

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
Механико-математический факультет Кафедра прикладной механики и управления

Курсовая работа

Изучение одноопорной фазы ходьбы человека по ровной
поверхности с нагрузкой и без

Выполнила студентка 321 группы

Архипова Александра Сергеевна

Научный руководители:

к.ф.-м.н., в.н.с. Лавровский Э.К.,

к.т.н, доц. Письменная Е.В.

Москва, 2021

1. Оглавление

1.	Оглавление	2
2.	Введение	3
3.	Постановка задач.....	3
4.	Теоретическая основа работы	3
5.	Описание исследовательско-экспериментальной работы.....	7
6.	Методы обработки данных	9
7.	Анализ полученных результатов и их обсуждение	13
8.	Выводы.....	18
9.	Список использованной литературы.....	19
10.	Приложение 1	19

2. Введение

Ходьба является одним из самых энергоэффективных способов передвижения, отличается высокой проходимостью. Доказательством этому могут послужить многочисленные млекопитающие, которые взбираются на крутые горные вершины, развивают скорости до 75 км\ч, обладают большой выносливостью, преодолевая длинные миграционные циклы.

Человек не только передвигается с помощью ног, но и создает вокруг себя антропоморфную среду. В связи с этим, все технические устройства, работающие рядом с человеком, вынуждены подстраиваться, например, учиться ходить по лестнице. На данный момент в мире создано множество как антропоморфных, так и зооморфных роботов. На них реализованы разные программы ходьбы, к примеру, некоторые роботы с четырьмя педипуляторами(ногами) передвигаются рысью, а другие галопом. Также алгоритмы ходьбы используются и в экзоскелетах, некоторые из которых предназначены для реабилитации людей, потерпевших травму или имеющих врожденные особенности.

Существуют профессии, в которых людям приходится носить тяжести, думаю, каждому доводилось наблюдать за работой грузчиков. Легко сделать вывод, что ходьба с нагрузкой отличается от ходьбы без нагрузки чисто визуально. Поэтому данная работа посвящена изучению и сравнению ходьбы человека с нагрузкой и без.

Предложенная тема уже поднималась в научных работах [1-4], однако, в них применялся подход моделирования большей части данных, так как проведенные эксперименты были менее точными, также рассматривалась комфортабельная ходьба. Настоящая работа выделяется точностью оборудования, с помощью которого проведены исследования, изучается реальная ходьба. Промежуточные результаты анализа шага визуализировались и сверялись с результатами ранее написанных статей, что помогало эффективнее искать ошибки в вычислениях.

3. Постановка задач

В курсовой работе рассматривается одноопорная фаза шага человека при ходьбе с нагрузкой и без и решается обратная задача динамики. Ставится задача сравнить значения интегралов энергозатрат; экстремальные значения моментов сил в коленных и бедренных суставах (опорной и переносной ноги, соответственно); формы графиков силы реакции опорной ноги. Также ставилась задача вычисления траектории движения тазобедренного сустава в декартовой системе координат. Выбрана модель одноопорного шага человека без стоп, при этом двухопорная фаза считается нулевой, используются экспериментальные данные.

4. Теоретическая основа работы

В работе рассмотрена упрощенная модель ходьбы человека (Рисунок 1) по ровной поверхности, где туловище представлено стержнем с равномерно распределенной массой, центр масс которого расположен на расстоянии r^* от таза, угол ψ обозначает отклонение корпуса от вертикали, J - момент инерции корпуса. Все углы в модели измеряются против часовой стрелки, далее индекс 1 будет относиться к опорной ноге, а индекс 2 к переносной, поэтому для парных обозначений будет использован индекс i . Все введенные на данном этапе обозначения представлены в таблице 1. Силы реакции опоры приложены точно к голеностопному суставу ног, ибо мы рассматриваем ходьбу без стоп. Детальное изучение одноопорной фазы шага человека проведено именно в этой модели.

сегмент	длина	расстояние до центра масс сегмента	момент инерции	угол отклонения от вертикали	сила реакции опоры
корпус	r	r^* от таза	J	ψ	R_x и R_y
бедро	$2a$	a^* от таза	J_a	α_i	
голень	$2b$	b^* от колена	J_b	β_i	

Таблица 1

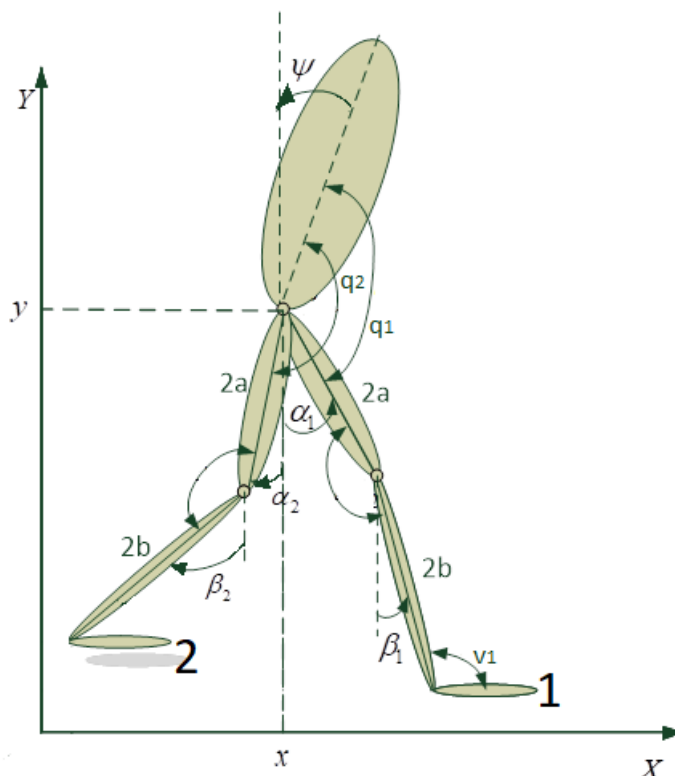


Рисунок 1 - Схема модели тела человека, где углы ψ , α_2 , β_2 изображены в обратную сторону измерения

Численные значения введенных обозначений приведены в таблице 2 [4]. Расстояние до центра масс корпуса и бедра измерялось от таза, для голени – от колена. Также важно указать, что скорость ходьбы – 0.85 м/с, период шага – 0.82 с, длина шага – 0.697 м, высота таза – 0.86 м.

сегмент	длина, м	расстояние до центра масс сегмента, м	момент инерции, кг*м ²	масса, кг
корпус	0.74	0.3	13.033	47.6
бедро	0.51	0.25	0.17	9
голень	0.40	0.16	0.036	2.9

Таблица 2

Для нахождения моментов в коленных и бедренных суставах, а также сил реакций опоры при ходьбе человека, были построены потенциальная и кинетическая энергия системы (формула 1) и получена система уравнений Лагранжа второго рода (формула 2). Эта система использовалась в дальнейших вычислениях.

Выражение для кинетической энергии системы:

$$2T = M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + J\dot{\psi}^2 - 2K_r(\dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi)\dot{\psi} + \sum_{i=1}^2 [J_a^* \dot{\alpha}_i^2 + J_b \dot{\beta}_i^2 + 2K_a \dot{\alpha}_i(\dot{x}\cos\alpha_i + \dot{y}\sin\alpha_i) + 2K_b \dot{\beta}_i(\dot{x}\cos\beta_i + \dot{y}\sin\beta_i) + J_{ab} \dot{\alpha}_i \dot{\beta}_i \cos(\alpha_i - \beta_i)]$$

Выражение для потенциальной энергии системы:

$$H = Mg(r \cos \psi + y) + \sum_{i=1}^2 [2m_a g(y - a^* \cos \alpha_i) + 2m_b g(y - 2a \cos \alpha_i - b^* \cos \beta_i)]$$

Формула 1

Система уравнений Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} - K_r(\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) + \sum_{i=1}^2 [K_a(\ddot{\alpha}_i \cos \alpha_i - \dot{\alpha}_i^2 \sin \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \cos \beta_i - \dot{\beta}_i^2 \sin \beta_i)] &= Q_x \\ M\ddot{y} - K_r(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + \sum_{i=1}^2 [K_a(\ddot{\alpha}_i \sin \alpha_i + \dot{\alpha}_i^2 \cos \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i)] &= Q_y - Mg \\ J\ddot{\psi} - K_r(\ddot{y} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi) - gK_r \sin \psi &= Q_\psi \\ J_a^* \ddot{\alpha}_i + J_{ab} \ddot{\beta}_i \cos(\alpha_i - \beta_i) + K_a(\ddot{x} \cos \alpha_i + \ddot{y} \sin \alpha_i) + J_{ab} \dot{\beta}_i^2 \sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_a \sin \alpha_i &= Q_{\alpha_i}, i = 1, 2 \\ J_b \ddot{\beta}_i + J_{ab} \ddot{\alpha}_i \cos(\alpha_i - \beta_i) + K_b(\ddot{x} \cos \beta_i + \ddot{y} \sin \beta_i) - J_{ab} \dot{\alpha}_i^2 \sin(\alpha_i - \beta_i) + gK_b \sin \beta_i &= Q_{\beta_i}, i = 1, 2 \end{aligned}$$

обозначения:

$$\begin{aligned} Q_x &= \sum_{i=1}^2 R_{ix}, \quad Q_y = \sum_{i=1}^2 R_{iy}, \quad Q_\psi = \sum_{i=1}^2 q_i \\ Q_{\alpha_i} &= -u_i - q_i + 2a(R_{ix} \cos \alpha_i + R_{iy} \sin \alpha_i), \quad Q_{\beta_i} = u_i + 2b(R_{ix} \cos \beta_i + R_{iy} \sin \beta_i) + v_i \\ M &= m_r + 2m_a + 2m_b, \quad J_a^* = J_a + 4m_b a^2, \quad K_a = m_a a^* + 2m_b a^*, \quad K_b = m_b b^*, \quad J_{ab} = 2m_b a b^* \end{aligned}$$

Формула 2

Для того чтоб найти моменты и силы реакций, необходимо решить обратную задачу динамики. Представим систему уравнений Лагранжа, как линейную систему относительно силы реакции опорной ноги (N_x, N_y), моментов в тазу (q_1, q_2) и коленях (u_1, u_2). Для этого надо записать матрицу семь на семь, состоящую из коэффициентов при неизвестных, а также вектор столбец свободных правых частей, формула 3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2a \cos \alpha_1 & 2a \sin \alpha_1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 2b \cos \beta_1 & 2b \sin \beta_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{1x} \\ R_{1y} \\ q_1 \\ q_2 \\ u_1 \\ u_2 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M\ddot{x} - K_r(\ddot{\psi} \cos \psi - \dot{\psi}^2 \sin \psi) + \sum_{i=1}^2 [K_a(\ddot{\alpha}_i \cos \alpha_i - \dot{\alpha}_i^2 \sin \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \cos \beta_i - \dot{\beta}_i^2 \sin \beta_i)] \\ M\ddot{y} - K_r(\ddot{\psi} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos \psi) + \sum_{i=1}^2 [K_a(\ddot{\alpha}_i \sin \alpha_i + \dot{\alpha}_i^2 \cos \alpha_i) + K_b(\ddot{\beta}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i)] + Mg \\ J\ddot{\psi} - K_r(\ddot{y} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi) - gK_r \sin \psi \\ J_a^* \ddot{\alpha}_1 + J_{ab} \ddot{\beta}_1 \cos(\alpha_1 - \beta_1) + K_a(\ddot{x} \cos \alpha_1 + \ddot{y} \sin \alpha_1) + J_{ab} \dot{\beta}_1^2 \sin(\alpha_1 - \beta_1) + gK_a \sin \alpha_1 \\ J_a^* \ddot{\alpha}_2 + J_{ab} \ddot{\beta}_2 \cos(\alpha_2 - \beta_2) + K_a(\ddot{x} \cos \alpha_2 + \ddot{y} \sin \alpha_2) + J_{ab} \dot{\beta}_2^2 \sin(\alpha_2 - \beta_2) + gK_a \sin \alpha_2 \\ J_b \ddot{\beta}_1 + J_{ab} \ddot{\alpha}_1 \cos(\alpha_1 - \beta_1) + K_b(\ddot{x} \cos \beta_1 + \ddot{y} \sin \beta_1) - J_{ab} \dot{\alpha}_1^2 \sin(\alpha_1 - \beta_1) + gK_b \sin \beta_1 \\ J_b \ddot{\beta}_2 + J_{ab} \ddot{\alpha}_2 \cos(\alpha_2 - \beta_2) + K_b(\ddot{x} \cos \beta_2 + \ddot{y} \sin \beta_2) - J_{ab} \dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_2 - \beta_2) + gK_b \sin \beta_2 \end{pmatrix}$$

Формула 3

Также была рассмотрена модель ходьбы человека по ровной поверхности, где учитывались моменты, создаваемые стопами. Эта модель побочная, в дальнейшей работе не использовалась. Введенные в этом случае обозначения приведены в таблице 3. Силы реакции опоры R_{ix} и R_{iy} приложены к стопе на расстоянии ξ_{yi} и ξ_{xi} от голеностопа.

