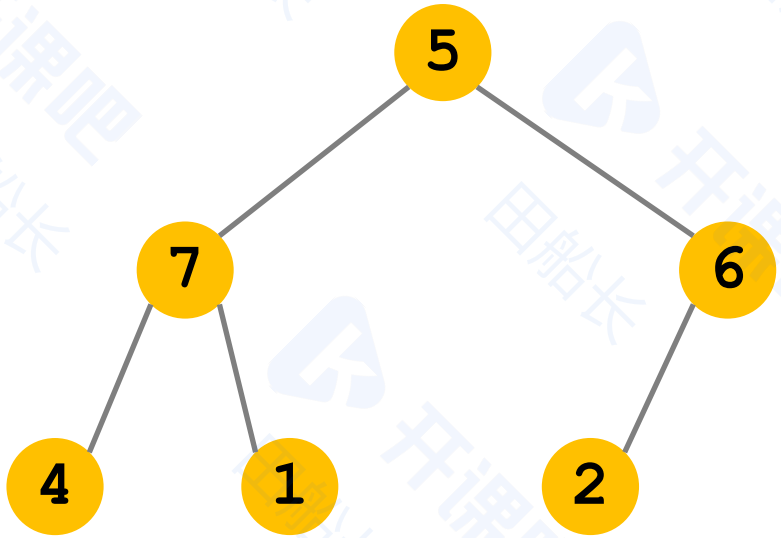
# 删除操作




将堆顶元素与最后一个元素交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **5** | 7 | 6 | 4 | 1 | 2 | **8** | |

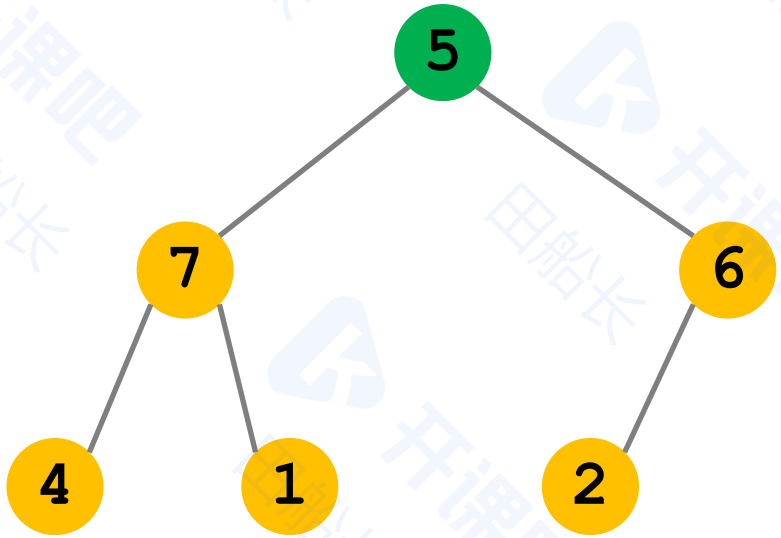
# 删除操作




删除原堆顶元素

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 5 | 7 | 6 | 4 | 1 | 2 | 8 | |

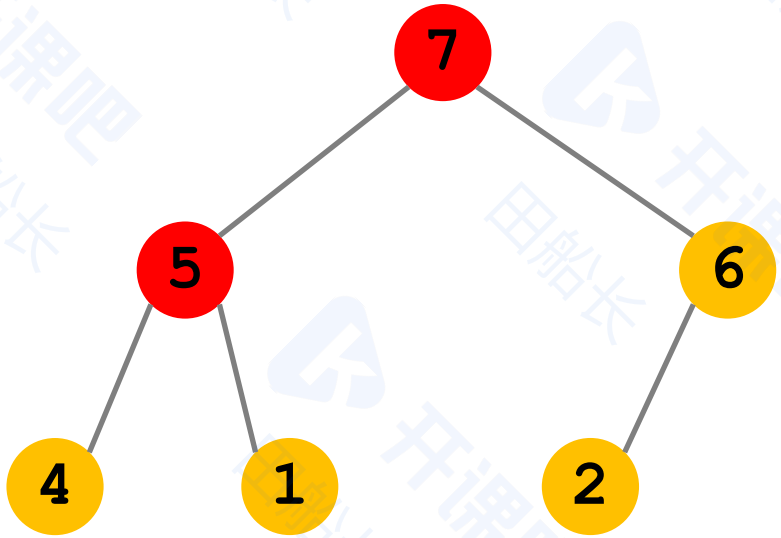
# 删除操作




进行自上向下调整，6比7小，5比7小，5与7交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 5 | 7 | 6 | 4 | 1 | 2 | 8 | |

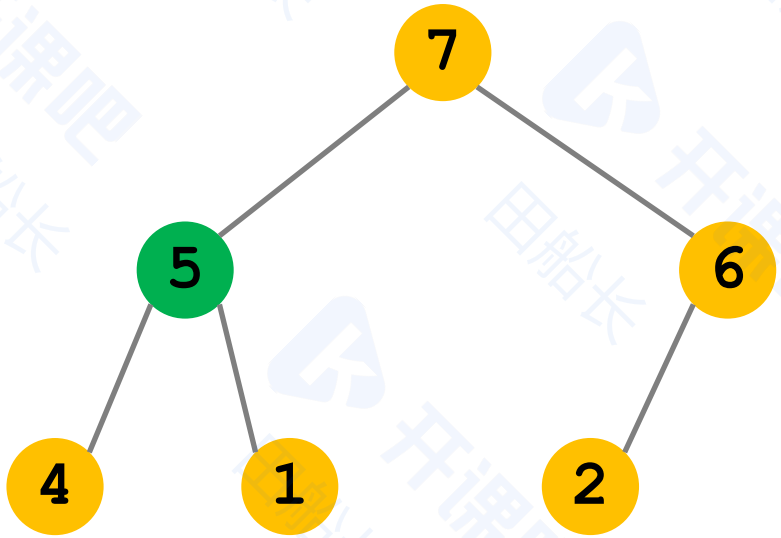
# 删除操作




进行自上向下调整，6比7小，5比7小，5与7交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **7** | **5** | 6 | 4 | 1 | 2 | **8** | |

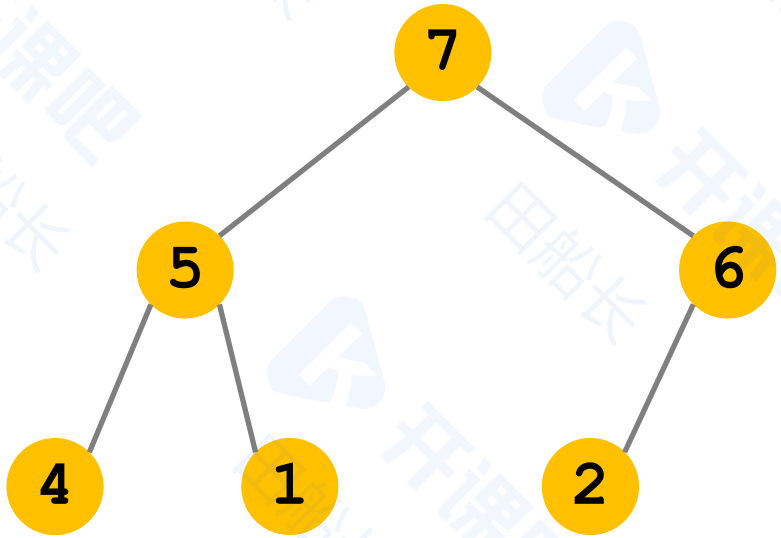
# 删除操作




继续自上向下调整，1比4小，4比5小，没有交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 7 | 5 | 6 | 4 | 1 | 2 | 8 | |

# 删除操作




调整结束

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 7 | 5 | 6 | 4 | 1 | 2 | 8 | |

# 堆化操作（大顶堆，自下向上）

1.从最后一个"三角区"开始调整，检查是否违反堆的性质

2.若不违反，不做操作，继续调整上一个"三角区"

