

Trabajo Práctico 2

Control discreto clásico

22.94 - Control Discreto

Tomás Martín Torea y Sofia Yanes Sanchez

Contents

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introducción | 1 |
| 2 | Método, desarrollo y resultados | 2 |
| 2.1 | Práctica 1: Motor de corriente continua | 2 |
| 2.1.1 | Controlador PID discreto con Error Estacionario al Escalón (EEE) nulo y sobrepico = 20%. | 2 |
| 2.1.2 | Controlador PID discreto con EEE nulo y sin sobrepico. | 3 |
| 2.1.3 | Bode en el plano W de la planta discreta y del conjunto controlador y planta discreta. | 3 |
| 2.1.4 | Comportamiento del sistema a lazo cerrado. | 5 |
| 2.1.5 | Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta continua linealizada. | 6 |
| 2.1.6 | Error estacionario a la rampa. | 8 |
| 2.1.7 | Elección del ADC. | 9 |
| 2.2 | Práctica 4: Levitación magnética | 11 |
| 2.2.1 | Controlador discreto con sobrepico = 20%. | 11 |
| 2.2.2 | Controlador discreto sin sobrepico. | 12 |
| 2.2.3 | Bode en el plano W de la planta discreta y del conjunto controlador y planta discreta. | 12 |
| 2.2.4 | Comportamiento del sistema a lazo cerrado. | 14 |
| 2.2.5 | Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta continua linealizada. | 15 |
| 2.2.6 | Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta no lineal. | 16 |
| 2.2.7 | Elección del ADC. | 18 |
| 3 | Conclusiones y Observaciones Pertinentes | 21 |

Introducción

En este trabajo se realiza un control discreto clásico de un motor de corriente continua con una carga y un sistema de levitación magnética compuesto por una bolita y un electroimán, sistemas físicos ya desarrollados en un trabajo previo. El objetivo principal es analizar el comportamiento de estos sistemas a lazo cerrado, utilizando distintos tipos de controladores y evaluando su desempeño en escenarios de simulación que consideran tanto la linealidad como la no linealidad de las plantas. Se aborda la síntesis de controladores, la evaluación de la estabilidad a través de diagramas de Bode, y la simulación detallada para verificar el cumplimiento de las especificaciones de diseño. Finalmente, se exploran los efectos de la digitalización de la señal de salida, un paso crucial en la implementación práctica de sistemas de control digital.

Método, desarrollo y resultados

2.1. Práctica 1: Motor de corriente continua

Del trabajo anterior, la transferencia continua para este problema resultó:

$$\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)} = \frac{0.0005}{2.107s^3 + 15.06s^2 + 0.3001s} \quad (2.1)$$

La misma presenta polos en 0, -0.02 y -7.1262. Mientras que la transferencia discreta:

$$\frac{\theta_L(z)}{E_a(z)} = \frac{1.587e^{-05}z^2 + 2.404e^{-05}z + 6.336e^{-07}}{z^3 - 1.978z^2 + 0.9788z - 0.0003594} \quad (2.2)$$

La misma tiene sus polos en: 1, 0.9781 y 0.0004. Además el período de muestreo es de $T = 1.1098s$.

2.1.1. Controlador PID discreto con Error Estacionario al Escalón (EEE) nulo y sobrepico = 20%.

La estrategia de diseño fue comenzar con los coeficientes $K_i=K_d=0$ e incrementar gradualmente K_p hasta obtener una respuesta al escalón suficientemente ágil sin comprometer la estabilidad. Luego se reguló K_i lentamente para reforzar la robustez frente a perturbaciones, evitando valores elevados que pudieran inducir inestabilidad. La planta original, ya era de tipo 1 por la presencia de un polo en $z=1$ por ende el sistema presentaba EEE nulo al escalón aún sin acción integral. Finalmente, se modificó K_d para amortiguar la salida.

Ahora bien, dado el alto período de muestreo que presentaba el problema, se requería un valor de K_d muy elevado para modificar el sobrepico, lo que volvía poco práctico su implementación. Es por ello que se optó por una estructura PI del controlador. La misma resultó ser:

$$C(z) = 9.22 + 0.01 \frac{z}{z-1}$$

La respuesta al escalón con la presencia del compensador se muestra en la figura siguiente. Al incorporar el compensador PI, el sistema pasa a ser de tipo 2, lo que refuerza la condición de EEE=0.

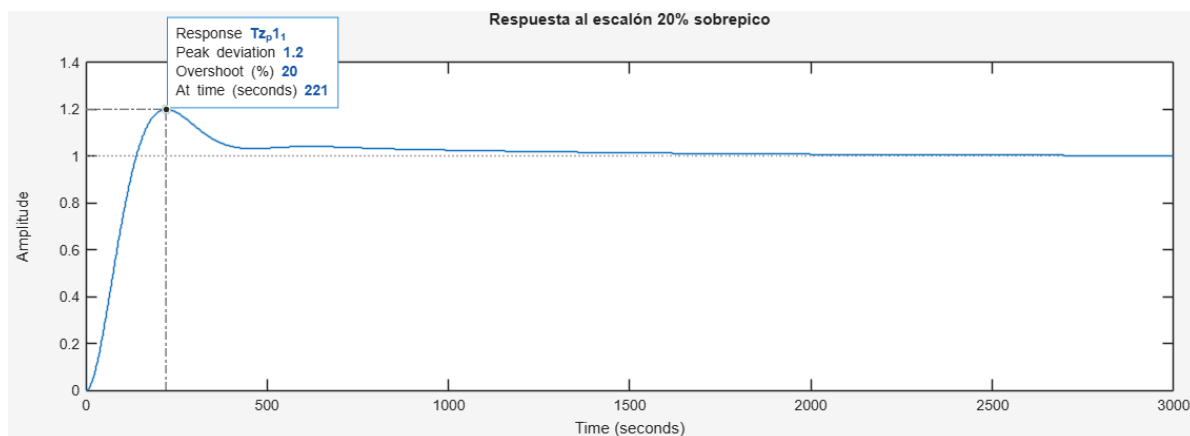


Figure 2.1: Respuesta al escalón para un sobrepico del 20%. (Amplitud en rad)