сегмент	длина	расстояние до центра масс сегмента	момент инерции	угол отклонения от вертикали
корпус	r	r^* от таза	J	ψ
бедро	$2a$	a^* от таза	J_b	α_i
голень	$2b$	b^* от колена	J_a	β_i
стопа	$2c$	c^* от голеностопа	J_c	γ_i

Таблица 3

Выражения для кинетической энергии приобретают следующий вид (формула 4).

$$T = \frac{1}{2}M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}[J\dot{\psi}^2 - 2K_r(\dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi)\dot{\psi}] + \frac{1}{2}\sum_{i=1,2}\{J_a^*\dot{\alpha}_i^2 + J_b^*\dot{\beta}_i^2 + J_c^*\dot{\gamma}_i^2 + 2K_a\dot{\alpha}_i \cdot (\dot{x}\cos\alpha_i + \dot{y}\sin\alpha_i) + 2K_b\dot{\beta}_i(\dot{x}\cos\beta_i + \dot{y}\sin\beta_i) + 2K_c\dot{\gamma}_i(\dot{x}\cos\gamma_i + \dot{y}\sin\gamma_i) + 2J_{ab}\dot{\alpha}_i\dot{\beta}_i\cos(\alpha_i - \beta_i) + 2J_{ac}\dot{\alpha}_i\dot{\gamma}_i\cos(\alpha_i - \gamma_i) + 2J_{bc}\dot{\beta}_i\dot{\gamma}_i\cos(\beta_i - \gamma_i)\}$$

Здесь обозначено:

$$M = m_r + 2m_a + 2m_b + 2m_c, \quad J_a^* = J_a + 4(m_b + m_c)a^2, \quad J_b^* = J_b + 4m_cb^2, \quad K_a = m_aa_* + 2(m_b + m_c)a, \\ K_b = m_bb_* + 2m_cb, \quad K_c = m_cc_*, \quad J_{ab} = 2m_ab_* + 4m_cab, \quad J_{ac} = 2m_cac_*, \quad J_{bc} = 2m_cbc_*, \quad J_c^* = J_c + m_cc_*^2$$

Формула 4

Силовая функция (минус потенциальная энергия) имеет вид (формула 5):

$$U = -g(My + K_r\cos\psi + \sum_{i=1}^2[K_a\cos\alpha_i + K_b\cos\beta_i + K_c\cos\gamma_i])$$

Тогда уравнения Лагранжа второго рода будут иметь вид (формула 6). В них добавятся два новых уравнения для γ_1 и γ_2 , а изменится вид уравнений для α_1 и α_2 , а также β_1 и β_2 .

Система уравнений Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} - K_r(\ddot{\psi}\cos\psi - \dot{\psi}^2\sin\psi) + \sum_{i=1}^2[K_c(\ddot{\gamma}_i\cos\gamma_i - \dot{\gamma}_i^2\sin\gamma_i) + K_b(\ddot{\beta}_i\cos\beta_i - \dot{\beta}_i^2\sin\beta_i)] &= Q_x \\ M\ddot{y} - K_r(\ddot{\psi}\sin\psi + \dot{\psi}^2\cos\psi) + \sum_{i=1}^2[K_c(\ddot{\gamma}_i\sin\gamma_i + \dot{\gamma}_i^2\cos\gamma_i) + K_b(\ddot{\beta}_i\sin\beta_i + \dot{\beta}_i^2\cos\beta_i)] &= Q_y - Mg \\ J\ddot{\psi} - K_r(\ddot{y}\sin\psi + \ddot{x}\cos\psi) - gK_r\sin\psi &= Q_\psi \\ J_a^*\ddot{\alpha}_i + J_{ab}\ddot{\beta}_i\cos(\alpha_i - \beta_i) + J_{ac}\ddot{\gamma}_i\cos(\alpha_i - \gamma_i) + K_a(\ddot{x}\cos\alpha_i + \ddot{y}\sin\alpha_i) + J_{ab}\dot{\beta}_i^2\sin(\alpha_i - \beta_i) + J_{ac}\dot{\gamma}_i^2\sin(\alpha_i - \gamma_i) + gK_a\sin\alpha_i &= Q_{\alpha_i} \\ J_b^*\ddot{\beta}_i + J_{ab}\ddot{\alpha}_i\cos(\alpha_i - \beta_i) + J_{bc}\ddot{\gamma}_i\cos(\beta_i - \gamma_i) + K_b(\ddot{x}\cos\beta_i + \ddot{y}\sin\beta_i) + J_{ab}\dot{\alpha}_i^2\sin(\alpha_i - \beta_i) + J_{bc}\dot{\gamma}_i^2\sin(\beta_i - \gamma_i) + gK_b\sin\beta_i &= Q_{\beta_i} \\ J_c^*\ddot{\gamma}_i + J_{ac}\ddot{\alpha}_i\cos(\alpha_i - \gamma_i) + J_{bc}\ddot{\beta}_i\cos(\beta_i - \gamma_i) + K_c(\ddot{x}\cos\gamma_i + \ddot{y}\sin\gamma_i) - J_{ac}\dot{\alpha}_i^2\sin(\alpha_i - \gamma_i) - J_{bc}\dot{\beta}_i^2\sin(\beta_i - \gamma_i) + gK_c\sin\gamma_i &= Q_{\gamma_i} \end{aligned}$$

обозначения :

$$\begin{aligned} Q_x &= \sum_{i=1}^2 R_{ix}, \quad Q_y = \sum_{i=1}^2 R_{iy}, \quad Q_\psi = \sum_{i=1}^2 q_i \\ Q_{\alpha_i} &= -u_i - q_i + 2a(R_{ix}\cos\alpha_i + R_{iy}\sin\alpha_i), \quad Q_{\beta_i} = u_i + 2b(R_{ix}\cos\beta_i + R_{iy}\sin\beta_i) + \nu_i \\ Q_{\gamma_i} &= -\nu_i + \xi_x^i R_{xi}\cos\gamma_i + \xi_y^i R_{yi}\sin\gamma_i \\ M &= m_r + 2m_a + 2m_b + 2m_c, \quad J_a^* = J_a + 4(m_b + m_c)a^2, \\ J_b^* &= J_b + 4m_cb^2, \quad K_a = m_aa^* + 2(m_b + m_c)a^*, \quad K_b = m_bb^* + 2m_cb^*, \\ K_c &= m_cc^*, \quad J_{ab} = 2m_ab^* + 4m_cab, \quad J_{ac} = 2m_cac^*, \\ J_{bc} &= 2m_cbc^*, \quad J_c^* = J_c + m_cc^{*2} \end{aligned}$$

Формула 6

В дальнейшем будут сравнены энергозатраты одноопорной фазы при ходьбе с нагрузкой и без, для этого используется интеграл энергозатрат (формула 7). Модули в подынтегральном

выражении позволяют учитывать механическую работу и при сгибании, и при разгибании в суставах.

$$\int_0^T [|q_1(\dot{\psi} - \dot{\alpha}_1)| + |u_1(\dot{\beta}_1 - \dot{\alpha}_1)| + |\nu_1\dot{\beta}_1| + |q_2(\dot{\psi} - \dot{\alpha}_2)| + |u_2(\dot{\beta}_2 - \dot{\alpha}_2)|] dt$$

Формула 7

Подводя итог теоретической части: в дальнейшем будем решать плоскую задачу с семью степенями свободы в модели ходьбы без стоп.

5. Описание исследовательско-экспериментальной работы

В таблице 1 приведены используемые в работе параметры, из которых углы α_1 , α_2 , β_1 и β_2 , а также длины 2a, 2b получены экспериментально. Масс инерционные характеристики получены из расчетов [2,4], угол ψ получен формулами Белецкого [1]. В работе использовался легкий измерительный экзоскелет, который закреплялся на испытуемом. На рисунке 2 показано, как производились измерения на испытуемом свободной походки без нагрузки (рисунок 2а) и с нагрузкой (рисунок 2б), использовался вес 15 кг. Именно с этого устройства были получены указанные выше углы, а также длины бедра и голени испытуемого.



Рисунок 2 а) двухопорная фаза

б) начало фазы переноса

Каждая «нога» измерительного скелета имеет два сегмента: для голени и для бедра. Длина элементов регулируется под параметры ног испытуемого, с помощью эластичных бинтов звенья скелета прикрепляются к ногам. Пятка вставляется в специальный подпяточник для лучшего крепления. В бедренном узле скелета расположены энкодеры, которые измеряют угол отклонения бедра от выбранного нулевого положения (близкого к вертикали) в вертикальной плоскости. В коленном шарнире энкодеры измеряют межзвенный угол бедра и голени в вертикальной плоскости, при этом нулевому углу соответствует положение, когда голень параллельна бедру (нога прямая). Перед началом измерений все углы выставляются в нулевое положение программным способом. Погрешность измерения углов может возникнуть из-за неточного выставления нулей или из-за неточности энкодеров. Данные с измерительного скелета отправляются беспроводным каналом на компьютер, где установлено программное обеспечение для принятия и обработки сигнала, который включает значение угла в градусах и время принятия сигнала в миллисекундах. Из этой программы данные можно выгрузить в Excel. Также во время экспериментов к скелету были подключены измерительные стельки, которые представляют собой схему из тензодатчиков (рисунок 3). Сигнал от тензодатчика попадает на усилитель и также передается на компьютер. Была проведена тарировка стелек, погрешность отклонения от линейной зависимости $\pm 3\%$.

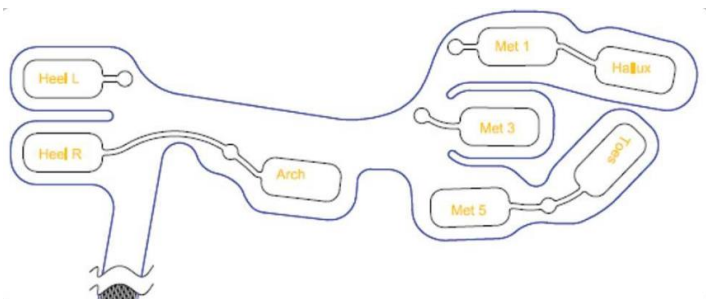


Рисунок 3

Интерфейс программы для записи сигнала приведен на рисунке 4.



Рисунок 4

Слева приведен список каналов, данные с которых принимаются, в окошке с графиком отображается в реальном времени принимаемый сигнал, максимальное время записи – 5 минут, принимаемые данные в любой момент можно сохранить в файл. Измерительный комплекс также позволяет получать миографию мышц, но эти данные не были использованы в работе.

Измерительный комплекс не предназначен для измерения угла отклонения корпуса φ . Поэтому были опробовано несколько способов его фиксировать. Первым способом была съемка на видео с горизонтально расположенной камеры ходьбы человека в сагитальной плоскости, причем на корпус человека крепилось два маркера, чтобы в любой момент времени между ними можно было бы провести прямую. Использовалась программа Tracker, которая позволяла покадрово отмечать положение маркеров на видео, а также вводить плоскую систему координат, рисунок 5.

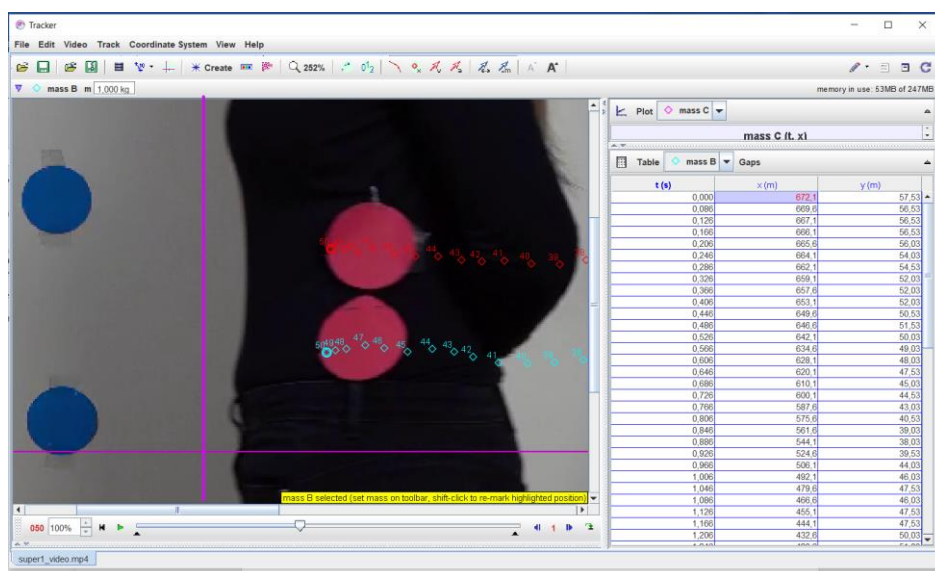


Рисунок 5

Это позволяло рассчитывать на каждом кадре координаты маркеров, считать угол, образованного ими отрезка с вертикалью. Но такая разметка была абсолютно не точная, полученные графики угла ψ приведены на рисунке 6. Они не правдоподобны, так как колебания угла должны быть около трех градусов, а также арккосинус не отражал знак угла.



