It has happened. Aliens have arrived. They hail from a planet called Valhalla-23, where the temperature is measured in Valks. These visitors tell you that they have come to solve Earth's global warming crisis\*. They offer you a machine that will solve the problem, but they warn you: the Earth.

- 1. The machine must be set up in Valks.
- 2. If you input a wrong temperature value, you may end up freezing or scorching
- 3. No one knows how to transform between Celsius and Valks.

You are tasked with finding a model for solving this problem, so you ask Humans and Valkians to collect temperature readings from several objects. The data are given in the Valhalla23.csv file.

Will you become Earth's savior? Or will you obliterate life?

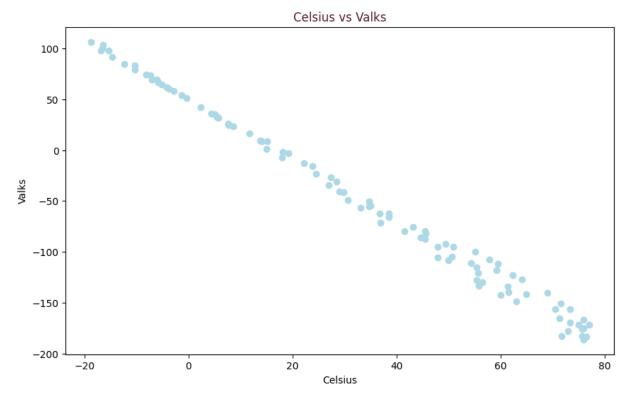
The choice is yours...

### Cargamos y vemos los datos

```
In [470...
         import pandas as pd
         import matplotlib.pyplot as plt
         import numpy as np
         import random
         from sklearn.model_selection import train_test_split
         from sklearn.linear_model import SGDRegressor
         from sklearn.preprocessing import StandardScaler
         from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score
         df = pd.read_csv("Valhalla23.csv")
         x = df["Celsius"]
         y = df["Valks"]
         print(df.head())
         print("")
         print(df.isnull().sum())
           Celsius Valks
        0 61.4720 -139.740
        1 70.5790 -156.600
        2 -7.3013 73.269
        3 71.3380 -165.420
        4 43.2360 -75.835
        Celsius
        Valks
        dtype: int64
```

### En el siguiente recuadro, se creó un gráfico de dispersión de Celsius vs Valks

```
In [471... plt.figure(figsize=(10, 6))
  plt.scatter(data['Celsius'], data['Valks'], color='lightblue')
  plt.xlabel('Celsius')
  plt.ylabel('Valks')
  plt.title('Celsius vs Valks', color='#541730')
  plt.show()
```



```
In [472... # Define una semilla que corresponda con los últimos cuatro dígitos de tu ma
seed = 1120
np.random.seed(seed)
random.seed(seed)
```

```
In [473... # Dividir los datos: conjuntos de entrenamiento (40%), validación (40%) y pr
    train = df.sample(frac=0.8, random_state=seed)

df = df.drop(train.index)
    test = df

validation = train.sample(frac=0.5, random_state=seed)
    train = train.drop(validation.index)

len(train), len(validation), len(test)
```

Out[473... (40, 40, 20)

```
In [474... learning_rate = 1e-4
```

```
model = SGDRegressor(
    max_iter=1_000_000,
    learning_rate='constant',
    eta0=learning_rate,
    random_state=seed
)

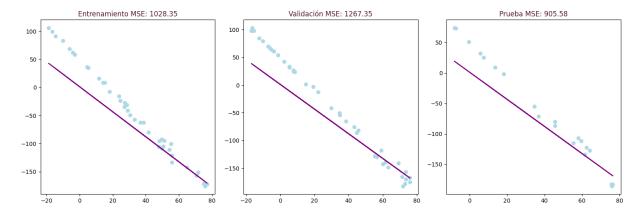
X_train = train.drop(columns=["Valks"])
y_train = train["Valks"]

X_validation = validation.drop(columns=["Valks"])
y_validation = validation["Valks"]

X_test = test.drop(columns=["Valks"])
y_test = test["Valks"]
```