2.1.2. Controlador PID discreto con EEE nulo y sin sobrepico.

Se replicó la estrategia previamente explicada. Sin embargo, se observó que bajando la ganancia en el controlador PI no era suficiente para eliminar el sobrepico. Esto se debe a la propia acción integral, que al acumular error, tiende a generar sobrepico. Dado que la planta original ya es Tipo 1, una acción integral adicional no es estrictamente necesaria para lograr EEE nulo. Por ello, se optó por un controlador proporcional puro. Se buscó el valor más alto posible que acelerara la respuesta sin generar sobrepico.

$$C(z) = 3.1$$

A continuación, se adjunta la respuesta al escalón de la planta con el segundo compensador:

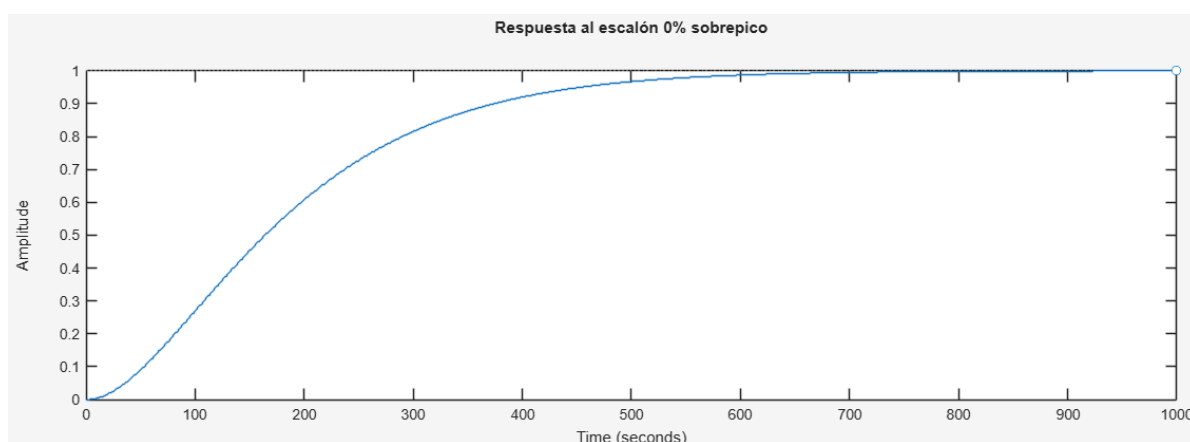


Figure 2.2: Respuesta al escalón sin sobrepico (Amplitud en rad)

2.1.3. Bode en el plano W de la planta discreta y del conjunto controlador y planta discreta.

A continuación, se presentan los diagramas de Bode. En cada caso se incluye la planta original, junto con la de la planta compensada según el controlador diseñado. De esta forma, cada gráfico permite comparar directamente el efecto del compensador respecto de la planta sin control.

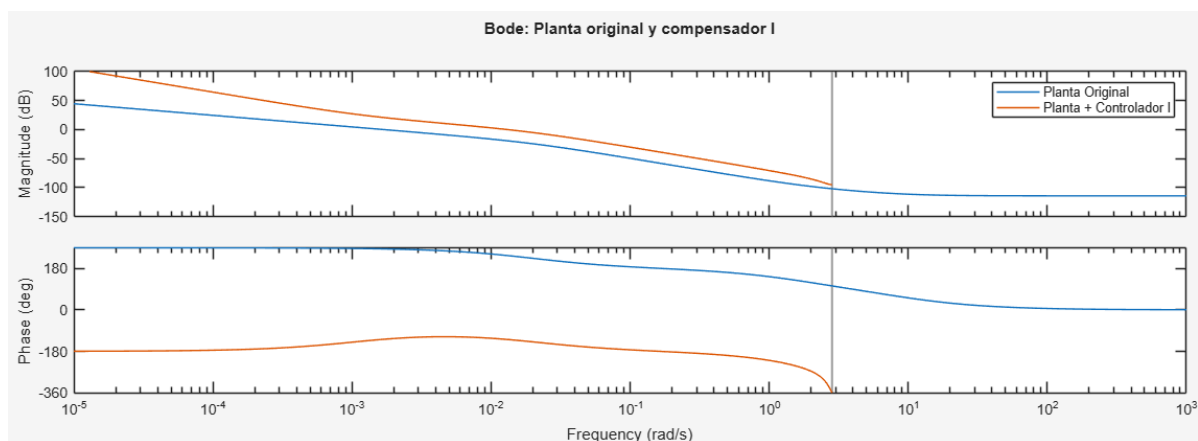


Figure 2.3: Bode de planta original y planta con compensador I.

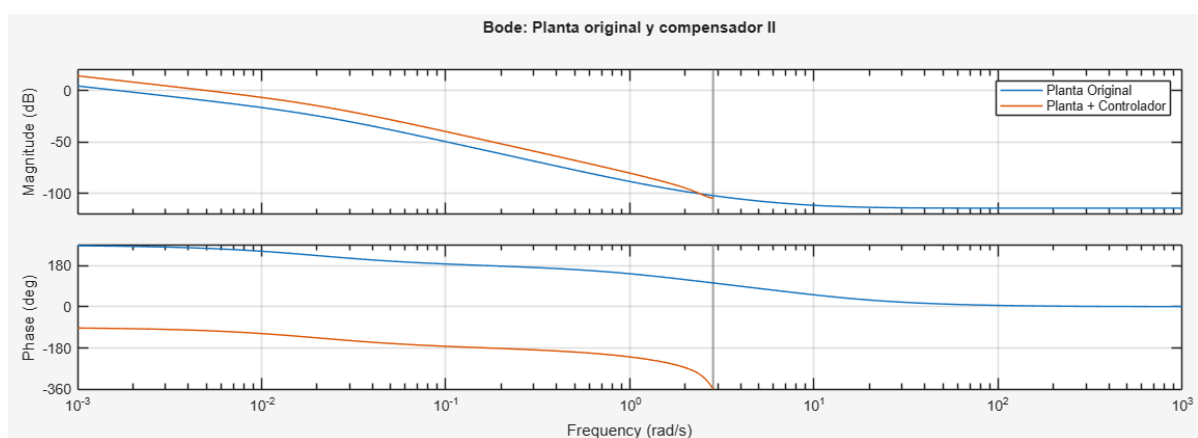


Figure 2.4: Bode de planta original y planta con compensador II.

