Instituto Tecnológico de mexicali

www.itmexicali.edu.mx

Carrera:

Ingeniería Mecatrónica

Materia:

Robótica

Reporte:

Manipulador RoRR: Cinemática Inversa

Alumno:

Salgado Ojeda Carlos Daniel 06/634

Catedratico:

M.C. Armando Valdéz Reyes

Lugar y Fecha:

Mexicali, BC a 6 de Diciembre del 2010

Índice general

1 Cinemática Inversa

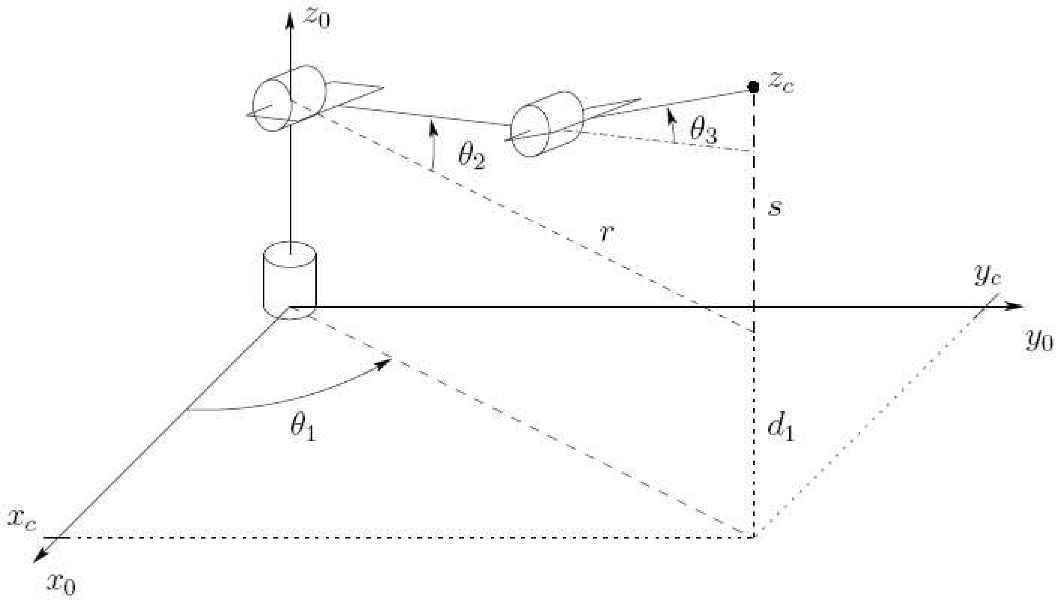
1.1. Introducción

La cinemática inversa busca encontrar los valores de las variables de unión (ya sea una unión prismática ($q = d$) o sea una unión giratoria ($q = \theta$)

1.2. Manipulador RoRR:

Realizar el análisis de cinemática inversa del manipulador de 3 grados de libertad RoRR.

1.2.1. Marcos



1.2.2. Parámetros DH

i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	90	d_1	θ_1*
2	a_2	0	0	θ_2*
3	a_3	0	0	θ_3*

