

# Trabajo Práctico 4

Control mediante realimentación de estado.

22.94 - Control Discreto

Tomás Martín Torea y Sofia Yanes Sanchez



# Contents

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Método, desarrollo y resultados</b>	<b>2</b>
2.1	Práctica 1: Motor de corriente continua . . . . .	2
2.1.1	Elección de un modelo en VE de estado del sistema. . . . .	2
2.1.2	Diseño de un controlador por realimentación de estado, con acción integral, y bajo especificaciones establecidas . . . . .	2
2.1.3	Verificación de las especificaciones del controlador . . . . .	3
2.1.4	Diseño de un observador del estado del sistema, considerando el controlador diseñado . . . . .	4
2.1.5	Simulación del sistema discreto con observador . . . . .	4
2.1.6	Simulación del sistema discreto con control y observador . . . . .	9
2.1.7	Simulación del sistema continuo controlado con observador . . . . .	12
2.2	Práctica 4: Levitación magnética . . . . .	16
2.2.1	Elección de un modelo en VE de estado del sistema. . . . .	16
2.2.2	Diseño de un controlador por realimentación de estado, con acción integral, y bajo especificaciones establecidas . . . . .	16
2.2.3	Verificación de las especificaciones del controlador . . . . .	17
2.2.4	Diseño de un observador del estado del sistema, considerando el controlador diseñado . . . . .	18
2.2.5	Simulación del sistema discreto con observador . . . . .	18
2.2.6	Simulación del sistema discreto con control y observador . . . . .	23
2.2.7	Simulación del sistema continuo controlado con observador . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Conclusiones y Observaciones Pertinentes</b>	<b>30</b>

# Introducción

El siguiente trabajo aborda dos plantas: Motor de corriente continua y sistema de levitación magnética. A partir de uno de los modelos en variable de estado (VE) desarrollado en el trabajo anterior, para ambos casos, se diseña un controlador por realimentación de estado con acción integral, buscando cumplir con especificaciones de diseño concretas. Además, se trabaja en el diseño de un observador de estados para cada planta. Finalmente, se verifica el desempeño integral de los diseños mediante un conjunto de simulaciones donde se busca estudiar la convergencia del observador, el comportamiento del sistema discreto controlado utilizando los estados estimados, la respuesta del sistema continuo original operando con el controlador y observador discretos y la respuesta de los sistemas ante diferentes condiciones iniciales aplicadas.

# Método, desarrollo y resultados

## 2.1. Práctica 1: Motor de corriente continua

### 2.1.1. Elección de un modelo en VE de estado del sistema.

Se elige el modelo en VE con variables físicas reales, ya que permite una interpretación directa de los resultados. Al representar las variables gráficamente, puede verificarse si el comportamiento sigue las leyes físicas del problema; en caso contrario, se evidenciaría una inconsistencia o posible defecto en el diseño. En cambio, en el modelo canónico los estados son abstractos y carecen de significado físico, por lo que su análisis e interpretación resultan menos intuitivos.

Cabe recordar que para este problema, con el modelo elegido, los estados correspondiente son:  $x_1 = \theta_m$ ,  $x_2 = \omega_m$  y  $x_3 = i_a$

### 2.1.2. Diseño de un controlador por realimentación de estado, con acción integral, y bajo especificaciones establecidas

El sistema original tiene 3 estados. Al agregar la acción integral, se introduce 1 estado adicional. Por lo tanto, es necesario definir 4 polos para el sistema en lazo cerrado.

A partir de las especificaciones requeridas de un 10% de sobrepico y de que el tiempo de establecimiento es 0.8 veces el tiempo que tarda la respuesta al impulso del sistema a lazo abierto en establecerse en 2% del valor final, se obtiene el primer par de polos dominantes del sistema. Recordando que los polos continuos a lazo abierto para este problema son 0, -0.02 y -7.1262, el polo dominante estable es -0.02. Con ello, se calcula  $t_{s,la} = 4 / \sigma = 4 / 0.02 = 200s$ , siendo  $\sigma$  la parte real del polo dominante, en valor absoluto. Luego, el tiempo de establecimiento cumple  $t_s = 0.8 * t_{s,la} = 160s$ .

Con este tiempo calculado y el sobrepico (SP) dato, se calcula sucesivamente:

$$\zeta = \frac{-\ln(SP/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(SP/100)^2}} \approx 0.5912$$

$$\sigma = 4/t_s = 0.025$$

$$\omega_d = \frac{\sigma \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \approx 0.0341$$

$$s_{dom} = -\sigma \pm j\omega_d = -0.025 \pm 0.0341j$$

A continuación, se mapean los polos al plano z con  $z = e^{sT}$  recordando que  $T=1.1098s$  para este problema.

$$z_{dom} = 0.9719 \pm 0.0368j$$

Los otros dos polos necesarios serán elegidos tal que sean más rápidos que los dominantes previamente calculados. En este caso, se elige 0.5 y 0.4.

Se procede con el armado del sistema ampliado

$$A_a = \begin{pmatrix} G & 0_{3 \times 1} \\ -C & 1 \end{pmatrix} \quad B_a = \begin{pmatrix} H \\ 0 \end{pmatrix}$$

Del trabajo anterior, se había obtenido:

$$C = \begin{pmatrix} 0.001 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 1.0998 & 0.0224 \\ 0 & 0.9804 & 0.0229 \\ 0 & -0.0983 & -0.0019 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 0.0159 \\ 0.0320 \\ 0.1972 \end{pmatrix}$$

Por lo que:

$$A_a = \begin{pmatrix} 1 & 1.0998 & 0.0224 & 0 \\ 0 & 0.9804 & 0.0229 & 0 \\ 0 & -0.0983 & -0.0019 & 0 \\ -0.001 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_a = \begin{pmatrix} 0.0159 \\ 0.0320 \\ 0.1972 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A continuación, por medio de la función `place` de MATLAB, usando las matrices  $A_a$ ,  $B_a$  y los polos definidos, se obtiene el vector de ganancia ampliado  $K_a = [0.4515 \ 8.6778 \ -0.7609 \ -15.8506]$  del cual puede deducirse la ganancia integral  $K_{i1} = 15.8506$  y el vector de ganancia de realimentación de estado  $K_{i2} = [0.4357 \ 8.6778 \ -0.7609]$

### 2.1.3. Verificación de las especificaciones del controlador

Se realiza la siguiente simulación en SIMULINK. La entrada es un step en  $t=0$  de 1V.

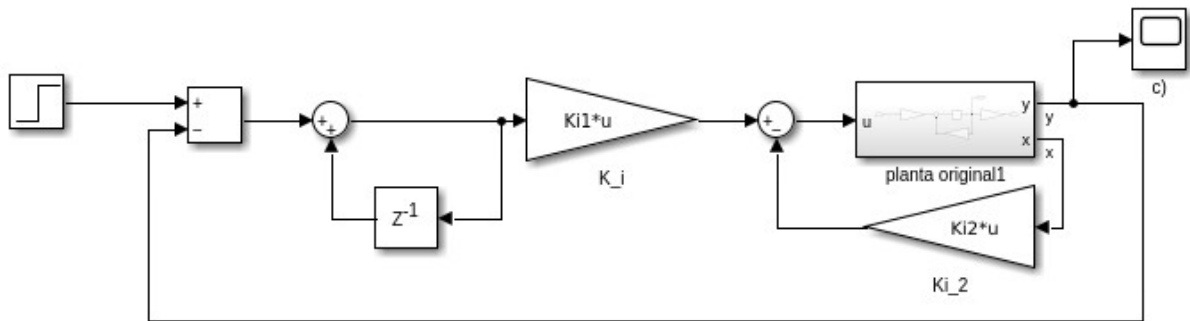


Figure 2.1: Modelo bloques

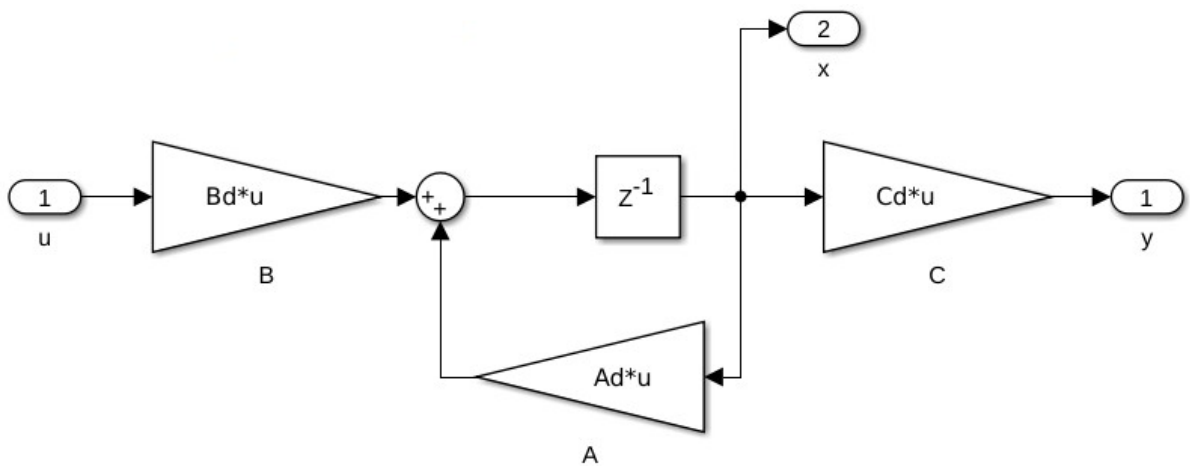


Figure 2.2: Modelo bloques (interior del bloque "planta")

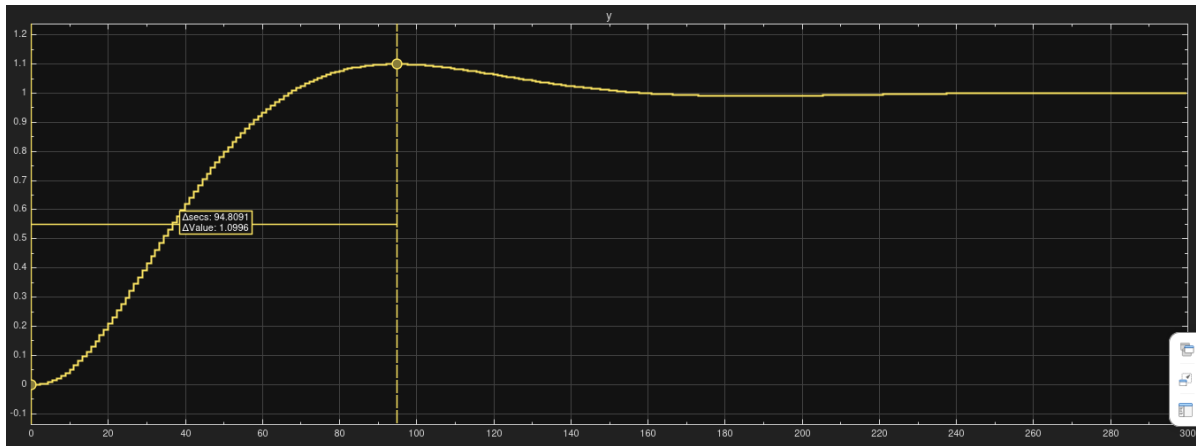


Figure 2.3: Respuesta al escalón (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)

La figura mostrada permite una verificación visual precisa de las especificaciones de diseño del controlador. Por un lado, la respuesta al escalón unitario alcanza un valor máximo de prácticamente 1.1, lo que evidencia el sobrepico del 10%. Por otro lado, el gráfico confirma que para el tiempo de establecimiento calculado de 160s, la respuesta del sistema entra y permanece dentro de la banda de tolerancia del 2% alrededor del valor de referencia, validando esta especificación.

Adicionalmente, se comprueba que la acción integral cumple su objetivo, ya que la salida converge al valor de referencia, que es 1, y el error en estado estacionario es nulo.

#### 2.1.4. Diseño de un observador del estado del sistema, considerando el controlador diseñado

El observador a diseñar debe ser más rápido que el controlador. Como regla práctica, para este caso, se diseña 20 veces más rápido. En base a esto, se define:

$$t_{s,obs} = t_{s,cl}/20 = 8s$$

$$\sigma = 4/t_{s,obs} = 4/8 = 0.5$$

Se necesita una cantidad de polos coincidente con las variables de estado del problema, es decir, 3 para este caso. Para que la convergencia sea suave, se eligen reales y escalonados tal que:

$$S_{obs\_p1} = [-\sigma, -2 \times \sigma, -3 \times \sigma] = [-0.5, -1.0, -1.5]$$

Nuevamente, se mapea al plano z con  $e^{sT}$ :

$$Z_{obs\_p1} = [0.5741, 0.3296, 0.1892]$$

Mediante la función place de MATLAB, usando las matrices C, G y los polos recientemente calculados, se puede obtener la ganancia del observador.

$$Ke_1 = [885.4405; 452.6990; -11175]$$

#### 2.1.5. Simulación del sistema discreto con observador

##### Condiciones iniciales distintas entre sistema y observador

Se realizó la simulación que se muestra a continuación. En esta primera situación, se trabaja un step de valor nulo.

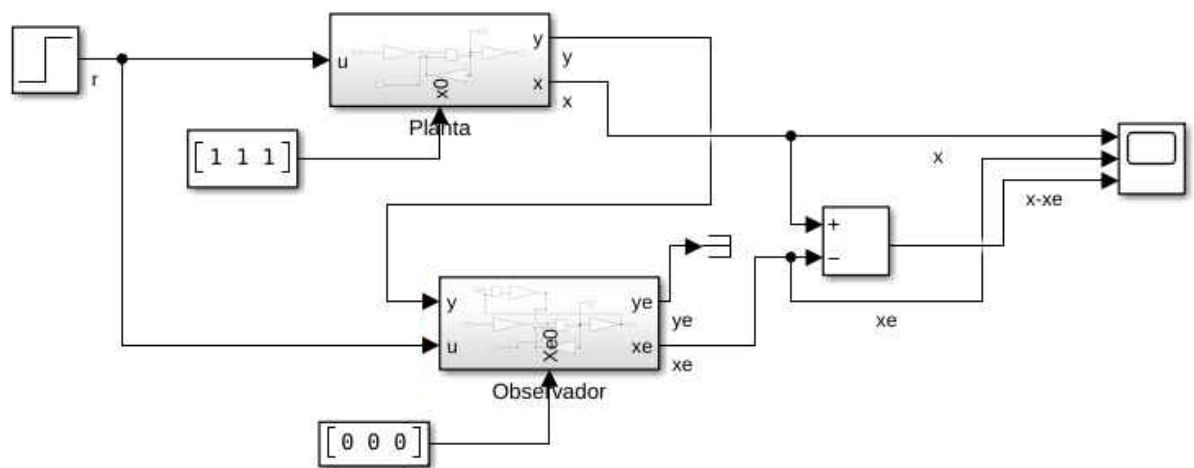


Figure 2.4: Modelo bloques

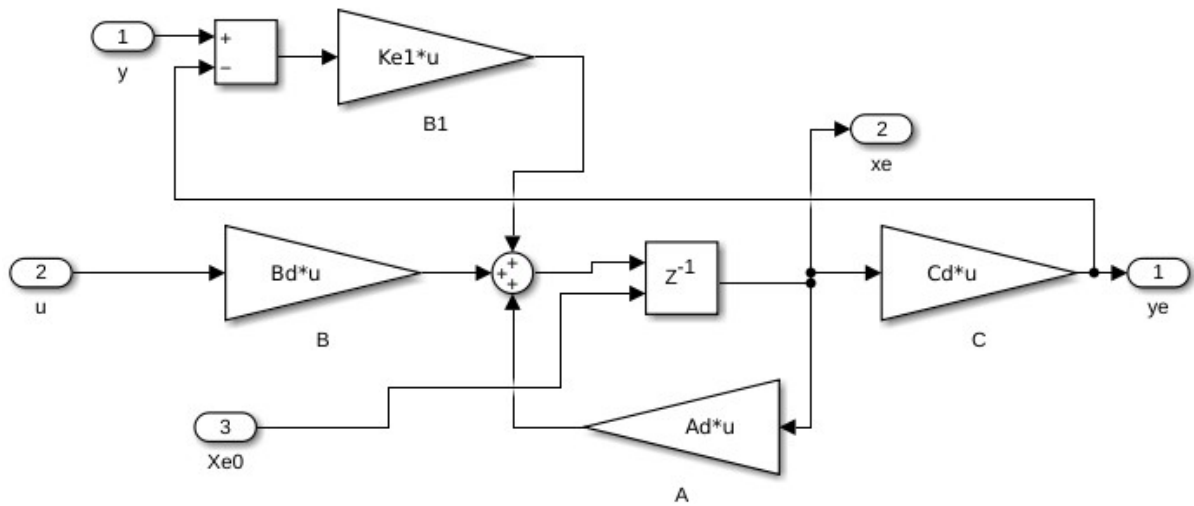


Figure 2.5: Modelo bloques (Interior del bloque observador. El interior del bloque planta se mostró en la figura 2.2)