Del código de MATLAB se obtuvieron los siguientes resultados:

Planta Original:

Margen de Ganancia = 58.7581 dB

Margen de Fase = 85.1865 deg

Sistema Compensado I:

Margen de Ganancia = 38.9831 dB

Margen de Fase = 51.7863 deg

Sistema Compensado II:

Margen de Ganancia = 48.9315 dB

Margen de Fase = 75.7325 deg

Los valores elevados de la planta original, aunque marginalmente estable en lazo abierto por el polo en $z=1$, es muy robusta frente a variaciones de ganancia y fase una vez que se cierra el lazo. Sin embargo, un sistema con márgenes tan grandes suele ser lento y con un desempeño dinámico pobre, lo que justifica la necesidad de los controladores.

Para el primer compensador, los márgenes de ganancia y fase disminuyeron en comparación con la planta original. Esto resultó como consecuencia del diseño. La incorporación de la acción integral, aunque no estrictamente necesaria para anular el EEE, modificó la dinámica y redujo parte de la

estabilidad relativa. A pesar de ello, un margen de fase de alrededor de 52° sigue siendo muy robusto e indica un buen amortiguamiento, lo cual es coherente con un sobrepico controlado del 20%.

Para el segundo compensador, los márgenes de ganancia y fase también disminuyeron, pero en menor medida que el compensador previo. La reducción se debe únicamente al aumento de la ganancia, que acerca la curva de magnitud al punto crítico de 0 dB. Como no hay un desfase adicional, el margen de fase se mantiene más alto. Esto se traduce en un sistema más amortiguado, lo cual es consistente con la especificación de no tener sobrepico.

2.1.4. Comportamiento del sistema a lazo cerrado.

A continuación, se presenta el modelo en SIMULINK para mostrar el comportamiento a lazo cerrado de la planta y obtener la salida del sistema y el esfuerzo de control. En lo que sigue, $C(z)$ representa al compensador y $G(z)$ la transferencia discreta tal como se presentó en la ecuación (2.2). En el caso del segundo compensador, el bloque $C(z)$ fue reemplazado por una ganancia de 3.1.

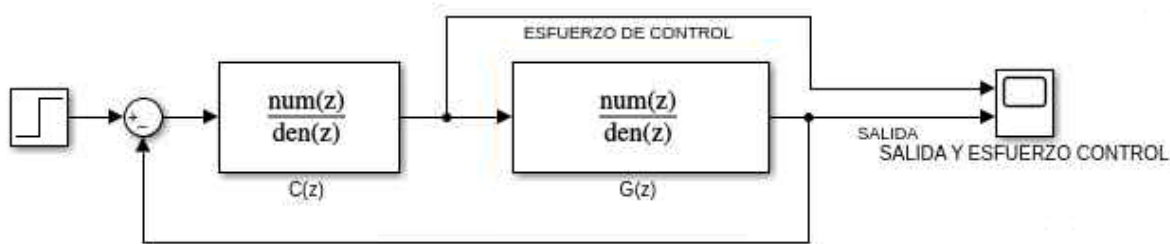


Figure 2.5: Modelo de bloques en simulink

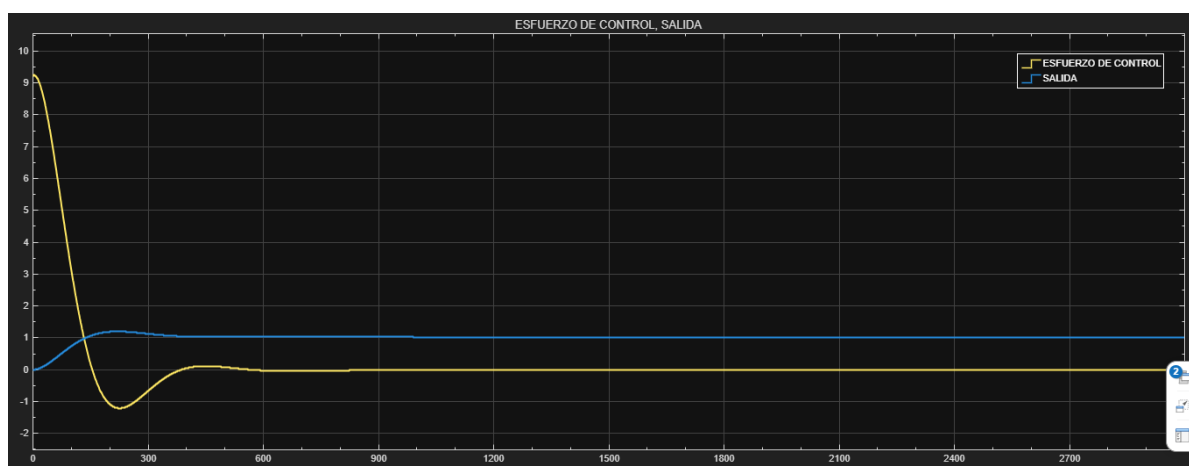


Figure 2.6: Gráficos lazo cerrado: Compensador I (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

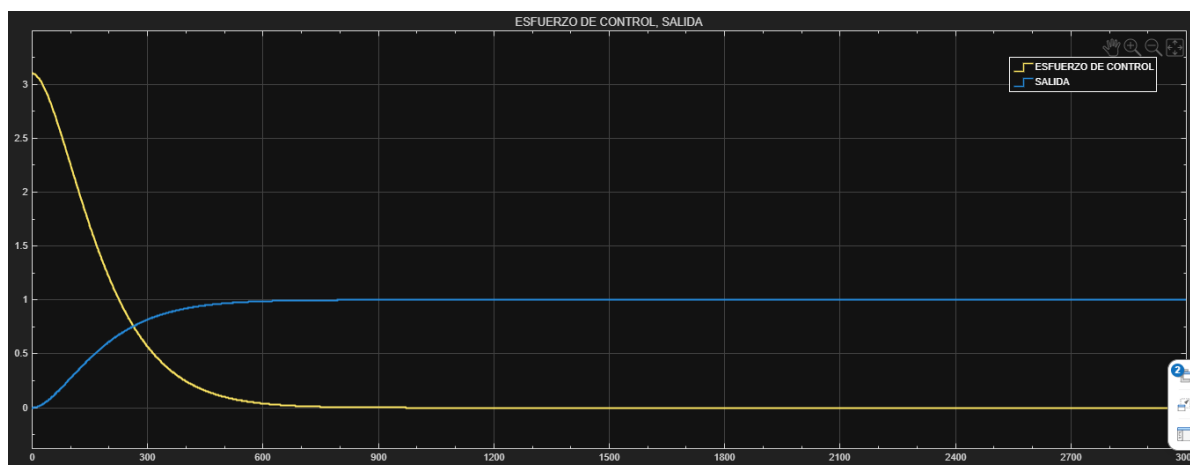


Figure 2.7: Gráficos lazo cerrado: Compensador II (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

Las simulaciones validan el comportamiento dinámico previamente realizado en MATLAB.

