数学A　場合の数と確率

●第2節

- 6　事象と確率
- 7　確率の基本性質
- 8　独立な試行の確率
- 9　反復試行の確率
- 10　条件付き確率
- 11　期待値

確率の加法定理を拡張

- **今までの確率の加法定理：**

  互いに排反な事象A ,B について、$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

確率の加法定理を拡張

- **今までの確率の加法定理：**

互いに排反な事象A ,B について、$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$

- **３つ以上の事象について**

確率の加法定理を拡張

- **今までの確率の加法定理：**

互いに排反な事象A ,B について、$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- **３つ以上の事象について**

  - どの2つの事象をとっても互いに排反であれば、これらの事象は互いに排反である、または互いに排反事象である。

確率の加法定理を拡張

●今までの確率の加法定理：

互いに排反な事象A ,B について、$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

●３つ以上の事象について

- どの2つの事象をとっても互いに排反であれば、これらの事象は互いに排反である、または互いに排反事象である。
- たとえば、３つの互いに排反な事象A, B, C について、

確率の加法定理を拡張

- **今までの確率の加法定理：**

  互いに排反な事象A ,B について、$P(A\cup B)=P(A)+P(B).$

- **３つ以上の事象について**

  - どの2つの事象をとっても互いに排反であれば、これらの事象は互いに排反である、または互いに排反事象である。
  - たとえば、3つの互いに排反な事象*A, B, C* について、

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C).$$

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉
- 事象B　:2個とも赤玉

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉
- 事象B　:2個とも赤玉
- 事象C　:2個とも青玉

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉　$P(A) = {}_{10}C_2 / {}_{19}C_2 = 5/19,$
- 事象B　:2個とも赤玉
- 事象C　:2個とも青玉

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉　$P(A) = {}_{10}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 5/19,$
- 事象B　:2個とも赤玉　$P(B) = {}_{3}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 1/57,$
- 事象C　:2個とも青玉

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉　$P(A) = {}_{10}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 5/19,$
- 事象B　:2個とも赤玉　$P(B) = {}_{3}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 1/57,$
- 事象C　:2個とも青玉　$P(C) = {}_{6}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 5/57.$

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉　$P(A)={}_{10}\mathrm{C}_2/{}_{19}\mathrm{C}_2=5/19,$
- 事象B　:2個とも赤玉　$P(B)={}_{3}\mathrm{C}_2/{}_{19}\mathrm{C}_2=1/57,$
- 事象C　:2個とも青玉　$P(C)={}_{6}\mathrm{C}_2/{}_{19}\mathrm{C}_2=5/57.$

これらは互いに排反であるから、確率の加法定理より、

確率の加法定理の使いどころ（問10）

白玉10個、赤玉3個、青玉6個が入っている袋から2個の玉を取り出すとき、2個の玉が同じ色である確率。

- 事象A　:2個とも白玉　$P(A) = {}_{10}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 5/19,$
- 事象B　:2個とも赤玉　$P(B) = {}_{3}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 1/57,$
- 事象C　:2個とも青玉　$P(C) = {}_{6}\mathrm{C}_2 / {}_{19}\mathrm{C}_2 = 5/57.$

これらは互いに排反であるから、確率の加法定理より、

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{7}{19}.$$

和事象の確率

- **事象*A*, *B* の和集合の要素数 $n(A \cup B)$ について、**
  - A, B が互いに排反であるときに限り

和事象の確率

- **事象A, B の和集合の要素数** $n(A \cup B)$ **について、**
  - A, B が互いに排反であるときに限り

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B).$$

和事象の確率

- **事象*A*, *B* の和集合の要素数** $n(A\cup B)$ **について、**
  - A, B が互いに排反であるときに限り
    $$n(A\cup B)=n(A)+n(B).$$
  - A, B が互いに排反でないときも考えれば

和事象の確率

- **事象*A*, *B* の和集合の要素数** $n(A\cup B)$ **について、**
  - A, B が互いに排反であるときに限り
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B).$$
  - A, B が互いに排反でないときも考えれば
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-(A\cap B).$$

和事象の確率

- **事象A, B の和集合の要素数 $n(A\cup B)$ について、**
  - A, B が互いに排反であるときに限り

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B).$$

  - A, B が互いに排反でないときも考えれば

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-(A\cap B).$$

- **余事象の確率**

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

和事象の確率

- 事象*A*, *B* の和集合の要素数 $n(A\cup B)$ について、
  - A, B が互いに排反であるときに限り
  $$n(A\cup B)=n(A)+n(B).$$
  - A, B が互いに排反でないときも考えれば
  $$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-(A\cap B).$$

事象A, B が互いに排反でなくても使える！

- 余事象の確率

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

まとめ

- 和事象の確率

まとめ

●和事象の確率

▶ ２つの事象A, B の和事象の確率について、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \tag{1}$$

が成り立つ。

まとめ

●和事象の確率

- 2つの事象A, B の和事象の確率について、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \qquad (1)$$

が成り立つ。

- A とB が互いに排反あれば、$A \cap B = \emptyset$ であるから、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad (2)$$

が成り立つ(確率の加法定理)。 ←復習

まとめ

●和事象の確率

- ２つの事象A, B の和事象の確率について、

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \qquad (1)$$

が成り立つ。

- A とB が互いに排反あれば、$A\cap B=\emptyset$ であるから、

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B) \qquad (2)$$

が成り立つ(確率の加法定理)。 ←復習

確率の加法定理(2)は和事象の確率(1)の特殊な場合である。