数学A　場合の数と確率

第2節

- 6　事象と確率
- 7　確率の基本性質
- 8　独立な試行の確率
- 9　反復試行の確率
- 10　条件付き確率
- 11　期待値

E　余事象の確率

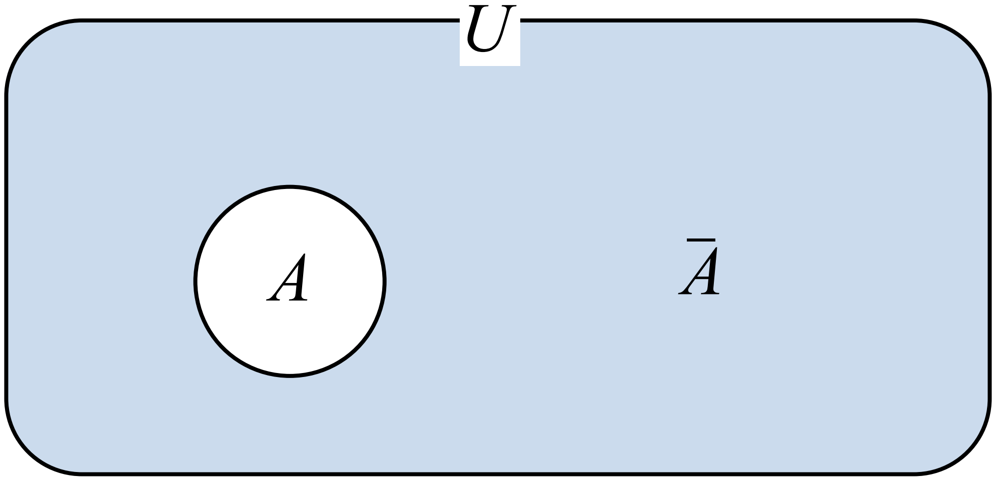
●余事象

- 事象 A に対して、事象 A が起こらないという事象を余事象といい、記号 $\bar{A}$ で表す。

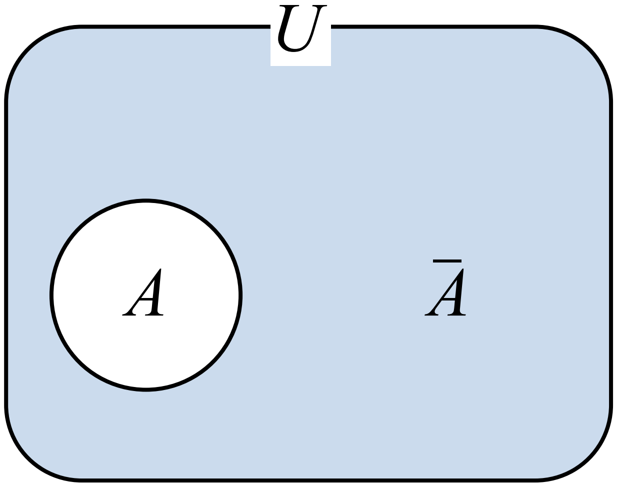
E　余事象の確率

余事象

- 事象A に対して、事象A が起こらないという事象を**余事象**といい、記号 $\bar{A}$ で表す。

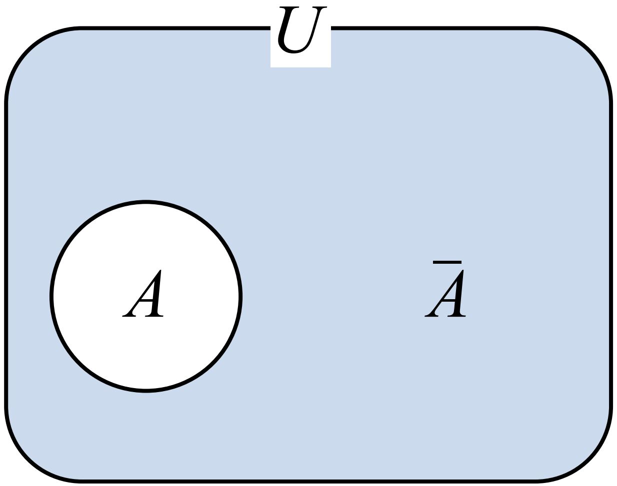


E　余事象の確率

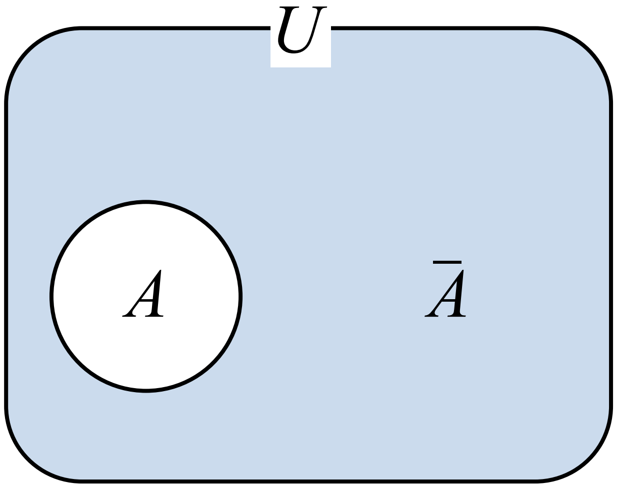


E　余事象の確率

$A \cap \bar{A} = \emptyset$ より、これらは互いに排反。



E　余事象の確率

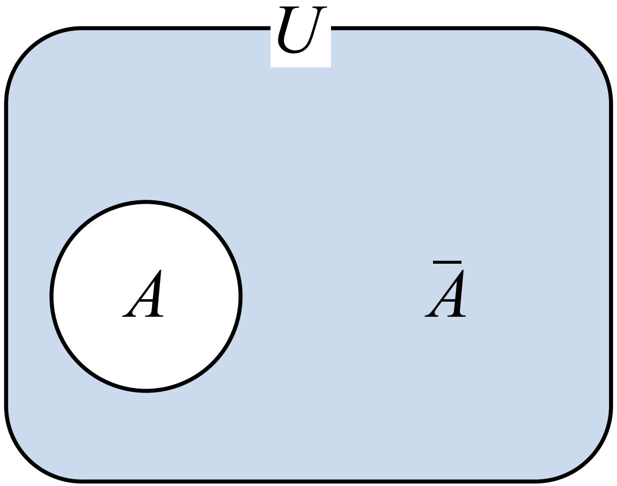


$A \cap \overline{A} = \emptyset$ より、これらは互いに排反。

したがって、確率の加法定理より、

$$P(A \cup \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}).$$

E　余事象の確率



$A\cap\bar{A}=\emptyset$ より、これらは互いに排反。

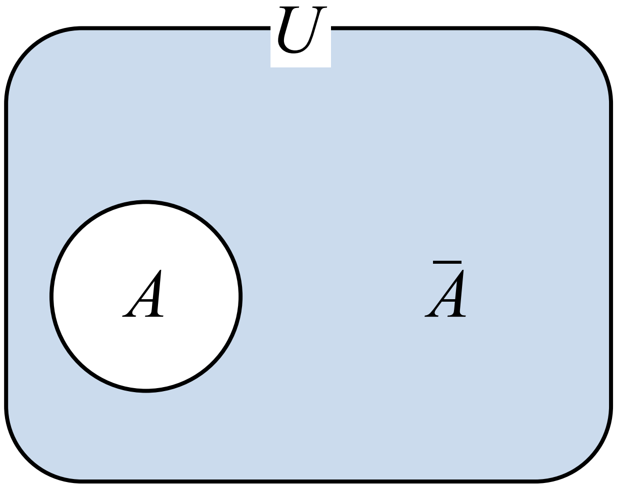
したがって、確率の加法定理より、

$$P(A\cup\bar{A})=P(A)+P(\bar{A}).$$

$A\cup\bar{A}=U$ より、

$$P(A\cup\bar{A})=P(U)=1.$$

E　余事象の確率



$A\cap\bar{A}=\emptyset$ より、これらは互いに排反。

したがって、確率の加法定理より、

$$P(A\cup\bar{A})=P(A)+P(\bar{A}).$$

$A\cup\bar{A}=U$ より、

$$P(A\cup\bar{A})=P(U)=1.$$

以上より、$P(A)+P(\bar{A})=1$ だから、

$$P(\bar{A})=1-P(A).$$

E　余事象の確率

おまけ