Рисунок 6

Было решено использовать формулу Белецкого [1] (формула 8).

Она подходит для описания одноопорной фазы шага, что отвечает потребностям работы. С помощью формулы можно получить приблизительные значения, она выведена при изучении колебаний корпуса в модели без нелинейных членов.

$$\psi(t) = \frac{mL}{2K_r} \left[ch \, wt - \frac{1+ch \, wT}{sh \, wT} sh \, wt \right] + \frac{m(vt-G)}{K_r}$$

обозначения :

T – период шага, $L = vT$ – длина шага

$G = \frac{L}{2}$, m – масса тела, h – высота таза,

$w^2 = \frac{K_r g}{J+hK_r}$ – угловая скорость.

Формула 8

6. Методы обработки данных

С измерительного скелета были получены углы бедра с вертикалью (α_i), межзвенный угол в колене и данные силовой метрии. Для дальнейшей подстановки данных в модель и решения систем уравнений, нужно их обработать. Сигнала необходимо разметить на шаги. Так как все данные согласованы по времени, то это удобно делать по силовой метрии, так как по ней явно выражены моменты опоры и переноса ног. На рисунке 7 приведены графики силы реакции опоры пятки левой и правой ноги.

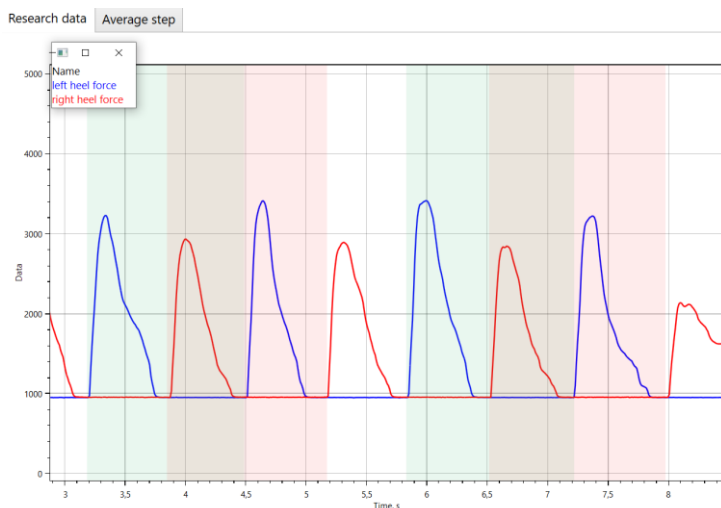


Рисунок 7

В программе выбираем начало и конец опорной фазы левой ноги – это левый шаг, аналогично выделяем правый шаг. На рисунке 8 приведен внешний вид данных с выделенными на них шагами, где красная полоска – опора правой ноги, зеленая полоска – опора левой ноги, пересечение цветов – двухопорная фаза.

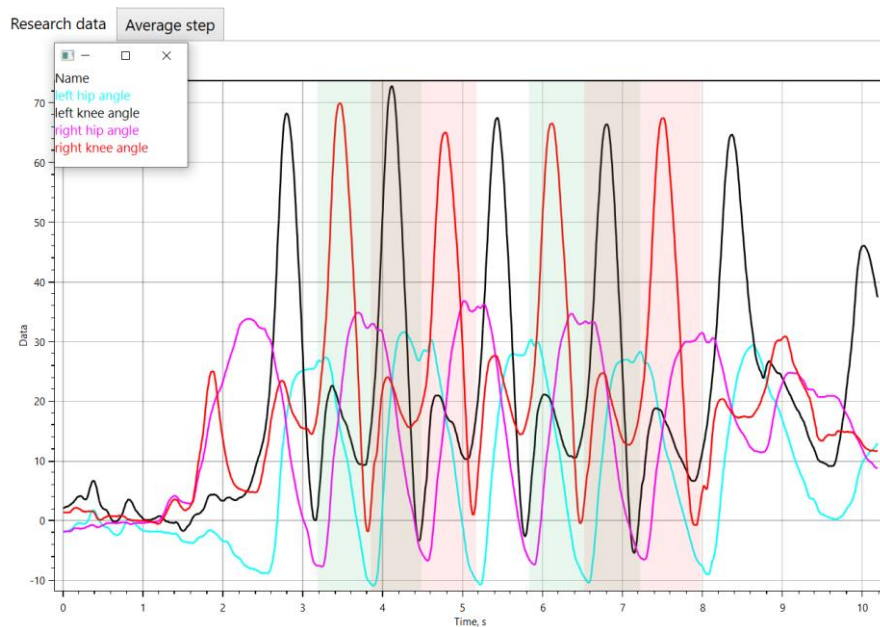


Рисунок 8

После разметки нескольких шагов по силовой метрии, переходим к углам. Их значения удобно анализировать на среднем шаге. Сначала все выбранные шаги по каждой ноге приводятся к средней длительности по времени. Для правой и левой ноги это значение может получиться разным. Потом в каждой точке рассчитывается средний угол (значение сигнала), по этим значениям рисуются графики средних значений во время шага для всех каналов (яркими цветами), также рисуется максимальная и минимальная кривая, значения в которой получаются из максимумов и минимумов усредняемых данных (бледными цветами). Усредненные графики угла бедра с вертикалью, межзвенового угла в колене для левой и правой ноги приведены на рисунке 9а и рисунке 9б соответственно. Графики данных выглядят очень гладко за счет большого количества точек, а также за счет примененного к ним метода линеаризации, на них изображен полный шаг каждой из ног соответственно.

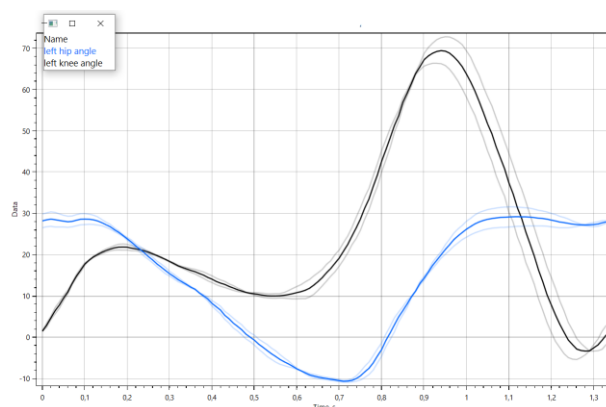
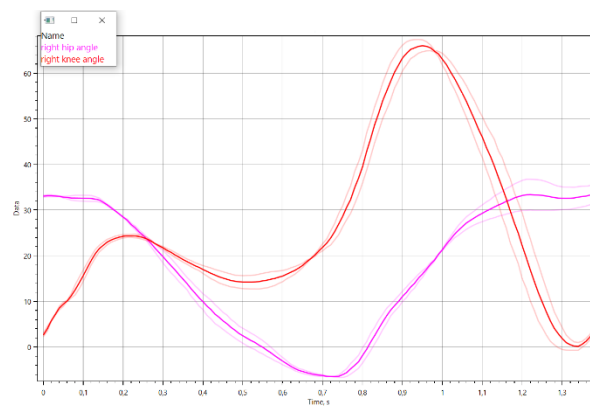


Рисунок 9

а)



б)

После расчета среднего заметно, что графики среднего шага левой и правой ноги начинаются по времени в нуле, но для дальнейшей работы с данными нужно произвести сдвиг данных правой ноги на длительность двухопорной фазы. На рисунке 10 представлены графики бедренного угла правой и левой ноги после сдвига.

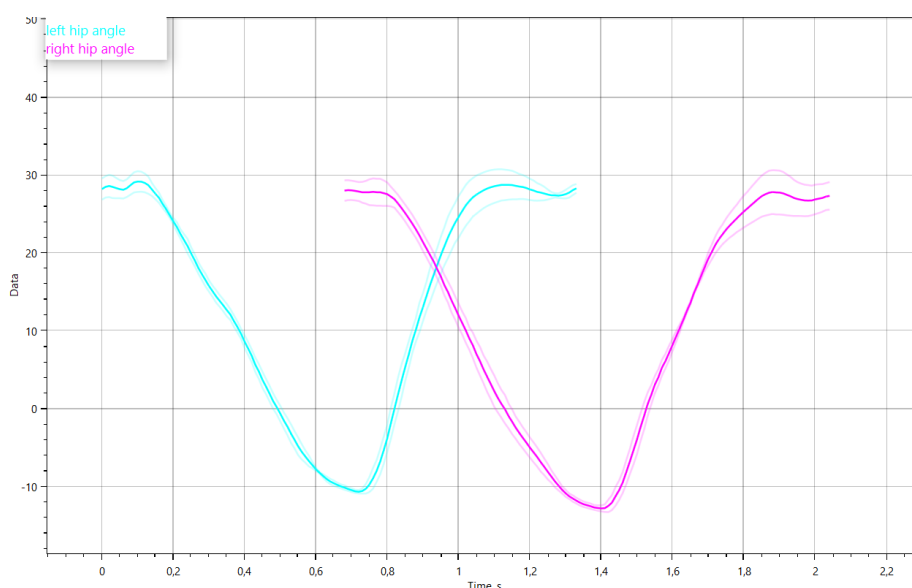


Рисунок 10

В работе изучалась только одноопорная фаза шага, было принято решение рассматривать ее как опору на правую ногу. Выделить это время из графика среднего шага помогает график суммы сил опоры на правую ногу, границы его наложения и будут искомым интервалом. На рисунке 11 рассматриваемый интервал ограничен двумя точками, на нем выведены одновременно бедренные углы левой и правой ноги, а также график суммарной реакции опоры. У графика силовометрии должен быть более выражен первый максимум, который соответствует постановке правой пятки, но на испытуемом были надеты кроссовки с амортизацией, поэтому данные стелек изменились. В нашей упрощенной модели часть двухопорной фазы, которая попадает в фазу опоры правой ноги, будет считаться продолжением одноопорной правой фазы.

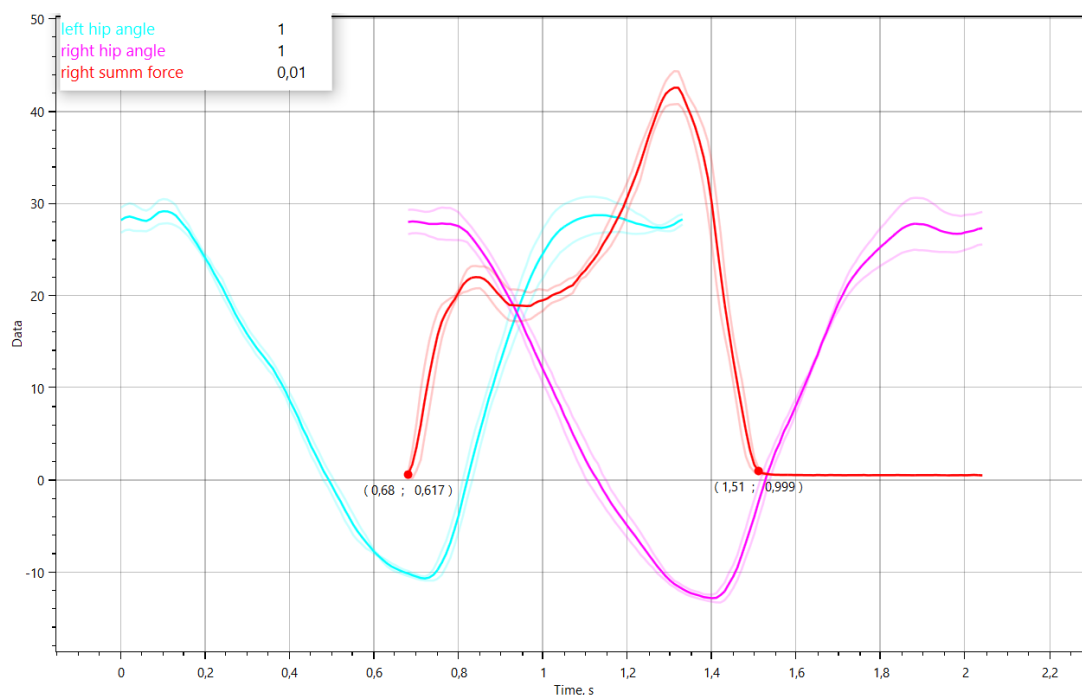


Рисунок 11

Однако возникает необходимость продлить данные, ибо на временном интервале от 0.687 до 1.517 секунды не хватает части значений левой ноги. Так как ходьба циклична, мы можем продлить углы левой ноги, вставив в конец данных, приведенных на рисунке 11, еще один средний шаг левой ноги. Аналогичные действия, только вставка происходит в начало графиком, происходят с правой ноги, рисунок 12 это иллюстрирует, но приведен для примера, так как склейка данных для правой ноги в дальнейшей работе не использовалась.

