

## 麻將胡牌的演算法

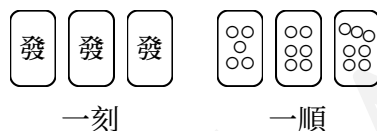
一個人會不會打麻將有一項基本的判斷方法，「能夠判斷是否胡牌」。在實戰中，判斷的速度越快越好，如此才能在取捨牌的時候，很快的知道打哪張牌聽的牌比較好，也不會因為停下來比畫思考被看穿手裡擁有的牌型。

要知道聽什麼牌，最快的方式是背起來。常打麻將的人，腦中自然背了不少牌型，常見牌型瞬間就能判斷，除非拿了許多同花色的牌才會造成困擾。

## 電腦程式如何判斷聽牌？

要判斷聽牌，得先知道胡牌的牌型，如同要準備晚餐的食材之前，得先知道晚餐想吃什麼。

一般都是刪除「一刻（3 張相同牌）」或「一順（3 張連續牌）」，也就是所謂的「搭子」，再利用〈遞迴〉程序處理。這樣做的效率並不太優，雖然判斷一副牌還是瞬間完成，但若判斷十萬副牌局，效率好壞造成的影響非常之大。



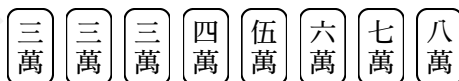
2017 年，威廉斯堡大學數學系的李志光教授等人發表了一項麻將研究，論文中提出了一套高效率的判斷胡牌演算法，以下版本由筆者修改呈現。

**定理 1** 一副牌  $P$  可胡牌，若且唯若  $Q$  可胡牌。  
其中  $Q$  的定義是把  $P$  的某一個對子（俗稱眼睛）拿掉後，假設此時數字最小的牌是  $x$ ，

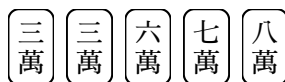
若  $x$  的張數是 3 張以上，則  
拿掉 3 張  $x$ （一刻）後，剩下牌為  $Q$ ；

否則  
拿掉  $x, x+1, x+2$ （一順）之後，剩下的牌為  $Q$ 。

**例 1** 判斷  $P = 33345678$  是否胡牌？



**解答**  $P$  中唯一能當眼睛的地方，就是 3，因此把 33 一對眼睛拿掉，所剩下牌中最小的  $x = 3$ ，但沒有 333 可以拿，因此拿掉 345 變成  $Q = 3678$ ， $Q$  是胡牌型，所以  $P$  也是。



**例 2** 判斷  $P = 55666777889$  是否胡牌？



**解答** 其中 55, 66, 77, 88 都可以當眼睛，每種情況都試一次。

**CASE 1** 若 55 當眼，剩下 666777889；最小的 6 有三張，直接拿掉 666，剩 777889，再拿 777，得 889，所以沒胡。

其中  $P = 55666777889 \Rightarrow Q_1 = 55777889 \Rightarrow Q_2 = 55889$

**CASE 2** 若 66 當眼，剩下 556777889；最小的是兩張 5，但沒有辦法拿掉兩個 567 了，所以沒胡。

其中  $P = 66556777889 \Rightarrow Q = 66577889$

**CASE 3** 若 77 當眼，剩下 556667889；最小的是兩張 5，但沒有辦法拿掉兩個 567 了，所以沒胡。

其中  $P = 77556667889 \Rightarrow Q = 77566889$

各種能拿掉眼睛的方式都試過，都無法胡，所以  $P$  不是胡牌型。

## 這樣做的好處

只要拿掉一副牌的眼睛後，就可以一路由最小的牌取到最大的牌，依序檢驗，「線性時間」即可判斷是否胡牌，避免來來去去的反覆嘗試，省下非常多的計算時間。

已經學會胡牌型之後，判斷聽牌就簡單了。

只要試著加入任何一張牌，再嘗試拿掉各種可能的眼睛，利用 **定理 1** 判斷是否可以胡牌即可得知聽哪些牌，僅需要  $O(n^3)$  的時間。

**例 3** 判斷 3456667888 聽什麼牌？

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 三<br>萬 | 四<br>萬 | 伍<br>萬 | 六<br>萬 | 六<br>萬 | 六<br>萬 | 七<br>萬 | 八<br>萬 | 八<br>萬 | 八<br>萬 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