En cuanto a la forma de la respuesta, se observa una coincidencia cualitativa con las respuestas al escalón calculadas mediante código. En el caso del primer compensador, la salida presenta el sobrepico especificado y luego converge al valor de referencia. Con el segundo compensador, la respuesta alcanza el valor deseado sin sobrepico apreciable.

En cuanto al esfuerzo de control, se observan tres cuestiones:

Al aplicarse el escalón, el error es máximo, lo que provoca que el controlador aplique una fuerte acción de control inicial para que el sistema reaccione rápidamente. (En una aplicación real, este pico es un factor crítico, ya que podría saturar el actuador).

Después del pico, con el primer compensador, el esfuerzo de control pasa a ser negativo, reflejando la acción del controlador que frena al sistema para reducir el sobrepico y llevar la salida al valor deseado. Con el segundo compensador, el esfuerzo solo desciende hasta valores cercanos a cero sin volverse negativo. El compensador nunca requiere invertir el sentido de su acción, lo que implica una menor exigencia dinámica.

Finalmente, en ambos casos, el esfuerzo de control se estabiliza en cero. Dado que la planta original posee un polo en $z=1$, una vez que el error se anula, la propia dinámica de la planta permite sostener la salida constante sin necesidad de una señal de entrada permanente. El controlador solo actúa en presencia de error.

2.1.5. Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta continua linealizada.

A continuación, se presenta el modelo en SIMULINK para mostrar el comportamiento a lazo cerrado de la planta. Se incorpora la planta continua linealizada, tal como se obtuvo en el trabajo previo, con los elementos para su discretización:

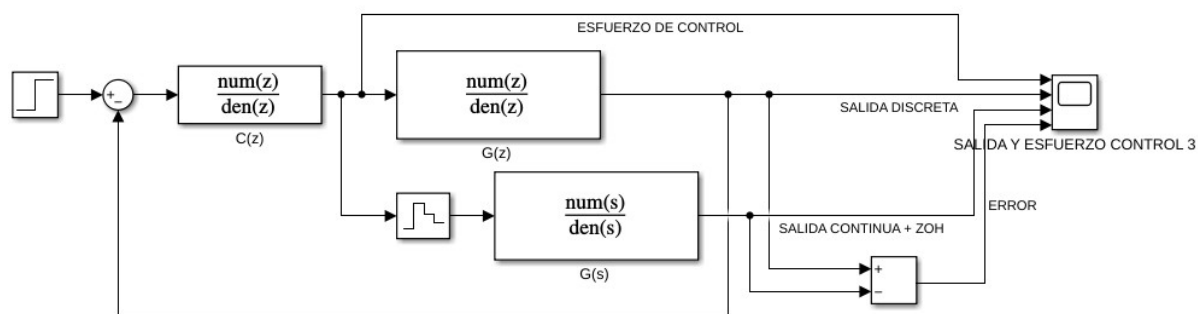


Figure 2.8: Modelo de bloques simulink

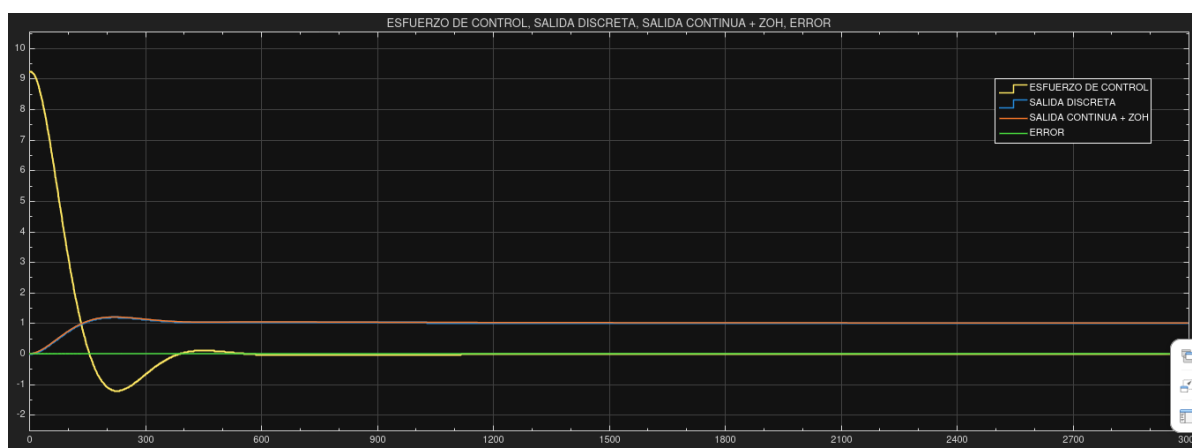


Figure 2.9: Gráficos lazo cerrado: Compensador I (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

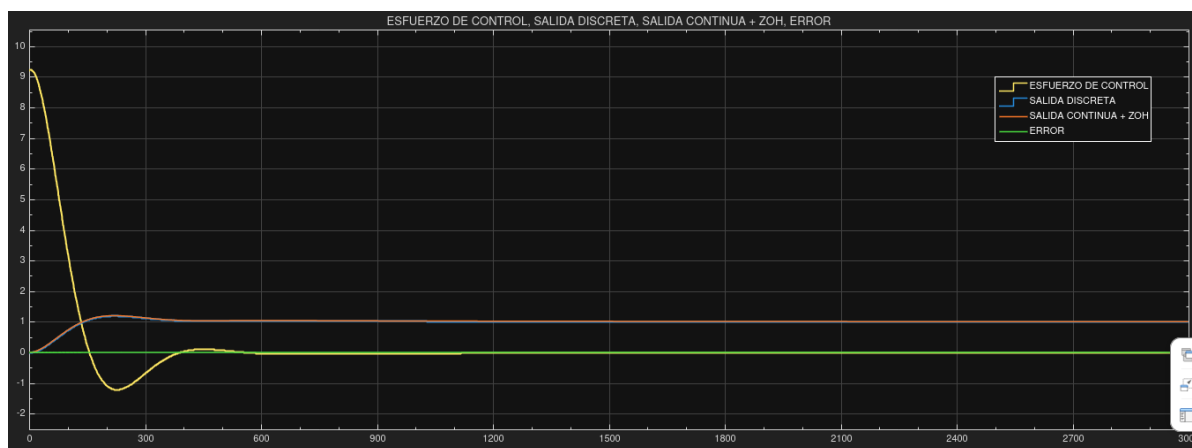


Figure 2.10: Gráficos lazo cerrado: Compensador II (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

