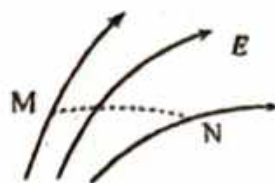


《大学物理(乙) II》

2024-2025学年第一学期期中考试试卷

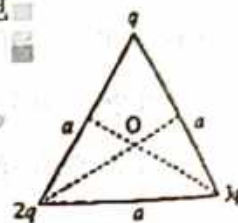
一、选择题.

1. 如图所示为某区域静电场的电场线分布, 在该电场中将一负点电荷从M点移一到N点, 以下关于该过程的描述中正确的是 ()



- A. 电场强度 $E_M > E_N$, 电场力做正功
- B. 电势 $U_M < U_N$, 电场力做负功
- C. 电势能 $W_M < W_N$, 电场力做负功
- D. 负电荷电势能增加, 电场力做正功

2. 如图所示, 边长为 a 的等边三角形的3个顶点上, 放置着3个正的点电荷, 电量分别为 $q, 2q, 3q$, 若将另一正点电荷 Q 从无穷远处移到三角形的中心O处, 外力所做的功为 ()



- A. $\frac{2\sqrt{3}qQ}{4\pi\epsilon_0 a}$
- B. $\frac{4\sqrt{3}qQ}{4\pi\epsilon_0 a}$
- C. $\frac{6\sqrt{3}qQ}{4\pi\epsilon_0 a}$
- D. $\frac{8\sqrt{3}qQ}{4\pi\epsilon_0 a}$

3. 在静电场中, 关于电场强度和电势关系的下列说法中, 正确的是 ()

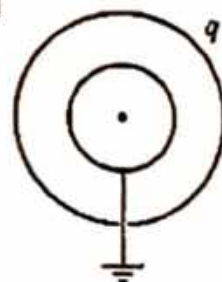
- A. 电场强度 $E = 0$ 的点, 电势也一定为零
- B. 同一条电场线上各点的电势可能相等
- C. 在电场强度相等的空间内, 电势也处处相等
- D. 在电势相等的空间内, 电场强度处处为零

4. 如图所示, 一无限大均匀带电平面附近放置一与之平行的、电中性的无限大导体平板. 已知带电平面的电荷面密度为 σ , 则导体平板两表面1和2的感应电荷面密度为 ()



- A. $\sigma_1 = -\sigma, \sigma_2 = +\sigma$
- B. $\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2}, \sigma_2 = +\frac{\sigma}{2}$
- C. $\sigma_1 = +\sigma, \sigma_2 = -\sigma$
- D. $\sigma_1 = +\frac{\sigma}{2}, \sigma_2 = -\frac{\sigma}{2}$

5. 如图所示, 两同心金属球壳, 它们离地球很远. 如果外球壳上带正电 q , 当内球壳用细导线穿过外球壳上的绝缘小孔与地连接, 则内球壳 ()



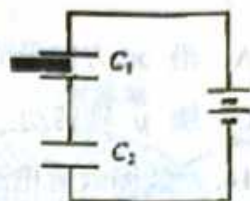
- A. 不带电荷
- B. 带正电荷
- C. 带负电荷
- D. 外表带负电荷, 内表面带等量正电荷

6. 静电平衡时, 关于导体上的电荷分布的下列说法中, 正确的是 ()

- A. 导体所带电荷及感应电荷都分布在导体的表面上

- B. 导体电荷面密度与表面的曲率半径无关
 C. 内部无其它导体的空腔带电导体, 不管它是否处在外电场中, 电荷总是分布在内、外表面上
 D. 导体内场强无法确定

7. 两个完全相同的电容器 C_1 和 C_2 , 串联后与电源连接, 现将一各向同性均匀电介质 (相对磁导率大于 1) 板插入 C_1 中, 如图所示, 则 ()



- A. 电容器组总电容减少
 B. C_1 上的电量大于 C_2 上的电量
 C. C_1 上的电压高于 C_2 上的电压
 D. 电容器组储存的总能量增大

8. 一内外半径分别为 R_1 和 R_2 的同心球形电容器, 其间充满相对介电常数为 ϵ_r 的电介质, 当电容器的带电量为 Q 时, 它的储能为 ()

- A. $W_e = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ B. $W_e = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$
 C. $W_e = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1}$ D. $W_e = \frac{Q^2}{32\pi\epsilon_0\epsilon_r} (R_1 - R_2)$