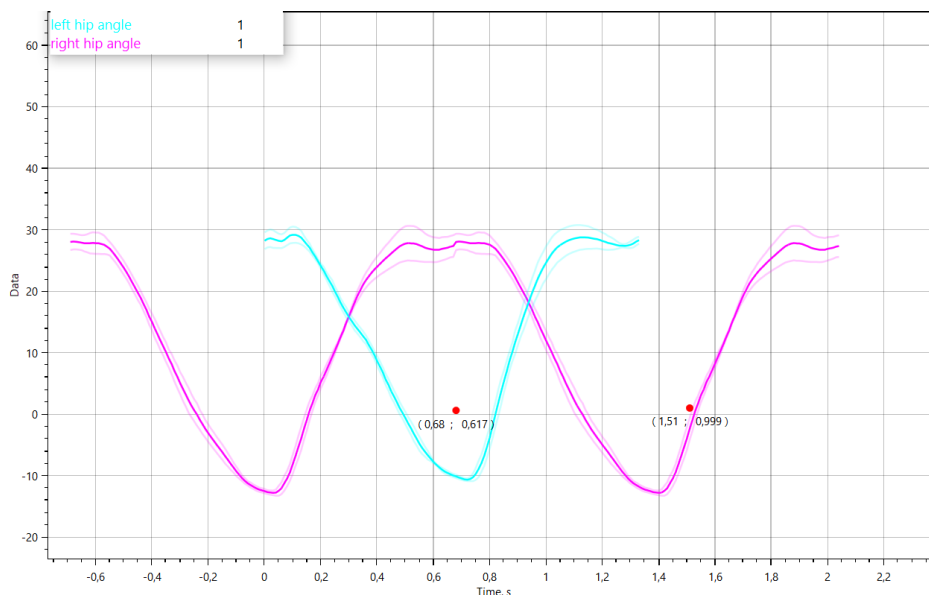


Рисунок 12

Далее данные среднего шага, а именно бедренные, коленные углы и время были выгружены в формат .csv и их обработка продолжена в Excel. Итогом работы с данными в Excel стали данные о углах и времени при опоре на правую ногу. Для упрощения дальнейшей работы с данными, момент опоры на правую ногу принят равным нулю, в итоге опорная фаза по времени заняла 0,81 секунду.

Подобная работа была проведена с данными при ходьбе с нагрузкой и без. В результате, для дальнейшей программной обработке данные подготовлены.

Приведем таблицу более полной разметки среднего шага человека, рисунок 13. Информация из неё не используется в настоящей работе, но несет большую ценность для автора.

Название	Время	Норма	Название	Левый интервал	Левый процент	Правый интервал	Правый процент	
постановка Л пятки	0,01		Интервал опоры на пятку	0,57	42,54	0,55	27,92	число шагов левой ноги
постановка Л плюсни	0,16		Интервал опоры на всю стопу	0,42	31,34	0,42	21,32	4
отрыв П плюсни	0,12		Интервал опоры на плюсну	0,66	49,25	0,59	29,95	число шагов правой ноги
постановка П пятки	0,68	37,6±0,4%	Переносная фаза	0,53	39,55	1,15	58,38	4
постановка П плюсни	0,91	62,4±0,5%	Опорная фаза	0,81	60,45	0,82	41,62	размер ноги
отрыв Л пятки	0,58	12,4±0,4%	Двуопорная фаза	0,11	8,21	0,14	7,11	0
отрыв Л плюсни	0,82		тау	0	0,04	0	-0,05	Длина левого бедра, м
постановка Л пятки	1,35		сила/вес		% шага	сила/вес	% шага	46
постановка Л плюсни	1,5	119±4,3 Н/вес 15%	передний толчок(1 максимум)		12,78		10,65	Длина левой голени, м
отрыв П пятки	1,23	72,0±3,2 Н/вес 30%	минимум		25,56		20,07	51
отрыв П плюсни	1,5	126,0±5,2 Н/вес 55%	задний толчок(2 максимум)		48,87		46,16	Длина правого бедра, м
постановка П пятки	2,65		----	----	----	----	----	46
л передний толчок(1 максимум)	0,18		Время двойного шага	2,64				Длина правой голени, м
л минимум	0,35	99±1	Темп, шаги/мин	28,96				51,5
л задний толчок(2 максимум)	0,66	1,17±0,03 м/с	скорость ходьбы	0,67				Общая длительность размеченных участков
п передний толчок(1 максимум)	0,83	1,42±0,02 м	длина двойного шага	1,7				4143
п минимум	0,96	0,99±0,01	коэффициент ритмичности	0,96				Масса
п задний толчок(2 максимум)	1,32	1,21±0,03 с	одиночный шаг	1,34		1,97		73,4
								Общее расстояние
								6,8
								число размеченных шагов
								2
								Все время исследования
								10,19
								Время среднего правого шага
								1,33
								Время среднего левого шага
								1,38

Рисунок 13

Коленный угол, который приходит с устройства является межзвевным, на рисунке 14 показана схема его измерения.

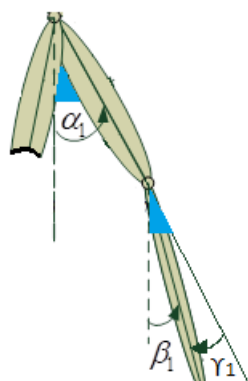


Рисунок 14

Однако для задач курсовой работы необходим угол голени с вертикалью β_i , тогда искомый угол вычисляется по формуле $\beta_i = \alpha_i - \gamma_i$.

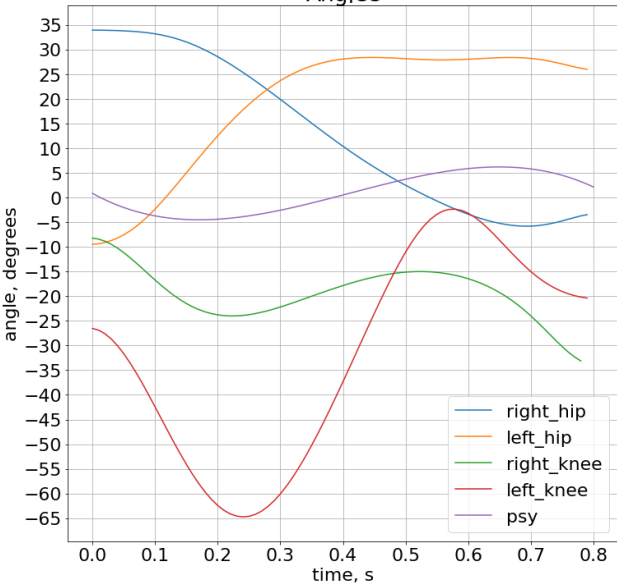
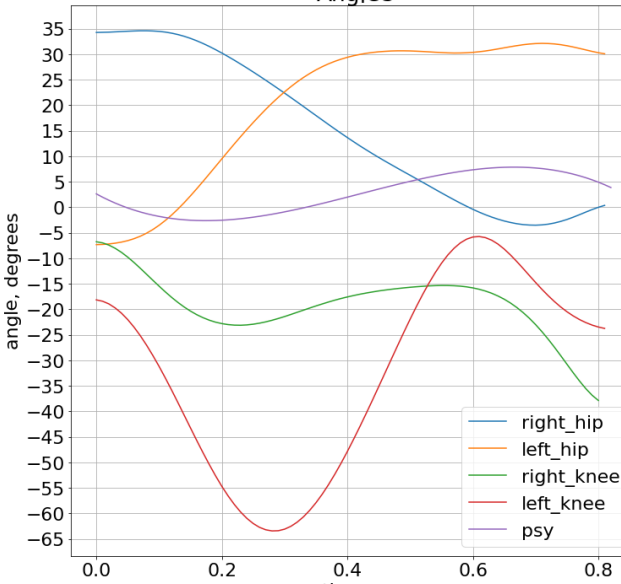
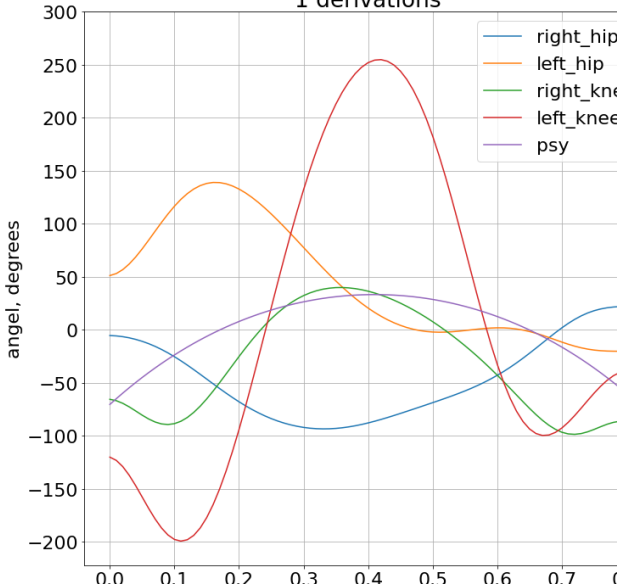
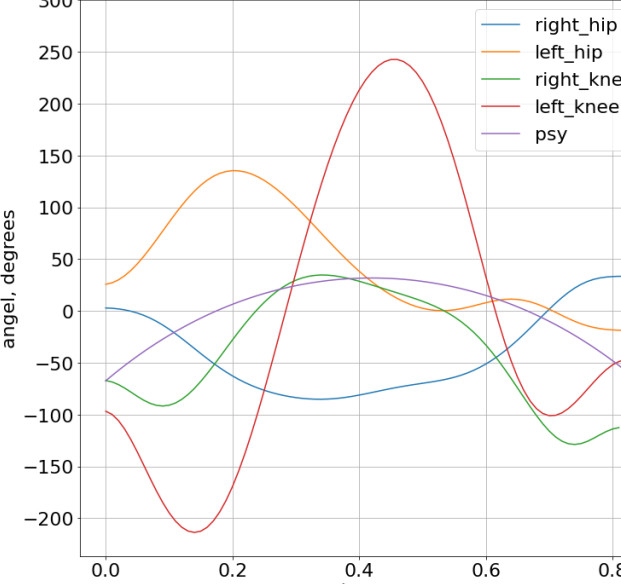
7. Анализ полученных результатов и их обсуждение

Дальнейший анализ данных проведен с использованием программы, написанной на языке Python 3. Её код приведен в Приложении 1. Для взятия первой и второй производной использовались формулы 9 [5], в которых функция взятия менялась для различных номеров i точки в массиве данных. Формулы взяты из справочника, получены из разложения ряда Тейлора. Для сглаживания данных применялся фильтр Гаусса, который работает по принципу аппроксимации данных в каждом выбранном промежутке(окне), эти окна пересекаются. Этот фильтр часто используется при обработке изображений, был выбран для использования в работе, так как автор с ним ознакомлен.

$$\begin{aligned}
i=0 \\
y'_0 &= \frac{-11y_0+18y_1-9y_2+2y_4}{6\Delta} & y''_0 &= \frac{2y_0-5y_1+4y_2-y_3}{\Delta^2} \\
0 < i < n-1 \\
y'_i &= \frac{-2y_{i-1}-3y_i+6y_{i+1}-y_{i+2}}{6\Delta} & y''_i &= \frac{y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}}{\Delta^2} \\
i=n-1 \\
y'_i &= \frac{y_{i-2}-6y_{i-1}+3y_i+2y_{i+1}}{6\Delta} & y''_i &= \frac{y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}}{\Delta^2} \\
i=n \\
y'_i &= \frac{11y_i-18y_{i-1}+9y_{i-2}-2y_{i-3}}{6\Delta} & y''_i &= \frac{2y_i-5y_{i-1}+4y_{i-2}-y_{i-3}}{\Delta^2}
\end{aligned}$$

Формула 9

Рассмотрим таблицу 4, в ней приведены графики углов, их первых и вторых производных - это те данные, которые подставлялись в систему уравнений Лагранжа второго рода. В левом столбце приведены данные при ходьбе без нагрузки, а в правом – с нагрузкой.