La simulación confirma que el controlador diseñado a partir del modelo discreto opera correctamente sobre la planta continua. Esto indica que la discretización y la aproximación mediante ZOH fueron adecuadas, y que los parámetros de ajuste del controlador obtenidos a partir del modelo discreto se traducen efectivamente en la respuesta del sistema real. En particular, se observa que la dinámica, los tiempos de asentamiento y la amplitud de los picos coinciden con lo previsto, lo que refuerza la validez del diseño y la robustez del controlador frente a pequeñas diferencias entre los modelos discreto y continuo.

2.1.6. Error estacionario a la rampa.

Considerando el lazo cerrado y que la entrada es una rampa, la expresión para el cálculo del error resulta:

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \left(\frac{1}{1 + C(z)G(z)} \right) \left(\frac{Tz}{(z-1)^2} \right) \quad (2.3)$$

Siendo $C(z)$ la transferencia del compensador, $G(z)$ la transferencia de la planta original y T el período de muestreo.

Al incorporar el primer compensador, el sistema en lazo cerrado pasa a ser de tipo 2 ya que el compensador agrega un polo en $z=1$ a la planta original. Teóricamente, se espera que el error de estado estacionario a la rampa sea nulo.

Para el segundo compensador, al no agregar polos en $z=1$, el sistema en lazo cerrado seguirá siendo de tipo 1. En este caso, se espera que el error de estado estacionario a la rampa sea constante y de valor finito. En particular, al calcular el límite se llega a la expresión:

$$\frac{Q(1) * T}{3.1 * N(1)} \approx 193.6451 \quad (2.4)$$

Siendo Q el polinomio cociente entre el numerador de la transferencia de la planta original y $(z-1)$ y N el polinomio numerador de la planta original. A continuación, se presenta la verificación por medio de SIMULINK:

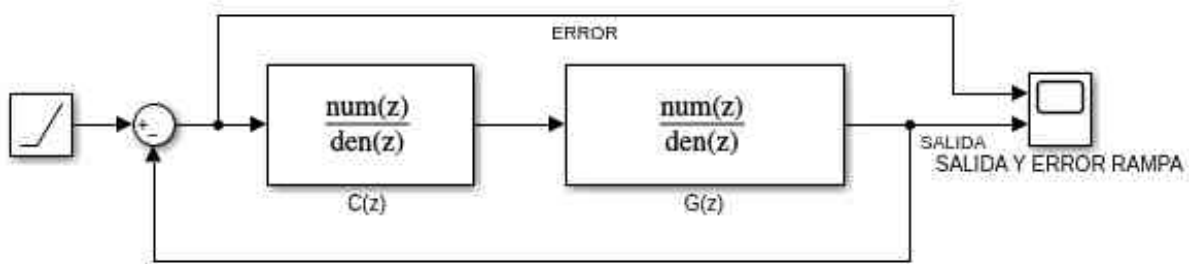


Figure 2.11: Modelo de bloques en simulink

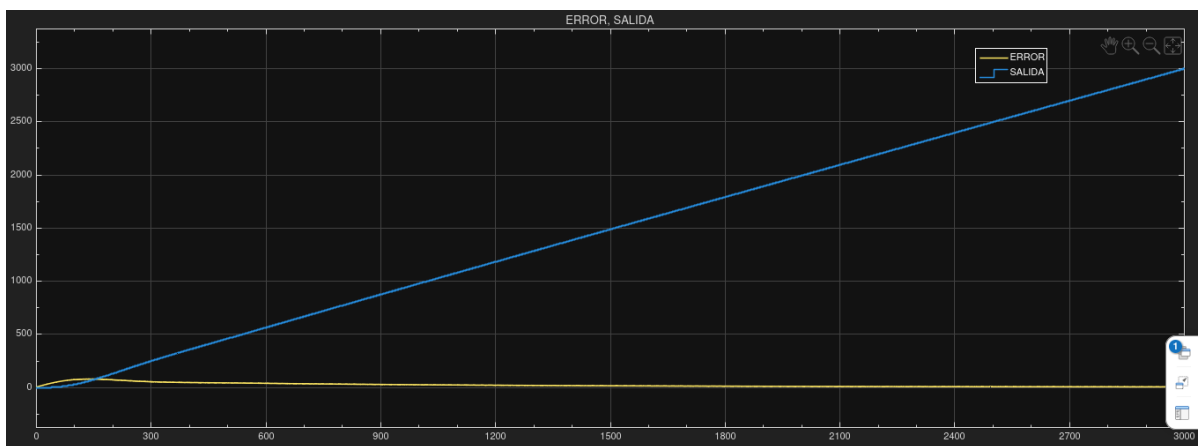


Figure 2.12: Error a la rampa con compensador I (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

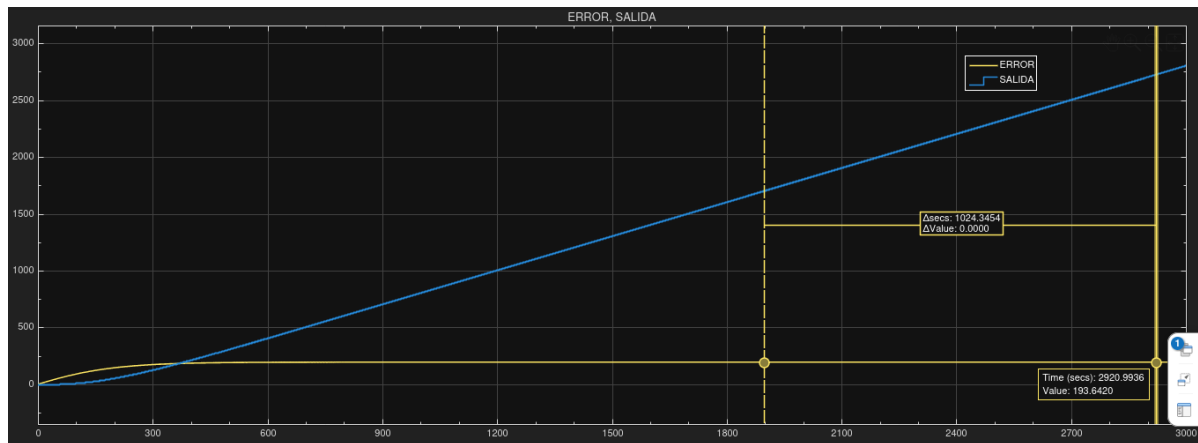


Figure 2.13: Error a la rampa con compensador II (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

Las simulaciones confirman las predicciones. Para el primer compensador, el error frente a la rampa tiende efectivamente a cero, mientras que para el segundo se observa un error constante, en coincidencia con el valor calculado.