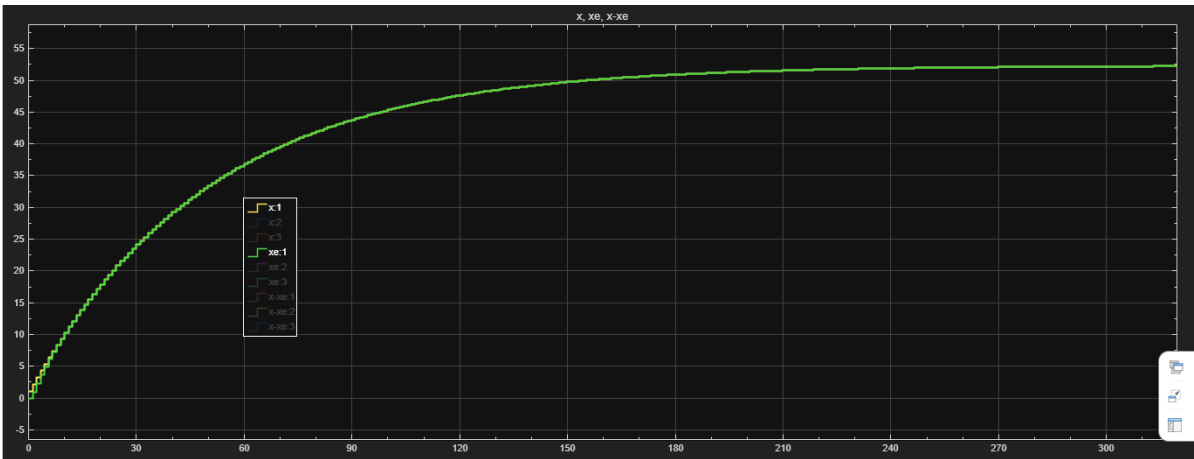


Figure 2.6: Comparación estados  $x_1$  y  $xe_1$  (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)



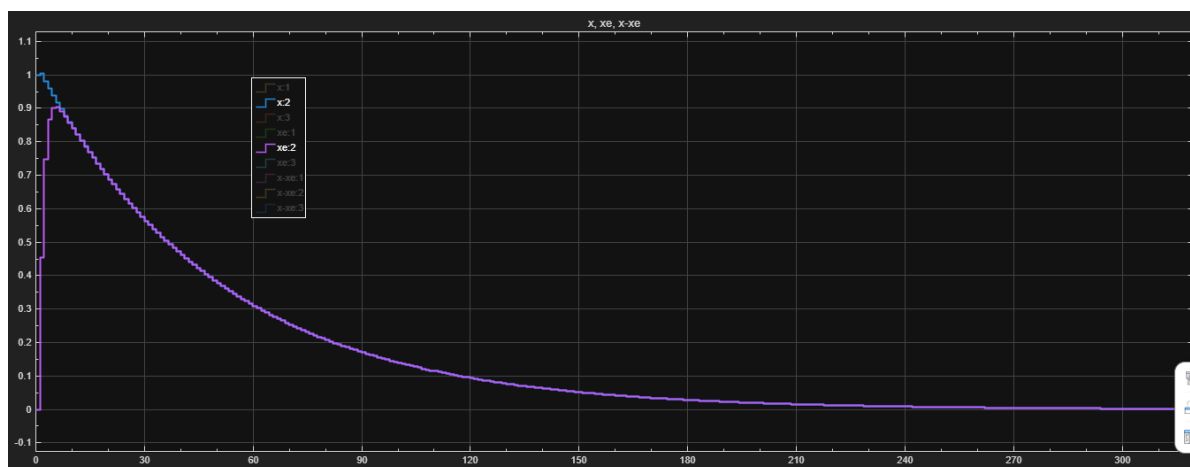


Figure 2.7: Comparación estados  $x_2$  y  $xe_2$  (Velocidad angular en rad/s en función del tiempo en segundos)

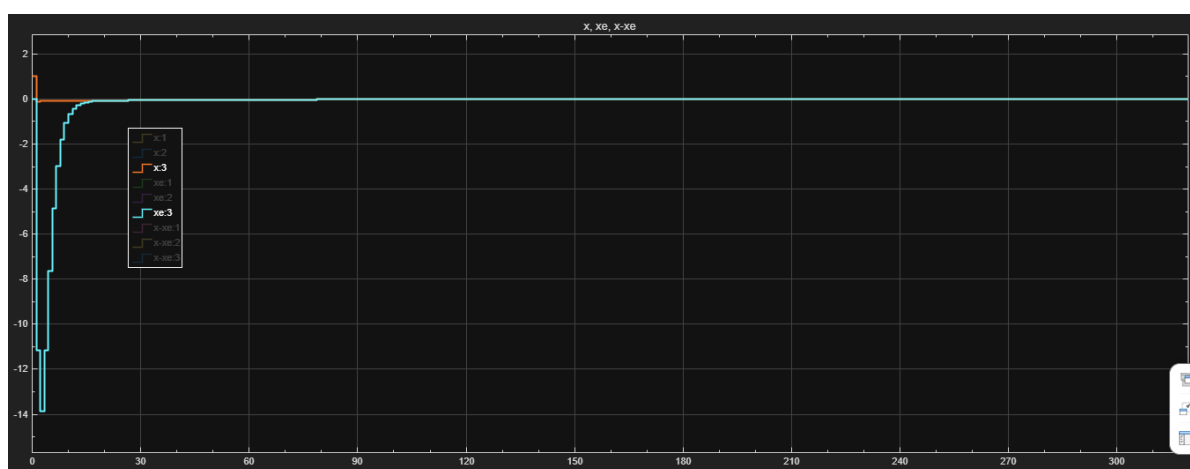


Figure 2.8: Comparación estados  $x_3$  y  $xe_3$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

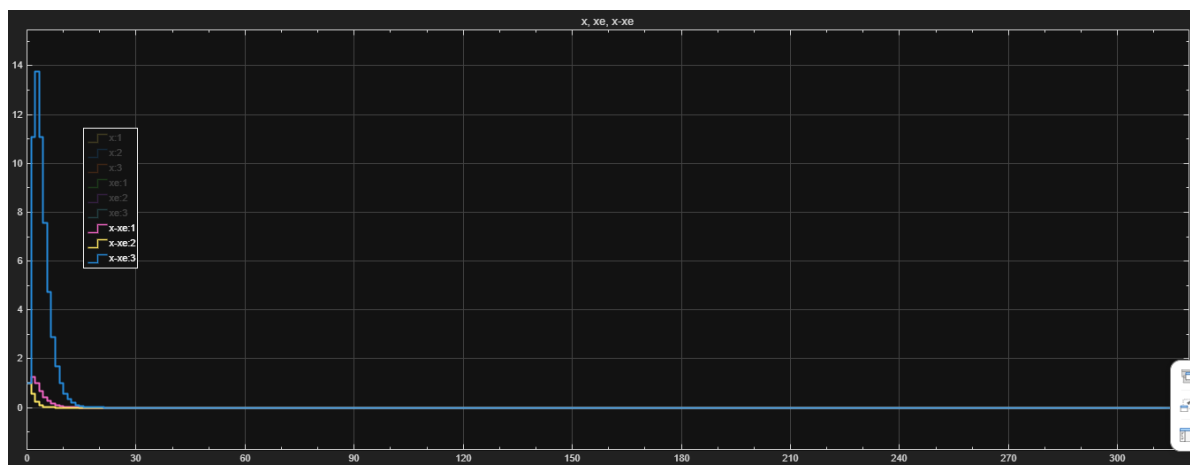


Figure 2.9: Comparación de error  $x - xe$  para los 3 estados

Los gráficos de los estados muestran el comportamiento esperado del motor de corriente continua. La corriente y la velocidad angular iniciales decaen hasta anularse debido a la fricción. Sin embargo, la



velocidad inicial es integrada por el sistema, lo que provoca que la posición angular no regrese a cero, sino que se estabilice en un nuevo valor constante.

A pesar de que el observador parte de condiciones iniciales distintas, logra alcanzar rápidamente los valores reales de la planta. Esto confirma que el diseño cumple con la rapidez establecida. Se puede ver que la convergencia se completa en torno a los 8s, tal como se definió en el diseño. A partir de ese instante, las estimaciones se mantienen prácticamente idénticas a las variables de estado reales, y el error entre ambos tiende a cero, reflejando una correcta sintonía entre la dinámica de la planta y la del observador.

### Aplicación de una entrada al sistema

Se repitió la simulación anterior pero introduciendo algunos cambios. En particular, el step es unitario y el tiempo de aplicación es a  $t=25s$ , es decir, un tiempo mayor para el cual el observador iguala los estados de la planta.

Como se puede ver, ante la nueva entrada el observador reacciona de forma inmediata, siguiendo sin desfase significativo la evolución del sistema real. El escalón de tensión provoca la aparición de una corriente para generar par motor. Este par produce una aceleración que resulta en una velocidad angular que tiende a un valor constante. Esta velocidad constante se integra, resultando en un aumento lineal de la posición angular.

Esto demuestra que, una vez alcanzada la convergencia, el observador mantiene su capacidad de seguimiento incluso frente a variaciones externas o excitaciones adicionales, sin perder la sincronización con los estados verdaderos.

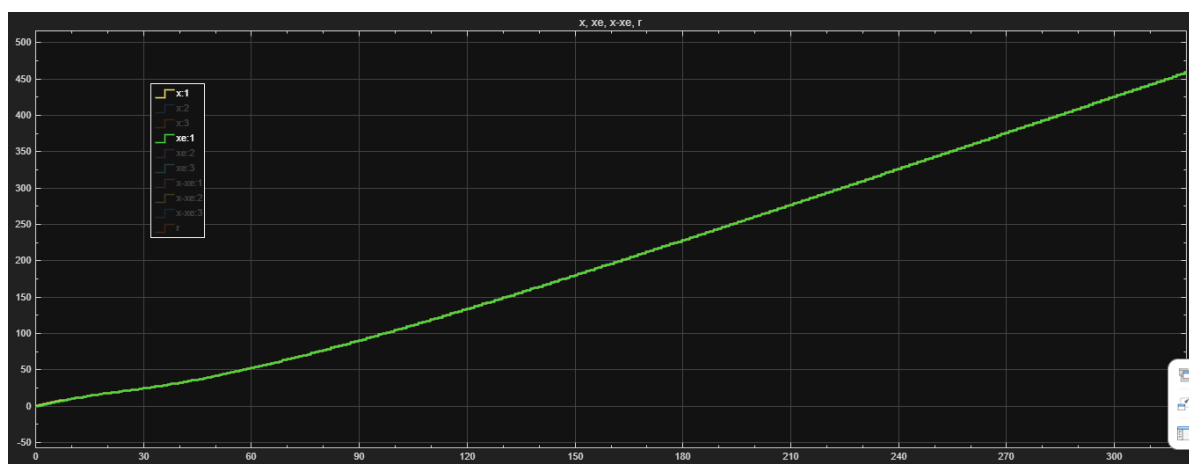


Figure 2.10: Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)

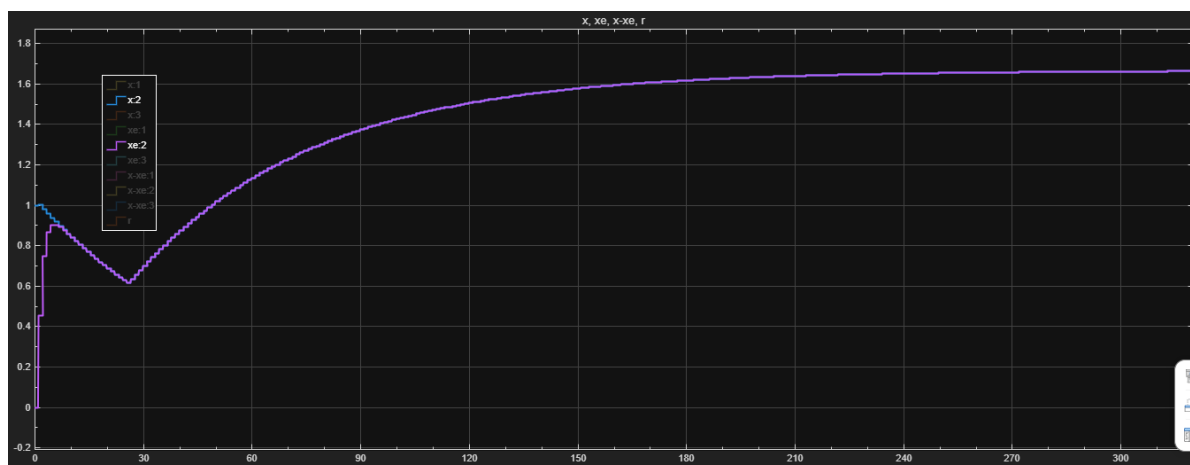


Figure 2.11: Comparación estados  $x_2$  y  $xe_2$  (Velocidad angular en rad/s en función del tiempo en segundos)

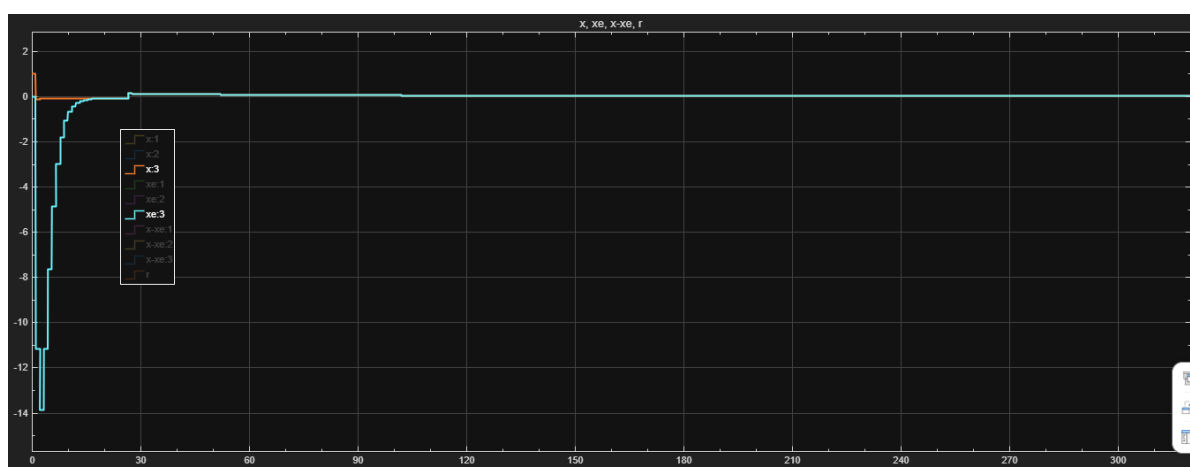


Figure 2.12: Comparación de estados  $x_3$  y  $xe_3$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

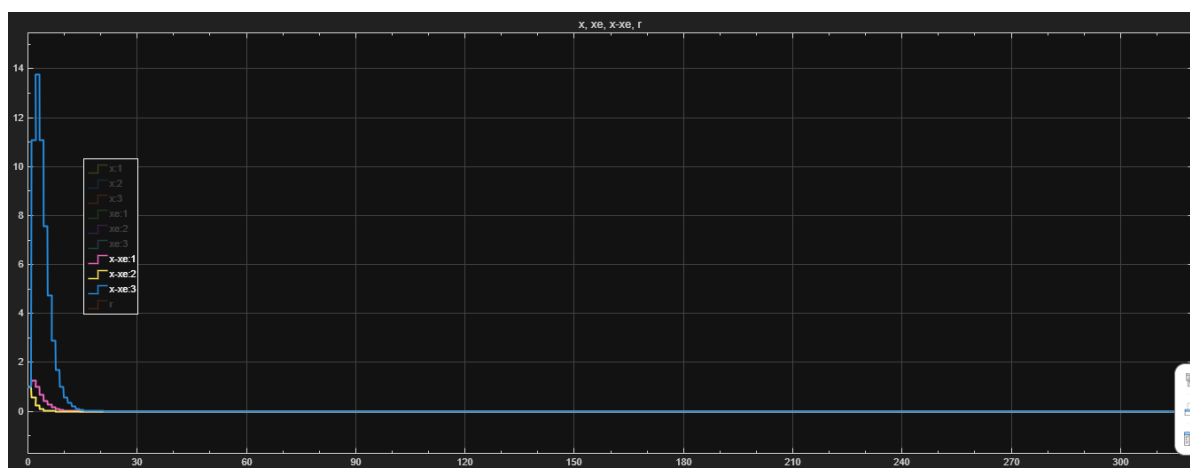


Figure 2.13: Comparación del error  $x-xe$  para los 3 estados con el step modificado.