3.若违反，触发交换，并继续向下检查是否违反堆的性质

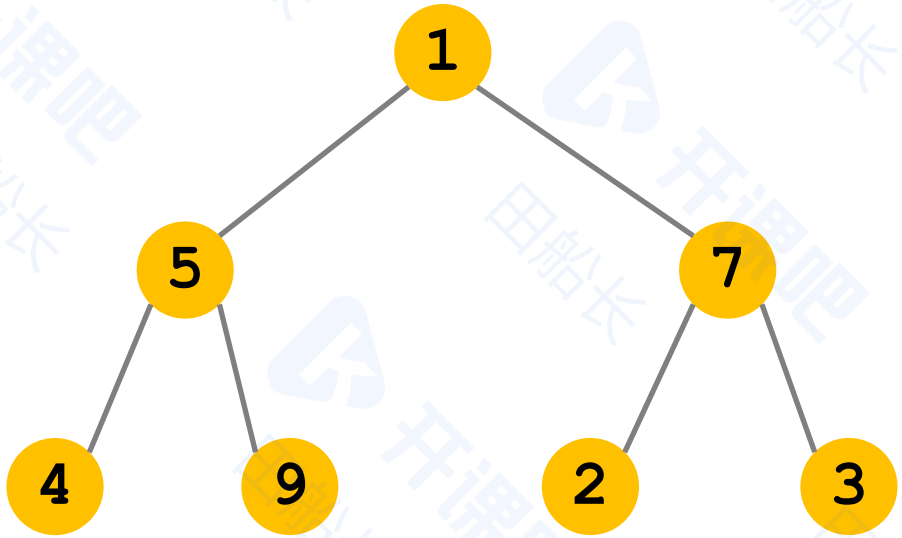
4.调整完最上面的"三角区"（树根）后，调整结束

# 堆化操作

给定一初始序列（数组），将其调整为大顶堆（自下向上）

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

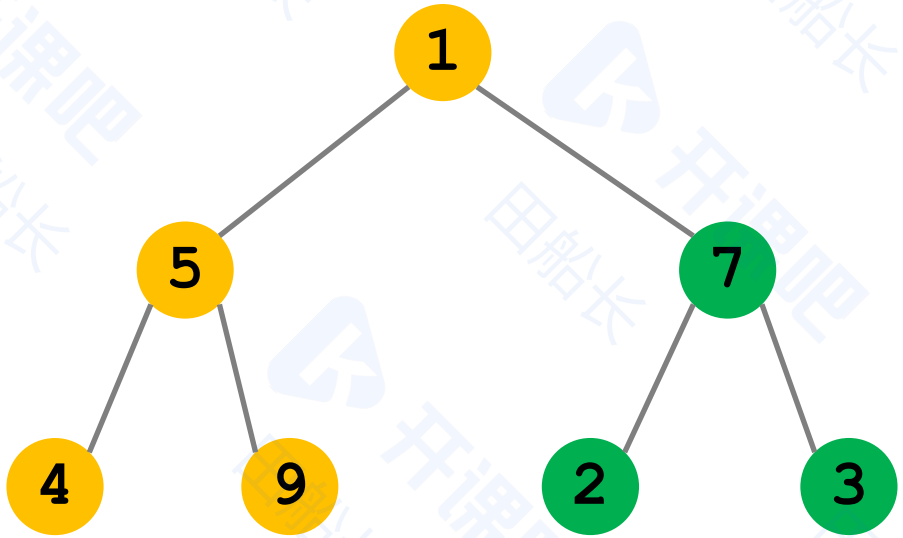
# 堆化操作




先将树形结构画出

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

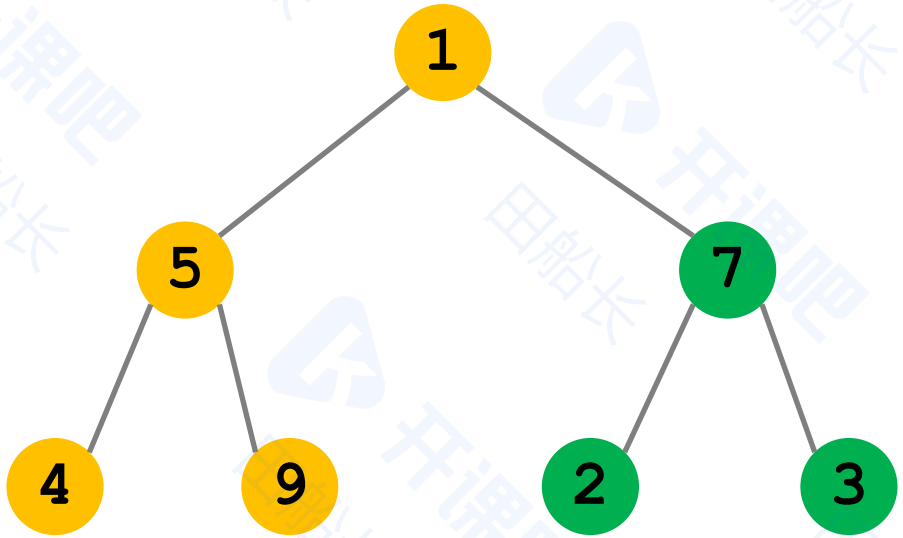
# 堆化操作




从最后一个三角区开始调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

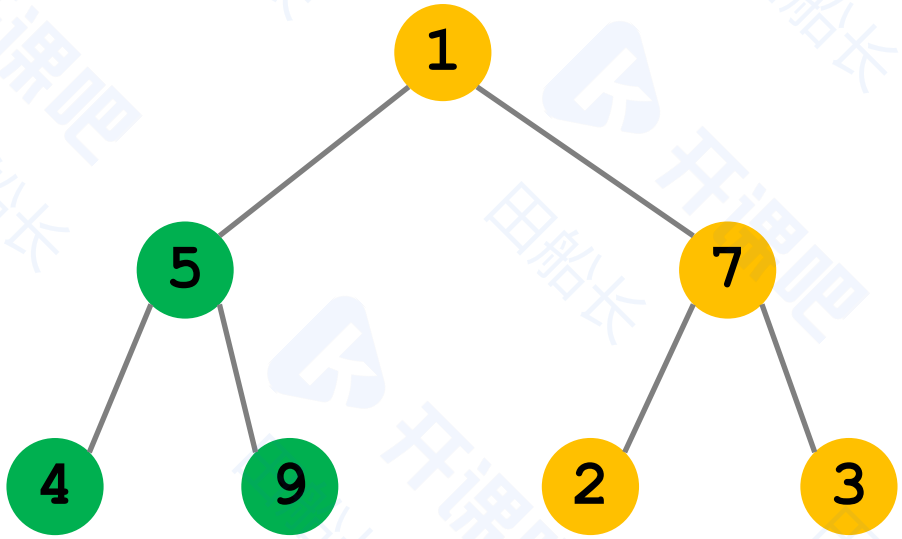
# 堆化操作




7是最大值，无需交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

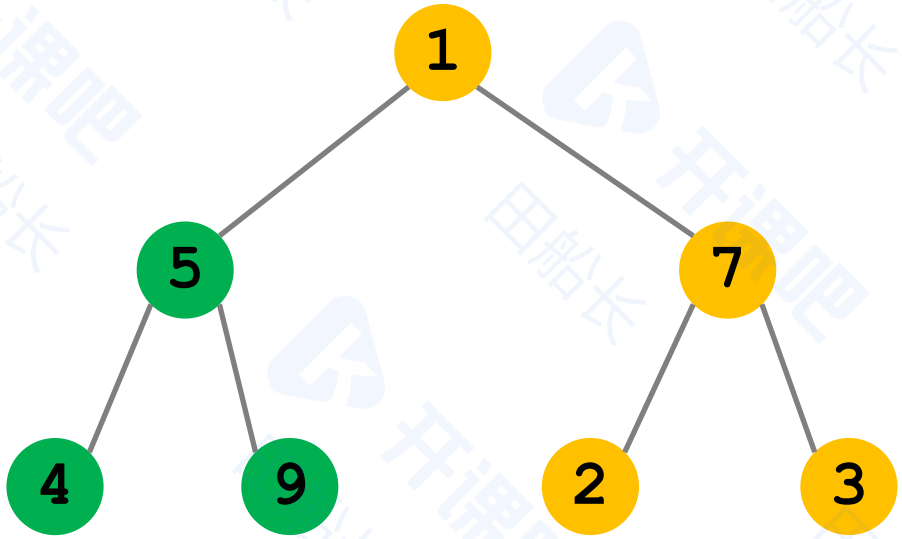
# 堆化操作




调整上一个三角区

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