- 余事象の確率 $P(\bar{A})=1-P(A)$ を変形して、

$$P(A)=1-P(\bar{A})$$

とも表せる。

E　余事象の確率

おまけ

- 余事象の確率 $P(\bar{A})=1-P(A)$ を変形して、

$$P(A)=1-P(\bar{A})$$

とも表せる。

- 同じことだが、補集合 $\bar{A}$ の補集合 $\bar{\bar{A}}$ は $\bar{\bar{A}}=A$ であったから、
余事象の確率 $P(\bar{A})=1-P(A)$ は、A を $\bar{A}$ に置き換えて、

$$P(A)=1-P(\bar{A}).$$

余事象の確率 例題14

15本のくじの中に当たりくじが5本ある。2本同時に引くとき、少なくとも1本が当たる確率。

余事象の確率 例題14

15本のくじの中に当たりくじが5本ある。2本同時に引くとき、<u>少なくとも</u>1本が当たる確率。

- 事象 A「少なくとも1本が当たる」
- 事象 $\bar{A}$「2本ともはずれる」

余事象の確率 例題14

15本のくじの中に当たりくじが5本ある。2本同時に引くとき、少なくとも1本が当たる確率。

- 事象 A「少なくとも1本が当たる」
- 事象 $\overline{A}$「2本ともはずれる」

2本ともはずれる確率 $P(\overline{A})$ は $P(\overline{A})=\dfrac{{}_{15-5}\mathrm{C}_2}{{}_{15}\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{7}$ だから、

余事象の確率 例題14

15本のくじの中に当たりくじが5本ある。2本同時に引くとき、少なくとも1本が当たる確率。

- 事象 A「少なくとも1本が当たる」
- 事象 $\bar{A}$「2本ともはずれる」

2本ともはずれる確率 $P(\bar{A})$ は $P(\bar{A})=\dfrac{{}_{15-5}C_2}{{}_{15}C_2}=\dfrac{3}{7}$ だから、

余事象の確率 $P(A)=1-P(\bar{A})$ より、

$$P(A)=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}.$$

まとめ

●余事象の確率

ある事象 A とその余事象 $\bar{A}$ について、

$$P(\bar{A})=1-P(A)$$

が成り立つ。