### 2.1.6. Simulación del sistema discreto con control y observador

#### Condiciones iniciales coincidentes

Se realizó la siguiente simulación:

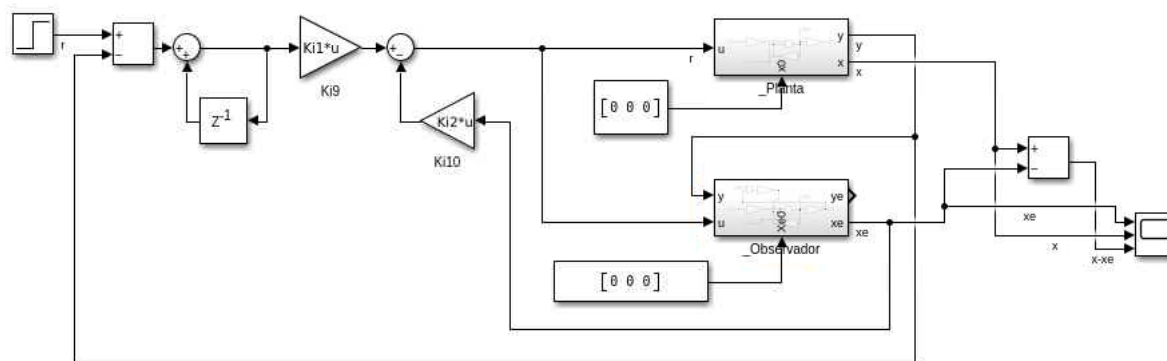


Figure 2.14: Bloques simulink (el interior de los bloques planta y observador es el de las figuras 2.2 y 2.5 respectivamente)

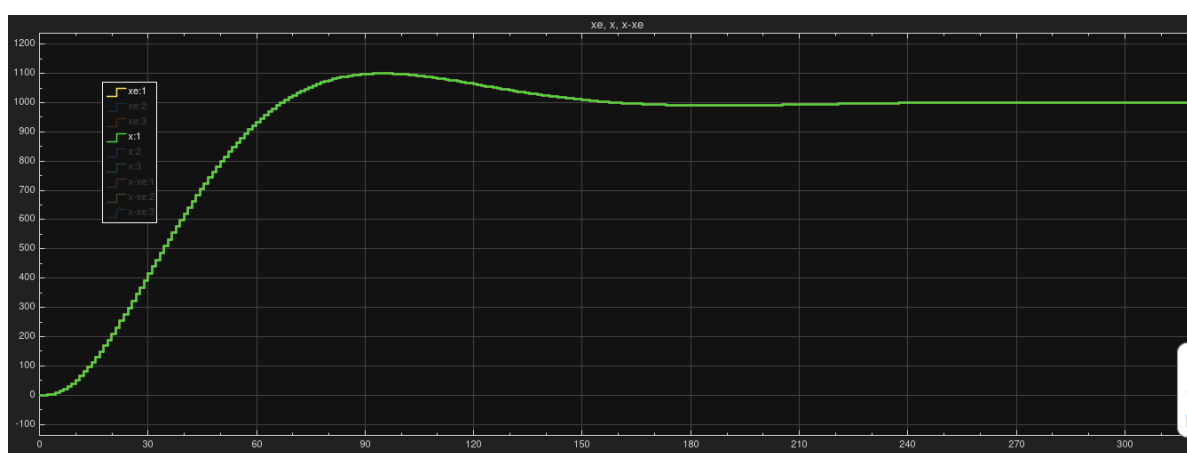


Figure 2.15: Comparación estados  $x_1$  y  $xe_1$  (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)

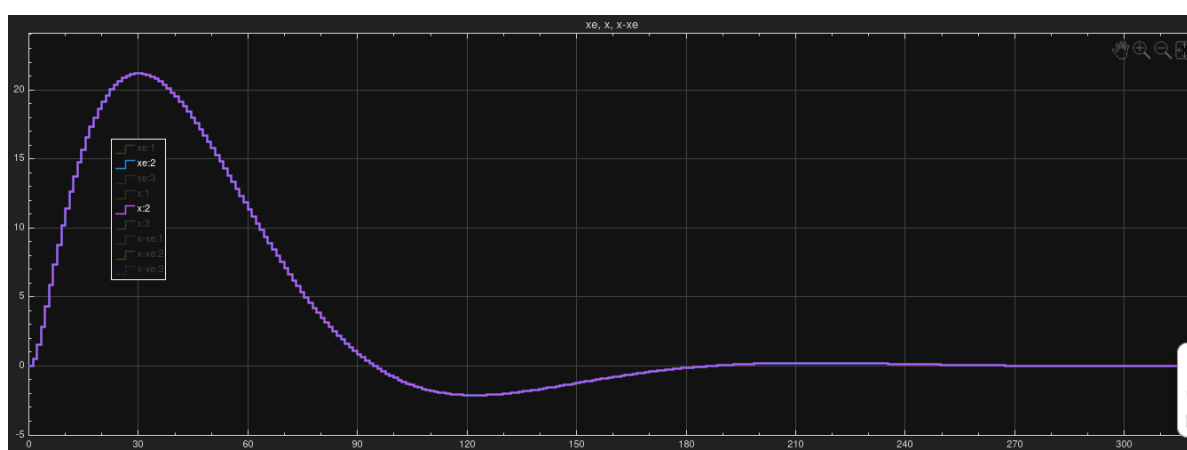


Figure 2.16: Comparación estados  $x_2$  y  $xe_2$  (Velocidad angular en rad/s en función del tiempo en segundos)

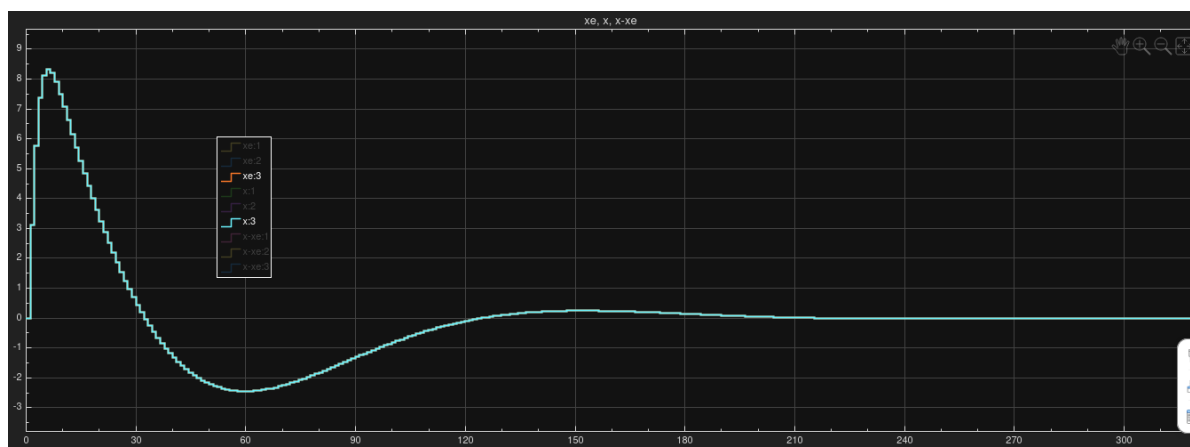


Figure 2.17: Comparación de estados  $x_3$  y  $xe_3$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

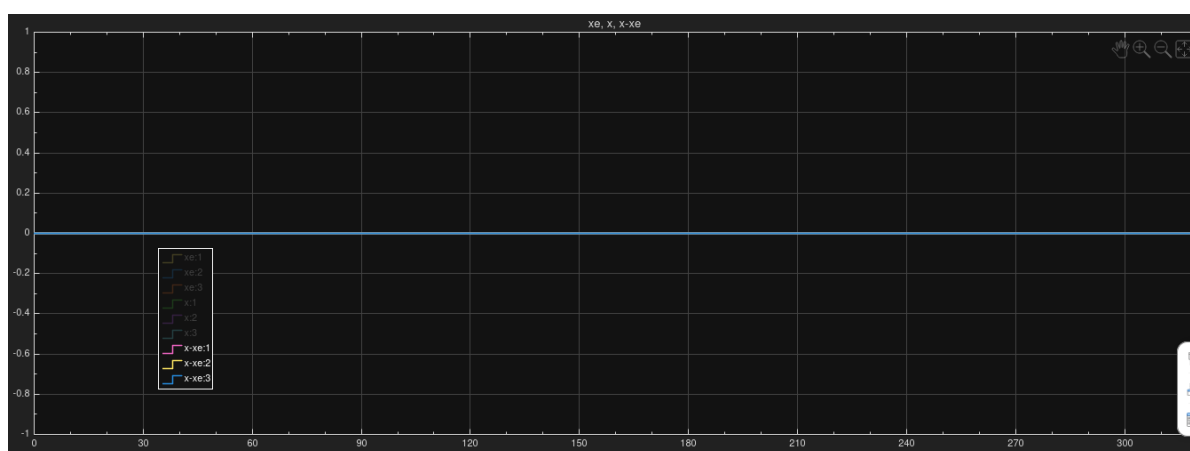


Figure 2.18: Comparación errores  $x-xe$

Lo primero a destacar es que el estado y observador, al partir del mismo estado inicial y estar sujetas a la misma entrada de control, el error se mantiene constante en cero. El modelo del observador predice perfectamente el estado de la planta en cada instante.

En cuanto a los gráficos de los estados, se puede ver que las mismas se encuentran asociadas físicamente. La corriente es la primera en reaccionar para generar el par motor. Este par produce la velocidad angular, y esta velocidad, al integrarse en el tiempo, genera el desplazamiento angular.

La figura 2.15 es la que muestra el sobrepico para el cual se diseñó en la sección 2.1.2. Se puede ver que el sistema llega a 1100 rad antes de estabilizarse en 1000 rad. Para corregir ese sobrepico, el controlador debe invertir la velocidad momentáneamente. A su vez, para lograrlo, se requiere que el controlador aplique corriente negativa. Finalmente, una vez que la posición se estabiliza en 1000 rad, la velocidad debe ser nula para quedarse quieta y, por ende, la corriente debe ser 0 porque no hay carga que vencer.

Finalmente, una vez que la posición se estabiliza en 1000 rad, la velocidad debe ser nula. Para mantener una velocidad y aceleración nulas, el par neto debe ser cero. Como el modelo no incluye cargas estáticas, la corriente también converge a cero, tal como se verifica en la Figura 2.17.

### Condiciones iniciales diferentes

Se repitió la simulación anterior pero cambiando únicamente la condición inicial de la planta a  $[1;1;1]$

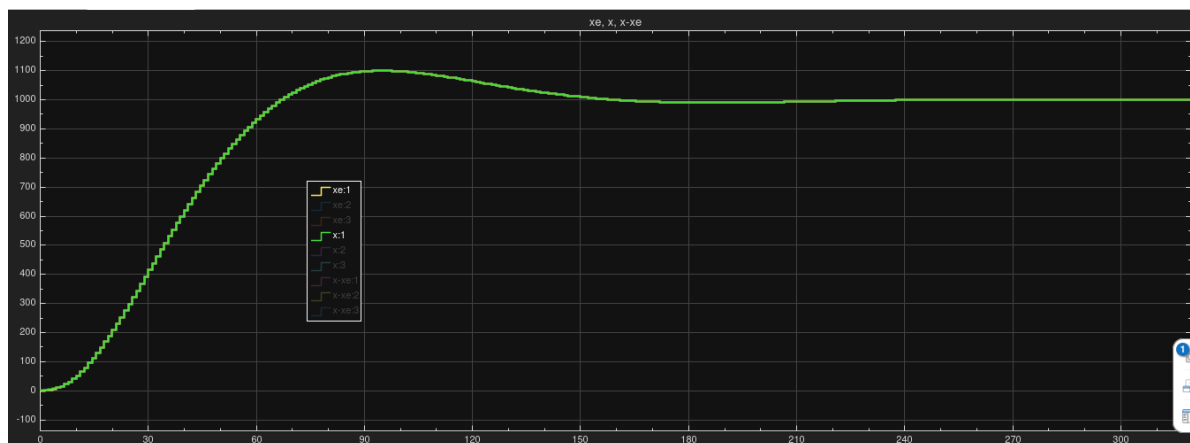


Figure 2.19: Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)

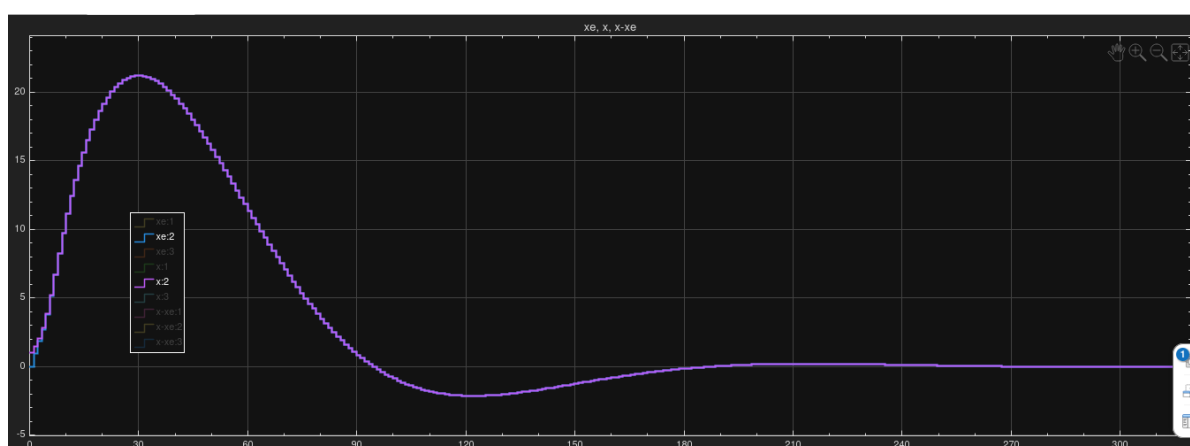


Figure 2.20: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad angular en rad/s en función del tiempo en segundos)