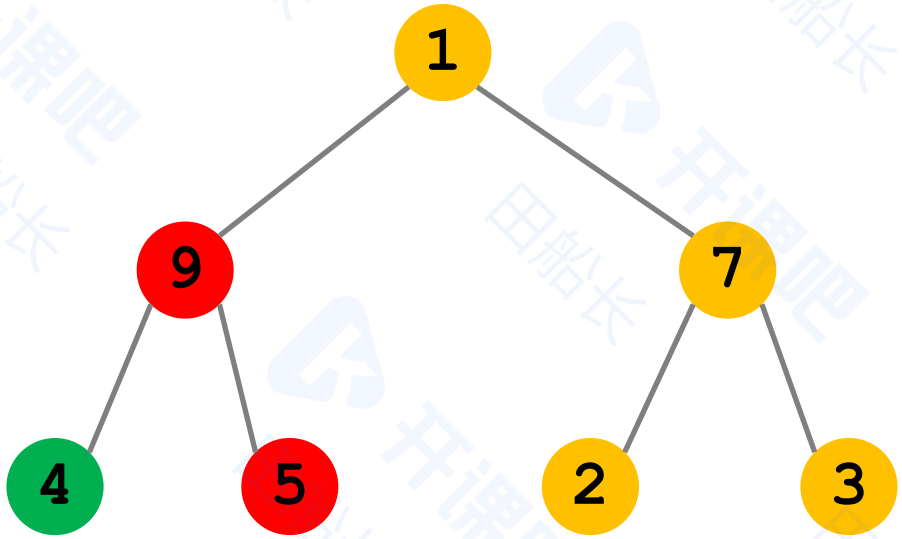
# 堆化操作




9更大，将9与5交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

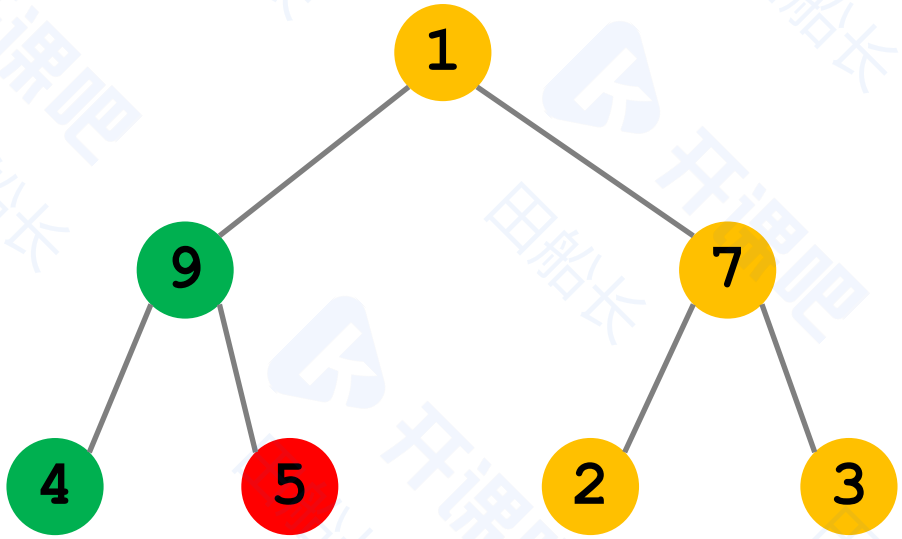
# 堆化操作




9更大，将9与5交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | **9** | 7 | 4 | **5** | 2 | 3 | |

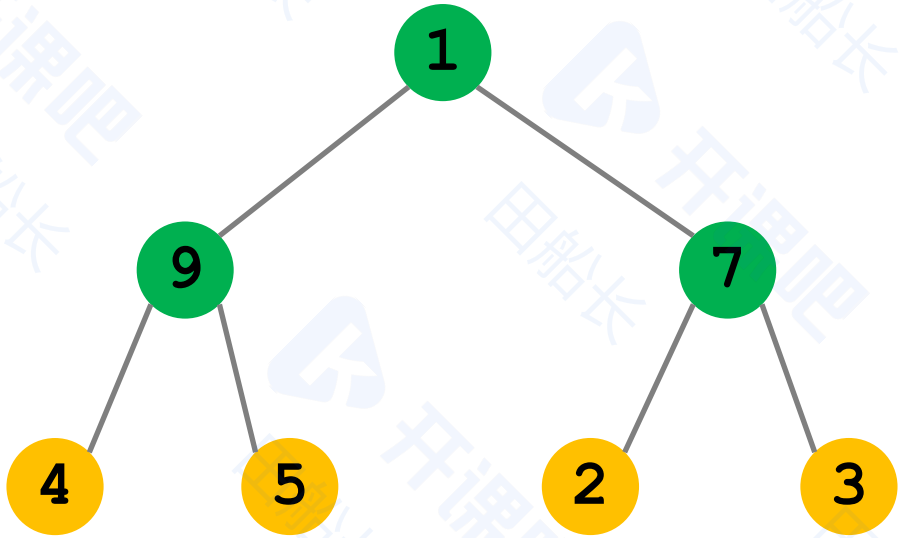
# 堆化操作




5下来，到了叶子结点，调整结束

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 9 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | |

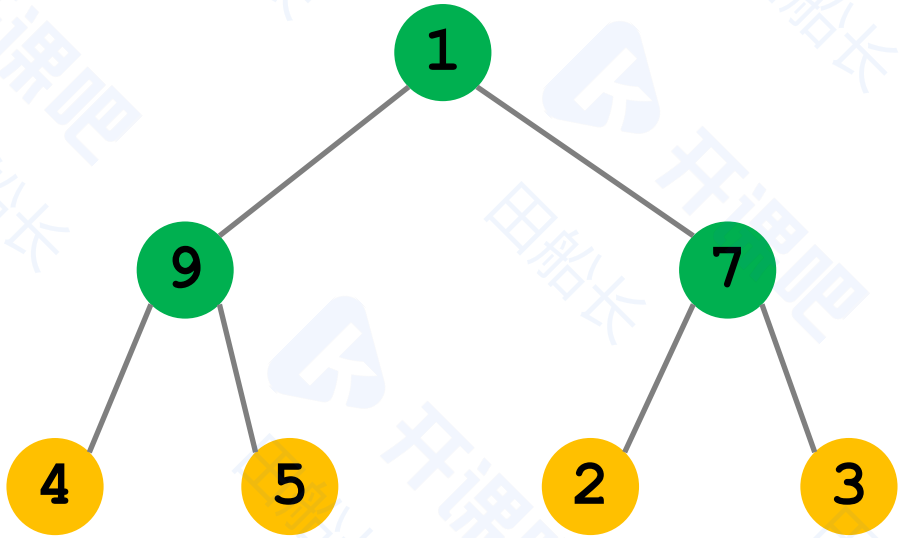
# 堆化操作




继续调整上一个三角区

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 9 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | |

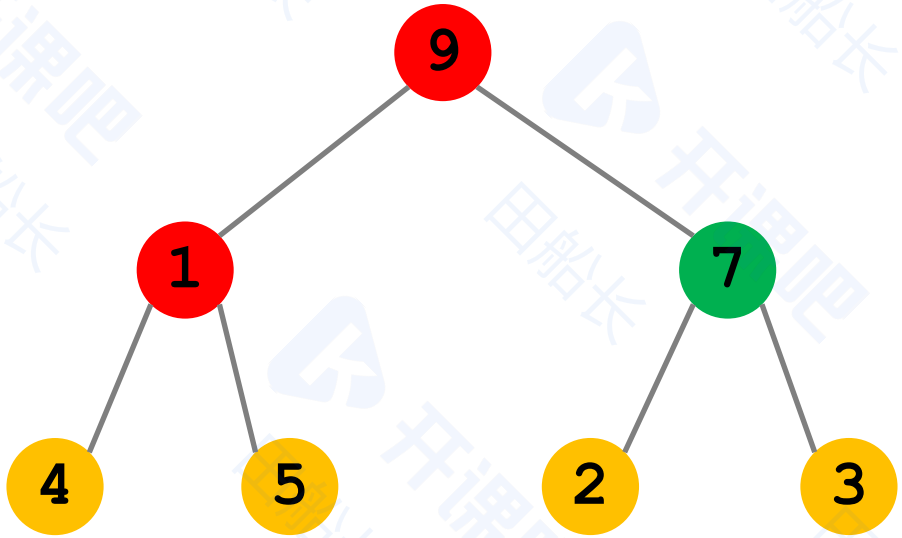
# 堆化操作




9更大，将9与1交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 9 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | |

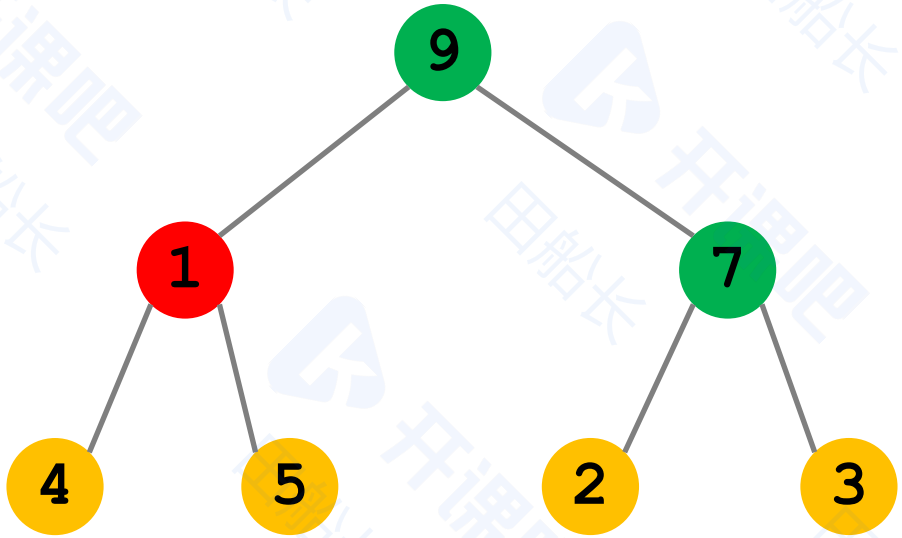
# 堆化操作




9更大，将9与1交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **9** | **1** | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | |

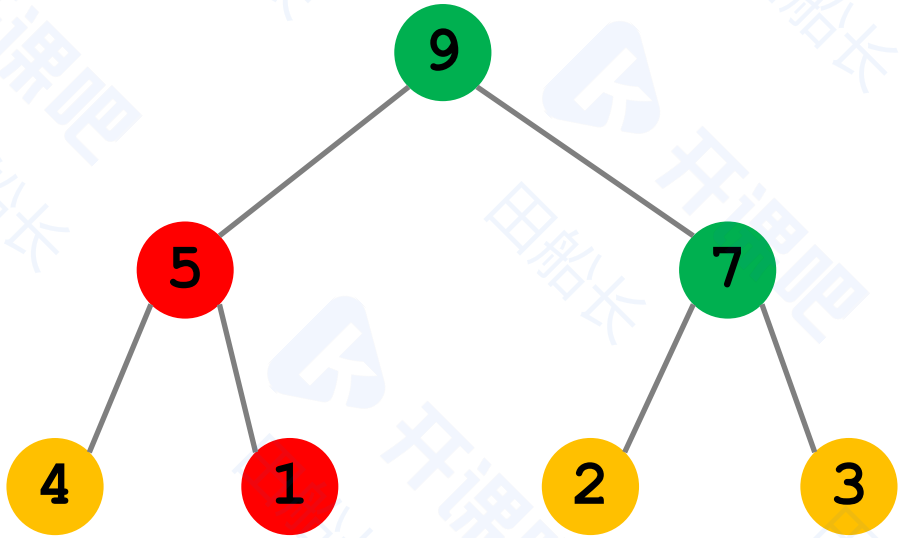
# 堆化操作




继续向下调整，5更大，将5与1交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 1 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 | |

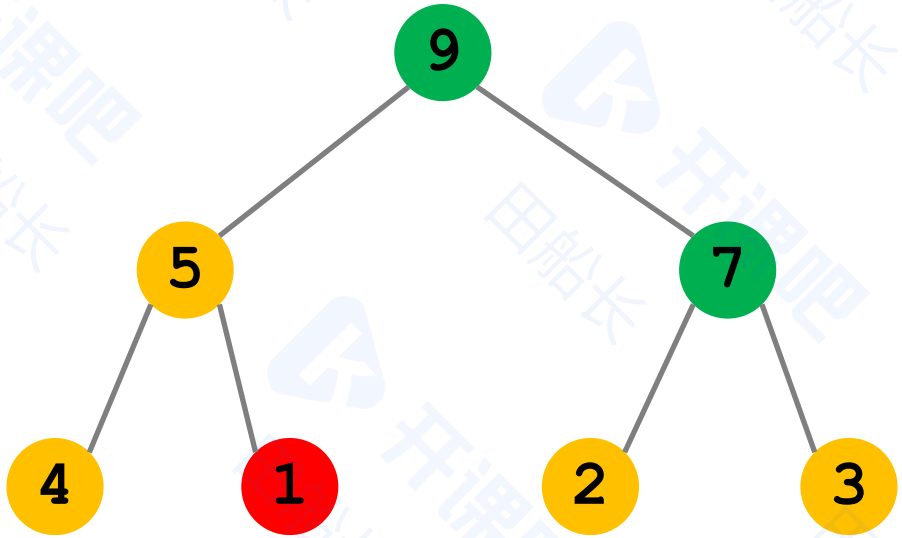
# 堆化操作




继续向下调整，5更大，将5与1交换

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | **5** | 7 | 4 | **1** | 2 | 3 | |