9. 直径为 2.5 mm 的铝线一端与直径为 1.8 mm 的铜线一端焊接, 导线上通有 1.3 A 的稳恒电流. 若在铜线中, 平均每个原子中有一个自由传导电子, 铜的电阻率为 $1.6 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, 质量密度为 $\rho = 8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 摩尔质量为 $63.5 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$, 则下列描述中正确的是 ()

- A. 铜的单位体积内粒子数为 $n = 8.49 \times 10^{25} / \text{m}^3$
 B. 铜线内电子的漂移速度为 $9.13 \times 10^{-6} \text{ m/s}$
 C. 铜线的电流密度为 12.8 A/cm^2
 D. 铝线的电流密度为 26.5 A/cm^2

10. 一半径为 R 的无限长直铜导线, 载有电流 I , 电流均匀分布在导线的横截面上. 在导线内部通过中心轴作一横切面 S (如图所示), 则通过横切面 S 上沿轴线每单位长度的磁通量 Φ_m 为 ()



- A. $\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$ B. $\frac{\mu_0 J}{4\pi}$ C. $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ D. $\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}$

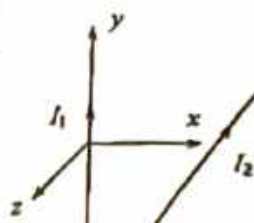
11. 下列关于稳恒磁场中安培环路定理的表述中, 正确的是 ()

- A. 若 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, 则在回路 L 上 B 必定处处为零
 B. 若 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, 则回路 L 必定不包围电流
 C. 若 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, 则回路 L 所包围电流的代数和必为零
 D. 回路 L 上各点的 B 仅与回路 L 包围的电流有关

12. 玻尔的氢原子理论认为, 氢原子处于基态时, 它的电子可看作在直径为 $1.04 \times 10^{-8} \text{ cm}$ 的轨道作匀速圆周运动, 速率为 $2.2 \times 10^8 \text{ cm/s}$, 则电子在轨道中心产生磁感应强度 B 为 ()

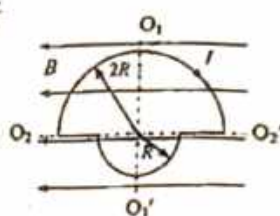
- A. 13.0 T B. 3.3 T C. 0.13 T D. 0.033 T

13. 如图所示, 一电流为 I_1 的长直导线附近正交并且对称地放置另一载流导线 I_2 。电流 I_1 沿 y 轴的正方向, I_2 沿 z 轴负方向。若载流 I_1 的导线固定不动, 载流 I_2 的导线可以自由运动, 则载流 I_2 的导线开始运动的趋势是 ()



- A. 沿 x 方向平动 B. 绕 x 轴转动
C. 绕 y 轴转动 D. 无法确定

14. 一线圈载有电流 I , 被置于均匀磁场 B 中, 线圈形状及磁场方向如图所示, 则线圈受到磁力矩的大小和转动情况为 (转动方向以从 O_1 看向 O_1' 或从 O_2 看向 O_2' 为准) ()



- A. $M_m = \frac{5}{2}\pi R^2 IB$, 绕 $O_1 O_1'$ 轴逆时针转动
B. $M_m = \frac{5}{2}\pi R^2 IB$, 绕 $O_1 O_1'$ 轴顺时针转动
C. $M_m = \frac{3}{2}\pi R^2 IB$, 绕 $O_2 O_2'$ 轴顺时针转动
D. $M_m = \frac{3}{2}\pi R^2 IB$, 绕 $O_2 O_2'$ 轴逆时针转动

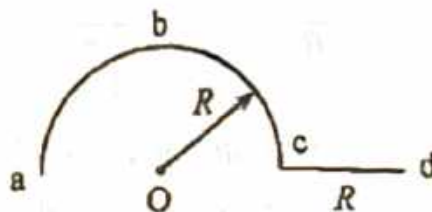
15. B_0 表示真空中的磁感应强度, B 表示介质中的磁感应强度, H 表示磁场强度. 若 μ_r 为介质的相对磁导率, 要使 $H = B/(\mu_0 \mu_r)$, $H = B_0/\mu_0$ 成立, 则磁介质是 ()

- A. 各向同性的非铁磁性的均匀磁介质 B. 铁磁质
C. 各向异性的均匀磁介质 D. 都不对

二、计算题.