2.1.7. Elección del ADC.

En primer lugar se elige un rango de entrada adecuado. En base a los gráficos de respuesta al escalón presentados previamente, se toma de 0 a 1.4V. Se optó por un margen de 15% más grande respecto a la amplitud más grande de las respuestas analizadas. Esto constituye un compromiso práctico entre seguridad y resolución. Por un lado, con un margen ajustado, se corre el riesgo de saturar la señal si hay un sobrepico un poco mayor al esperado o si aparece ruido en la medición, perdiendo información valiosa. Por otro lado, con un margen conservador se empieza a desperdiciar la resolución del ADC. El sistema se puede volver menos sensible a pequeños cambios en la salida.

Cabe destacar que en la práctica, los ADC suelen trabajar con rangos normalizados. Sin embargo, para este trabajo se adoptó directamente el rango de la señal medida, ya que no se requería una implementación física específica.

A continuación, se calcula el número de niveles como 2^N siendo $N=10$ la cantidad de bits. Finalmente, el paso de cuantización:

$$q = \frac{\text{Rango total}}{\text{Número de niveles}} = \frac{1.4V}{1024} \approx 0.001367V \quad (2.5)$$

A continuación, se presenta el modelo de la planta con la incorporación del ADC propuesto:

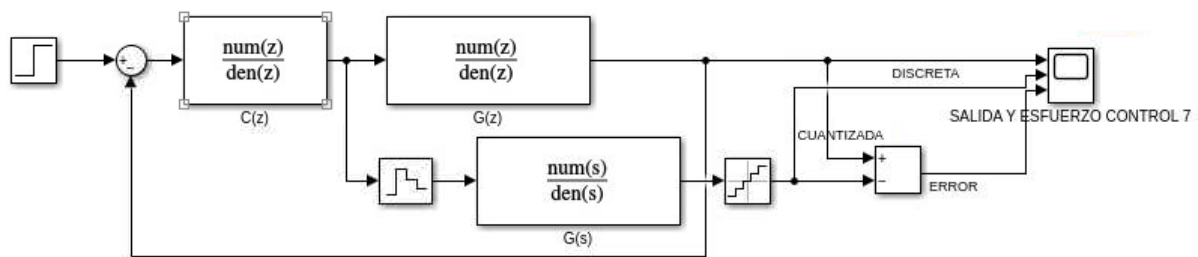


Figure 2.14: Modelo de bloques simulink.

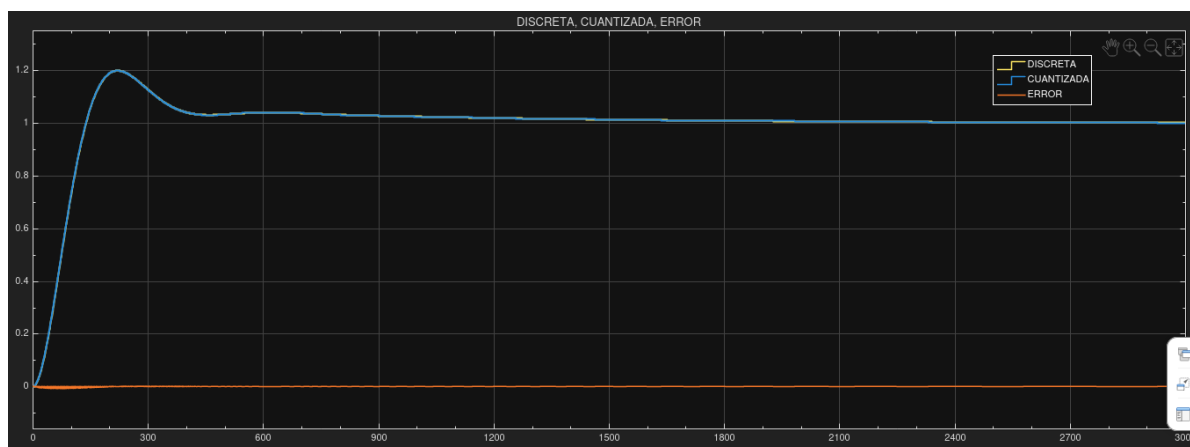


Figure 2.15: Cuantización para compensador I (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

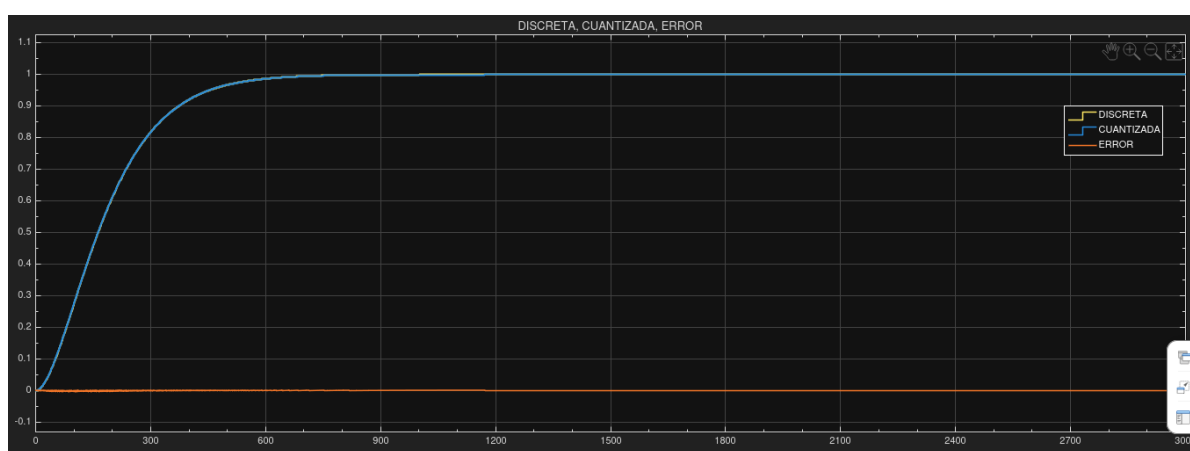


Figure 2.16: Cuantización para compensador II (El eje vertical es amplitud en rad y el horizontal es el tiempo en segundos)