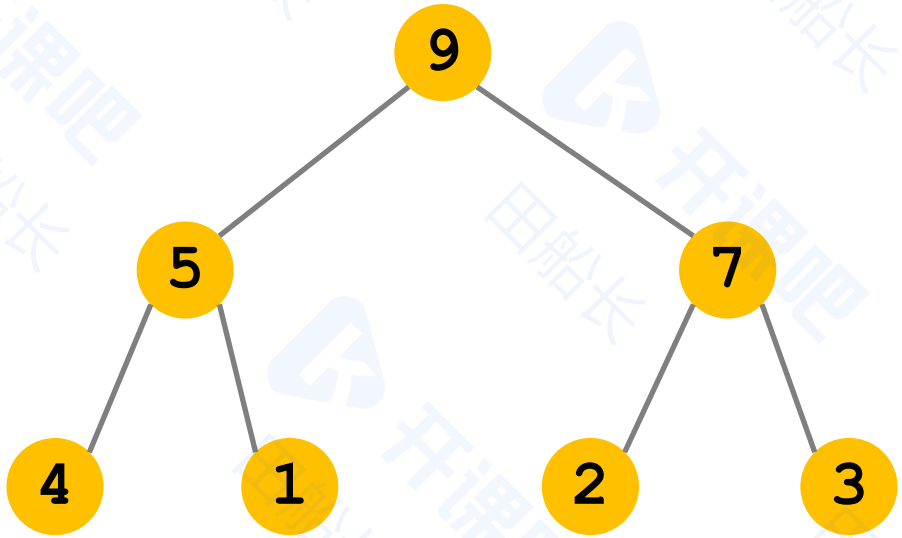
# 堆化操作




1下来，到了叶子结点，调整结束

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | 3 | |

# 堆化操作




树根所在的"三角区"调整完毕，"堆化"完成

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | 3 | |

# 堆排序

0.注意：将序列升序排列用大顶堆，反之同理

1.将序列堆化

2.不断的删除堆顶元素（没有真正删除），并调整

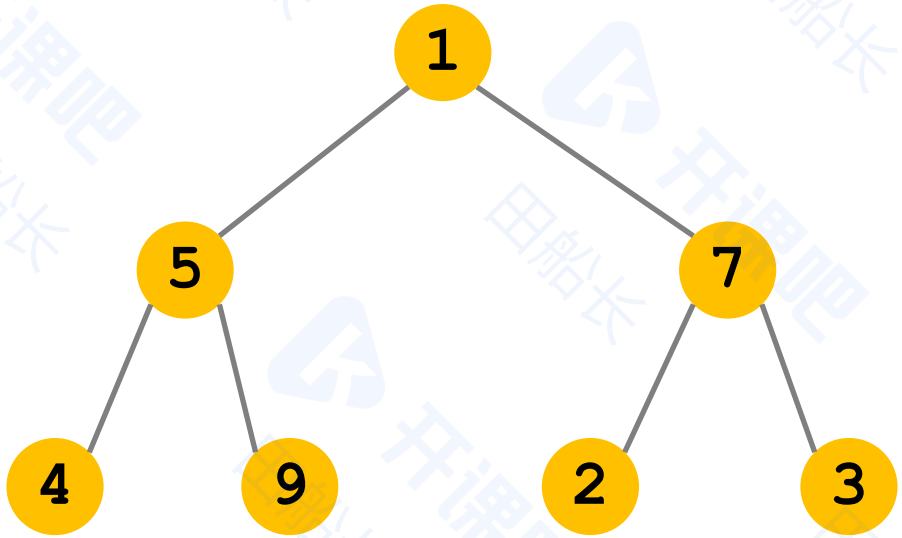
3.将所有元素删除后，序列有序

# 堆排序

给定一初始序列（数组），对其从小到大排序

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

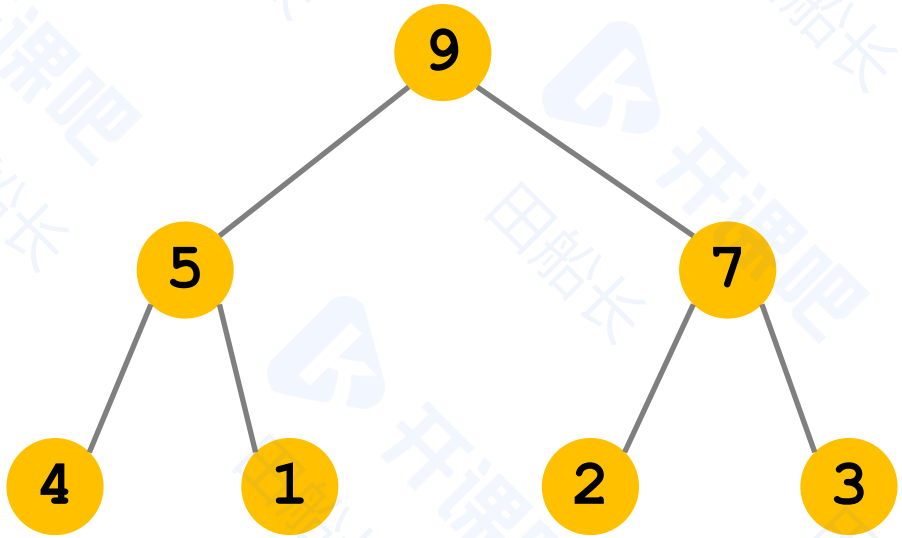
# 堆排序




首先将树形结构画出

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 5 | 7 | 4 | 9 | 2 | 3 | |

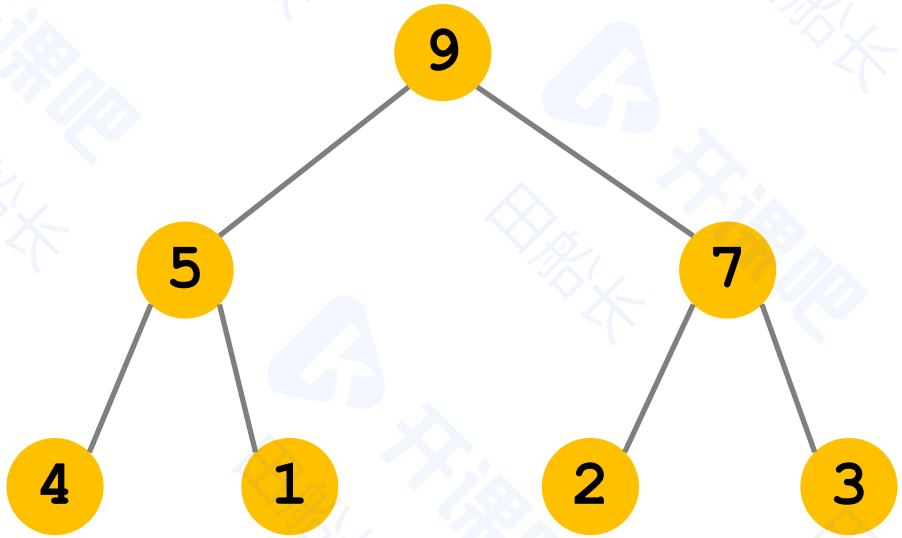
# 堆排序




先通过"堆化"操作，将其调整为大顶堆

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | 3 | |

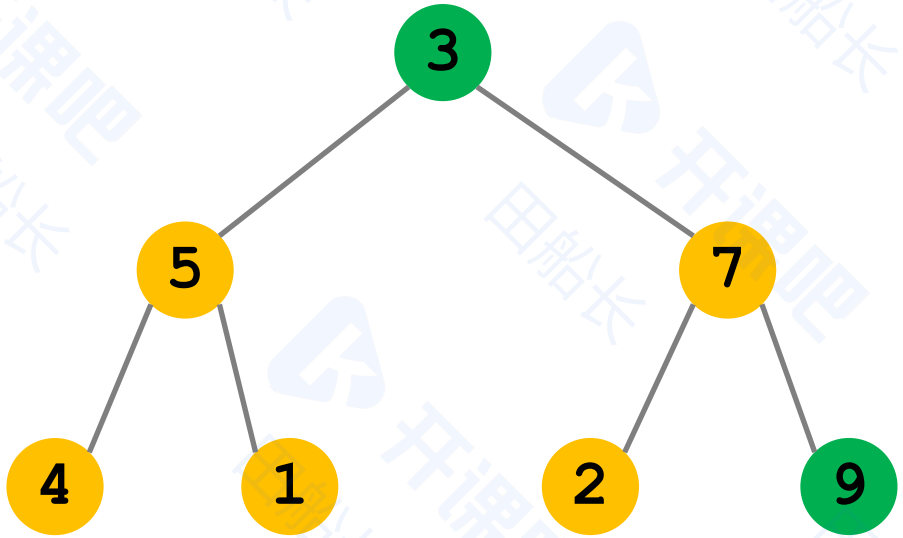
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 9 | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | 3 | |

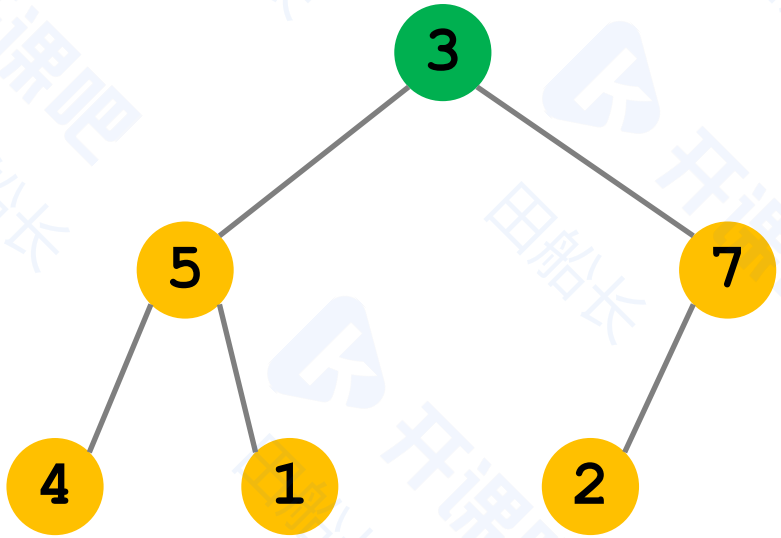
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **3** | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | **9** | |