Параметр	Без нагрузки	С нагрузкой
Углы модели	<p>Angles</p> 	<p>Angles</p> 
При добавлении нагрузки, размахи, максимальные и минимальные значения производных изменились. Пик коленного угла левой ноги сместился ближе к концу шага.		
Первые производные углов	<p>1 derivations</p> 	<p>1 derivations</p> 

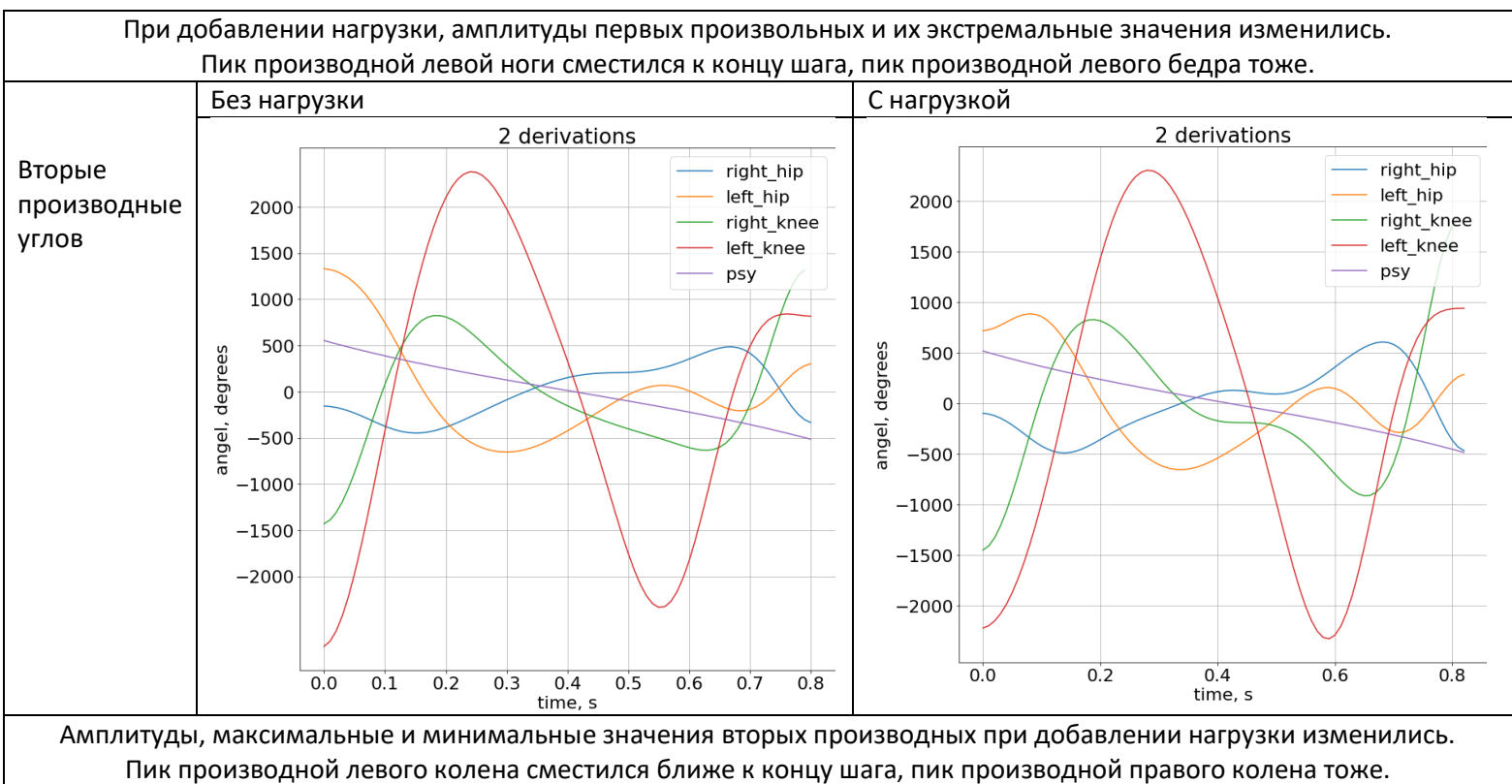
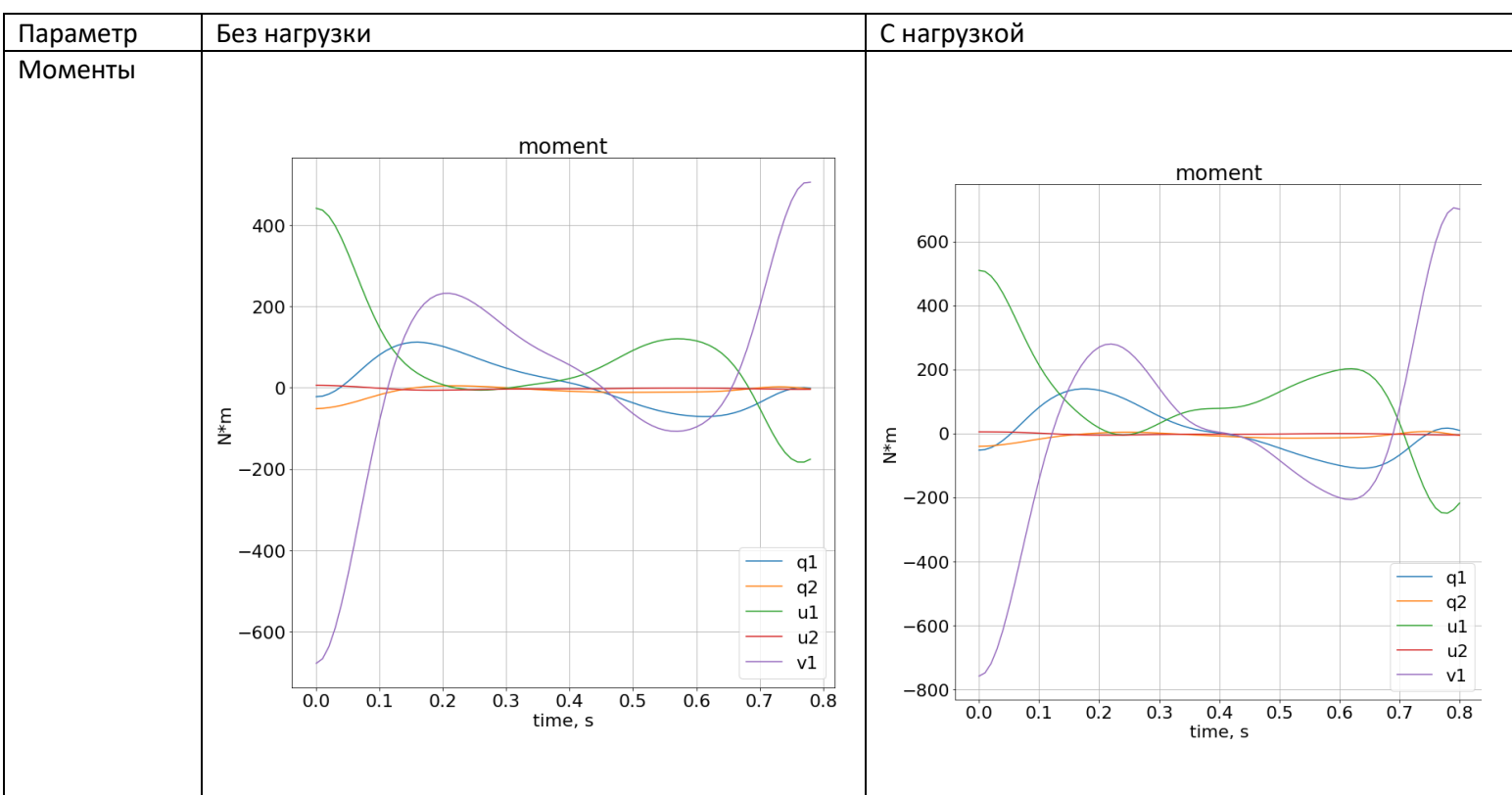


Таблица 4

Точные данные о амплитудах и экстремальных значениях данных приведены в таблице 7. Полученные графики углов и первых производных были сравнены с научными источниками [3]. Из приведенных в таблице 4 данных, мы получаем моменты сил в суставах, вертикальные и горизонтальные силы реакций опорной ноги, а также уравнение движения бедренного сустава опорной ноги, таблица 5.



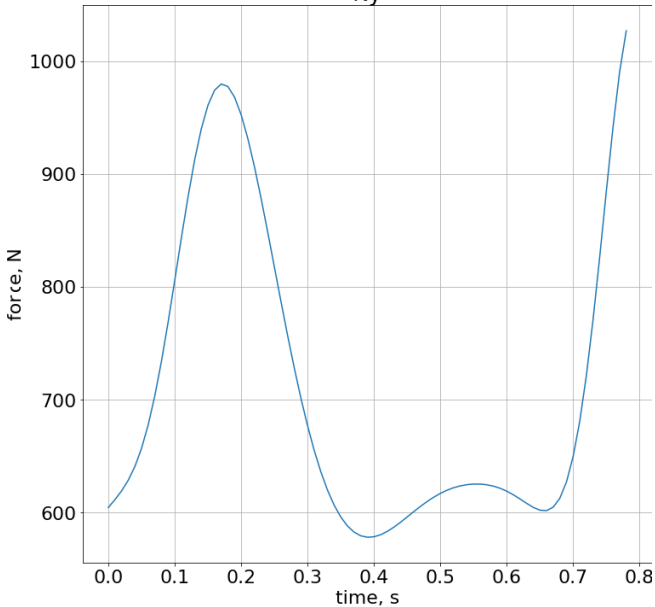
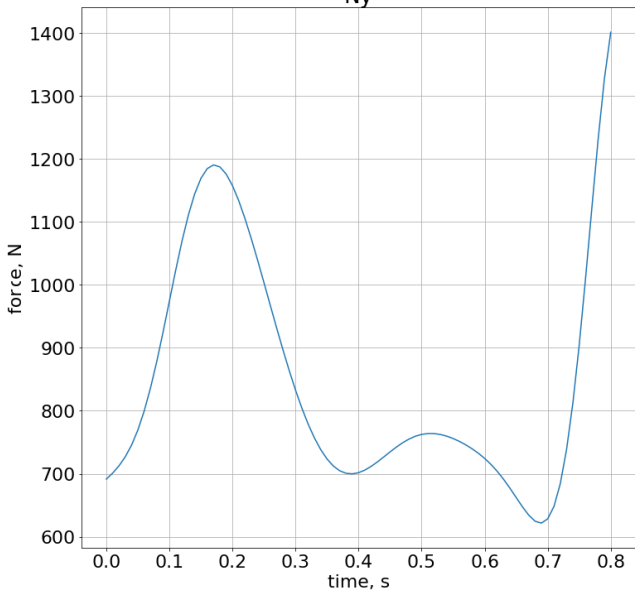
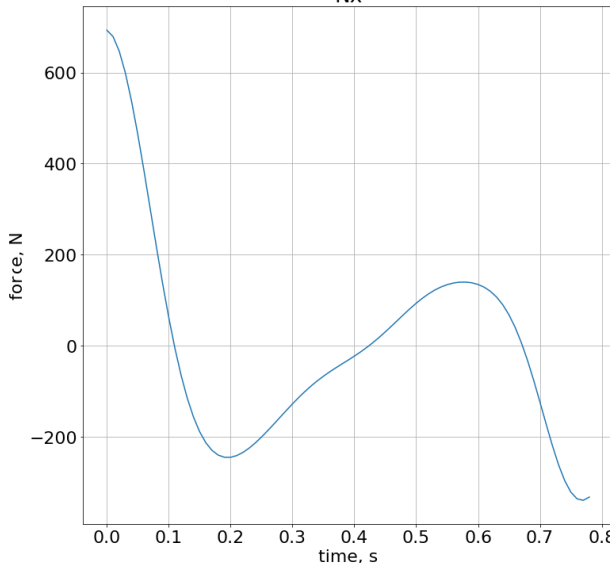
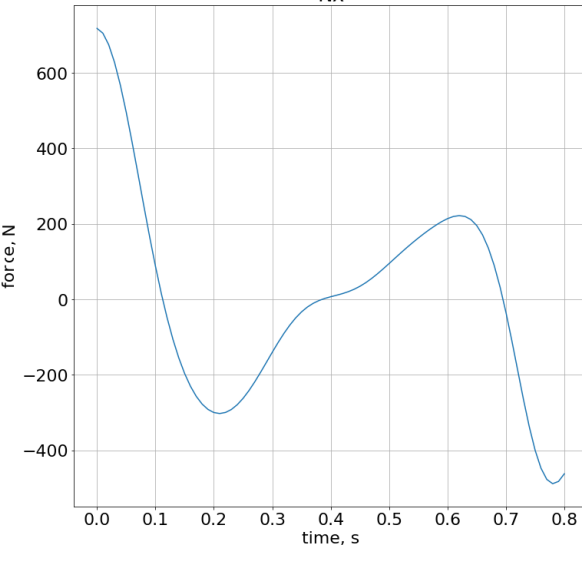
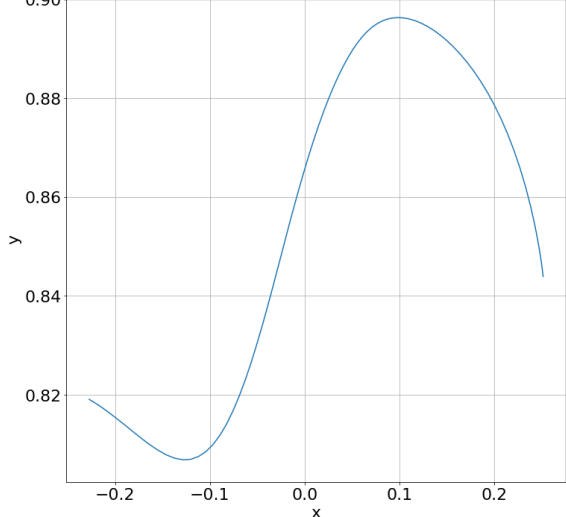
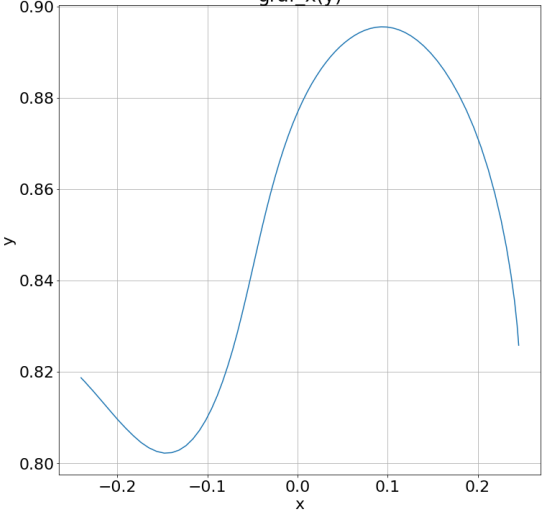
Вертикальная сила реакции	Без нагрузки	С нагрузкой
	<p>N_y</p> 	<p>N_y</p> 
Горизонталь- ная сила реакции	Без нагрузки	С нагрузкой
	<p>N_x</p> 	<p>N_x</p> 
Траектория центра бедренного сустава	Без нагрузки	С нагрузкой
	<p>graf $x(y)$</p> 	<p>graf $x(y)$</p> 