**解答** 分成九種狀況考慮

**加入 1** 剩 13 開頭，沒胡。

**加入 2** 拿掉 66，剩 234567888，胡；  
若拿掉 88，剩 234566678，沒胡。

**加入 3** 拿掉 33，剩 456667888，沒胡；  
若拿掉 66 或 88，剩 334 開頭，沒胡。

**加入 4** 拿掉 44，剩 35 開頭，沒胡；  
若拿掉 66 或 88，剩 3445 開頭，沒胡。

**加入 5** 略，胡

**加入 6** 略，胡

**加入 7** 略，胡

**加入 8** 略，胡

**加入 9** 略，胡

上述方法雖然是電腦的判斷方式，但其實人腦判斷，也是相同道理，先把可能的眼睛拿出來，然後最小牌能拿走一刻即拿走一刻，否則試著拿走一順，由於人腦很強大，會自動省略一些無關緊要的判斷步驟，因此執行速度並不會太慢。

## 奴役電腦幫你辦事

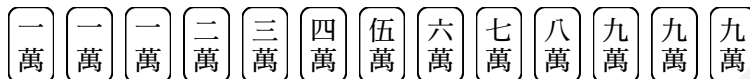
有了快速判斷聽牌、胡牌的方法後，就可以開開心心奴役電腦幫我們做一些血汗計算了。

李志希教授的電腦幫忙跑了所有的情況，發現十三張麻將除了〈國士無雙，俗稱十三么〉可以聽十三張牌之外，

聽九個洞的情況只有一種 1112345678999，俗稱〈九連寶燈〉。

聽八個洞的情況有 16 種；

聽七個洞的情況有 79 種。



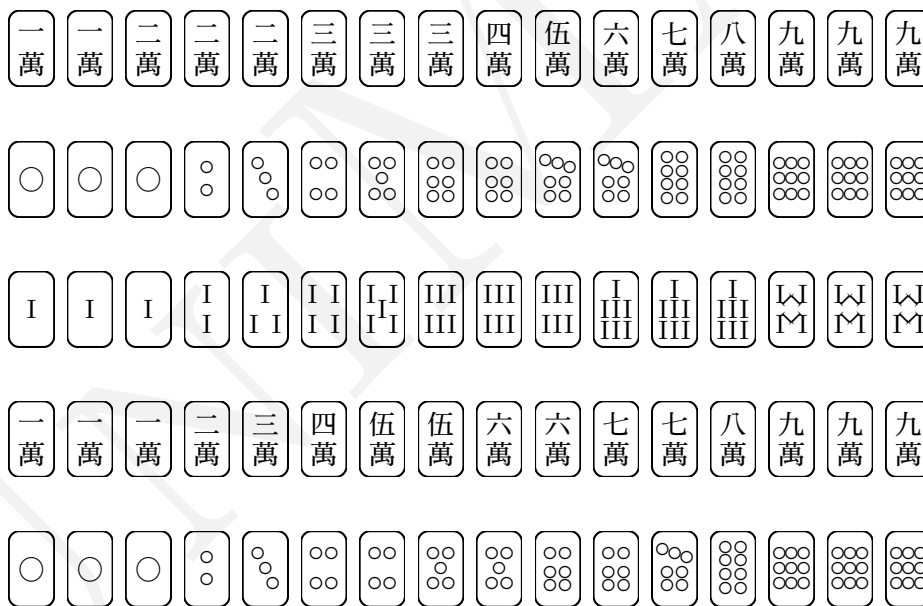
筆者自己也計算了台灣麻將十六張的情況：

聽九個洞的情況有 11 種，

有 1122233345678999、1112345667788999、1112345666777888、1112345566778999、112344556678999，或是上述平移、對稱的牌型。