Calcular el MSE para cada conjunto de datos:

```
In [475... model.fit(X_train, y_train)
         mse_train = np.mean((model.predict(X_train) - y_train) ** 2)
         mse_validation = np.mean((model.predict(X_validation) - y_validation) ** 2)
         mse_test = np.mean((model.predict(X_test) - y_test) ** 2)
In [476… | # Crear subparcelas: 1 fila, 3 columnas
         fig, axs = plt.subplots(1, 3, figsize=(15, 5))
         # Subtrama del tren
         axs[0].scatter(X train, y train, color="lightblue", label="Train")
         axs[0].plot(X_train, model.predict(X_train), color="purple", label="Model")
         axs[0].set_title(f"Entrenamiento MSE: {mse_train:.2f}", color='#541730')
         # Subparcela de validación
         axs[1].scatter(X_validation, y_validation, color="lightblue", label="Validat
         axs[1].plot(X_validation, model.predict(X_validation), color="purple", label
         axs[1].set_title(f"Validación MSE: {mse_validation:.2f}", color='#541730')
         # Subparcela de prueba
         axs[2].scatter(X_test, y_test, color="lightblue", label="Test")
         axs[2].plot(X_test, model.predict(X_test), color="purple", label="Model")
         axs[2].set_title(f"Prueba MSE: {mse_test:.2f}", color='#541730')
         # Ajuste la disposición para evitar solapamientos
         plt.tight_layout()
         # Mostrar la trama
         plt.show()
```



Crea una lista con números entre 2 y 40:

```
In [477...
         def generate_subset_sizes():
             #Genera una lista de 20 tamaños de subconjunto entre 2 y 39, incluyendo
             numbers = list(range(3, 40))
             return [2] + sorted(random.sample(numbers, 19))
         def train_and_evaluate_models(train, validation, subset_sizes, number_models
             # Entrena y evalúa modelos para diferentes tamaños de subconjunto.
             dict_of_models = {}
             for i in subset_sizes:
                 models = []
                 for _ in range(number_models):
                      # Obtener un subconjunto aleatorio de los datos de entrenamiento
                      train_subset = train.sample(n=i, random_state=seed)
                     X_train_subset = train_subset.drop(columns=["Valks"])
                      y_train_subset = train_subset["Valks"]
                     model = SGDRegressor(
                          max_iter=1_000_000,
                          learning_rate='constant',
                         eta0=learning_rate,
                          random_state=seed
                      )
                     model.fit(X_train_subset, y_train_subset)
                      # Calcular MSE para el subconjunto de entrenamiento
                     mse_train = np.mean((model.predict(X_train_subset) - y_train_sub
                     # Calcular MSE para los datos de validación
                     X_validation = validation.drop(columns=["Valks"])
                      y_validation = validation["Valks"]
                     mse_validation = np.mean((model.predict(X_validation) - y_valida
                     models.append((model, mse_train, mse_validation))
                 dict_of_models[i] = models
             return dict_of_models
```

```
def calculate_mean_mse(dict_of_models):
             # Calcula la media del MSE (entrenamiento y validación) para cada tamaño
             mean mse = {}
             for i, models in dict_of_models.items():
                 mean_mse[i] = (
                     np.mean([model[1] for model in models]),
                     np.mean([model[2] for model in models])
             return mean mse
         # Asumiendo que 'train' y 'validation' son tus DataFrames de entrenamiento y
         subset sizes = generate subset sizes()
         dict of models = train and evaluate models(train, validation, subset sizes)
         # Calcular la media del MSE
         mean_mse = calculate_mean_mse(dict_of_models)
         # Ordenar las claves y extraer los valores MSE
         sorted keys = sorted(mean mse.keys())
         mse_train = [mean_mse[i][0] for i in sorted_keys]
         mse_validation = [mean_mse[i][1] for i in sorted_keys]
         # Imprimir resultados
         print("Tamaños de subconjunto utilizados:", sorted_keys)
         print("MSE de entrenamiento:", mse_train)
         print("MSE de validación:", mse validation)
         # Aquí puedes agregar tu código de visualización utilizando sorted keys, mse
        Tamaños de subconjunto utilizados: [2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 14, 16, 17, 18, 2
        1, 22, 23, 27, 30, 31, 33, 36, 38]
        MSE de entrenamiento: [1.2056228901615496e+23, 3.956622026691074e+22, 1.7260
        276190637594e+26, 1.5805886447944688e+26, 7.489830812889063e+25, 1.971368259
        9374377e+25, 4.044054138640544e+25, 1.543089347333171e+25, 4.015170928013506
        e+24, 3.787447808320877e+25, 3.592658531917065e+25, 6.971576940034413e+23,
        3.6675271845896985e+26, 3.959933145962517e+25, 8.88903814748729e+25, 2.68238
        0383130604e+25, 9.295619371620566e+23, 2.4654069091295565e+26, 2.25982137291
        37703e+26, 3.529397549914888e+25]
        MSE de validación: [1.3907901607621973e+23, 6.467914612958475e+22, 2.1815058
        9833059e+26, 1.6621413431863462e+26, 8.37530620124357e+25, 2.425545539431425
        e+25, 5.219679912595379e+25, 2.321495551960843e+25, 4.897917275271222e+24,
        4.908673590484153e+25, 4.091565497425373e+25, 8.139449551461904e+23, 4.06546
        03719780836e+26, 4.505994239958086e+25, 9.447971120679303e+25, 2.93945174557
        7325e+25, 1.0130944903195567e+24, 2.7385614083376544e+26, 2.6527589846598762
        e+26, 3.962086895671131e+25]
In [478... # Crear subparcelas: 1 fila, 2 columnas
         fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 5))
         # Trazar mse_train en el primer subtrazado
         ax1.plot(mse_train, label="Train", color='lightblue')
         ax1.set_xlabel("Number of samples")
```

```
5 of 10 10/09/24, 12:00 AM
```