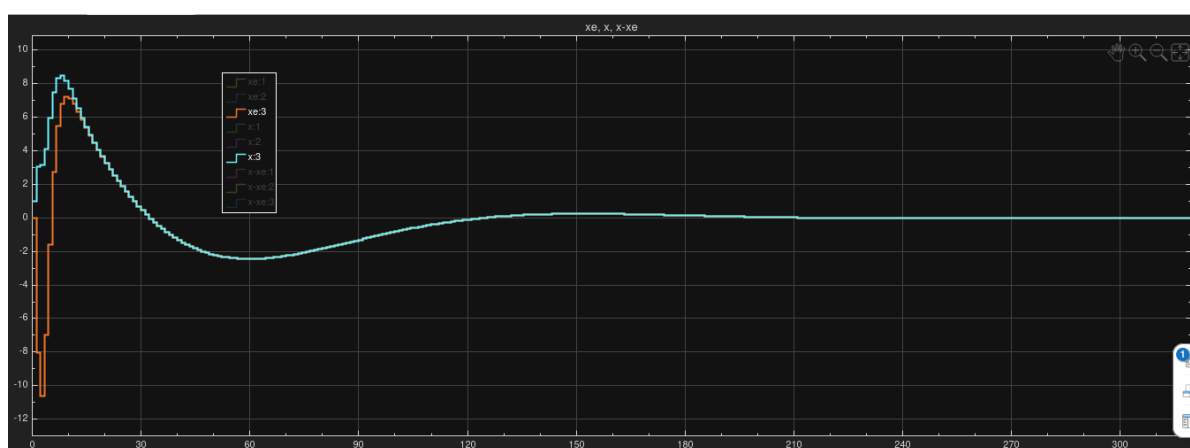
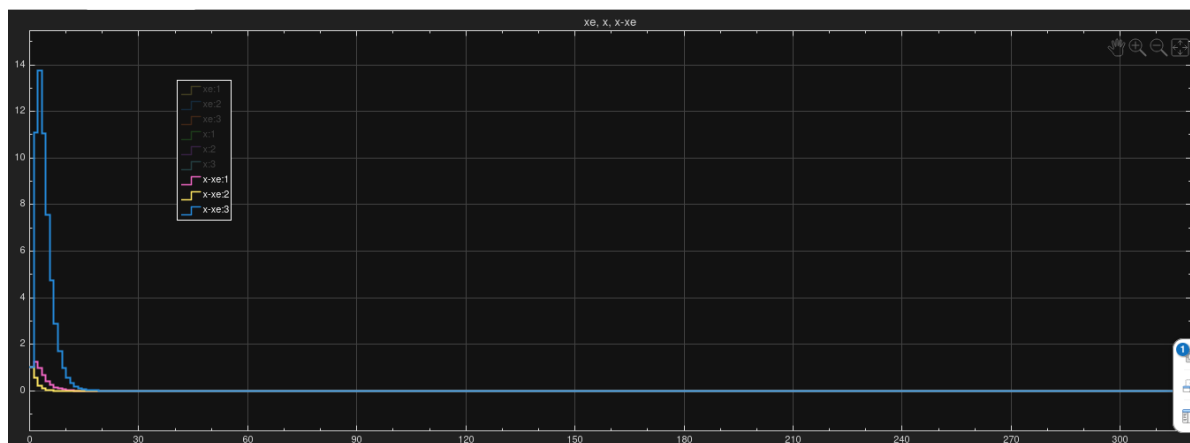


Figure 2.21: Comparación de estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

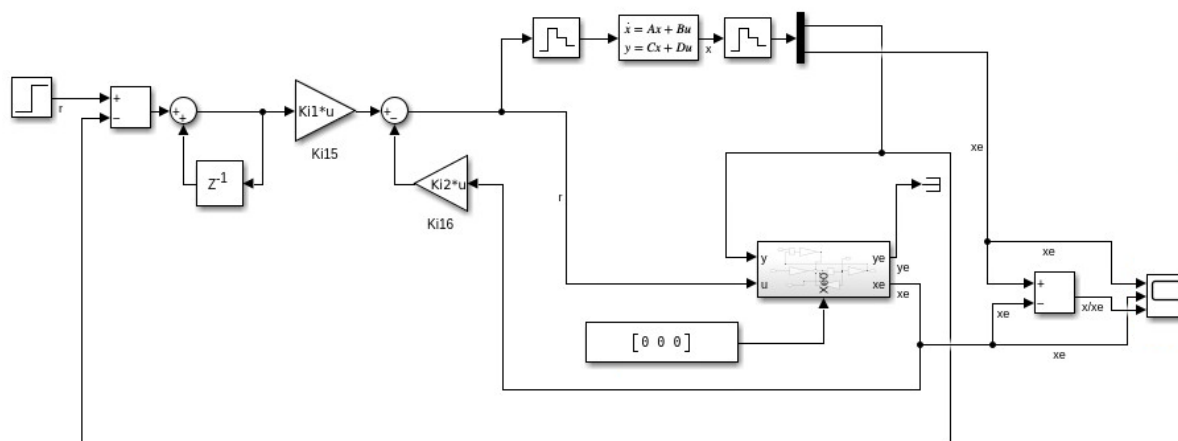


**Figure 2.22:** Comparación errores x-xe

Se puede ver que el comportamiento general de las curvas conserva la correlación física vista en el caso anterior: la corriente se modifica primero, provocando el cambio de velocidad y, en consecuencia, el desplazamiento angular. Sin embargo, puede notarse un leve retardo inicial hasta que el observador logra reproducir fielmente la dinámica del sistema. Transcurrido ese breve período, las trayectorias de ambos se superponen, confirmando que la realimentación de estado basada en las estimaciones del observador resulta estable y efectiva incluso ante discrepancias iniciales.

### 2.1.7. Simulación del sistema continuo controlado con observador

Se realizó la siguiente simulación:



**Figure 2.23:** Modelo bloques simulink (el interior del bloque observador es el mismo que en la figura 2.5)

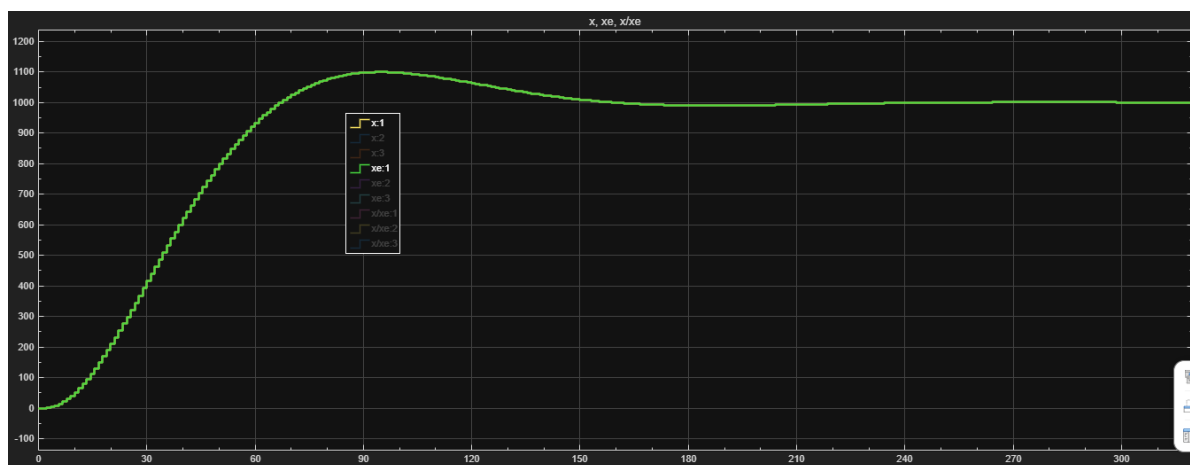


Figure 2.24: Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Posición angular en rad en función del tiempo en segundos)

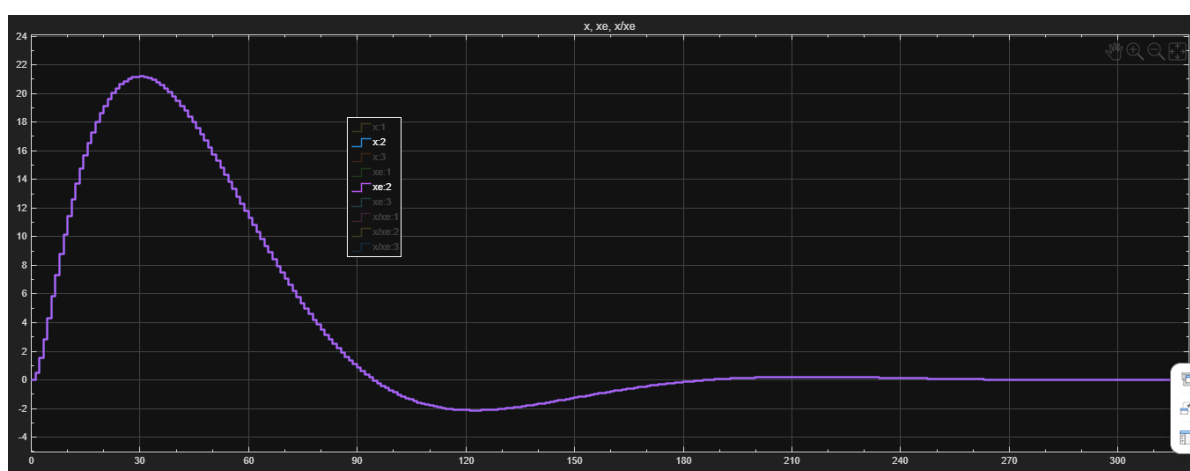


Figure 2.25: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad angular en rad/s en función del tiempo en segundos)

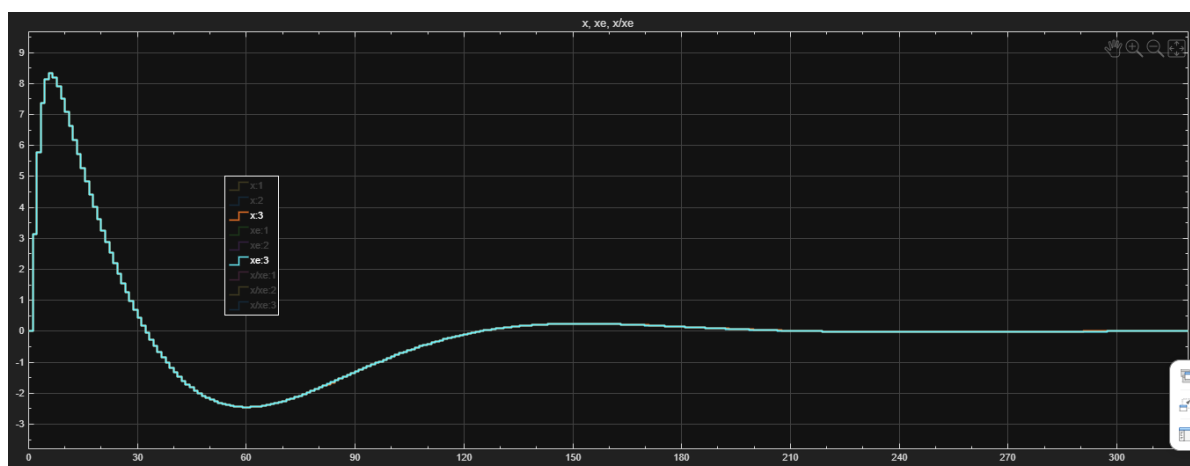
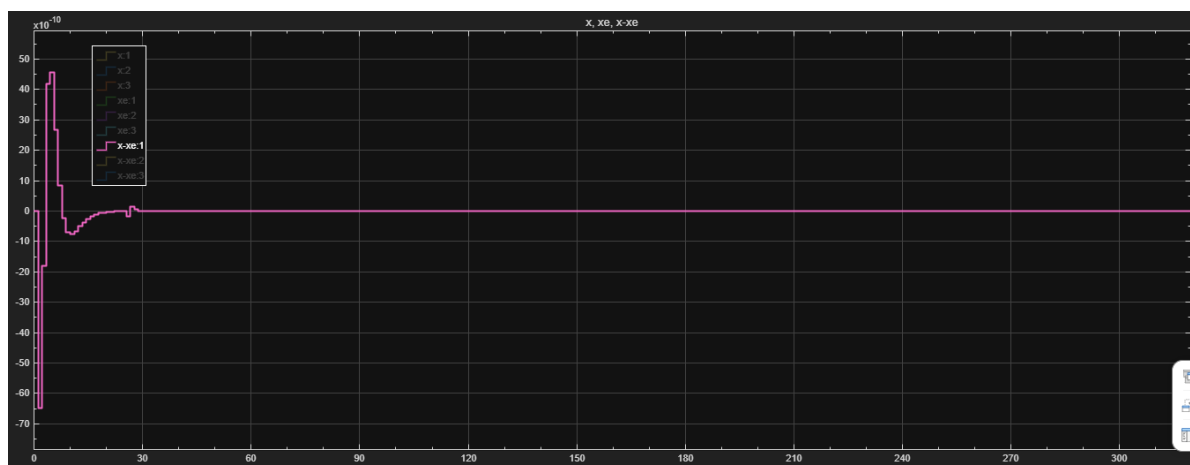
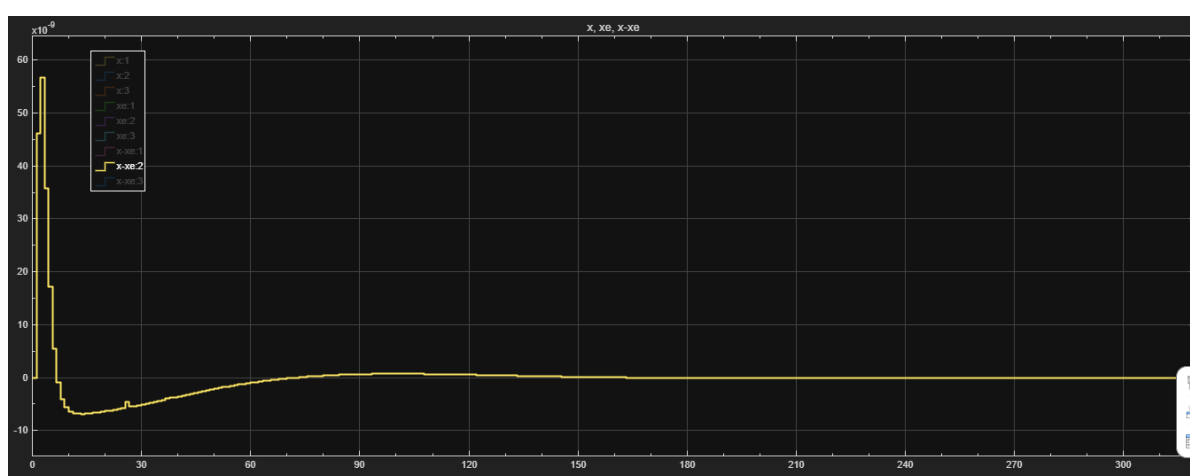
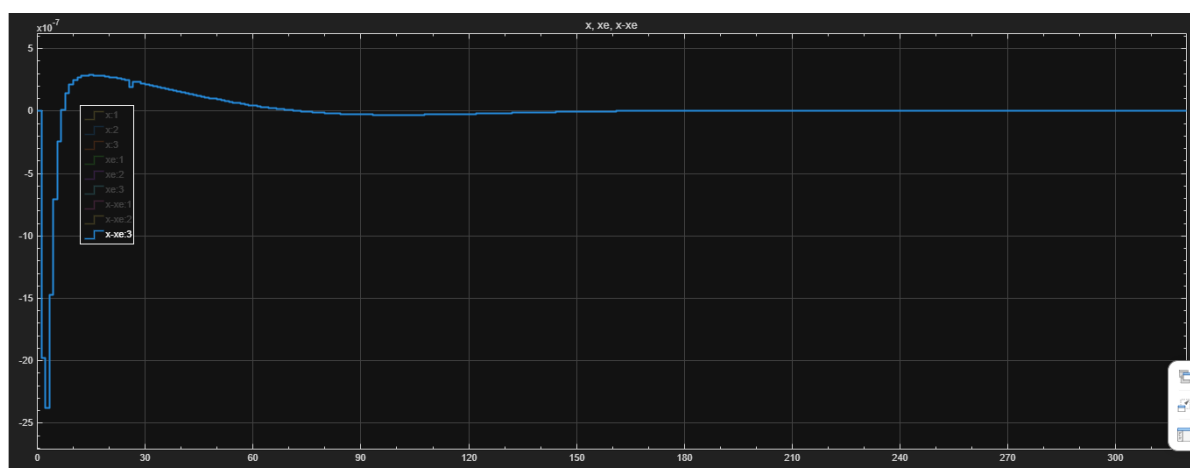


Figure 2.26: Comparación de estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)



Figure 2.27: Comparación errores  $x_1$  y  $xe_1$ Figure 2.28: Comparación errores  $x_2$  y  $xe_2$ Figure 2.29: Comparación errores  $x_3$  y  $xe_3$ 

Los gráficos muestran, tal como se observó en la simulación puramente discreta, que la dinámica y la correlación física entre las variables se mantiene. La corriente genera la velocidad, que a su vez se integra para producir la posición.

Además, el sistema en lazo cerrado cumple con las especificaciones de diseño en forma prácticamente idéntica al caso discreto.