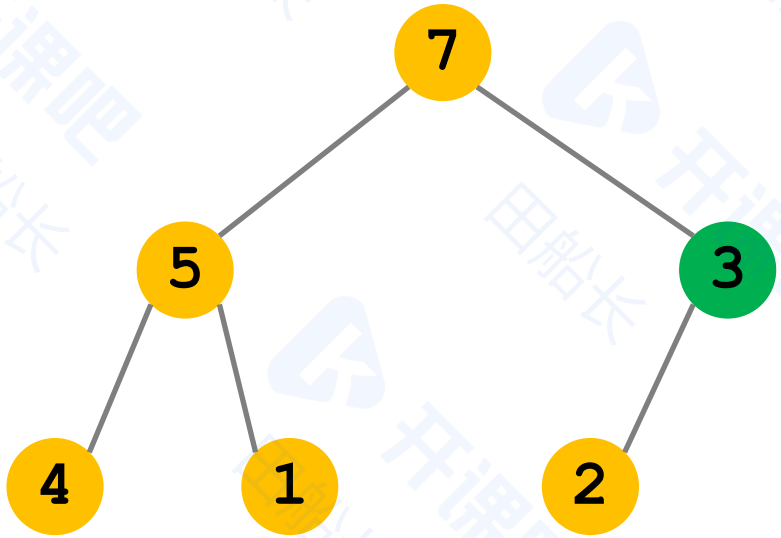
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **3** | 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | **9** | |

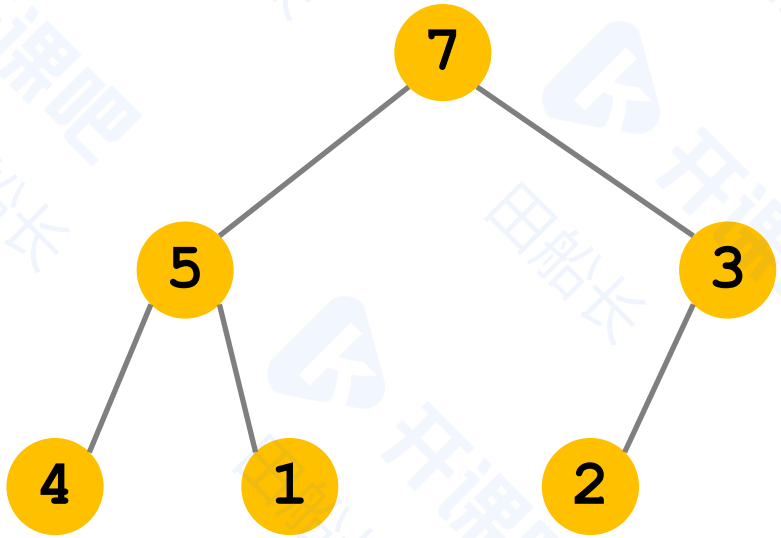
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 7 | 5 | 3 | 4 | 1 | 2 | 9 | |

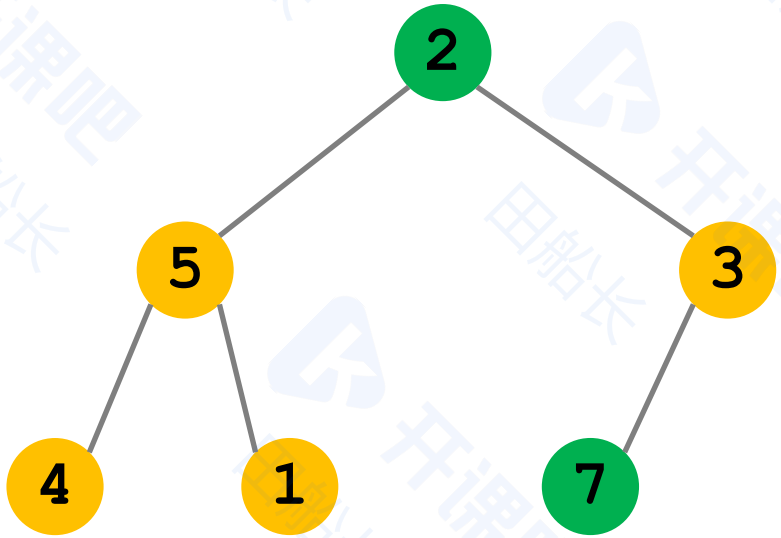
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 7 | 5 | 3 | 4 | 1 | 2 | 9 | |

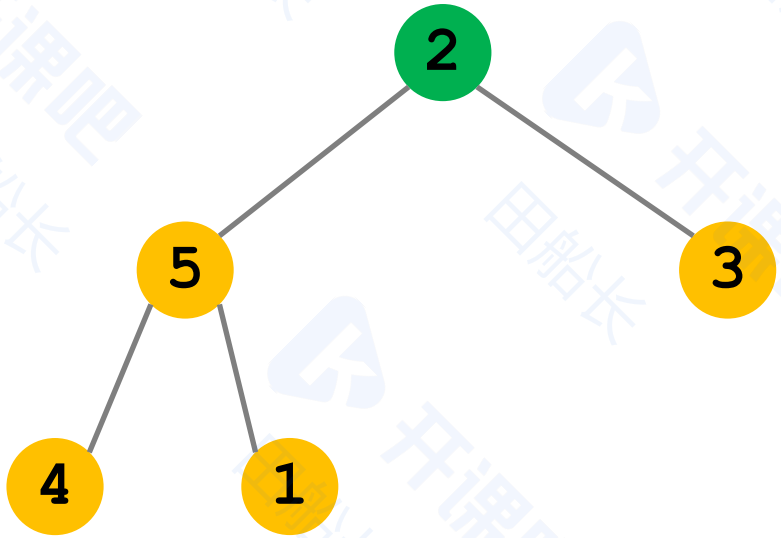
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **2** | 5 | 3 | 4 | 1 | **7** | **9** | |

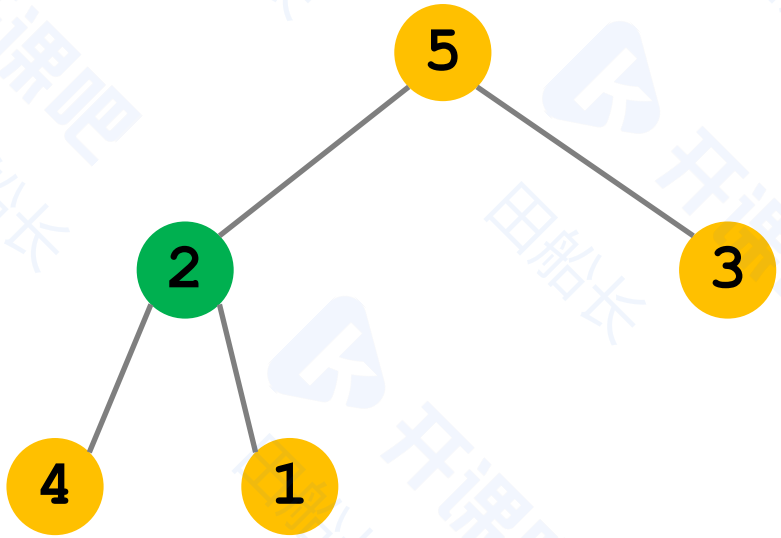
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **2** | 5 | 3 | 4 | 1 | **7** | **9** | |