Таблица 5

Более подробная численная информация о данных с графинформацию, приведена в таблице 7. Стоит отметить, что траектория движения центра бедренного сустава опорной ноги не является горизонтальной прямой, он не расположен все время на одно высоте. При добавлении нагрузки, экстремальные значения данных (как минимумы, так и максимумы) сдвинулись ближе к концу шага. Графики углов, первых и вторых производных не различаются по форме с нагрузкой и без. На графиках моментов видно, что, при ходьбе с нагрузкой, развивались бОльшие моменты, чем без нагрузки. Значения силы реакции с опорой также возросли, так как общий вес изменился с 73 кг до 88 кг, сравнение вычисленных и реальных данных приведено в таблице 6. Значения интеграла энергозатрат 283.17 Дж без нагрузки и 420.89 Дж с нагрузкой.

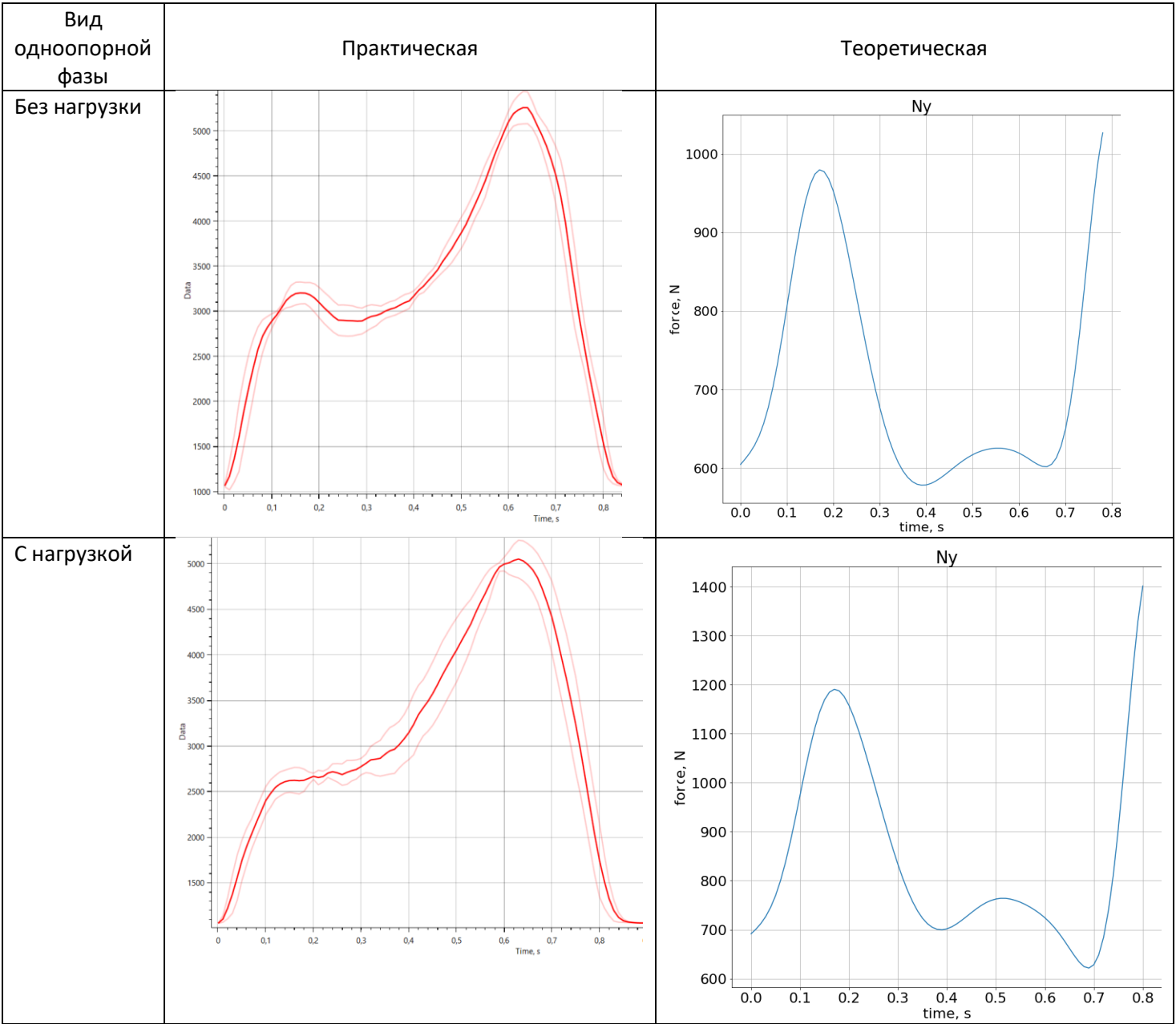


Таблица 6

Экспериментальная сила не была переведена в ньютон и приведена в робоединицах, заметно, что при ходьбе с нагрузкой показатели датчиков ниже, чем без нагрузки. Это происходит из-за того, что в использованных измерительных приборах зависимость показаний от силы не линейна, это связано с ошибкой при изготовлении платы. Важным индикатором правдоподобия вычислений является наличие двух пиков на всех графиках, которые соответствуют постановке пятки и толчку плюсни соответственно. В работе рассматривалась одноопорная фаза шага правой

ноги, при этом двуопорная фаза считалась нулевой. Иными словами, рассматривался период контакта правой ноги с поверхностью.

В таблице 7 приведены пиковые значения и амплитуды моментов в суставах человека при одноопорной фазе шага с нагрузкой и без. Также приведены максимальные и минимальные значения углов в колене и бедре, их размахи.

Величина	Максимум значений без нагрузки	Максимум значений с нагрузкой	Минимум значений с нагрузкой	Минимум значений без нагрузки	Размах без нагрузки	Размах с нагрузкой
Бедряный угол опорной ноги α_1 (°)	33.93	34.6	-3.51	-5.81	39.74	38.11
Бедряный угол переносной ноги α_2 (°)	28.39	32.13	-7.32	-9.49	37.88	39.45
Коленный угол опорной ноги β_1 (°)	-8.23	-6.76	-37.87	-33.13	24.9	31.11
Коленный угол переносной ноги β_2 (°)	-2.37	-5.73	-63.44	-64.74	62.37	57.71
Угол отклонения корпуса ψ (°)	6.19	7.87	-2.62	-4.52	10.71	10.49
Момент в бедре опорной ноги q_1 (Н·м)	112.14	139.27	-109.18	-70.81	182.95	248.45
Момент в бедре переносной ноги q_2 (Н·м)	4.83	5.53	-40.58	-51.62	56.45	46.11
Момент в колене опорной ноги u_1 (Н·м)	441.47	509.31	-249.47	-182.95	624.41	758.78
Момент в колене переносной ноги u_2 (Н·м)	6.03	4.63	-5.81	-6.137	12.16	10.44
Момент в голеностопе опорной ноги v_1 (Н·м)	505.76	704.57	-758.66	-678.10	1183.86	1463.25
Вертикальная реакция опоры N_y (Н)	1026.84	1400.94	577.87	621.64	448.97	779.31
Горизонтальная реакция опоры N_x (Н)	693.04	718.00	-339.73	-488.86	1032.77	1206.83

Таблица 6

8. Выводы

В работе была проанализирована одноопорная фаза для шага ходьбы с нагрузкой и без. В таблице 4 приведены полученные графики изменения углов, моментов и сил реакций. В таблице 5 приведено сравнение графиков вертикальной силы реакции в эксперименте и теоретической. В таблице 6 приведены амплитуды значений и пиковые значения для углов, моментов, сил реакций. Интеграл энергозатрат для ходьбы с нагрузкой (420.89 Дж) оказался больше, чем при ходьбе без нагрузки (283.17 Дж). Используемая модель имела ряд допущений, а именно: ходьба без стоп, нулевая двуопорная фаза, также на испытуемом была амортизирующая обувь. Поэтому разработанная модель нуждается в доработке, но может быть использована для первичной оценки параметров ходьбы человека.