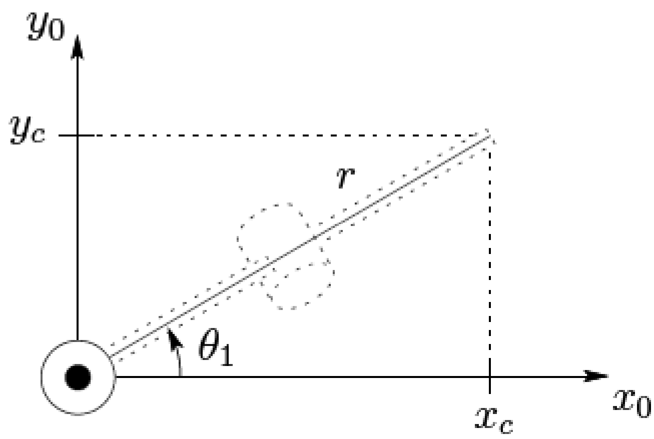
$d_1 = 11.3cm$

$a_2 = 9.7cm$

$a_3 = 15.6cm$

1.2.3. θ_1

Si proyectamos o_c al plano $x_0 - y_0$



De ésta proyección vemos que

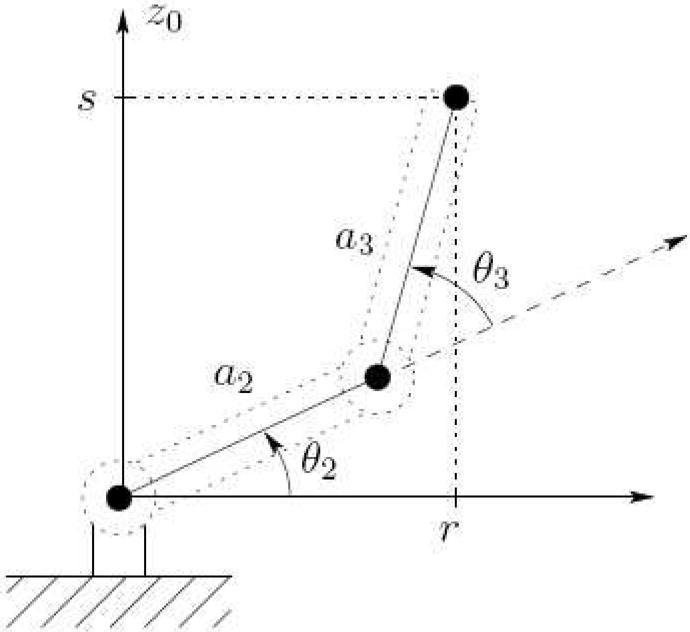
$\theta_1 = atan2(x_c, y_c)$

$atan2(x, y)$ es una función arcotangente de dos argumentos definida por:

$Cos\theta = \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$,$Sen\theta = \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$

1.2.4. θ_2, θ_3

Habiendo obtenido θ_1, se considera el plano formado por las últimas dos uniones, ya que su movimiento es planar, la solución será análoga a la de un manipulador planar de 2 grados de libertad.



Proyección hacia el plano formado por los enlaces 2 y 3.

Se puede aplicar la ley de los consenos para obtener
$Cos\theta_3 = \frac{r^2+s^2-a_2^2-a_3^2}{2a_2a_3} = \frac{x_c^2+y_c^2-d^2+(z_c-d_1)^2-a_2^2-a_3^2}{2a_2a_3} = D$

Ya que $r^2 = x_c^2 + y_c^2 - d^2$ y $s = z_c - d_1$

Entonces, $\theta_3 = atan2(D, \pm\sqrt{1-D^2})$
Las dos soluciones corresponden a las configuraciones de codo arriba y codo abajo, respectivamente.

Similarmente, despejando se llega a lo siguiente:
$\theta_2 = atan2(r,s) - atan2(a_2 + a_3c_3, a_3s_3)$
$\theta_2 = atan2(\sqrt{x_c^2+y_c^2-d_2}, z_c - d_1) - atan2(a_2 + a_3c_3, a_3s_3)$

1.2.5. Conclusión analítica

Éste análisis se puede resumir en las siguientes ecuaciones:

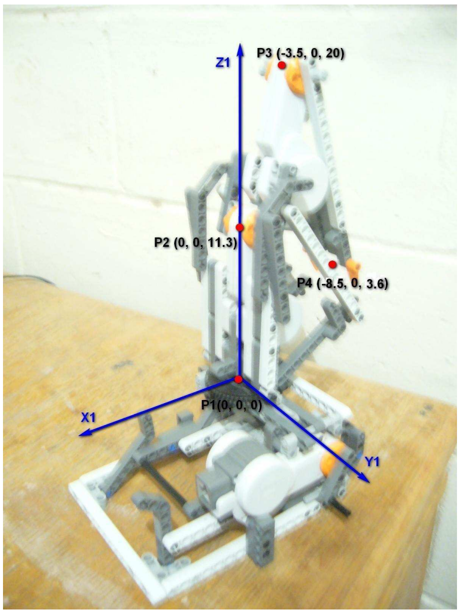
$\theta_1 = atan(\frac{y_c}{x_c})$

$Cos\theta_3 = \frac{x_c^2+y_c^2+(z_c-d_1)^2-a_2^2-a_3^2}{2a_2a_3}$, $\theta_3 = atan(\frac{\pm\sqrt{1-Cos^2\theta_3}}{Cos\theta_3})$