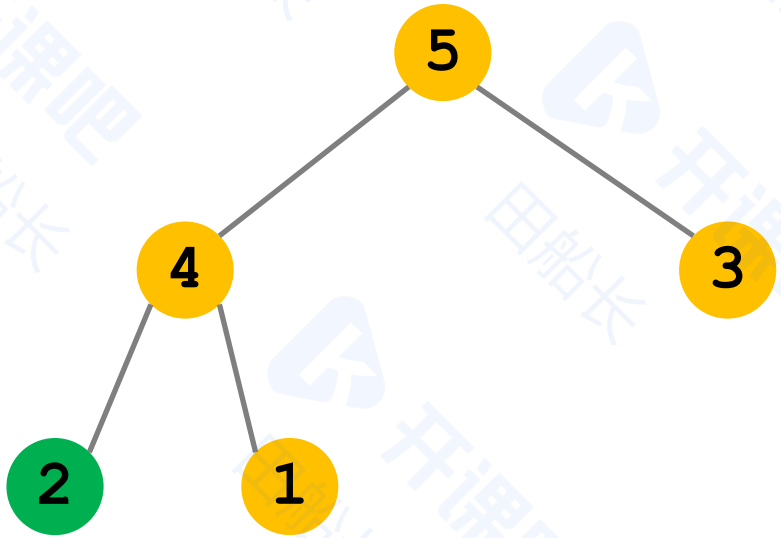
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 7 | 9 | |

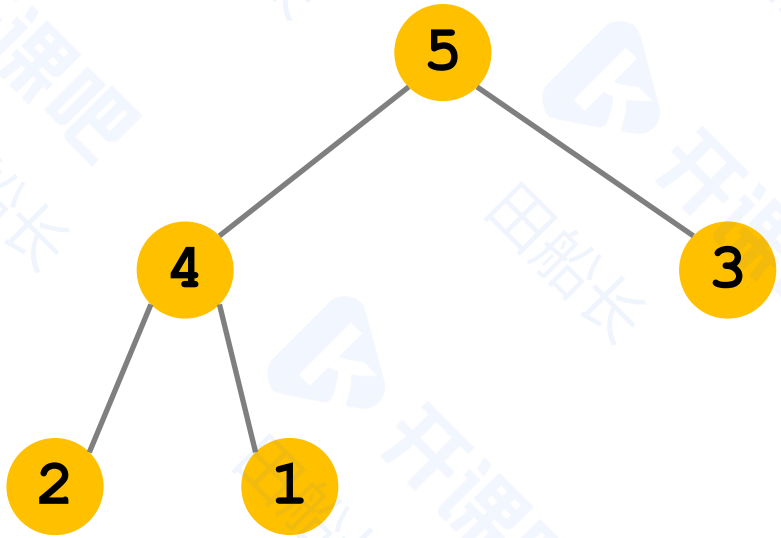
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 7 | 9 | |

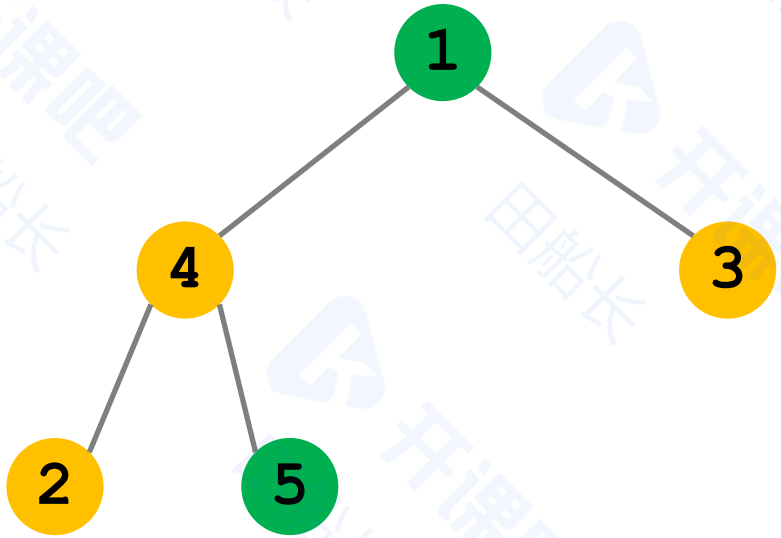
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 7 | 9 | |

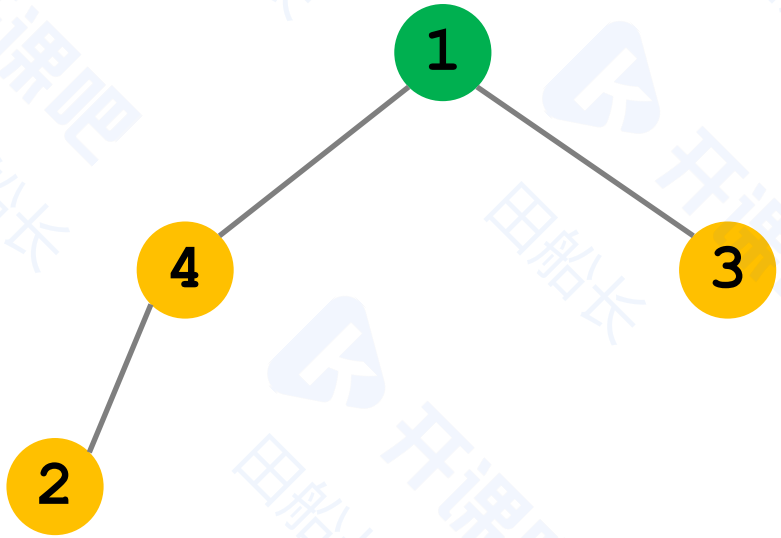
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **1** | 4 | 3 | 2 | **5** | **7** | **9** | |

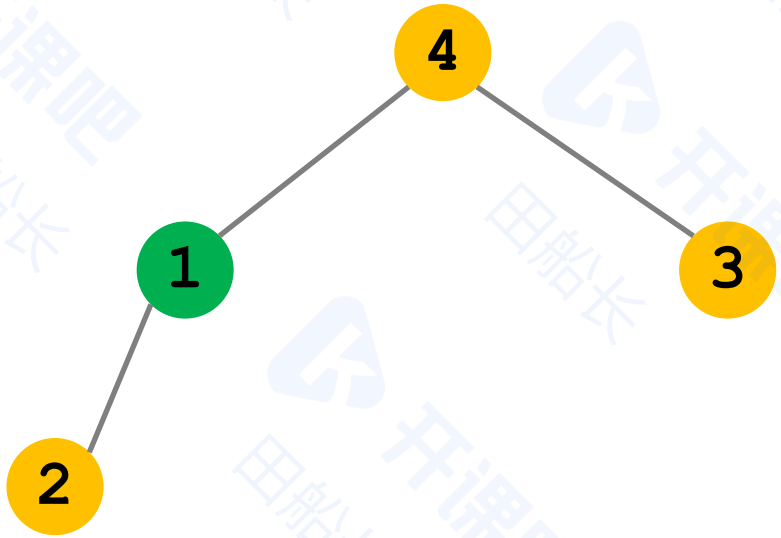
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 7 | 9 | |

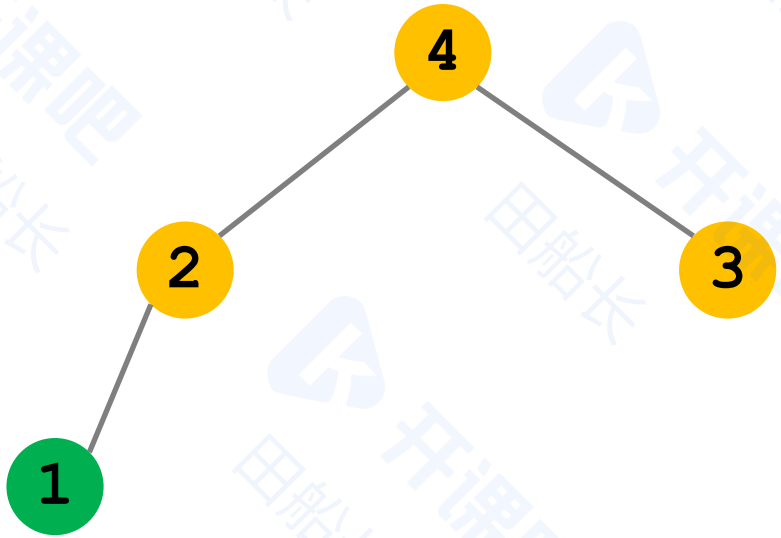
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 4 | 1 | 3 | 2 | 5 | 7 | 9 | |