Se puede apreciar que, a escala macroscópica, el comportamiento general del sistema no se ve afectado significativamente por la cuantización de 10 bits. Apareciendo el gráfico con más cercanía, se observa la naturaleza discreta de la señal cuantizada, que aproxima a la señal ideal mediante una escalera con pasos de tamaño q . Finalmente, se grafica la diferencia entre la salida ideal y la cuantizada. Se observa un error acotado que demuestra el impacto de la digitalización.

El ADC introduce un error de cuantización que degrada la medición de la salida. Como se ve en los gráficos, para un convertidor de 10 bits, este efecto es mínimo y no compromete la estabilidad ni la performance general del sistema de control. En definitiva, la simulación valida que la resolución del ADC es suficiente para la aplicación diseñada.

2.2. Práctica 4: Levitación magnética

Del trabajo anterior, la transferencia continua para este problema resultó:

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{-2504}{0.02s^3 + s^2 - 78.4s - 3920} \quad (2.6)$$

La misma presenta polos en 62.6099, -62.6099 y -50. Mientras que la transferencia discreta:

$$\frac{Y(z)}{E(z)} = \frac{-0.05376z^2 - 0.1884z - 0.03745}{z^3 - 3.346z^2 + 2.397z - 0.4891} \quad (2.7)$$

La misma tiene polos en: 2.4484, 0.4891 y 0.4084. Además, el período de muestreo es de $T = 0.0143s$.

2.2.1. Controlador discreto con sobrepico = 20%.

Se optó por un compensador de la forma:

$$C(z) = K \frac{(z-z_{c1})(z-z_{c2})}{(z-z_{p1})(z-z_{p1})}$$

Al trazar el lugar de raíces (LGR) para una ganancia positiva, se observó que el polo inestable se alejaba aún más del círculo unitario. Esto indicaba que para atraer esta rama del LGR hacia el interior del círculo y estabilizar el sistema, era necesario utilizar una ganancia negativa. En particular, para este caso se ajustó en -7.541.

Además, para simplificar la dinámica del sistema, haciendo que el comportamiento sea dominado por los polos que se impondrán, se introducen dos ceros en el compensador tal que $z_{c1} = z_{c2} = 0.5$. Esta ubicación cercana a los polos estables de la planta minimiza su efecto en la respuesta transitoria, permitiendo que el diseño se centre en la estabilización y en el cumplimiento de las especificaciones de sobrepico. No se aplicó una cancelación exacta para mantener la robustez del sistema frente a posibles variaciones en el modelo de la planta.

En cuanto a los polos, se tomó $z_{p1} = -0.7$. Este ayuda a anclar una de las ramas del LGR, contribuyendo a la estabilidad general y modificando la trayectoria de las otras ramas de una manera favorable. Además se tomó $z_{p2} = 0.3$. Este polo empuja las ramas del LGR que vienen desde el polo inestable y el otro polo del compensador, forzándolas a curvarse y a entrar en la zona del plano Z donde se espera una respuesta oscilatoria subamortiguada necesaria para el sobrepico.

Resumiendo:

$$C(z) = -7.541 \frac{(z-0.5)(z-0.5)}{(z+0.7)(z-0.3)}$$

Otro aspecto, no menor, es que con este compensador se logra la estabilidad del sistema. Por medio del código en MATLAB se calcula la magnitud de las posiciones finales de los polos al cerrar el lazo dando 0.5384, 0.9267, 0.9267, 0.7630, 0.4913. Todos dentro del círculo unitario, lo que confirma que el compensador permite estabilizar al sistema.

A continuación, se presenta la respuesta al escalón para la planta con el compensador diseñado:

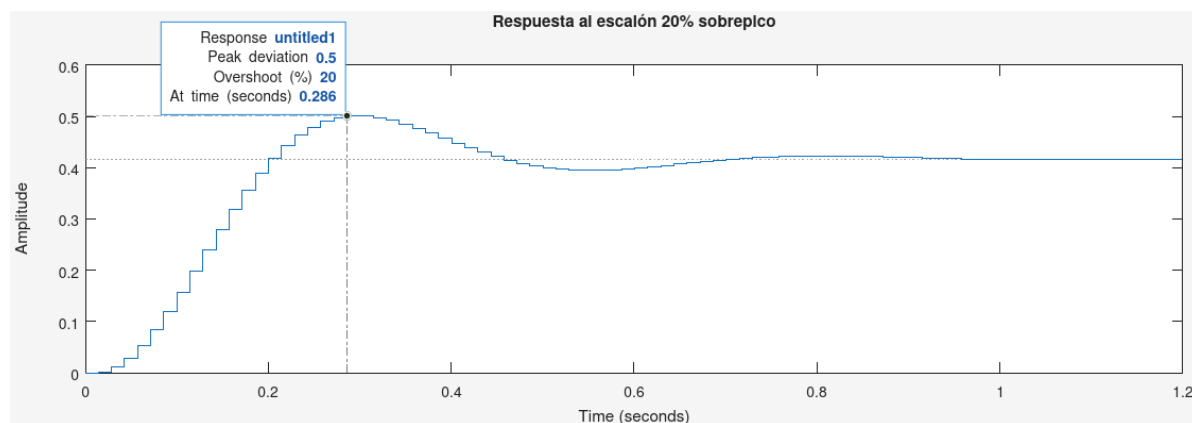


Figure 2.17: Respuesta al escalón para un sobrepico del 20% (Amplitud en metros)

2.2.2. Controlador discreto sin sobrepico.

Se optó por mantener la misma expresión general para el compensador anterior. Además, se mantuvieron los mismos ceros, el polo en el semiplano negativo y el uso de ganancia negativa. Para este caso, el segundo polo se ubicó en el origen ya que atrae fuertemente las ramas del LGR hacia él. Con una ganancia adecuada, se asegura que las ramas provenientes de los polos inestables de la planta y el otro polo del compensador se encontraran sobre el eje real y permanecieran allí antes de separarse, en lugar de curvarse hacia la zona compleja. Al ajustar $K = -10.7$, se logra una respuesta sin oscilaciones y, por lo tanto, sin sobrepico.