1. 如图所示, 电荷线密度为 λ 的均匀带电细棒弯折成两段, 其中 abc 为半径为 R 的半圆弧, cd 为直线段, 且 $cd = R$, 求:

- (1) 半圆弧上电荷在其圆心 O 处产生的电势;
(2) 直细棒 cd 在半圆圆心 O 处产生的电势;
(3) 所有电荷在半圆圆心 O 处的电势.

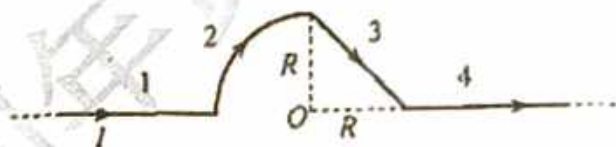


2. 如图所示, 螺绕环的中心周长为 10 cm , 其上均匀密绕有线圈 200 匝, 线圈中通过的电流为 0.1 A , 环管内充满相对磁导率为 4200 的磁介质, 求:

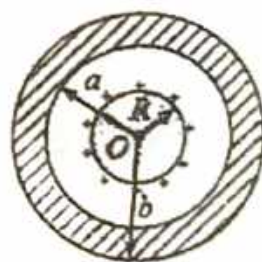
- (1) 螺绕环内部 $r_{\text{中心}}$ 处的磁场强度 H 和磁感应强度 B 的大小;
- (2) 传导电流和磁化电流在环管内 $r_{\text{中心}}$ 处产生的磁感应强度分别是多大?



3. 一无限长导线弯成如图所示的形状, 设各线段都在同一平面内 (即纸面内), 其中第二段是半径为 R 的四分之一圆弧, 其余均为直线. 若导线中通有电流 I , 求如图所示 O 点处的磁感应强度.



4. 一半径为 R 的导体球带电 Q , 球外有一层均匀电介质做成的同心球壳, 其内外半径分别为 a 和 b , 介质和导体球之间为真空, 如图所示. 设电介质的相对介电常数为 ϵ_r , 求: (1) 电介质内外的场强和电位移分布; (2) 电介质内的极化强度 P 和电介质表面的极化电荷面密度 σ' .



2024-2025学年第一学期期中考试试卷参考答案

一、选择题.

1. 【正解】C

【解析】由图可知M点电场线更密集，故电场强度 $E_M > E_N$ ，负电荷沿电场线方向运动，电场力做负功，故A错误

从M到N，为沿电场线方向，故电势 $U_M > U_N$ ，电场力做负功，故B错误

电场力做负功，故电势能升高，即电势能 $W_M < W_N$ ，C正确，D错误

【考点延伸】《考试宝典》知识点7.2.1电场线

2. 【正解】C

【解析】等边三角形顶点到中心 O 处的距离 $r = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ，则

$$U_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q + 2q + 3q}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{6\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a}$$
$$A_{\text{外}} = -A_{\text{e}} = -Q(U_{\infty} - U_0) = -Q\left(0 - \frac{6\sqrt{3}q}{4\pi\epsilon_0 a}\right)$$
$$= \frac{6\sqrt{3}qQ}{4\pi\epsilon_0 a}$$

【考点延伸】《考试宝典》知识点7.6静电场的能量7.6.1电荷在外电场中的静电势能

3. 【正解】D

【解析】根据电场强度与电势的关系式 $\vec{E} = -\nabla V$ ，若电势 V 处处相等，则梯度 $\nabla V = 0$ ，因此电场强度 $\vec{E} = 0$ 。

对于选项A，电场强度为零的点电势不一定为零，例如均匀带电球壳内部。

对于选项B，同一条电场线上电势沿电场方向单调下降，不可能相等。

对于选项C，电场强度相等的空间内电势不一定相等，例如均匀电场中电势随位置变化。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇：电磁学 知识点7 静电场 7.3 电势

4. 【正解】B

【解析】设导体平板表面1和2的感应电荷面密度分别为 σ_1 和 σ_2 则导体内部电场强度为0，即 $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = 0$

由于导体平面电荷为0，即 $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$ ，可得 $\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2}$ ； $\sigma_2 = \frac{\sigma}{2}$ ，故选B项

【考点延伸】《考试宝典》知识点7.4.2场强与电荷面密度的关系

5. 【正解】C

【解析】设内球壳带电量为 q' ，则外球壳表面电势 $\varphi_{\text{外}} = \frac{q + q'}{4\pi\epsilon_0 R_{\text{外}}}$