聽八洞的情況有 94 種；

聽七個洞的則有 532 種。



## 眼睛的判斷

李教授的方法告訴我們判斷胡牌與否，先找出眼睛會比較快。一旦眼睛的選擇多，事情就變得越複雜，電腦當然沒問題，但人腦判斷可能稍微慢了一點。此時，數學可以派上用場。

方法是這樣的，先只看同個花色，把所有的牌分成 3 堆：（一四七）堆，（二五八）堆，（三六九）堆，接著觀察每堆的張數

例如  $P = 3334455677888999$  的牌型，其中三六九牌共 7 張，二五八牌共 6 張，一四七牌共 4 張。這樣一眼就知道沒有胡牌！  
 這樣一眼就知道沒有胡牌！  
 這樣一眼就知道沒有胡牌！完全不用去試。



什麼!!! 為什麼可以這麼快? 因為我有獨門秘技!

## 獨門秘技

若要胡牌的話, 要抓成三個三個一組的搭子再搭配一對眼睛, 搭子若是「順」, 貢獻這三堆的個數必同時都加 1; 搭子若是「刻」, 則某一堆會加 3。

因此, 若先不看眼睛, 這三堆的牌數除以 3 的餘數應該要相等。再加上眼睛, 就只會讓某一堆個數與其他兩堆不同。

以上例來說, 三堆的張數分別為 7, 6, 4 張, 除以 3 的餘數為 1, 0, 1, 於是, 眼睛只可能出現在第二堆, 也就是二五八。若 55 拿掉, 前半的 33344 無法湊成兩搭, 因此沒胡; 若 88 拿掉, 依 **定理 1**, 333 也可以拿掉, 剩下的局部 44556 也無法湊成兩搭, 所以也無法胡牌。

我們再將這個結果寫成定理 (沒辦法, 數學家就是喜歡這樣 XD)

**定理 2** 一副牌, 依一四七、二五八、三六九分成三堆, 每堆的張數除以三的餘數必有一個與另兩個不同, 則眼睛就在不同的那堆裡。

回到古天樂手上拿的牌型來說: 23333444455556666 是否胡牌呢?



因為一四七有 4 張, 二五八有 5 張, 三六九有 8 張, 除以 3 分別餘 1, 2, 2, 所以眼睛只可能是 44, 接著把 44 拿掉, 剩下 233334455556666, 然後利用 **定理 1** 依序去拿, 得到 234, 333, 456, 555, 666, 所以是胡牌型。

有了 **定理 2**, 判斷胡牌時眼睛的可能性, 可縮減到一堆, 檢驗至多三次, 大幅提升計算效率。

當整副牌同時有萬、筒、條、字的時候, 因為眼睛只會在其中一種花色, 因此其它花色一定都是 3 的倍數, 利用張數就可以推判眼睛在哪個花色, 所以只要能判斷其中一種花色即可。

假想一個更困難的例子, 每張牌可以超過 4 張的話:

**問題** 333334444555566667777888899999 有沒有胡牌?



**解答** 三六九，共 12 張，除以 3 餘 0；一四七，共 6 張，除以 3 餘 0；二五八，共 8 張，除以 3 餘 2，所以若能胡牌的話，眼睛必是 55 或 88：

假設是 55，利用**定理 1**，由小到大拿成 333, 345, 345 後剩 466777888899999，而 4 的後面斷了，所以沒有胡。

假設是 88，利用**定理 1**，由小到大拿成 333, 345, 345, 456, 567, 789, 789, 999，胡牌。

## 參考資料

1. Yuan Cheng, Chi-Kwong Li and Sharon H. Li, Mathematical aspect of the combinatorial game "Mahjong", arXiv:1707.07345v1

## 作者簡介

郭君逸 一國立台灣師範大學數學系副教授、魔術方塊收藏家。主要研究興趣為組合、圖論、演算法。近年來致力於科普的推廣，喜愛玩各種數學遊戲、益智玩具以及各類型魔術方塊。目前為世界魔方聯盟 (WCA) 台灣地區認證員。曾開設整個學期的魔術方塊通識課程，跑遍全台進行魔術方塊系列演講。

(本文發表於 UniMath 並由臺大麻將研究社前社長 黃寶興 以 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 重新排版成 PDF 檔)