ax1.set\_ylabel("MSE")

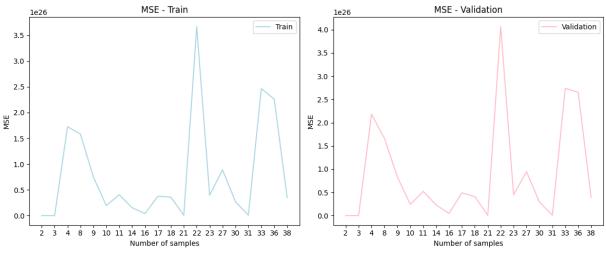
ax1.set\_title("MSE - Train")

ax1.set\_xticks(range(len(mse\_train)))
ax1.set\_xticklabels(sorted\_keys)

```
ax1.legend()

# Trazar mse_validation en el segundo subtrazado
ax2.plot(mse_validation, label="Validation", color='pink')
ax2.set_xlabel("Number of samples")
ax2.set_ylabel("MSE")
ax2.set_title("MSE - Validation")
ax2.set_xticks(range(len(mse_validation)))
ax2.set_xticklabels(sorted_keys)
ax2.legend()

# Ajusta el diseño para una mejor visualización
plt.tight_layout()
plt.show()
```



# Interpretación de los resultados

## Ajuste del Modelo

- 2 muestras: El MSE (Error Cuadrático Medio) en el conjunto de entrenamiento no es tan malo, pero en el conjunto de validación es mucho peor, lo que indica que el modelo prácticamente no ha aprendido nada.
- 38 muestras: Parece estar en un punto de equilibrio. El modelo no está sobreajustando ni subajustando. Además, tanto el MSE de entrenamiento como el de validación muestran movimientos similares.

# ¿Cómo cambia el ajuste a medida que aumenta el tamaño de la muestra?

El tamaño ideal para lograr los mejores resultados en el MSE de entrenamiento es con 2, 3, 21 o 31 muestras. Sin embargo, esto no es ideal para el conjunto de validación porque el modelo podría no generalizar bien. El tamaño ideal para lograr los mejores resultados

en el MSE de validación es con 4 muestras. Esto es mucho mejor porque el modelo puede generalizar bien y predecir mejor datos no vistos.

# ¿Cuál es el mejor tamaño para el entrenamiento del modelo?

Alrededor de 4 muestras. Como se explicó antes, este es el mejor tamaño para el conjunto de validación y permite que el modelo generalice bien.

Entrenar el modelo con el nuevo tamaño de la muestra

```
In [479... | df = pd.read_csv("Valhalla23.csv")
         x = df["Celsius"]
         y = df["Valks"]
In [480... train = df.sample(frac=0.8, random_state=seed)
         df = df.drop(train.index)
         test = df
         validation = train.sample(frac=0.5, random_state=seed)
         train = train.drop(validation.index)
         len(train), len(validation), len(test)
Out[480... (40, 40, 20)
In [481… | # dependiendo de la MSE de Validación, seleccionla el 4 de muestras para el
         train = train.sample(4, random_state=seed)
In [482...] learning_rate = 1e-4
         model = SGDRegressor(
             max_iter=1_000_000,
             learning_rate='constant',
             eta0=learning_rate,
             random_state=seed
         X_train = train.drop(columns=["Valks"])
         y_train = train["Valks"]
         X_validation = validation.drop(columns=["Valks"])
         y_validation = validation["Valks"]
         X_test = test.drop(columns=["Valks"])
         y_test = test["Valks"]
In [483... | model.fit(X_train, y_train)
         mse_train = np.mean((model.predict(X_train) - y_train) ** 2)
```

```
mse_validation = np.mean((model.predict(X_validation) - y_validation) ** 2)
mse_test = np.mean((model.predict(X_test) - y_test) ** 2)
```