9. Список использованной литературы

1. Белецкий В.В. «Динамика двуногой ходьбы» - Изд. АН СССР, МТТ, 1975 г., №3 и №4.
2. Зацюрский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н. «Биомеханика двигательного аппарата человека» - М: Физкультура и спорт, 1981 г. (Наука - спорту)
3. Э.К. Лавровский, Е. В. Письменная «Алгоритмы управления экзоскелетом нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхностям», журнал «мехатроника, автоматизация, управление», № 1, 2013 г.
4. Лавровский Э К, Воронов А В. «Определение масс-инерционных характеристик ноги человека», журнал «физиология человека», № 2, 1998 г.
5. Г. Корн, Т. Корн «Справочник по математике для научных работников и инженеров» Изд. Наука Москва 1973

10. Приложение 1

Программный код для решения задачи курсовой на Python 3.

```
import os
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
import math
import pandas
import numpy as np
import scipy
from numpy.linalg import inv
import scipy.misc
from scipy.ndimage import gaussian_filter1d
from scipy.interpolate import make_interp_spline, BSpline
from scipy.integrate import trapezoid
```

```
cwd = os.getcwd()
os.chdir("D:")
```

```
a2=0.51#м бедро!
b2=0.40#м голень!

ma=9#кг масса бедра!
mb=2.9#кг масса голени!
aa=0.25#м a*!
bb=0.16#м b*!

Ja=0.17#момент инерции бедра !
Jb=0.036#момент инерции голени !

Ka=3.729#ma*aa+mb*a2#статический момент бедра
Kb=0.464#mb*bb#статический момент голени
Jaa=0.924#Ja+mb*a2*2#момент инерции бедра
Jab=0.236#mb*a2*bb#момент инерции ab

M=73.4#масса общая
mk=47.6 # кг корпуса!
v=6.8/8 #м\с скорость!
T=0.82 #с одноопора правой ноги!
L=v*T#м длина шага
l=1.83 # м общий рост
lt=0.74 #м длина туловища!
h=0.86#a2+b2# м высота таза
Kr=17.612#mk*lt*0.5 # статический момент корпуса
J=13.033#0.5*mk*lt*2#момент инерции туловища
g=9.81 #м\с^2
w=2.575#(Kr*g/(J+lt*Kr))**(0.5)#угловая скорость
G=0.345#L*0.5
```

```
def sin(x):
    return math.sin(x)
def cos(x):
    return math.cos(x)

def Gauss_appr(U,n):
    t=[U[i][0] for i in range(0,len(U))]
    y=[U[i][1] for i in range(0,len(U))]
    sigma = 5
    y1 = np.round(gaussian_filter1d(y, sigma),n)
    gauss_data=[ (t[i], y1[i]) for i in range(0,len(y)) ]
    return gauss_data
```

```
#строит графики всех углов сразу
def draw_like_stat(A1,A2,B1,B2,P,k,name,ticks):
    matplotlib.rcParams.update({'font.size': 22})
    x=[A1[k][i][0] for i in range(0,len(A1[k]))]
    y=[A1[k][i][1] for i in range(0,len(A1[k]))]
    x1=[A2[k][i][0] for i in range(0,len(A2[k]))]
    y1=[A2[k][i][1] for i in range(0,len(A2[k]))]
    x2=[B1[k][i][0] for i in range(0,len(B1[k]))]
    y2=[B1[k][i][1] for i in range(0,len(B1[k]))]
    x3=[B2[k][i][0] for i in range(0,len(B2[k]))]
    y3=[B2[k][i][1] for i in range(0,len(B2[k]))]
    x4=[P[i][0] for i in range(0,len(P))]
    y4=[P[i][1] for i in range(0,len(P))]

    fig, ax = plt.subplots()
    ax.plot(x, y)
    ax.plot(x1, y1)
    ax.plot(x2, y2)
    ax.plot(x3, y3)
    ax.plot(x4, y4)
    ax.grid()
    ax.set_yticks(ticks)

    ax.legend (('right_hip',"left_hip","right_knee","left_knee","psy"))

    ax.set_facecolor('white')
    fig.set_facecolor('white')
    ax.set_ylabel('angle, degrees')
    ax.set_xlabel('time, s')

    fig.set_figwidth(12)
    fig.set_figheight(12)
    plt.title(name)
    plt.show()
```

```
def stroy(xx,yy,real,name,k):
    r=[real[k][i][1] for i in range(0,len(real[1])-1)]
    t=[real[k][i][0] for i in range(0,len(real[1])-1)]
    matplotlib.rcParams.update({'font.size': 22})
    fig, a = plt.subplots()
    a.plot(xx,yy)
    a.plot(t,r)
    a.set_facecolor('white')
    fig.set_facecolor('white')
    a.set_ylabel("y")
    a.set_xlabel("x")
    a.grid()
    fig.set_figwidth(12)
    fig.set_figheight(12)
    plt.title(name)
    plt.show()
```

```
def stroy1(xx,yy,name):
    matplotlib.rcParams.update({'font.size': 22})
    fig, a = plt.subplots()
    a.plot(xx,yy)
    a.set_facecolor('white')
    fig.set_facecolor('white')
    a.set_ylabel("y")
    a.set_xlabel("x")
    a.grid()
    fig.set_figwidth(12)
    fig.set_figheight(12)
    plt.title(name)
    plt.show()
```

Используем графики всех моментов

```
def draw_moment(Lagr_solve,1, name):
    matplotlib.rcParams.update({'font.size': 22})
    t=[time[i] for i in range(0,1)]
    q1=[Lagr_solve[i][2] for i in range(0,1)]
    q2=[Lagr_solve[i][3] for i in range(0,1)]
    u1=[Lagr_solve[i][4] for i in range(0,1)]
    u2=[Lagr_solve[i][5] for i in range(0,1)]
    v1=[Lagr_solve[i][6] for i in range(0,1)]
```

```
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(t, q1)
ax.plot(t, q2)
ax.plot(t, u1)
ax.plot(t, u2)
ax.plot(t, v1)
ax.grid()
```

```
ax.legend(("q1","q2","u1","u2","v1"))
ax.set_facecolor('white')
fig.set_facecolor('white')
ax.set_ylabel("N*m")
ax.set_xlabel("time, s")
fig.set_figwidth(12)
fig.set_figheight(12)
plt.title(name)
plt.show()
```

```
def draw_forcet(Lagr_solve,1,Leg,p):
    matplotlib.rcParams.update({'font.size': 22})
    t=[time[i] for i in range(0,1)]
    N=[Lagr_solve[i][p] for i in range(0,1)]
```

```
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(t, N)
ax.grid()
ax.set_facecolor('white')
fig.set_facecolor('white')
ax.set_ylabel('focse, N')
ax.set_xlabel('time, s')
fig.set_figwidth(12)
fig.set_figheight(12)
plt.title(Leg)
plt.show()
```

```
def processed_data(angle,n):
    delta=0.01
    angle_Ground=Gauss_appr(angle,n)
    #cosdow cpycku
    derivative1=[]
    derivative2=[]
    #по частям их заполним
    #0
    derivative1.append((-11*angle_Ground[0][1]+18*angle_Ground[1][1]-9*angle_Ground[2][1]+2*angle_Ground[3][1])/(6*delta))
    derivative2.append((2*angle_Ground[0][1]-5*angle_Ground[1][1]+4*angle_Ground[2][1]-angle_Ground[3][1])/(delta*delta))
    #1 -- n-3
    for i in range(1,len(angle_Ground)-3):
        derivative1.append((-2*angle_Ground[i-1][1]-3*angle_Ground[i][1]+6*angle_Ground[i+1][1]-angle_Ground[i+2][1])/(6*delta))
        derivative2.append((angle_Ground[i-1][1]-2*angle_Ground[i][1]+angle_Ground[i+1][1])/(delta*delta))
```

```
# n-2
k=len(angle_Ground)-2
derivative1.append((angle_Ground[k-2][1]-6*angle_Ground[k-1][1]+3*angle_Ground[k][1]+2*angle_Ground[k+1][1])/(6*delta))
derivative2.append((angle_Ground[k-1][1]-2*angle_Ground[k][1]+angle_Ground[k+1][1])/(delta*delta))
# n-1
k=len(angle_Ground)-1
derivative1.append((11*angle_Ground[k][1]-18*angle_Ground[k-1][1]+9*angle_Ground[k-2][1])/(6*delta))
derivative2.append((2*angle_Ground[k][1]-5*angle_Ground[k-1][1]+4*angle_Ground[k-2][1]-angle_Ground[k-3][1])/(delta*delta))
```

```
derivative1=[(angle[i][0], derivative1[i]) for i in range(0,len(angle_Ground)-1)]
derivative2=[(angle[i][0], derivative2[i]) for i in range(0,len(angle_Ground)-1)]
derivative1_Ground=Gauss_appr(derivative1,n)
```

derivative2_Ground=Gauss_appr(derivative2,n)ИТАБИТЬ

```
angle_Ground=[angle_Ground[i] for i in range(0, len(angle_Ground)-2)]
return [angle_Ground,derivative1_Ground,derivative2_Ground]
```

Исчитается в радианах

def PSY(t):

```
psy_angle= M*(v*t/G)/Kr + (M*L*0.5/Kr)*(math.cosh(w*t) - math.sinh(w*t))*(1+math.cosh(w*t))/math.sinh(w*t))
derivation1= M*v/Kr + (M*L*0.5/Kr)*(w*math.sinh(w*t) - w*math.cosh(w*t))*(1+math.cosh(w*t))/math.sinh(w*t))
derivation2= (M*L*0.5/Kr)*(w*w*math.cosh(w*t) - w*w*math.sinh(w*t))*(1+math.cosh(w*t))/math.sinh(w*t))
return [psy_angle, derivation1, derivation2]
```

calc_data=82

```
excel_d1 = pandas.read_excel('./newa_poemo_2.xlsx', sheet_name='newa_poemo_2', usecols=['t/1000', ' left hip angle_Data'])
left_hip_angle=[(excel_d1.iat[i,1], excel_d1.iat[i,0]) for i in range(0, calc_data)]
left_hip_angle_degr=[(excel_d1.iat[i,1], excel_d1.iat[i,0]) for i in range(0, calc_data)]
left_hip_processed_data(left_hip_angle,4)
left_hip_degr=processed_data(left_hip_angle_degr,2)
```