A diferencia del caso discreto con condiciones iniciales coincidentes, donde el error era nulo, aquí se observa un ripple entre muestras. Este comportamiento es esperado por la presencia del bloque Zero Order Hold (ZOH). El modelo discreto con el que se diseñó el observador asume que la entrada se aplica y se mantiene constante durante todo el período. La planta continua, sin embargo, evoluciona durante ese tiempo. El observador predice el estado basándose en esa suposición del ZOH. Las pequeñas diferencias entre la evolución continua real y la predicción discreta del observador son las que generan este pequeño error, que, no obstante, es de un orden de magnitud muy inferior y no afecta la estabilidad.

## 2.2. Práctica 4: Levitación magnética

### 2.2.1. Elección de un modelo en VE de estado del sistema.

Al igual que en la práctica 1, se adopta el modelo en VE con variables físicas reales, por las mismas razones previamente expuestas.

Cabe recordar que para este problema, con el modelo elegido, los estados correspondientes son:  $x_1 = y$ ,  $x_2 = \dot{y}$ ,  $x_3 = i$

### 2.2.2. Diseño de un controlador por realimentación de estado, con acción integral, y bajo especificaciones establecidas

El sistema original tiene 3 estados. Al agregar la acción integral, se introduce 1 estado adicional. Por lo tanto, es necesario definir 4 polos para el sistema en lazo cerrado.

A partir de las especificaciones requeridas de un 10% de sobrepico y de que el tiempo de establecimiento es 0.8 veces el tiempo de establecimiento del polo a lazo abierto estable más lento, se obtiene el primer par de polos dominantes del sistema. Recordando que los polos continuos a lazo abierto para este problema son 62.6099, -62.6099 y -50, el polo estable más lento es -50. Con ello, se calcula  $t_{s,la} = 4 / \sigma = 4 / 50 = 0.08s$ . Luego, el tiempo de establecimiento cumple  $t_s = 0.8 * t_{s,la} = 0.064s$ .

Con este tiempo calculado y el sobrepico (SP) dato, se calcula sucesivamente:

$$\zeta = \frac{-\ln(SP/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(SP/100)^2}} \approx 0.5912$$

$$\sigma = 4/t_s = 62.5$$

$$\omega_d = \frac{\sigma \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \approx 85.2735$$

$$s_{dom} = -\sigma \pm j\omega_d = -62.5000 \pm 85.2735j$$

A continuación, se mapean los polos al plano  $z$  con  $z = e^{sT}$  recordando que  $T=0.0143s$  para este problema.

$$z_{dom} = 0.1407 \pm 0.3841j$$

Los otros dos polos necesarios serán elegidos tal que sean más rápidos que los dominantes previamente calculados. En este caso, se elige 0 0.001.

Se procede con el armado del sistema ampliado

$$A_a = \begin{pmatrix} G & 0_{3 \times 1} \\ -C & 1 \end{pmatrix} \quad B_a = \begin{pmatrix} H \\ 0 \end{pmatrix}$$

Del trabajo anterior, se había obtenido:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 1.4284 & 0.0163 & -0.4399 \\ 63.8618 & 1.4284 & -59.6045 \\ 0 & 0 & 0.4891 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} -0.0538 \\ -10.9976 \\ 0.2554 \end{pmatrix}$$

Por lo que:

$$A_a = \begin{pmatrix} 1.4284 & 0.0163 & -0.4399 & 0 \\ 63.8618 & 1.4284 & -59.6044 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4891 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_a = \begin{pmatrix} -0.0538 \\ -10.9976 \\ 0.2554 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A continuación, por medio de la función place de MATLAB, usando las matrices  $A_a$ ,  $B_a$  y los polos definidos, se obtiene el vector de ganancia ampliado  $K_a = [-15.1201 \ -0.1640 \ 5.6637 \ 3.1646]$  del cual puede deducirse la ganancia integral  $K_{i1} = -3.1646$  y el vector de ganancia de realimentación de estado  $K_{i2} = [-11.9555 \ -0.1640 \ 5.6637]$

### 2.2.3. Verificación de las especificaciones del controlador

Se realiza la siguiente simulación en SIMULINK. La entrada es un step de 1V en  $t=0$ .

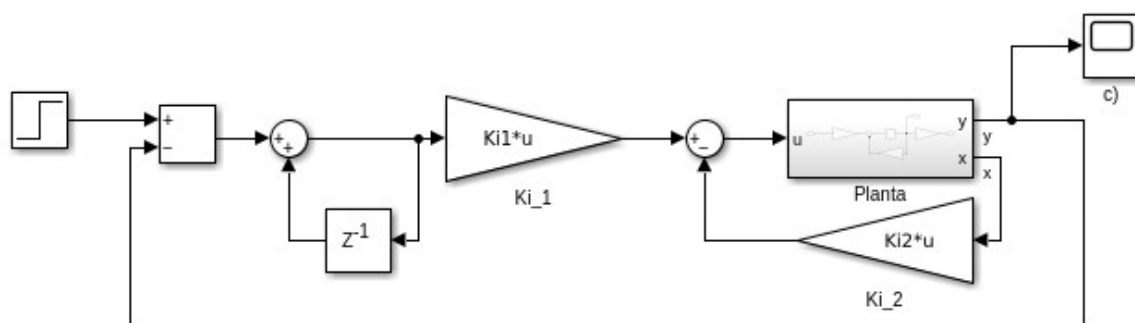


Figure 2.30: Modelo bloques

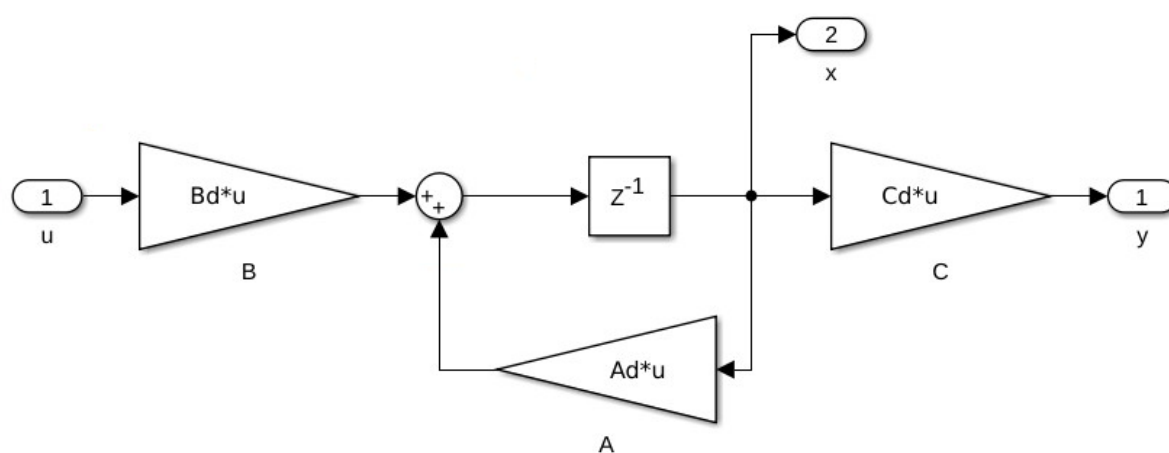


Figure 2.31: Modelo bloques (interior del bloque "planta")

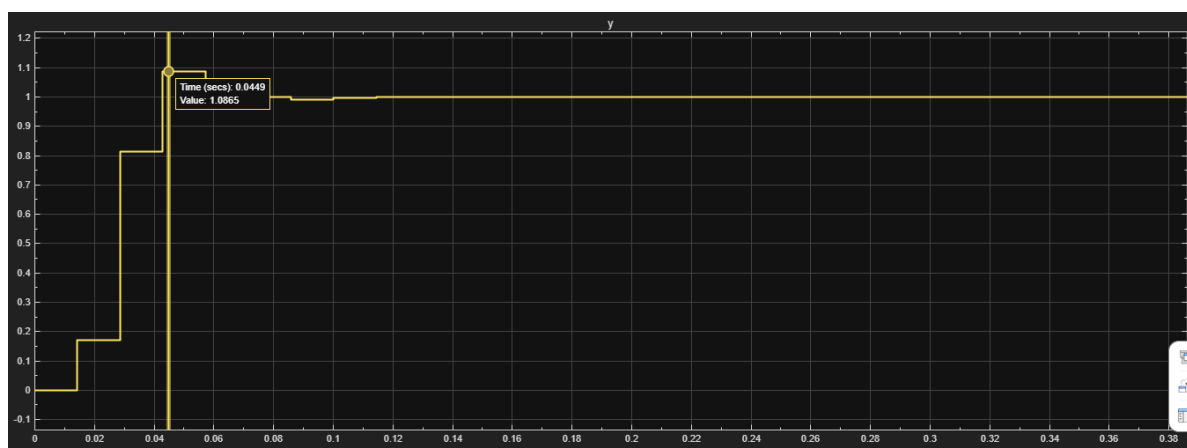


Figure 2.32: Respuesta al escalón (Altura en m en función del tiempo en )

En primer lugar, se destaca que el controlador diseñado estabiliza exitosamente la planta, que era inicialmente inestable. Además, gracias a la acción integral, la salida del sistema converge correctamente al valor de referencia 1, eliminando el error de estado estacionario.

Como contraparte, sin embargo, al analizar el tiempo de establecimiento, se aprecia que el sistema aún no se encuentra dentro de la banda del 2% alrededor del valor final. Es decir, el sistema presenta un comportamiento más rápido en alcanzar el pico máximo, pero tarda algo más en estabilizarse completamente. Además, el pico logrado fue de un 8.65% que no es exactamente el valor deseado.

Estos defectos pueden ser consecuencia de ciertos factores. En primer lugar, la no linealidad inherente del modelo de levitación magnética. Además, el efecto de la discretización, ya que el período de muestreo es una fracción apreciable del tiempo total de respuesta, haciendo visible el comportamiento escalonado del ZOH.

#### 2.2.4. Diseño de un observador del estado del sistema, considerando el controlador diseñado

El observador a diseñar debe ser más rápido que el controlador. Este sistema, de por si, ya es rápido. Por ende, se diseña 5 veces más rápido. En base a esto, se define:

$$t_{s,obs} = t_{s,cl}/5 = 0.0128s$$

$$\sigma = 4/t_{s,obs} = 4/0.0128 = 312.5$$

Se necesita una cantidad de polos coincidente con las variables de estado del problema, es decir, 3 para este caso. Nuevamente, se busca una convergencia suave. Para este caso, se escoge:

$$S_{obs\_p1} = [-\sigma, -1.5 \times \sigma, -2 \times \sigma] = [-312.5, -468.75, -625.0]$$

Nuevamente, se mapea al plano  $z$  con  $e^{sT}$ :

$$Z_{obs\_p1} = [0.0115, 0.0012, 0.0001]$$

Mediante la función `place` de MATLAB, usando las matrices  $C$ ,  $G$  y los polos recientemente calculados, se puede obtener la ganancia del observador.

$$K_{e1} = [3.3332; 239.6569; -0.2043]$$

Un aspecto a contemplar es que la segunda componente de ganancia presenta un valor considerablemente mayor que las restantes.

Este hecho implica que el observador corrige con gran intensidad los errores asociados a dicho estado, lo cual acelera la convergencia pero también incrementa la sensibilidad al ruido de medición y puede provocar saturación numérica o física si la señal medida contiene perturbaciones o ruido eléctrico.

En la práctica, esta ganancia podría generar oscilaciones espurias, ruido amplificado en la estimación, o incluso inestabilidad del observador si la cuantización o el retardo de muestreo son significativos.

Por ello, en una implementación real se tendrá que tener en cuenta ajustar el valor de dicho polo o incorporar filtrado adicional en la señal de salida antes de la retroalimentación del observado.

#### 2.2.5. Simulación del sistema discreto con observador

##### Condiciones iniciales distintas entre sistema y observador

Se realizó el siguiente sistema en simulink. En esta primera situación, se usa un step de valor nulo.

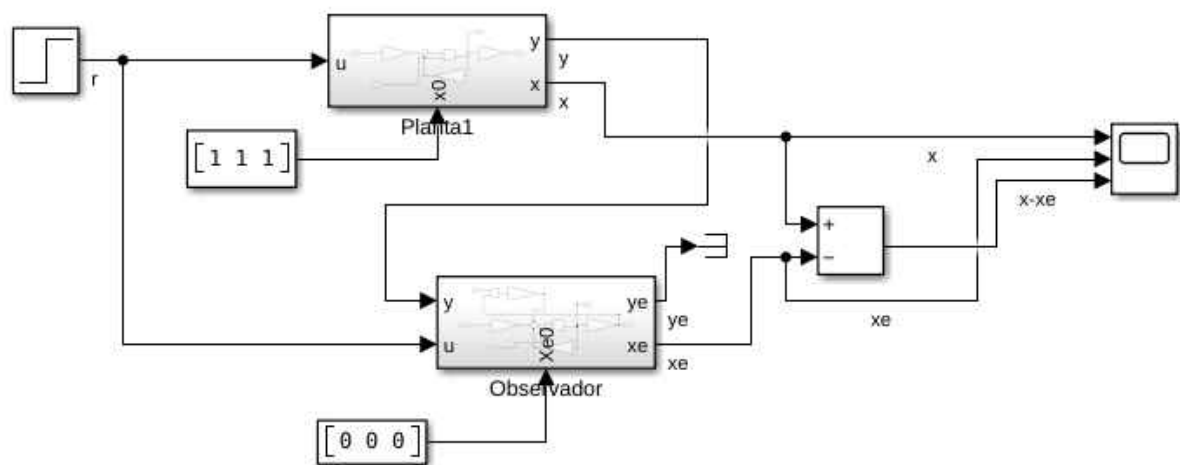


Figure 2.33: Modelo bloques

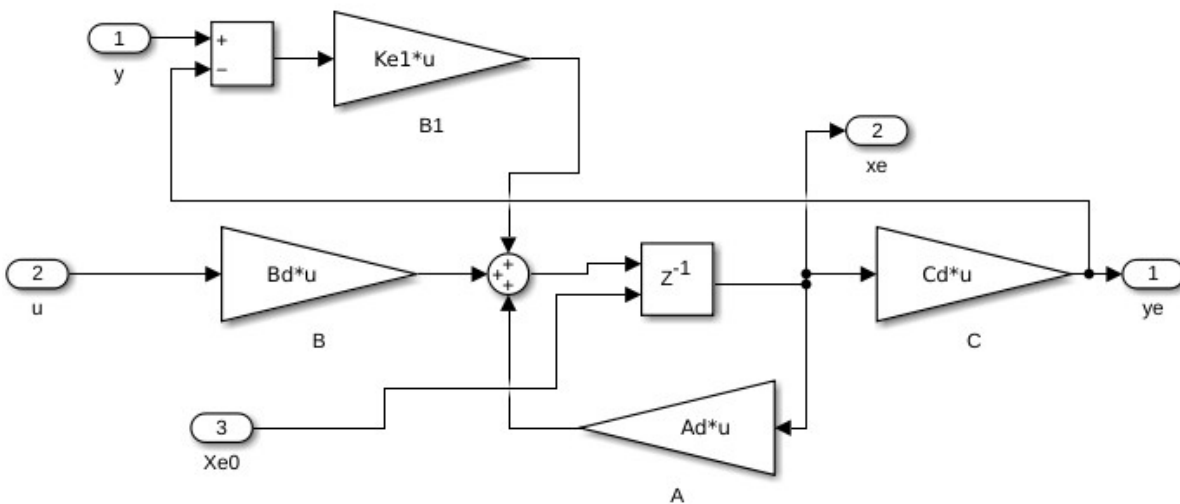


Figure 2.34: Interior del bloque observador (el de planta es el mismo que la figura 2.31