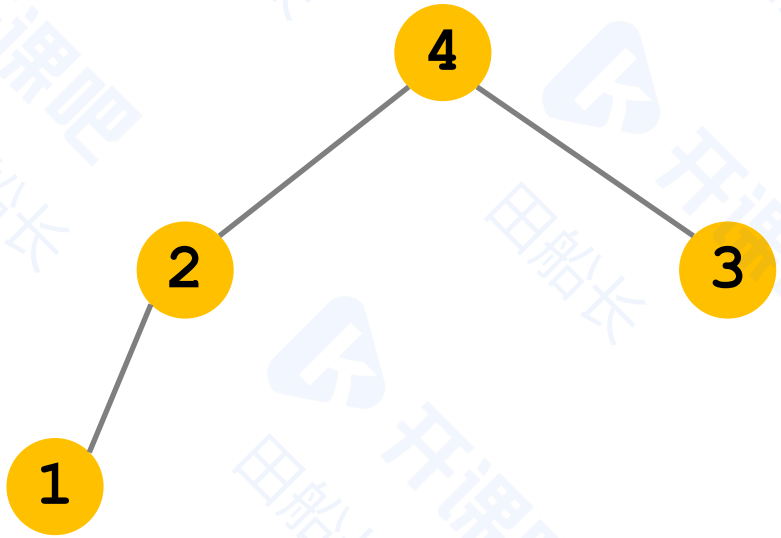
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 4 | 2 | 3 | 1 | 5 | 7 | 9 | |

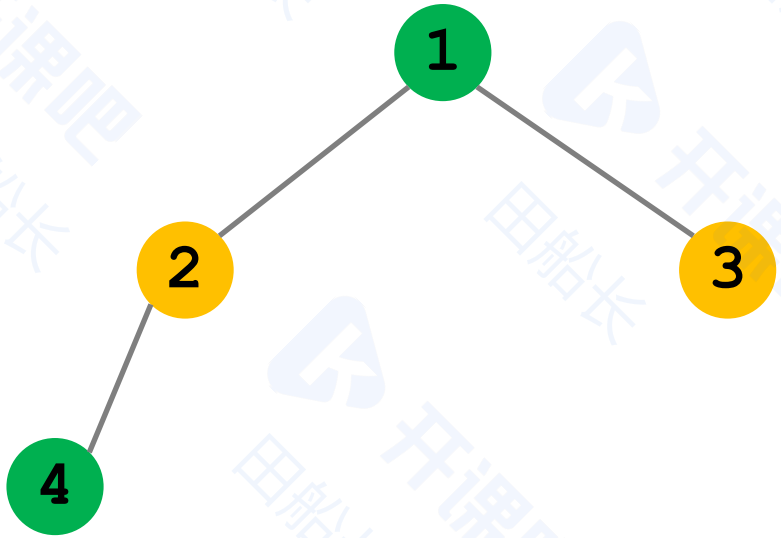
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 4 | 2 | 3 | 1 | 5 | 7 | 9 | |

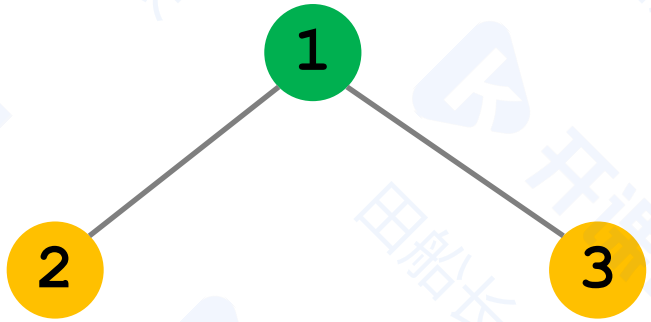
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

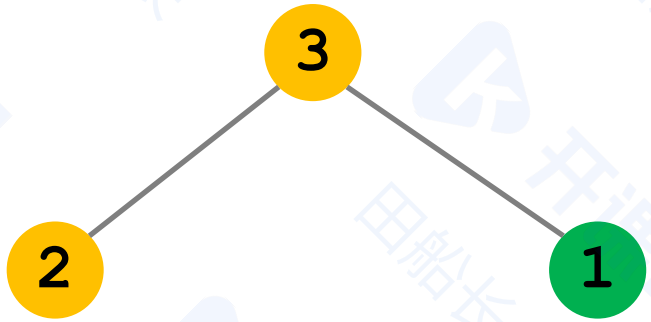
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

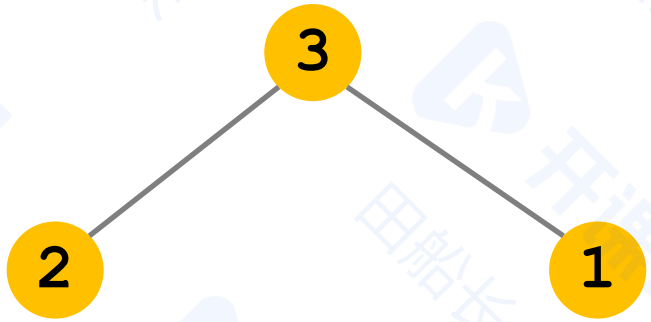
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

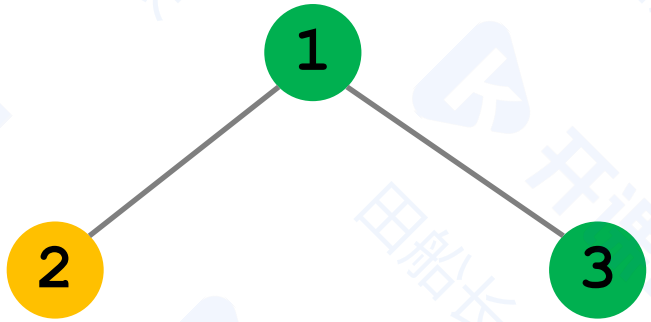
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

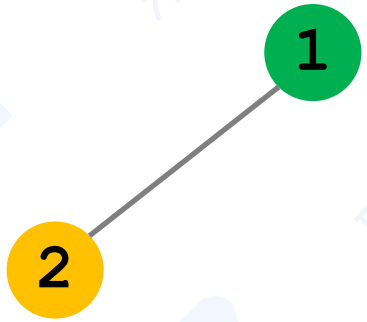
# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

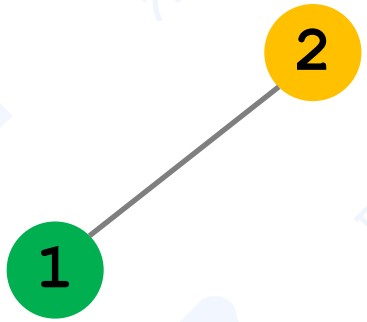
| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

# 堆排序



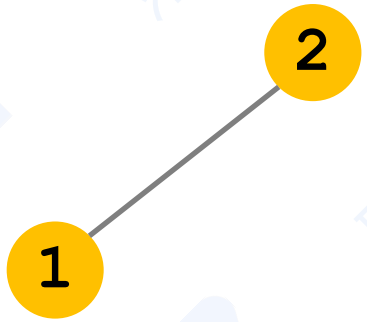

不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |




不断的删除堆顶元素，并进行调整

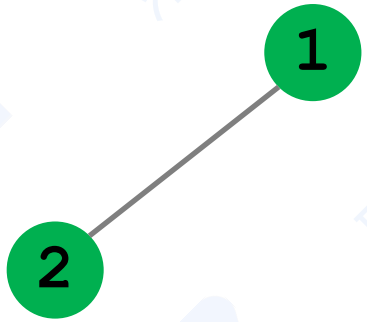
| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

# 堆排序




不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

1

不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

1

不断的删除堆顶元素，并进行调整

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

最终删除所有元素

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | |

整个序列有序，堆排序结束

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **7** | **9** | |

现有这样一个序列，大家试着模拟堆化及堆排序的过程
（堆化的答案在下一页，做完再看下一页）

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | 3 | 1 | 0 | 9 | 6 | 2 | 4 | 8 | 5 | 7 |

堆化后的结果为

| 下标 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 值 | **9** | **8** | **4** | **5** | **7** | **2** | **0** | **1** | **3** | **6** |