而内球壳表面电势 $\varphi_{\text{内}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_{\text{外}}} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R_{\text{内}}} = 0$ ，解得 $q' = -\frac{R_{\text{内}}}{R_{\text{外}}}q$ ，即带负电荷

【考点延伸】《考试宝典》知识点7.4.3导体壳与静电屏蔽

6. 【正解】A

【解析】在静电平衡状态下，导体内部电场强度为零，所有电荷均分布在导体表面，包括导体自身所带电荷和感应电荷。

选项B错误，因为导体表面电荷面密度与曲率半径有关，曲率半径越小，电荷面密度越大。

选项C错误，对于内部无其他导体的空腔带电导体，当空腔内无电荷时，电荷仅分布在外表面，内表面无电荷。

选项D错误，静电平衡时导体内部场强恒为零，可以确定。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇：电磁学 知识点7 静电场 7.4 静电场中的导体

7. 【正解】D

【解析】根据 $C = \frac{\varepsilon S}{d}$ 可知，插入电介质板后，平均介电常数上升，故电容 C_1 的容值增大

根据电容串联公式 $C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ ，电容 C_1 的容值增大，则电容组总电容也增大，故选 A 错误

由于电容串联，故两电容上的电量相等，故B错误

根据 $C = \frac{Q}{U}$ 可知，C越大，则电压越小，故 C_1 上的电压低于 C_2 上的电压，C错误

由于总电容增大，则 $E = \frac{1}{2}CU^2$ ，D正确

【考点延伸】【考点延伸】《考试宝典》知识点 7 7.5.4 电容和电容器

8. 【正解】B

【解析】球形电容器的电容公式为 $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ 。

储能公式为 $W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ 。

代入电容公式得 $W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}} = \frac{Q^2(R_2 - R_1)}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 R_2}$ 。

由于 $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$ ，因此 $W_e = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ ，与选项 B 一致。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇：电磁学 7.5 静电场中的电介质 7.5.4 电容和电容器

9. 【正解】D

【解析】铝线直径 $d_{Al} = 2.5 \text{ mm}$ ，横截面积 $A_{Al} = \pi \left(\frac{d_{Al}}{2} \right)^2 = \pi \left(\frac{2.5 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \text{ m}^2 = \pi \times (1.25 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 = \pi \times 1.5625 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 。

转换单位： $A_{Al} = \pi \times 1.5625 \times 10^{-6} \times 10^4 \text{ cm}^2 = \pi \times 0.015625 \text{ cm}^2 \approx 0.04909 \text{ cm}^2$ 。

电流密度 $J_{Al} = \frac{I}{A_{Al}} = \frac{1.3}{0.04909} \approx 26.48 \text{ A/cm}^2$ ，四舍五入为 26.5 A/cm^2 ，与选项 D 一致。

选项 A 错误：铜的单位体积粒子数计算为 $n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{8.96 \times 10^3 \times 6.022 \times 10^{23}}{63.5 \times 10^{-3}} \approx 8.50 \times 10^{28} / \text{m}^3$ ，与选项 A 的 $8.49 \times 10^{25} / \text{m}^3$ 不符。

选项 B 错误：铜线电子漂移速度计算为 $v_d = \frac{I}{neA} \approx 3.76 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ ，与选项 B 的 $9.13 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ 不符。

选项 C 错误: 铜线电流密度计算为 $J_{\text{Cu}} = \frac{I}{A_{\text{Cu}}} \approx 51.1 \text{ A/cm}^2$, 与选项 C 的 12.8 A/cm^2 不符。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇: 电磁学 知识点7 静电场 7.4.1 静电平衡后导体的电荷分布

10. 【正解】B

【解析】由安培环路定理 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{内}}$ 。

设所求点到轴线距离为 r , 电流密度 $j = \frac{I}{\pi R^2}$, 则 $I_{\text{内}} = j \cdot \pi r^2 = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$ 。

对于半径为 r 的安培环路, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$, 由安培环路定理 $B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$, 解得

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}。$$

然后求通过横切面 S 上沿轴线每单位长度的磁通量 Φ_m :

取宽度为 dr , 长度为单位长度 $l=1$ 的窄条, 其面积 $dS = 1 \times dr = dr$ 。

根据磁通量公式 $d\Phi_m = B dS$, 将 $B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$, $dS = dr$ 代入得 $d\Phi_m = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} dr$ 。

对 $d\Phi_m$ 从 0 到 R 积分求 Φ_m , $\Phi_m = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \int_0^R r dr$ 。