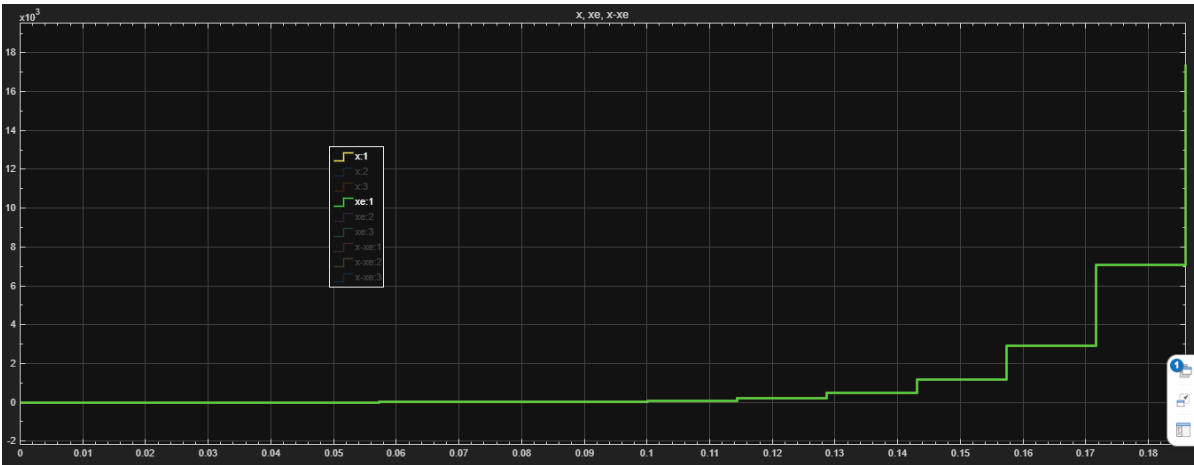


Figure 2.35: Comparación estados x1 y xe1 (Altura en m en función del tiempo en segundos)

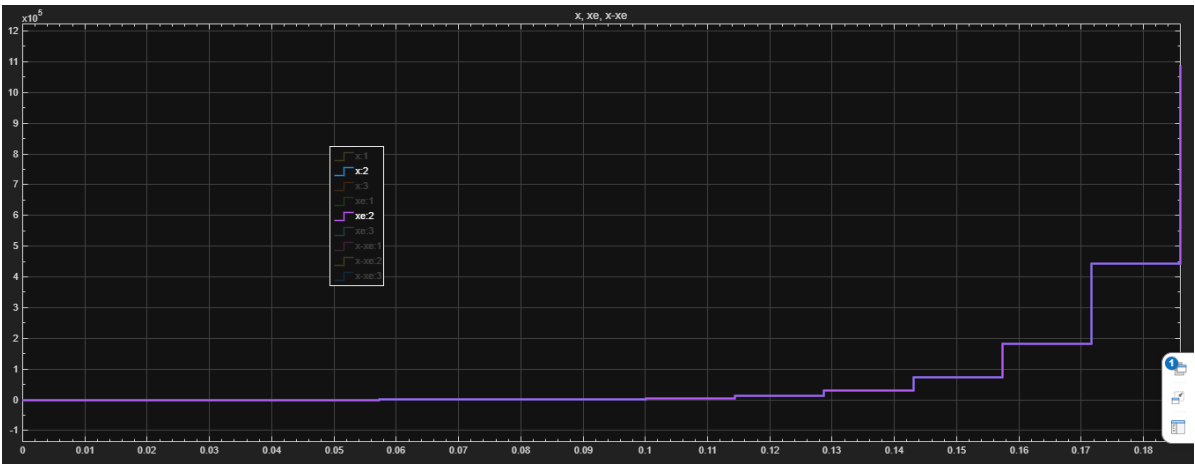


Figure 2.36: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad en m/s en función del tiempo en segundos)

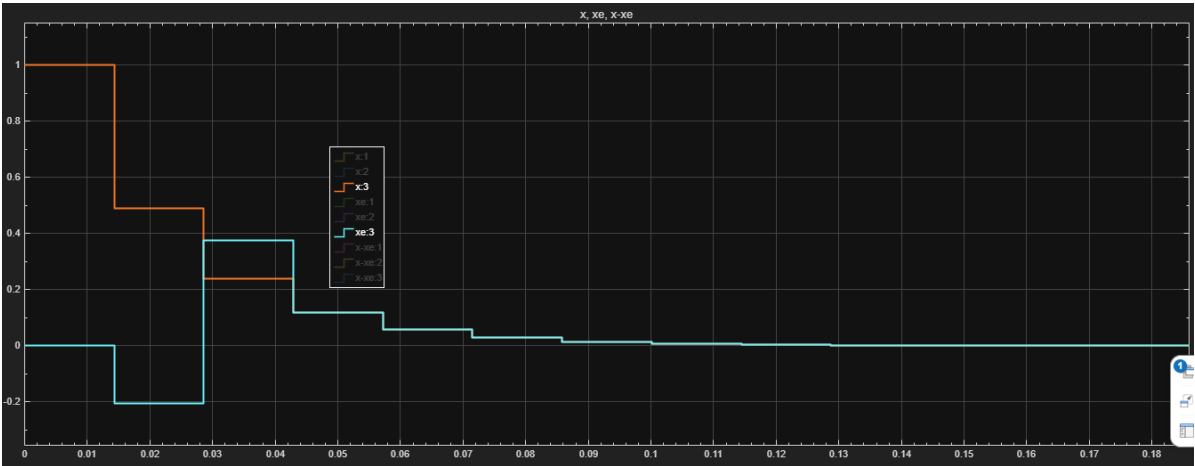


Figure 2.37: Comparación estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

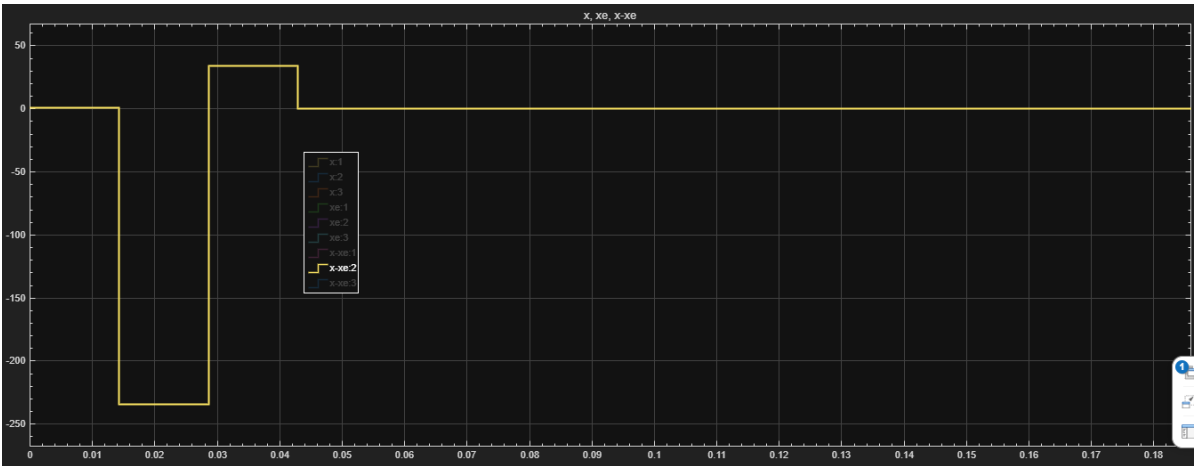


Figure 2.38: Comparación del error  $x-xe$  para el estado 2



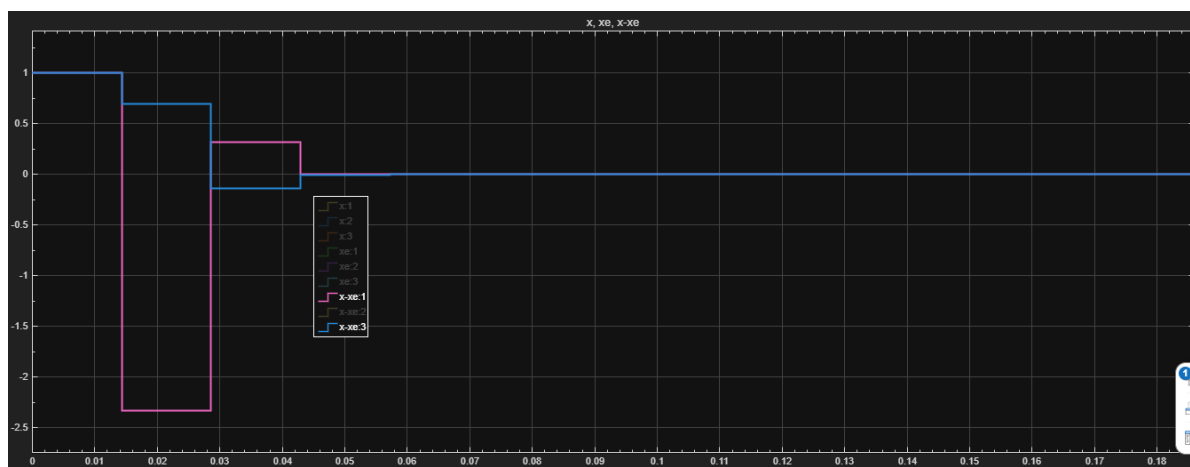


Figure 2.39: Comparación del error  $x-x_e$  para los estados 1 y 3.

Los resultados confirman que el observador diseñado reproduce correctamente el comportamiento de la planta, aun cuando parte de condiciones iniciales distintas. Durante los primeros instantes se observa una diferencia apreciable entre los estados, pero la misma disminuye rápidamente hasta tender a anularse, validando la alta velocidad del observador. La respuesta mantiene la forma general de las variables de estado sin perder coherencia física, y el error converge a cero en pocos milisegundos, como se esperaba.

Desde el punto de vista físico, la secuencia de variables mantiene coherencia: la corriente es la primera en reaccionar, generando la fuerza magnética que modifica la velocidad, la cual a su vez determina el desplazamiento de la esfera.

### Aplicación de una entrada al sistema

Se repitió la simulación anterior pero cambiando el tiempo del step a  $t=0.1s$ , instante para el cual el observador ya se encuentra en seguimiento del sistema, y de  $0.007826V$ , correspondiente a la tensión para la cual se produce la corriente de equilibrio.

La simulación evidencia que ante dicha perturbación, las estimaciones permanecen acopladas a los valores reales, sin introducir oscilaciones ni errores significativos. Esto indica que el modelo observador conserva su estabilidad y precisión frente a variaciones externas, reforzando la validez del diseño.

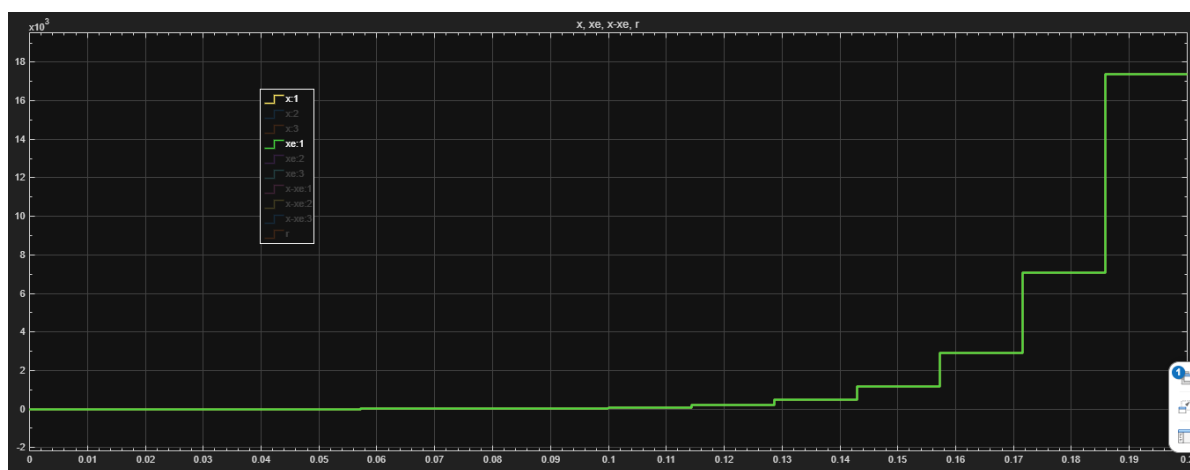


Figure 2.40: Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Altura en m en función del tiempo en segundos)

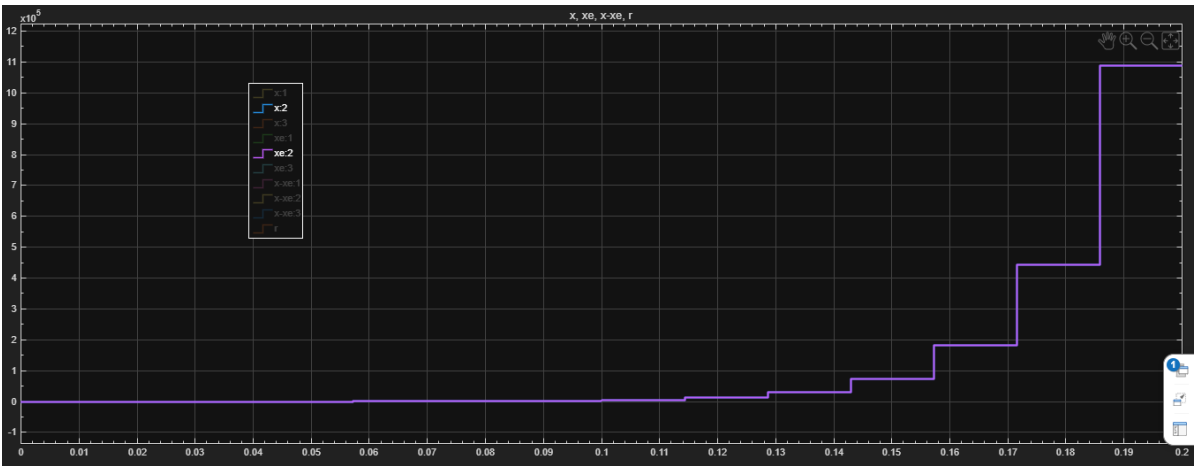


Figure 2.41: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad en m/s en función del tiempo en segundos)

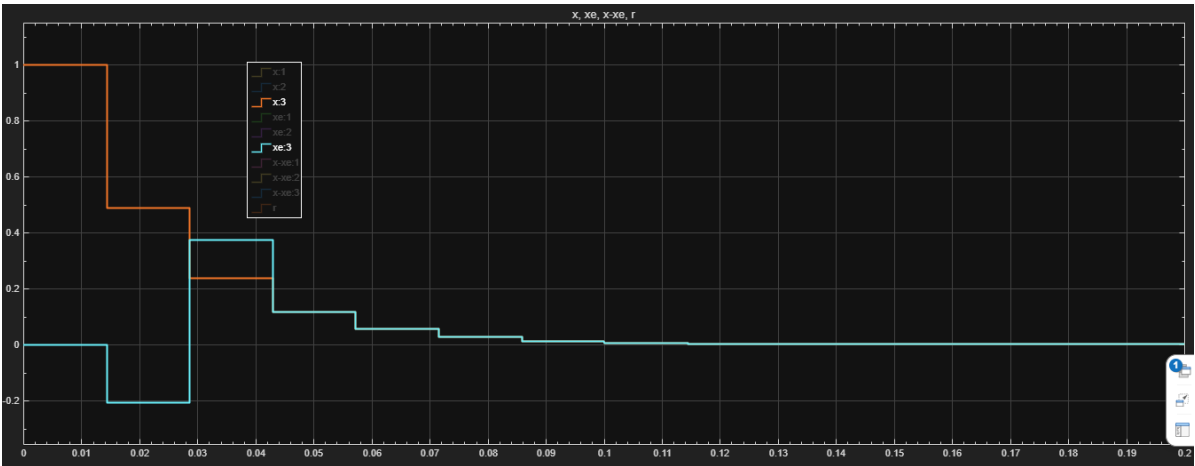


Figure 2.42: Comparación estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