time=[left_hip_angle[i][0] for i in range(0,len(left_hip_angle))]

```
excel_d1 = pandas.read_excel('./newa_poemo_2.xlsx', sheet_name='newa_poemo_2', usecols=['t/1000', ' left knee angle_Data'])
left_knee_angle=[(excel_d1.iat[i,1], excel_d1.iat[i,0]) for i in range(0, calc_data)]
left_knee_angle_degr=[(left_knee_angle[i][0], (-left_knee_angle[i][1]+left_hip_angle[i][1])) for i in range(0, len(left_knee_angle)))]
left_knee_angle=[(left_knee_angle[i][0], math.radians(-left_knee_angle[i][1]+left_hip_angle[i][1])) for i in range(0, len(left_knee_angle)))]
left_knee_processed_data(left_knee_angle,4)
```

```
left_knee_degr=processed_data(left_knee_angle_degr,2)
excel_d2 = pandas.read_excel('./newa_poemo_2.xlsx', sheet_name='newa_poemo_2', usecols=['t/1000', ' right hip angle_Data'])
right_hip_angle=[(excel_d2.iat[i,1], math.radians(excel_d2.iat[i,0])) for i in range(0, calc_data)]
right_hip_processed_data(right_hip_angle,4)
right_hip_angle_degr=[(excel_d2.iat[i,1], excel_d2.iat[i,0]) for i in range(0, calc_data)]
right_hip_degr=processed_data(right_hip_angle_degr,2)
```

```
excel_d3 = pandas.read_excel('./newa_poemo_2.xlsx', sheet_name='newa_poemo_2', usecols=['t/1000', ' right knee angle_Data'])
right_knee_angle=[(excel_d3.iat[i,1], excel_d3.iat[i,0]) for i in range(0, calc_data)]
right_knee_angle_degr=[(right_knee_angle[i][0], (-right_knee_angle[i][1]+ right_hip_angle[i][1])) for i in range(0, len(right_knee_angle)-1)]
right_knee_angle=[(right_knee_angle[i][0], math.radians(-right_knee_angle[i][1]+ right_hip_angle[i][1])) for i in range(0, len(right_knee_angle)-1)]
right_knee_processed_data(right_knee_angle,4)
right_knee_degr=processed_data(right_knee_angle_degr,2)
```

```
time=[round(t,2) for t in time]
psy_angle_all=[PSY(round(t,2)) for t in time]
```

```
psy_angle_degr=[(time[i], round(math.degrees(psy_angle_all[i][0]),4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
psy_1derivation_degr=[(time[i], round(math.degrees(psy_angle_all[i][1]),4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
psy_2derivation_degr=[(time[i], round(math.degrees(psy_angle_all[i][2]),4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
```

```
psy_angle=[(time[i], round(psy_angle_all[i][0],4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
psy_1derivation=[(time[i], round(psy_angle_all[i][1],4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
psy_2derivation=[(time[i], round(psy_angle_all[i][2],4)) for i in range(0,len(psy_angle_all)-1)]
```

```
draw_like_stat(right_hip_degr,left_hip_degr, right_knee_degr, left_knee_degr,psy_angle_degr,0,"Angles",
[-65,-60,-55,-50,-45,-40,-35,-30,-25,-20,-15,-10,-5,0,5,10,15,20,25,30,35])
draw_like_stat(right_hip_degr,left_hip_degr, right_knee_degr, left_knee_degr,psy_1derivation_degr,1,"1 derivations",
[-200,-150,-100,-50,0,50,100,150,200,250,300])
draw_like_stat(right_hip_degr,left_hip_degr, right_knee_degr, left_knee_degr,psy_2derivation_degr,2,"2 derivations",
[-2000,-1500,-1000,-500,0,500,1000,1500,2000])
```

```

def dd_x(i):
    ddx=a2*(sin(right_hip[0][i][1])*right_hip[1][i][1]**2-cos(right_hip[0][i][1])*right_hip[2][i][1])
    ddx=ddx+b2*(sin(right_knee[0][i][1])*right_knee[1][i][1]**2-cos(right_knee[0][i][1])*right_knee[2][i][1])
    return ddx
def dd_y(i):
    ddy=-a2*(cos(right_hip[0][i][1))*((right_hip[1][i][1])**2+sin(right_hip[0][i][1])*right_hip[2][i][1])
    ddy=ddy-b2*(cos(right_knee[0][i][1))*((right_knee[1][i][1])**2+sin(right_knee[0][i][1])*right_knee[2][i][1])
    return ddy
def d_x(i):
    res=-a2*cos(right_hip[0][i][1])*right_hip[1][i][1]-b2*cos(right_knee[0][i][1])*right_knee[1][i][1]
    return res
def d_y(i):
    res=-a2*sin(right_hip[0][i][1])*right_hip[1][i][1]-b2*sin(right_knee[0][i][1])*right_knee[1][i][1]
    return res
def x(i):
    return -a2*sin(right_hip[0][i][1])-b2*sin(right_knee[0][i][1])
def y(i):
    return +a2*cos(right_hip[0][i][1])+b2*cos(right_knee[0][i][1])
def x_vect(i):
    res=-Kr*(psy_2derivation[i][1]*cos(psy_angle[i][1]) -sin(psy_angle[i][1])*(psy_1derivation[i][1])**2)
    res=res+ Ka*((right_hip[2][i][1]) *cos(right_hip[0][i][1]) - (right_hip[1][i][1])**2 *sin(right_hip[0][i][1]))
    res=res+ Ka*((left_hip[2][i][1]) *cos(left_hip[0][i][1]) - (left_hip[1][i][1])**2 *sin(left_hip[0][i][1]))
    res=res+ Kb*((right_knee[2][i][1]) *cos(right_knee[0][i][1]) - (right_knee[1][i][1])**2 *sin(right_knee[0][i][1]))
    res=res+ Kb*((left_knee[2][i][1]) *cos(left_knee[0][i][1]) - (left_knee[1][i][1])**2 *sin(left_knee[0][i][1]))
    res=res*M*dd_x(i)
    return res
def y_vect(i):
    res=-Kr*(psy_2derivation[i][1]*sin(psy_angle[i][1]) + cos(psy_angle[i][1])*(psy_1derivation[i][1])**2)
    res=res+ Ka*((right_hip[2][i][1]) *sin(right_hip[0][i][1]) + (right_hip[1][i][1])**2 *cos(right_hip[0][i][1]))
    res=res+ Ka*((left_hip[2][i][1]) *sin(left_hip[0][i][1]) + (left_hip[1][i][1])**2 *cos(left_hip[0][i][1]))
    res=res+ Kb*((right_knee[2][i][1]) *sin(right_knee[0][i][1]) + (right_knee[1][i][1])**2 *cos(right_knee[0][i][1]))
    res=res+ Kb*((left_knee[2][i][1]) *sin(left_knee[0][i][1]) + (left_knee[1][i][1])**2 *cos(left_knee[0][i][1]))+ M*g
    res=res*M*dd_y(i)
    return res
def psy_vect(i):
    res= J*psy_2derivation[i][1]- g*Kr*sin(psy_angle[i][1])
    res=res-Kr*(dd_y(i)*sin(psy_angle[i][1])+dd_x(i)*cos(psy_angle[i][1]))
    return res
#RIGHT
def alpha_vect(i):
    res = Jaa* right_hip[2][i][1] +Jab*right_knee[2][i][1]*cos(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    + Jab*(right_knee[1][i][1])**2 *sin(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    res=res+ g*Ka*sin(right_hip[0][i][1])
    res=res+Ka*(dd_x(i)*cos(right_hip[0][i][1])+dd_y(i)*sin(right_hip[0][i][1]))
    return res
#LEFT
def alpha2_vect(i):
    res = Jaa* left_hip[2][i][1] +Jab*left_knee[2][i][1]*cos(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    + Jab*(left_knee[1][i][1])**2 *sin(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    res=res+ g*Ka*sin(left_hip[0][i][1])
    res=res+Ka*(dd_x(i)*cos(left_hip[0][i][1])+dd_y(i)*sin(left_hip[0][i][1]))
    return res
#RIGHT
def beta1_vect(i):
    res = Jb* left_knee[2][i][1] +Jab*right_hip[2][i][1]*cos(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    - Jab*(right_hip[1][i][1])**2 *sin(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    res=res+ g*Kb*sin(right_knee[0][i][1])
    res=res+Kb*(dd_x(i)*cos(right_knee[0][i][1])+dd_y(i)*sin(right_knee[0][i][1]))
    return res
#LEFT
def beta2_vect(i):
    res = Jb* left_knee[2][i][1] +Jab*left_hip[2][i][1]*cos(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    - Jab*(left_hip[1][i][1])**2 *sin(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    res=res+ g*Kb*sin(left_knee[0][i][1])
    res=res+Kb*(dd_x(i)*cos(left_knee[0][i][1])+dd_y(i)*sin(left_knee[0][i][1]))
    return res

```

//проверяю моменты по формулам из статьи

```

def M22_u2(i):
    res=-sin(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])*Jab*(left_hip[1][i][1])**2 +Kb*(g*sin(left_knee[0][i][1])
    +cos(left_knee[0][i][1])*dd_x(i)
    +sin(left_knee[0][i][1])*dd_y(i))
    res=res+cos(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])*Jab*left_hip[2][i][1] + Jb*left_knee[2][i][1]
    return res
def M23_q2(i):
    res=-M22_u2(i) - Jaa*left_hip[2][i][1]+Jab*left_knee[2][i][1]*cos(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    +Ka*dd_x(i)*cos(left_hip[0][i][1])
    res=res+Ka*dd_y(i)*sin(left_hip[0][i][1])+Jab*(left_knee[1][i][1])**2*sin(left_hip[0][i][1]-left_knee[0][i][1])
    + g*Ka*sin(left_hip[0][i][1])
    return res
def M13_q1(i):
    res=g*Kr*sin(psy_angle[i][1]) - M23_q2(i) + Kr*dd_y(i)*sin(psy_angle[i][1])+Kr*dd_x(i)*cos(psy_angle[i][1])
    -J*psy_2derivation[i][1]
    return res
def M12_u1(i):
    res=-M13_q1(i)+a2*(Lagr_solve[i][0]*cos(right_hip[0][i][1])+ Lagr_solve[i][1]*sin(right_hip[0][i][1]))
    -Jab*(right_knee[1][i][1])**2 *sin(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    res=res-g*Ka*sin(right_hip[0][i][1])-Ka*dd_y(i)*sin(right_hip[0][i][1])-Ka*dd_x(i)*cos(right_hip[0][i][1])
    -Jab*right_knee[2][i][1]*cos(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    res=res-Jaa*right_hip[2][i][1]
    return res
def M11_v1(i):
    res=-M12_u1(i)+Jb*right_knee[2][i][1]+Jab*right_hip[2][i][1]*cos(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])
    +Kb*(dd_x(i)*cos(right_knee[0][i][1])+dd_y(i)*sin(right_knee[0][i][1]))
    res=res-Jab*(right_hip[1][i][1])**2 *sin(right_hip[0][i][1]-right_knee[0][i][1])+g*Kb*sin(right_knee[0][i][1])
    -b2*(Lagr_solve[i][0]*cos(right_knee[0][i][1])+ Lagr_solve[i][1]*sin(right_knee[0][i][1]))
    return res

```



```

Lagr_coef_matrix=[[1,0,0,0,0,0],[0,1,0,0,0,0],[0,0,1,0,0,0],
[a2*cos(right_hip[0][1][1]), a2*sin(right_hip[0][1][1]),-1,0,-1,0],[0,0,0,-1,0,-1],
[b2*cos(right_knee[0][1][1]), b2*sin(right_knee[0][1][1]),0,0,1,0],[0,0,0,0,0,1]]
for i in range(0,len(right_hip[0])-1)
Free_part_vector=[x_vect(i), y_vect(i), psy_vect(i), alpha1_vect(i), alpha2_vect(i), betta1_vect(i), betta2_vect(i))
for i in range(0,len(right_hip[0])-1)
Lagr_solve=[np.linalg.solve(Lagr_coef_matrix[i],Free_part_vector[i]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]

xx=[x(i) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
yy=[y(i) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]

stata_moment=[(0,0,M13_q1(i),M23_q2(i),M12_u1(i),M22_u2(i), M11_v1(i))for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
draw_moment(stata_moment,len(right_hip[0])-1,"stata_moment")
draw_moment(Lagr_solve,len(right_hip[0])-1, "moment")
draw_forcet(Lagr_solve,len(right_hip[0])-1,"Nx",0)
draw_forcet(Lagr_solve,len(right_hip[0])-1,"Ny",1)
stroy1(xx,yy,"graf_x(y)")
_
_
_

```

```

s1=[abs((psy_1derivation[i][1]-right_hip[1][i][1])*Lagr_solve[i][2]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
s2=[abs((right_knee[1][i][1]-right_hip[1][i][1])*Lagr_solve[i][4]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
s3=[abs(Lagr_solve[i][6]*right_knee[1][i][1]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
s4=[abs((psy_1derivation[i][1]-left_hip[1][i][1])*Lagr_solve[i][3]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
s5=[abs((left_knee[1][i][1]-left_hip[1][i][1])*Lagr_solve[i][5]) for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]
s=[s1[i]+s2[i]+s3[i]+s4[i]+s5[i] for i in range(0,len(right_hip[0])-1)]

time_I=[time[i] for i in range(0,len(time)-3)]

I=0
for i in range(1,len(s)-1):
    I=I+0.005*(s[i-1]+s[i])
I_energy = trapezoid(s,time_I)
print(I_energy, ' ',I)

293.957923223605    282.7608128835307

```

```

#счем по смене
def angle_stat(t):
    xx=v*t-v*T/2
    yy=h
    d=(xx**2+yy**2)**0.5
    a_1=-math.atan(xx/yy)+math.atan((((2*a2*d)/(b2**2-a2**2-d**2))**2 -1)**0.5)
    b_1=-math.atan(xx/yy)-math.atan((((2*d*b2)/(a2**2-b2**2-d**2))**2 -1)**0.5)
    #считаем произвольные y =0
    d_a1=(v*math.sin(b_1))/(a2*math.sin(a_1-b_1))
    d_b1=(v*math.sin(a_1))/(b2*math.sin(b_1-a_1))

    delta=0.3
    dd=((xx+L*math.cos(math.pi*t/T)**2+(yy-delta**2*(sin(math.pi*t/T)**2)**2)**0.5)
    a_2=-math.atan((xx+L*math.cos(math.pi*t/T))/(yy-delta**2*(sin(math.pi*t/T)**2))
    +math.atan((((2*a2*dd)/(b2**2-a2**2-dd**2))**2 -1)**0.5)
    b_2=-math.atan((((2*dd*b2)/(a2**2-b2**2-dd**2))**2 -1)**0.5)-
    math.atan((xx+L*math.cos(math.pi*t/T))/(yy-delta**2*(sin(math.pi*t/T)**2))
    #считаем произвольные y =0
    d_a2=(v*math.sin(b_2))/(a2*math.sin(a_2-b_2))
    d_b2=(v*math.sin(a_2))/(b2*math.sin(b_2-a_2))
    return [a_1,b_1,d_a1,d_b1,a_2,b_2,d_a2,d_b2]

```

```

stat_ang=[angle_stat(t) for t in time]
#print(stat_ang)
a1_stat=[math.degrees(stat_ang[i][0]) for i in range(0,len(time))]
b1_stat=[math.degrees(stat_ang[i][1]) for i in range(0,len(time))]

d_a1_stat=[math.degrees(stat_ang[i][2]) for i in range(0,len(time))]
d_b1_stat=[math.degrees(stat_ang[i][3]) for i in range(0,len(time))]

a2_stat=[math.degrees(stat_ang[i][4]) for i in range(0,len(time))]
b2_stat=[math.degrees(stat_ang[i][5]) for i in range(0,len(time))]

d_a2_stat=[math.degrees(stat_ang[i][6]) for i in range(0,len(time))]
d_b2_stat=[math.degrees(stat_ang[i][7]) for i in range(0,len(time))]

#print(a1_stat)
stroy(time,a1_stat,right_hip_degr,"a1_paper",0)
stroy(time,d_a1_stat,right_hip_degr,"d_a1_paper",1)

stroy(time,b1_stat,right_knee_degr,"b1_paper",0)
stroy(time,d_b1_stat,right_knee_degr,"d_b1_paper",1)

"""
stroy(time,a2_stat,left_hip_degr,"a2_paper",0)
stroy(time,d_a2_stat,left_hip_degr,"d_a2_paper",1)

stroy(time,b2_stat,left_knee_degr,"b2_paper",0)
stroy(time,d_b2_stat,left_knee_degr,"d_b2_paper",1)"""

```