计算积分 $\int_0^R r dr = \frac{1}{2} R^2$, 则 $\Phi_m = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \times \frac{1}{2} R^2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}$ 。

【考点延伸】《考试宝典》知识点8 恒稳磁场 8.2 磁场的高斯定理和安培环路定理 8.2.2 安培环路定理 8.2.3 安培环路定理的应用

11. 【正解】C

【解析】根据安培环路定理, $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$, 其中 I_{enc} 是回路 L 所包围电流的代数和。

若 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, 则 $\mu_0 I_{\text{enc}} = 0$, 因此 $I_{\text{enc}} = 0$ 。

故回路 L 所包围电流的代数和必为零。

选项A错误, 因为环路线积分为零时, 磁场不一定处处为零, 可能由外部电流产生。

选项B错误, 因为环路线积分为零时, 回路可能包围电流, 但代数和为零。

选项D错误, 因为回路各点的磁场由所有电流共同产生, 不仅与包围电流有关。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇: 电磁学 知识点8 恒稳磁场 8.2.2 安培环路定理

12. 【正解】A

【解析】电子作圆周运动在轨道中心产生的磁感应强度公式为 $B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi R^2}$ 。给定直径 $d =$

$1.04 \times 10^{-8} \text{ cm}$, 则半径 $R = \frac{d}{2} = 5.2 \times 10^{-9} \text{ cm} = 5.2 \times 10^{-11} \text{ m}$ 。速率 $v = 2.2 \times 10^8 \text{ cm/s} =$

$2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$ 。电子电荷 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 。计算 $R^2 = (5.2 \times$

$10^{-11})^2 = 2.704 \times 10^{-21} \text{ m}^2$ 。计算 $e v = 1.6 \times 10^{-19} \times 2.2 \times 10^6 = 3.52 \times 10^{-13} \text{ C} \cdot \text{m/s}$ 。计算

$$\frac{e v}{R^2} = \frac{3.52 \times 10^{-13}}{2.704 \times 10^{-21}} = 1.301 \times 10^8 \text{ A/m}。则 B = 10^{-7} \times 1.301 \times 10^8 = 13.01 \text{ T} \approx 13.0 \text{ T}。$$

故答案为 A。

【考点延伸】《考试宝典》第六篇: 量子力学 知识点十四 量子物理 14.5 玻尔量子理论

13. 【正解】B

【解析】将载流导线 I_2 分成左右两段。根据安培定律，电流 I_1 产生的磁场对 I_2 的左右两段有安培力作用。

由右手螺旋定则可知，电流 I_1 产生的磁场在 I_2 所在处，左边部分磁场方向垂直纸面向外，右边部分磁场方向垂直纸面向里。

再根据左手定则，判断 I_2 左右两段所受安培力方向。 I_2 左边一段所受安培力方向向下， I_2 右边一段所受安培力方向向上。

这样，载流 I_2 的导线就会绕 x 轴转动。

【考点延伸】《考试宝典》知识点8恒稳磁场8.3磁场与实物的相互作用8.3.2磁场对载流导线的作用

14. 【正解】A

【解析】(1) 求线圈的磁矩 \vec{p}_m ：整个线圈可看作由半径为 $2R$ 的半圆环和半径为 R 的半圆环组成。对于半径为 r 的载流半圆环，其磁矩大小

$$p_m = \frac{1}{2} \pi r^2 I_0$$

半径为 $2R$ 的半圆环磁矩大小

$$p_{m1} = \frac{1}{2} \pi (2R)^2 I = 2\pi R^2 I$$

半径为 R 的半圆环磁矩大小

$$p_{m2} = \frac{1}{2} \pi R^2 I$$

两磁矩方向相同（根据右手螺旋定则），所以整个线圈磁矩大小

$$p_m = p_{m1} + p_{m2} = 2\pi R^2 I + \frac{1}{2} \pi R^2 I = \frac{5}{2} \pi R^2 I$$

方向垂直纸面向外。

(2) 磁力矩大小：已知均匀磁场 \vec{B} ，磁力矩大小公式为 $M = p_m B \sin \theta$ （ θ 为 \vec{p}_m 与 \vec{B} 的夹角）