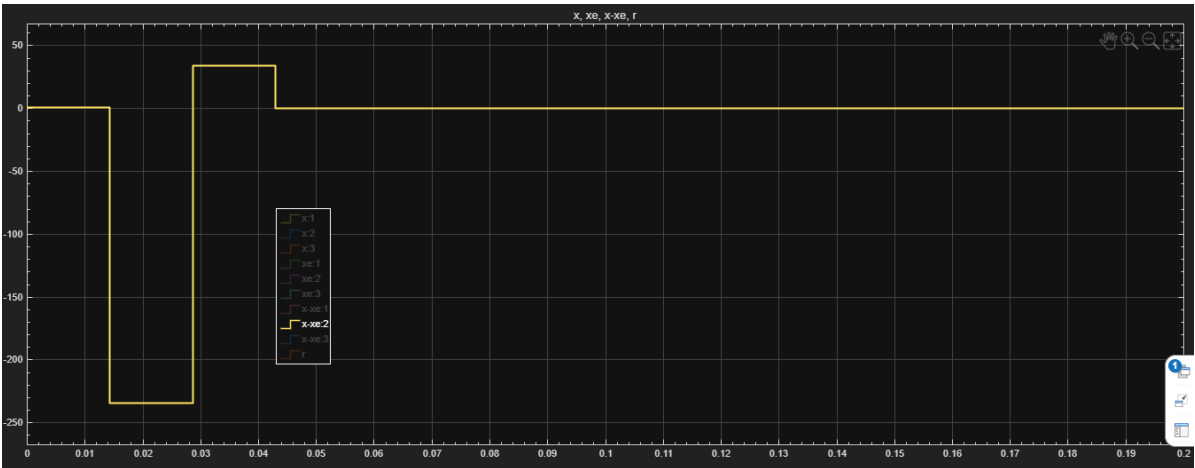
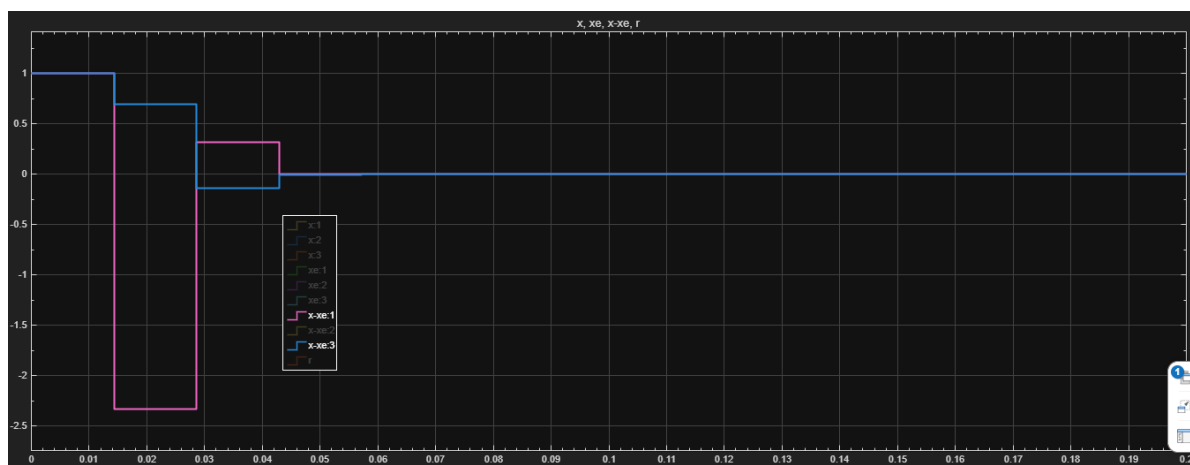


Figure 2.43: Comparación del error  $x - x_e$  para el estado 2

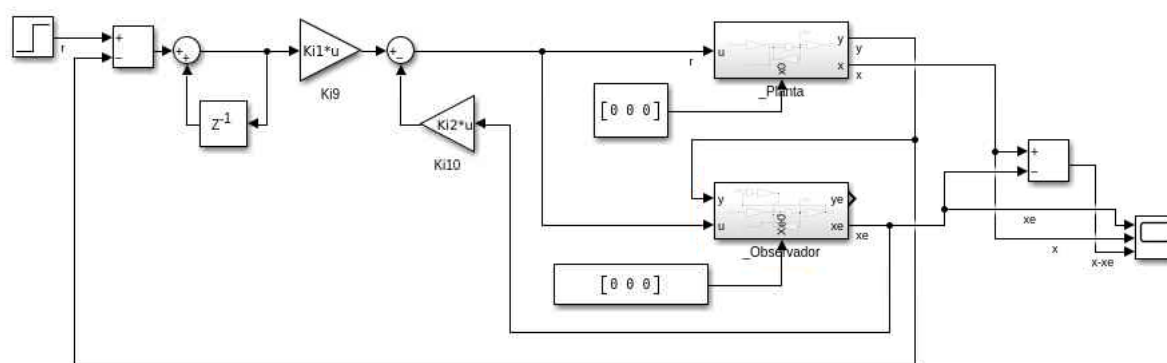


**Figure 2.44:** Comparación del error  $x-x_e$  para los estados 1 y 3

### 2.2.6. Simulación del sistema discreto con control y observador

### Condiciones iniciales coincidentes

Se realiza la siguiente simulación. La entrada es un step de valor unitario en  $t=0$ .



**Figure 2.45:** Bloques simulink (el interior de los bloques planta y observador fueron presentados en las figuras 2.31 y 2.34 respectivamente)



**Figure 2.46:** Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Altura en m en función del tiempo en segundos)

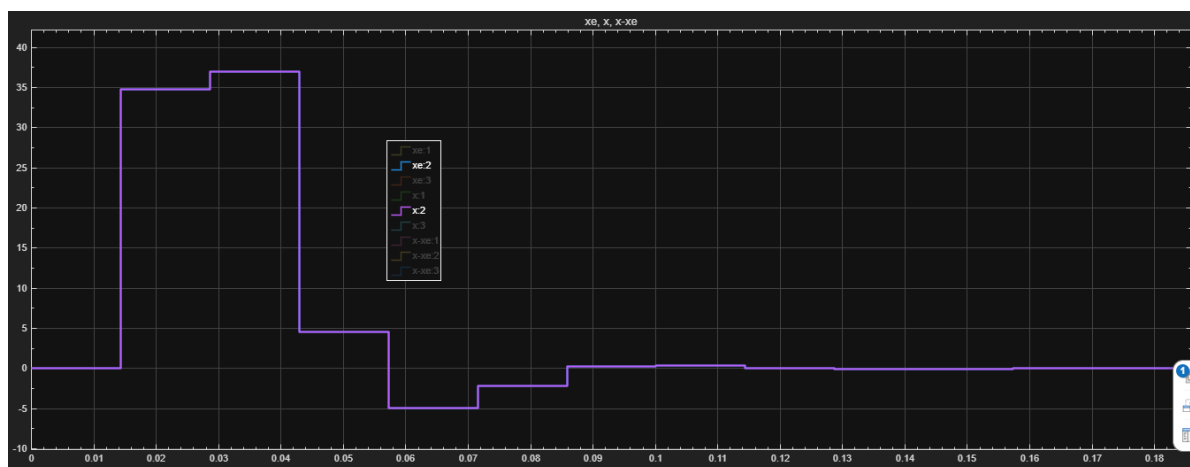


Figure 2.47: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad en m/s en función del tiempo en segundos)

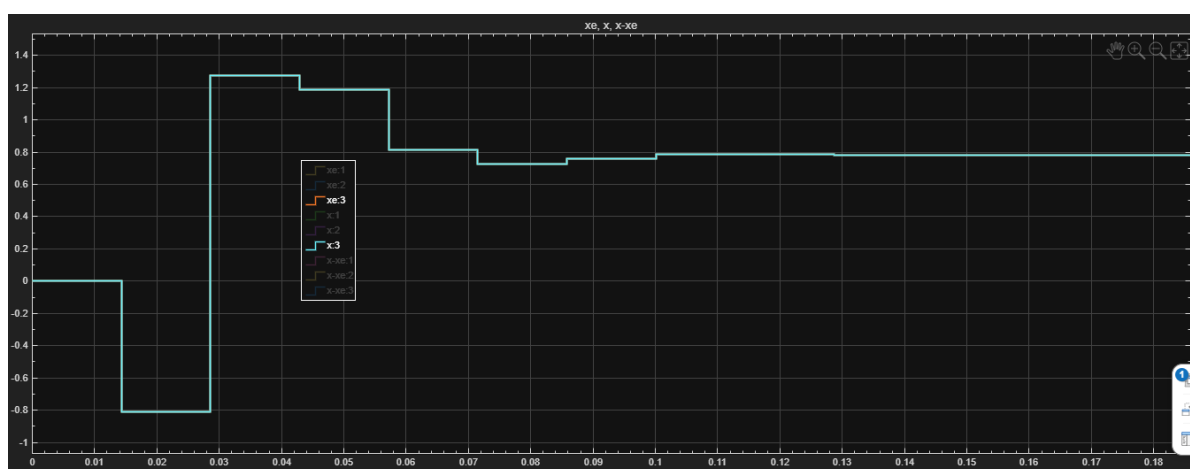


Figure 2.48: Comparación estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

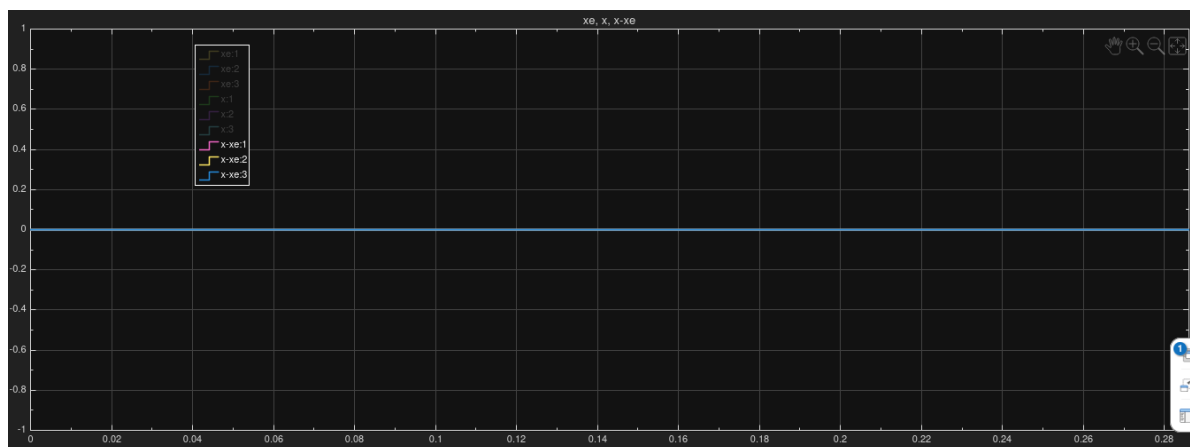


Figure 2.49: Comparación de errores  $x - x_e$  para los tres estados.

Al partir de condiciones iniciales idénticas y con la misma entrada de control, el error entre el sistema y el observador se mantiene nulo en todo momento.

La corriente eléctrica es la primera variable en responder, ya que el electroimán necesita generar una fuerza de atracción inicial para equilibrar el peso de la esfera. Esa corriente produce una fuerza magnética que modifica la velocidad del desplazamiento vertical de la bolita, y a su vez, dicha velocidad determina cómo evoluciona la posición hasta alcanzar el punto de equilibrio. Una vez estabilizado el sistema, la corriente se ajusta al valor exacto necesario para mantener la levitación, la velocidad tiende a cero y la posición permanece constante en torno al valor de equilibrio deseado. La acción integral garantiza que el error estacionario sea nulo y que la posición final coincida exactamente con la deseada.

El conjunto control-observador garantiza la estabilidad del sistema y la eliminación del error en régimen permanente.

### Condiciones iniciales diferentes

Se repitió la simulación anterior pero cambiando las condiciones iniciales de la planta a  $[1;1;1]$ .



Figure 2.50: Comparación estados  $x_1$  y  $x_{e1}$  (Altura en m en función del tiempo en segundos)

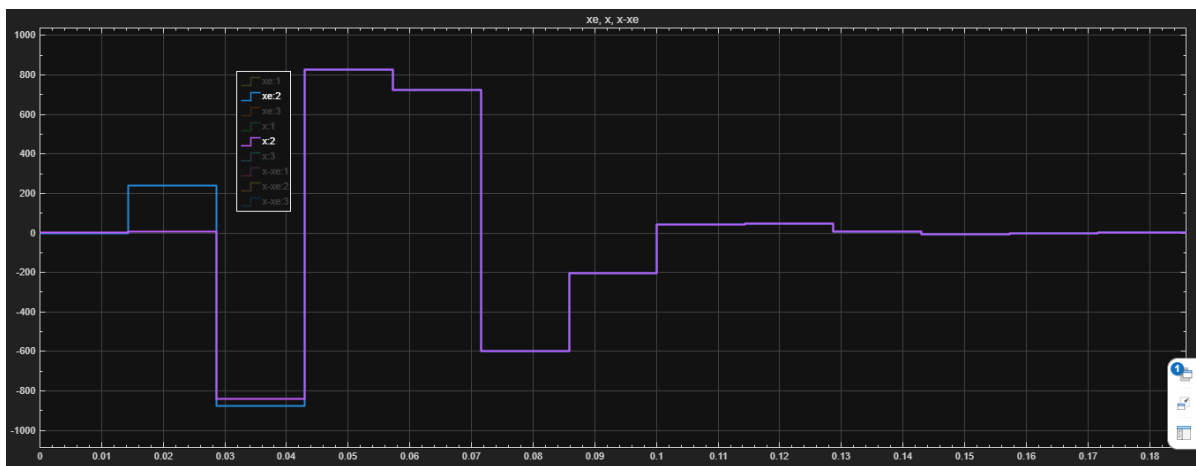


Figure 2.51: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad en m/s en función del tiempo en segundos)

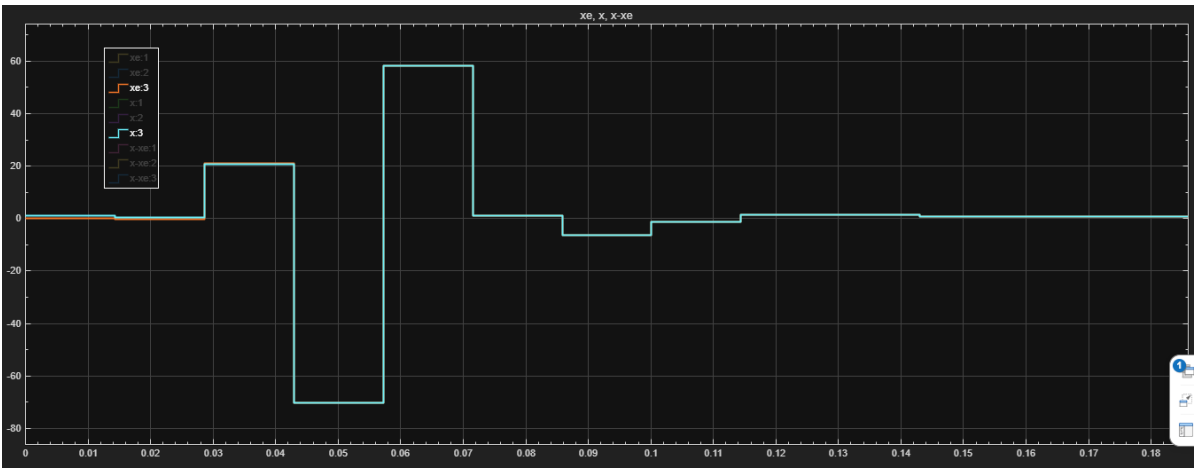


Figure 2.52: Comparación estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