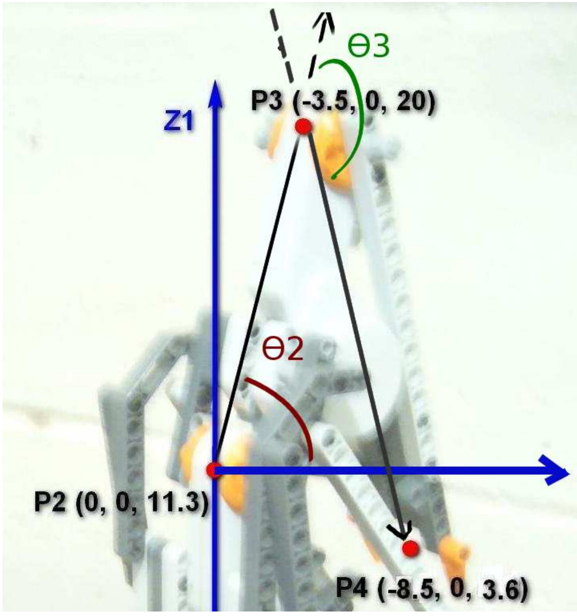
$\theta_2 = atan(\frac{\sqrt{z_c-d1}}{\pm\sqrt{x_c^2+y_c^2}}) - atan(\frac{a_3Sen\theta_3}{a_2+a_3Cos\theta_3})$

1.3. Comprobación

$$o_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8{,}5 \\ 0 \\ 2{,}93 \end{bmatrix}, \ R = \begin{bmatrix} C_1\,[C_{23}] & C_1\,[-S_{23}] & S_1 \\ S_1\,[S_{23}] & S_1\,[-S_{23}] & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix}$$



Posición



Proyección

Teniendo

$x_c = -8{,}5$

$y_c = 0$

$z_c = 2.93$

$a_2 = 9.7cm$

$a_3 = 15.6cm$

$Cos\theta_3 = \frac{x_c^2+y_c^2+(z_c-d_1)^2-a_2^2-a_3^2}{2a_2a_3} = \frac{(-8{,}5)^2+(0)+(2{,}93)^2-(9{,}7)^2-(15{,}6)^2}{2(9{,}7)(15{,}6)} = -0{,}6448$

$\theta_3 = atan(\frac{\pm\sqrt{1-Cos^2\theta_3}}{Cos\theta_3}) = atan(\frac{\sqrt{1-0{,}4158}}{-0{,}8479}) = -0{,}87rads$

$\theta_3 = -49{,}8491^o$, que es recíproco de $130{,}1509^o$

$\theta_2 = atan(\frac{\sqrt{z_c-d_1}}{\pm\sqrt{x_c^2+y_c^2}}) - atan(\frac{a_3Sen\theta_3}{a_2+a_3Cos\theta_3})$

Con signo positivo porque el codo esta hacia arriba.

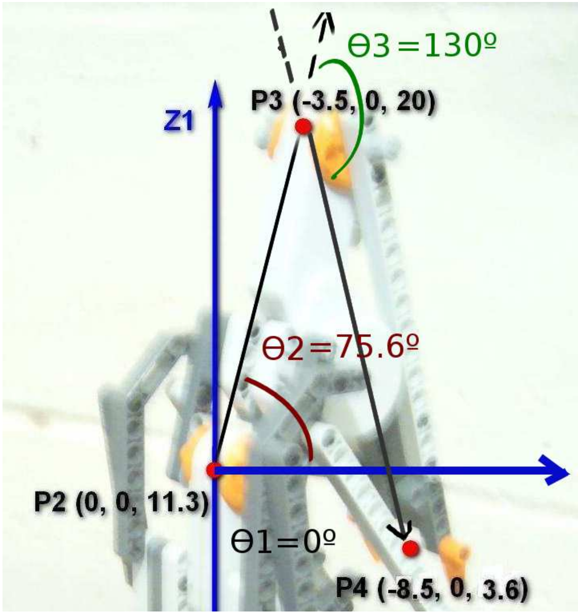
$\theta_2 = atan(\frac{2{,}93}{\sqrt{(-8{,}5)^2-(0)}}) - atan(\frac{(15{,}6)(Sen(147{,}98^o))}{9{,}7+(15{,}6)(Cos(147{,}98^o))} =)$

$\theta_2 = 0.7777 - (-0.5430) = 1.3207rads$

$\underline{\theta_2 = 75.6681^o}$

$\theta_1 = atan(\frac{y_c}{x_c}) = atan(0)$

$\theta_1 = 0^o$



Resultado

1.4. Conclusiones

La cinemática inversa sirve para encontrar las variables de articulación q (en éste caso fué $q = \theta$), se necesita que las variables de articulación sean las únicas incognitas de la tabla DH para poder aplicar los varios métodos que existen, como pueden ser: iterativos, solución a partir de la matriz de transformación homogénea, deseacoplo cinemático, etc.

La cinemática inversa del manipulador RoRR se resolvió utilizando el algoritmo descrito por Spong que es una combinación del desacoplo cinemático y el enfoque geométrico.