## Análisis de Sesgo y Varianza en los Modelos de Regresión

### Modelos con diferentes tamaños de muestra

#### Modelo con 2 muestras:

- Alto sesgo, baja varianza
- El MSE en el conjunto de entrenamiento no es muy alto, pero el MSE en validación es mucho peor.
- Esto indica un modelo con alto sesgo (underfitting), ya que no ha aprendido lo suficiente de los datos.
- La varianza es baja porque el modelo es muy simple y no se ajusta bien a ningún conjunto de datos.

#### Modelo con 38 muestras:

- Equilibrio entre sesgo y varianza
- Parece estar en un punto de equilibrio, sin sobreajuste ni subajuste significativo.
- Los MSE de entrenamiento y validación muestran movimientos similares, lo que sugiere un buen balance.

#### Modelos con 2, 3, 21, o 31 muestras

- Bajo sesgo, alta varianza en entrenamiento
- Estos modelos logran los mejores resultados en el MSE de entrenamiento.
- Sin embargo, esto podría indicar sobreajuste (overfitting), especialmente si el MSE de validación es significativamente peor.
- Alta varianza, ya que el modelo se ajusta demasiado a los datos de entrenamiento.

#### Modelo con 4 muestras

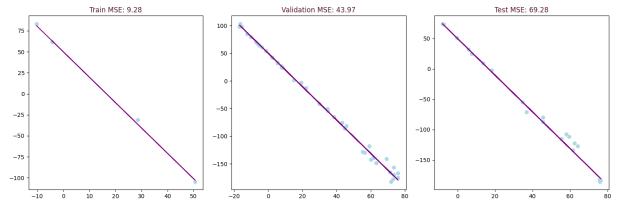
- Mejor balance entre sesgo y varianza
- Logra los mejores resultados en el MSE de validación.
- Indica un buen equilibrio: suficiente complejidad para capturar patrones relevantes (bajo sesgo), pero no tanto como para memorizar ruido (baja varianza).
- Mejor capacidad de generalización a datos no vistos.

# Modelo final: con 4 muestras. Se escogió por los siguientes motivos:

- Sesgo y varianza óptimos
- Mejoró los resultados en todos los conjuntos: entrenamiento, validación y prueba.
- Bajo sesgo: captura bien los patrones subyacentes en los datos.
- Baja varianza: generaliza bien a datos nuevos, sin sobreajustarse al conjunto de entrenamiento.

## Resultados del nuevo modelo con 4 muestras

```
In [484...
         # Create subplots: 1 row, 3 columns
         fig, axs = plt.subplots(1, 3, figsize=(15, 5))
         # Train subplot
         axs[0].scatter(X_train, y_train, color="lightblue", label="Train")
         axs[0].plot(X_train, model.predict(X_train), color="purple", label="Model")
         axs[0].set_title(f"Train MSE: {mse_train:.2f}", color='#541730')
         # Validation subplot
         axs[1].scatter(X_validation, y_validation, color="lightblue", label="Validat
         axs[1].plot(X_validation, model.predict(X_validation), color="purple", label
         axs[1].set_title(f"Validation MSE: {mse_validation:.2f}", color='#541730')
         # Test subplot
         axs[2].scatter(X_test, y_test, color="lightblue", label="Test")
         axs[2].plot(X_test, model.predict(X_test), color="purple", label="Model")
         axs[2].set_title(f"Test MSE: {mse_test:.2f}", color='#541730')
         # Adjust layout to prevent overlap
         plt.tight_layout()
         # Show the plot
         plt.show()
```



## Comparación

Como esperábamos, el modelo con 4 muestras mejoró los resultados ya que ahora el puede generalizar mucho mejor. Su mejora se evidencia ya que el nuevo modelo tiene un

MSE más bajo para el conjunto de entrenamiento, un MSE más bajo para el conjunto de validación y un MSE más bajo para el conjunto de prueba.