这里 $\theta = 90^\circ$, $\sin \theta = 1$ ，所以

$$M_m = p_m B = \frac{5}{2} \pi R^2 I B_0$$

(3) 判断转动方向：—根据左手定则，从 O_1 看向 O'_1 ，线圈绕 $O_1 O'_1$ 轴逆时针转动。

【考点延伸】《考试宝典》知识点8恒稳磁场8.3磁场与实物的相互作用8.3.3均匀磁场作用于载流线圈上的磁力矩

15. 【正解】A

【解析】由给定条件 $H = B/(\mu_0 \mu_r)$ 和 $H = B_0/\mu_0$ 联立可得 $B/(\mu_0 \mu_r) = B_0/\mu_0$ ，简化得 $B = \mu_r B_0$ 。

该关系仅在各向同性、线性、均匀磁介质中成立，其中 μ_r 为常数。

铁磁质具有非线性特性，各向异性介质不满足 H 与 B 的简单标量关系，故排除其他选项。

【考点延伸】《考试宝典》第二篇：电磁学 知识点8 恒稳磁场 8.4 磁介质

二、计算题。

1. 【解析】(1) 在半圆周上取线元 dl ，电荷元为 $dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$ ，则半圆周上电荷在 O 处产生的电势为

$$U_1 = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\lambda}{4\epsilon_0}$$

(2) 在 cd 上距 O 点为 r 处取线元 dl , 得 $dq = \lambda dl$, cd 棒上电荷在 O 处产生的电势为

$$U_2 = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \int \frac{\lambda dr}{4\pi\epsilon_0 r} = \int_R^{2R} \frac{\lambda dr}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln 2$$

(3) 根据电势叠加原理, 总电势为

$$U_0 = U_1 + U_2 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\pi + \ln 2)$$

【考点延伸】《考试宝典》知识点7 静电场 7.3.1 电势的计算

2. 【解析】(1) 螺绕环内充满磁介质, 根据磁介质中的安培环路定理 $\oint_L H \cdot dl = \sum_{L_{\text{内}}} I_{0i}$, 可得

$$H = nI = \frac{NI}{l} = \frac{200 \times 0.1}{10 \times 10^{-2}} = 200 \text{ (A} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$$

则有

$$B = \mu_0 \mu_r H = 4\pi \times 10^{-7} \times 4200 \times 200 = 1.06 \text{ (T)}$$

(2) 磁介质内由传导电流产生的磁场, 即为螺绕环内部为真空状态时内部的磁场, 故传导电流产生的磁感应强度大小为

$$B_0 = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 200 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ (T)}$$

又因为磁介质中总的磁感应强度应为磁介质中磁化电流产生的磁感应强度与传导电流产生的磁感应强度的矢量和, 则磁化电流产生的磁感应强度为

$$B' = B - B_0 = 1.06 - 2.5 \times 10^{-4} = 1.06 \text{ (T)}$$

【考点延伸】《考试宝典》知识点8 恒稳磁场 8.4 磁介质 8.4.3 有磁介质时的安培环路定理

3. 【解析】将导线分成 1、2、3、4 四个部分, 各部分在 O 点处产生的磁感应强度设为 B_1 、 B_2 、 B_3 和 B_4 . 根据叠加原理, O 点处的磁感应强度为

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4$$

B_1 、 B_4 均为 0, 故有

$$B = B_2 + B_3$$

而

$$B_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\mu_0 I}{2R} \right)$$

方向垂直纸面向里,

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

方向垂直纸面向里。在上式中, 将

$$\begin{aligned} a &= R/\sqrt{2} \\ \sin \beta_2 &= \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \beta_1 &= \sin -\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

代入, 得

$$B_3 = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R} \sqrt{2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

所以, O 点处的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right)$$

方向垂直纸面向里.

【考点延伸】《考试宝典》知识点 8 恒稳磁场 8.1.1 毕奥—萨伐尔定律

4. 【解析】(1) 据高斯定理有

$$r < R, \quad D = 0, \quad E = 0$$

$$R < r < a, \quad D = \frac{Q}{4\pi r^2}, \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$a < r < b, \quad D = \frac{Q}{4\pi r^2}, \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

$$r > b, \quad D = \frac{Q}{4\pi r^2}, \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$(2) \text{ 介质内 } P = D - \varepsilon_0 E = D \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right) = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}, \text{ 所以}$$

$$\sigma' = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}$$

$$\sigma'_a = -P_a = -\frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{4\pi\varepsilon_r a^2}, \quad \sigma'_b = P_b = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{4\pi\varepsilon_r b^2}$$

【考点延伸】《考试宝典》知识点 7 静电场 7.2.2 高斯定理