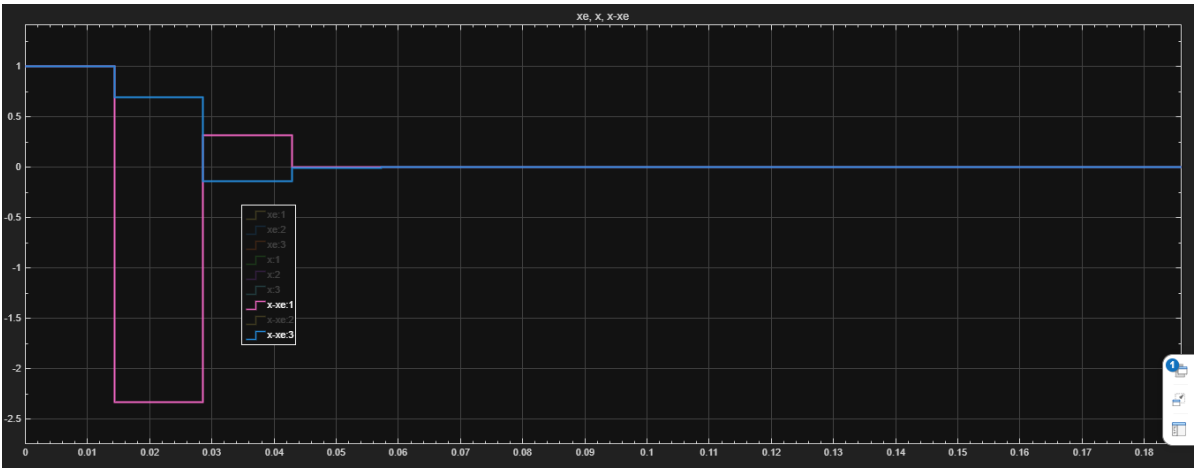


Figure 2.53: Comparación del error  $x-x_e$  para los estados 1 y 3

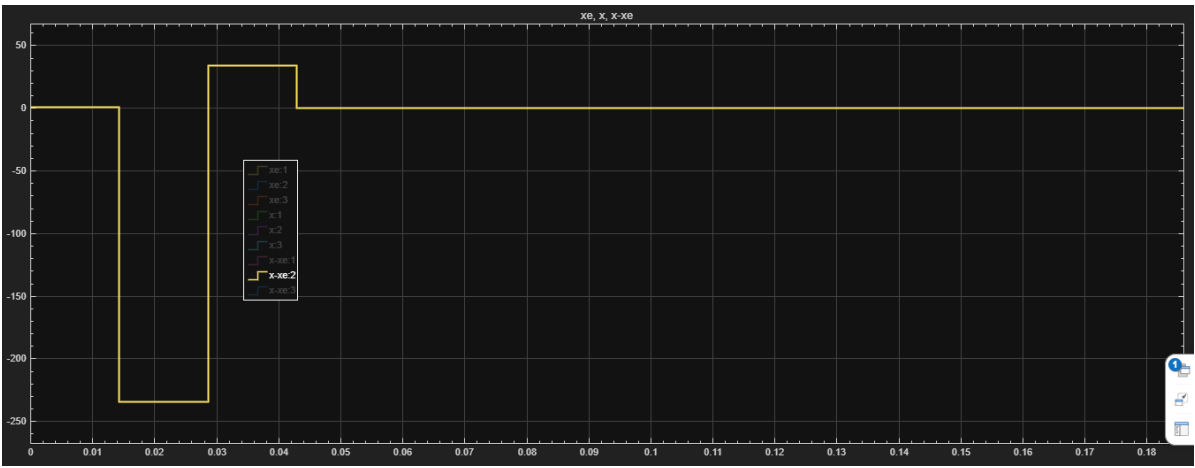


Figure 2.54: Comparación del error  $x-x_e$  para el estado 2

La simulación muestra que el control reacciona rápidamente corrigiendo el desfase inicial. La secuencia física se mantiene tal como se detalló anteriormente. La diferencia se encuentra durante

los primeros instantes, ya que el error entre los estados es apreciable, pero desaparece en forma rápida gracias a la rapidez del observador.

El conjunto control-observador conserva la estabilidad y la correspondencia física entre las tres variables en todo momento, validando el diseño tanto desde el punto de vista dinámico como desde la interpretación real del fenómeno del levitador.

### 2.2.7. Simulación del sistema continuo controlado con observador

Se realizó la siguiente simulación

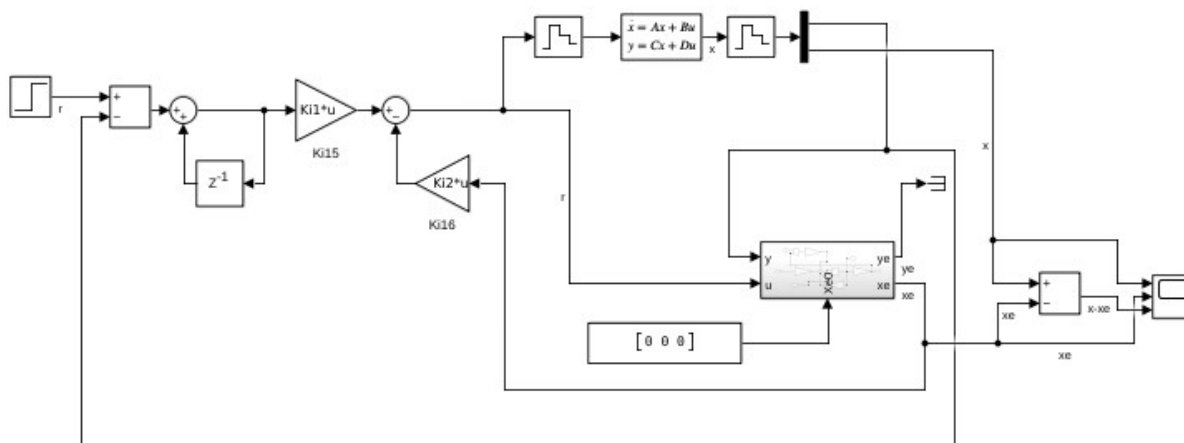


Figure 2.55: Modelo bloques simulink (el interior del bloque observador es el mismo que el de la figura 2.34)

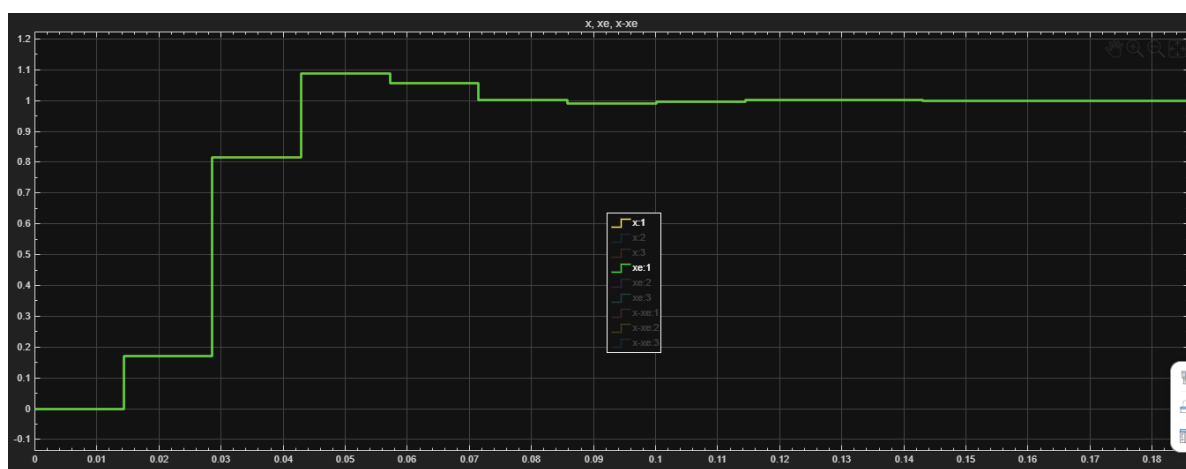


Figure 2.56: Comparación estados  $x_1$  y  $\hat{x}_e1$  (Altura en m en función del tiempo en segundos)



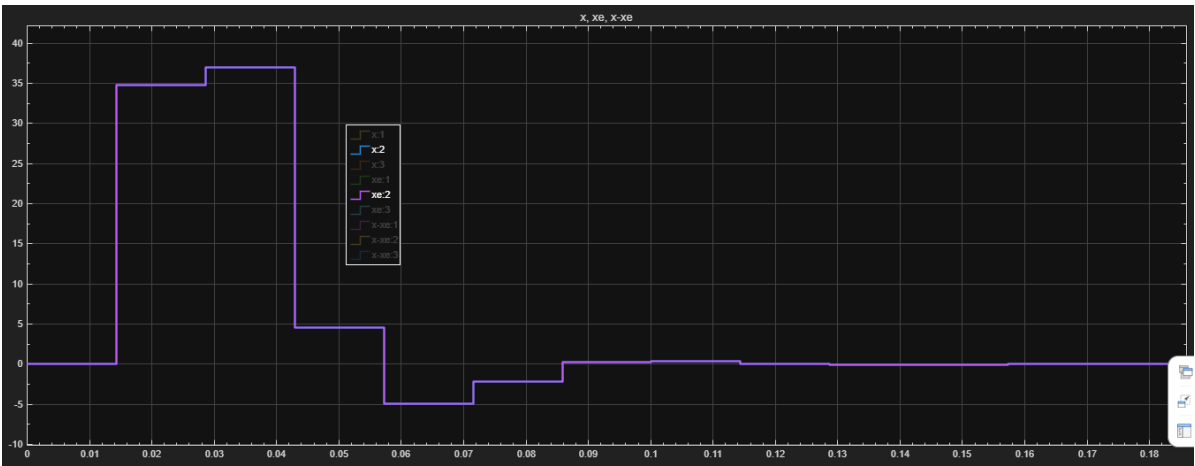


Figure 2.57: Comparación estados  $x_2$  y  $x_{e2}$  (Velocidad en m/s en función del tiempo en segundos)

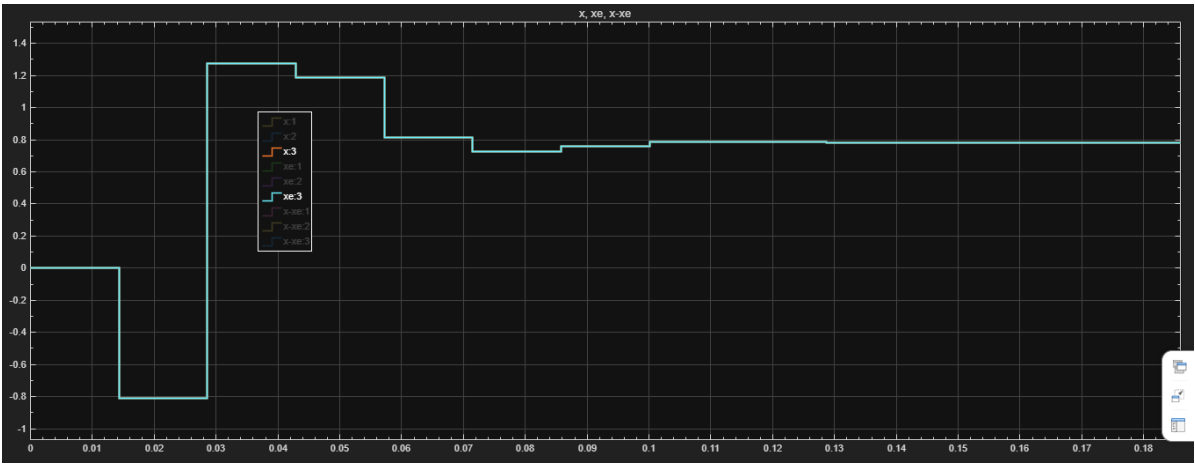


Figure 2.58: Comparación estados  $x_3$  y  $x_{e3}$  (Corriente en A en función del tiempo en segundos)

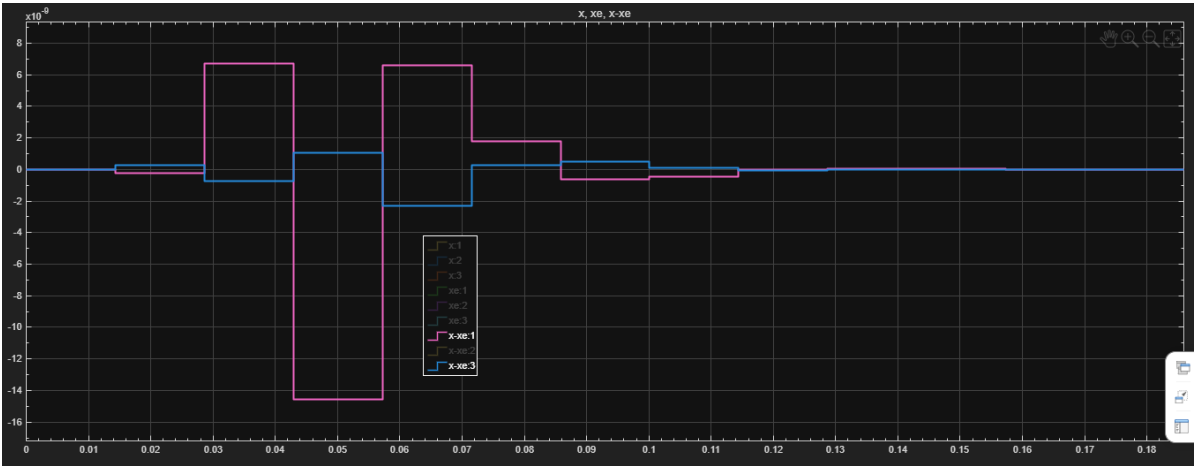


Figure 2.59: Comparación de los errores  $x - x_e$  para los estado 1 y 3

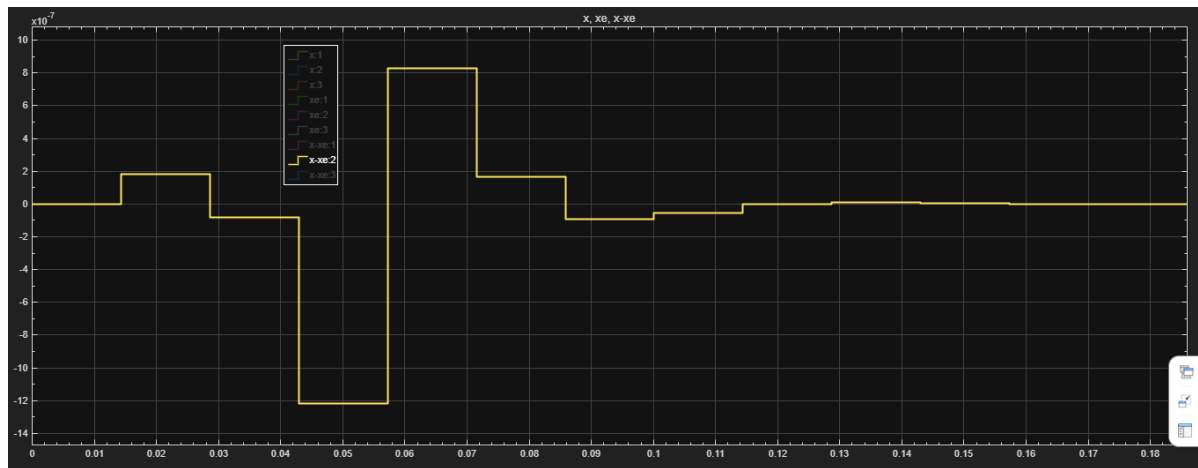


Figure 2.60: Comparación del error  $x-x_e$  para el estado 2

Los resultados obtenidos confirman que el comportamiento del sistema continuo controlado con observador es equivalente al observado en el modelo discreto. La dinámica y la correlación física entre las variables de estado se mantienen tal como se explicó anteriormente.

El sistema en lazo cerrado cumple con las especificaciones de diseño de manera prácticamente idéntica al caso discreto, manteniendo la estabilidad, la anulación del error estacionario y la coherencia entre los estados reales y estimados.

Se observa, nuevamente, la presencia de un pequeño “ripple” entre muestras en las señales de error. Esto también se atribuye al ZOH. Las leves discrepancias entre la evolución continua real y la predicción discreta del observador explican este pequeño error periódico, el cual es de magnitud muy reducida y no afecta la estabilidad ni el desempeño global del sistema.

## Conclusiones y Observaciones Pertinentes

Se diseñaron y validaron exitosamente controladores por realimentación de estado con acción integral y observadores para las plantas estudiadas.

La estrategia de realimentación de estado con acción integral demostró ser altamente efectiva. Se logró estabilizar la planta de levitación magnética, y en ambos casos, la acción integral cumplió su objetivo de eliminar el error en estado estacionario.

En cuanto al cumplimiento de las especificaciones, las del motor se cumplieron con alta precisión en la simulación. Mientras que para el levitador, los parámetros de respuesta transitoria mostraron un leve desvío respecto a los valores de diseño. Esto puede atribuirse a la no linealidad inherente del modelo de levitación y al efecto del ZOH en un sistema con una dinámica tan rápida.

Los observadores fueron diseñados para ser más rápidos que la dinámica del lazo cerrado, lo cual se verificó en las simulaciones. En todos los casos, las estimaciones de estado se acoplaron correctamente a las variables reales, incluso cuando se partió de condiciones iniciales diferentes, manteniendo coherencia física y estabilidad global.

Finalmente, al aplicar el controlador y observador discretos sobre la planta continua, se confirmó la consistencia del diseño y su correcto desempeño general, validando el enfoque teórico implementado.

# Bibliography

Ogata. (1995). Discrete-Time control Systems (2nd ed.). Capítulos 5 y 6