

Séance 16/11 :

Présentation du problème :

$x \leq y$   
:  $x$  est mot de  $y$

1) Algo de sous mots :  $ab \leq cba$

→ recherche de sous mots

$x \leq y \quad O(|x|)$

| sous mots de  $L$ ,  $L$  régulier

$\downarrow v := \{ w \mid w \leq v \} = \{ \text{sous mots de } v \}$

2) Complexité en sous mots

Def :  $v \sim_n w \iff \downarrow v \cap A^{\leq n} = \downarrow w \cap A^{\leq n}$

$\sim$  équivalence compatible avec la concaténation

Def :  $v$  est  $n$ -réduit  $\iff v \not\sim_n v' \quad \forall v' < v$

•  $m(v) := \min \{ n \mid v \text{ est } n\text{-réduit} \}$

Algo de calcul de  $m$

$$r(x, a) := \begin{cases} 0 & \text{si } a \notin \Sigma(x) \\ 1 + \min_{b \in a v''} \end{cases}$$

$$v = v' a v'' \text{ avec } a \in \Sigma v''$$

Q ...

Theorem:

$$m(v) = \underline{1} + \max_{v = v' a v''} (r(v', a) + \ell(a, v''))$$

Simon 1972

Algorithme a priori en  $O(n|A|)$

Problème:

calcul de  $m(v^n)$

Algèbre tropicale :

Calcul de  $r(v^n)$  avec

$$M^k r(v) = r(v^n) [1 \mid v]_k : |v| (k+1) [$$

sample

	a	b	a	c		a	b	a	c		a	b	a	c	...
r	0	0	1	0		1	1	2	1		2	2	3	2	

$$M = \begin{pmatrix} \infty & \infty & 1 & 1 \\ \infty & 1 & 1 & 1 \\ \infty & 2 & 2 & 2 \\ \infty & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Forme de  $p^n$

Recherche automatique de la  
forme de

$r(v^n)[i]$  comme  $\alpha i + \beta$

A faire :

- 1) Calcul de  $r, l, m$
  - 2) Calcul de  $M$
  - 3) Calcul de  $M^m$
  - 4) Apprendre sur l'algèbre tropicale  
sur la forme  $M^m$
  - 5) Mettre en place la définition
  - 6) Comprendre la preuve de l'algorithme
- Antoine, Paul
- François, Kathleen
- Lucas, Quentin