



# Lec 4: 前置知识

## 1 命题 (proposition)

- 基本概念
  - 定义：对**确定的对象**作出**判断**的**陈述句**
  - 悖论（自相矛盾）不能作为命题
  - 命题非真即假，不能兼有之，也不能不真不假
  - 真值
    - 真 (true) 用 1 表示
    - 假 (false) 用 0 表示
- 排中律
  - 任一事物在同一时间里具有某属性或者不具有某种属性，而无其他可能
  - 只适用于有限事物，不能推广到无穷事物
- 原子命题 (atom proposition)：不含有逻辑联结词的命题
- 复合命题 (compound proposition)：包含了原子命题和逻辑联结词的命题

## 2 逻辑联结词 (logical connectives)

- 定义：连接命题，对真值进行运算的词

逻辑词	说明	符号	优先级
否定词 (negation)	非 (not)	$\neg$	1
合取词 (conjunction)	并且 (and)	$\wedge$	2
析取词 (disjunction)	或 (or)	$\vee$	2
蕴涵词 (implication)	如果...那么... (if...then...)	$\rightarrow$	3
双向蕴涵词 (two-way implication)	当且仅当 (if and only if)	$\leftrightarrow$	4

- 只有  $p$  为真且  $q$  为假时,  $p \rightarrow q$  才为假
- 在  $p$  和  $q$  的真值相同的情况下,  $p \leftrightarrow q$  为真

## 3 命题公式

### 3.1 基本概念

- 命题常元 (proposition constants)
  - 由真值 T、F 和表示具体命题或常命题的  $p$ 、 $q$ 、 $r$ 、 $s$  等组成
- 命题变元 (proposition variables)
  - 以 1、0 为取值范围的变量，也用  $p$ 、 $q$ 、 $r$ 、 $s$  等表示
- 命题公式 (proposition formula)
  - 由命题常元、变元和联结词组成的形式更为复杂的命题
  - 命题常元和命题变元是命题公式，称作原子公式
  - 如果  $A$ 、 $B$  是命题公式，那么  $\neg A$ 、 $A \wedge B$ 、 $A \vee B$ 、 $A \rightarrow B$ 、 $A \leftrightarrow B$  也是命题公式
  - 只有有限步引用上述两条所组成的符号串是命题公式
  - 命题公式简称公式，采用大写  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等表示

### 3.2 成真赋值和成假赋值

- 当公式  $A$  对赋值  $\alpha$  为真时
  - 称  $\alpha$  是  $A$  的成真赋值，或者  $\alpha$  弄真  $A$
  - 记作  $\alpha(A) = 1$
- 当公式  $A$  对赋值  $\alpha$  为假时
  - 称  $\alpha$  是  $A$  的成假赋值，或者  $\alpha$  弄假  $A$
  - 记作  $\alpha(A) = 0$

### 3.3 分类

- 重言式/永真式 (tautology)
  - 命题变元的所有赋值都是命题公式的成真赋值
- 矛盾式/永假式/不可满足式 (contradiction)
  - 命题变元的所有赋值都是命题公式的成假赋值
- 可满足式 (contingency)
  - 命题公式至少有一个成真赋值