Resumiendo:

$$C(z) = -10.7 \frac{(z-0.5)(z-0.5)}{(z+0.7)z}$$

Con este compensador, también se logra la estabilidad del sistema. En este caso, la magnitud de las posiciones finales de los polos al cerrar el lazo son 0.3936, 0.9897, 0.7240, 0.7240, 0.4906. Nuevamente, todos dentro del círculo unitario.

A continuación, se presenta la respuesta al escalón para la planta con el compensador diseñado:

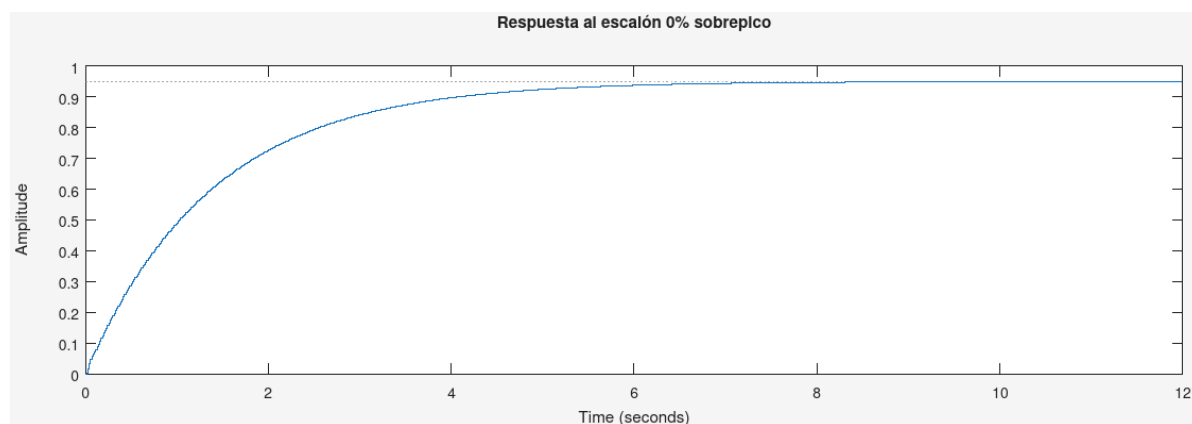


Figure 2.18: Respuesta al escalón sin sobrepico (Amplitud en metros)

2.2.3. Bode en el plano W de la planta discreta y del conjunto controlador y planta discreta.

Se presentan los diagramas de Bode con el mismo criterio mencionado en el ejercicio previo:

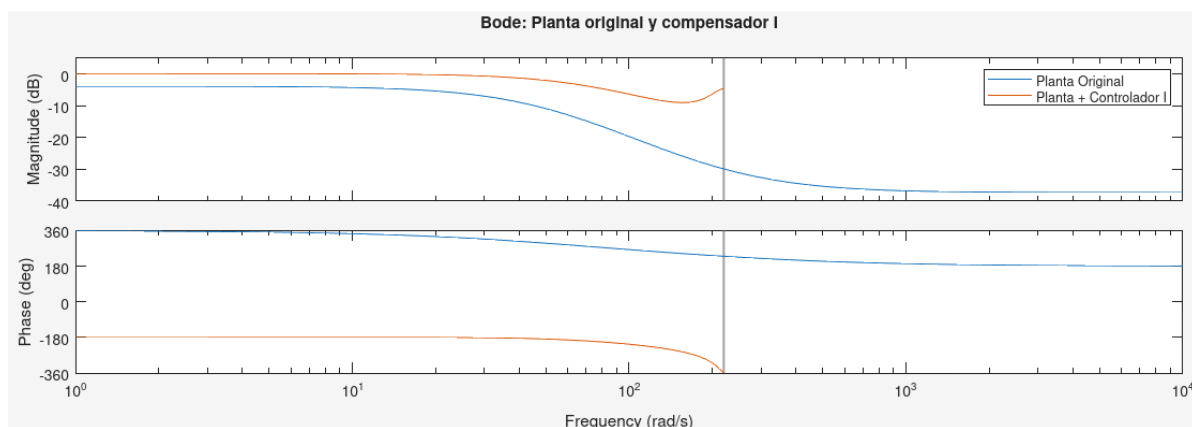


Figure 2.19: Respuesta al escalón para un sobrepico del 20%.

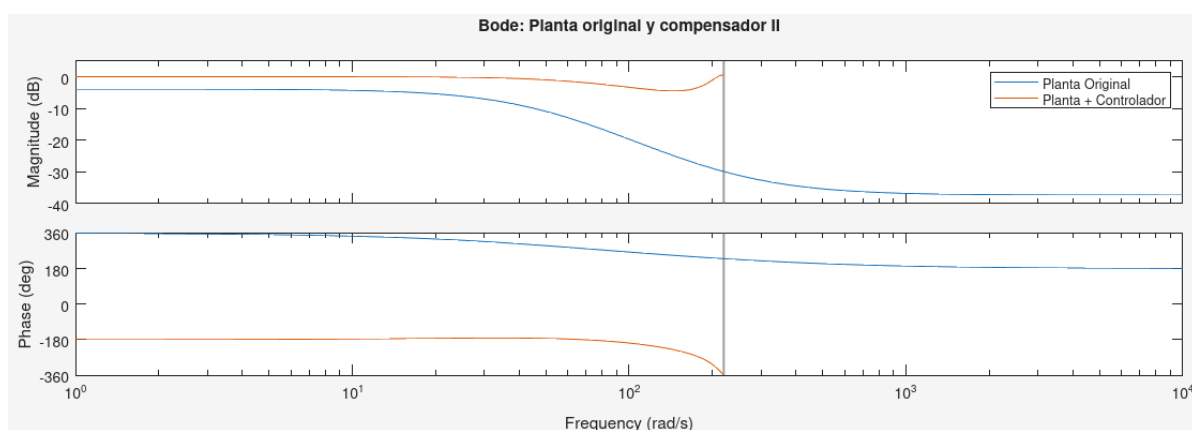


Figure 2.20: Respuesta al escalón para un sobrepico del 0%.

Del código de MATLAB se obtuvieron los siguientes resultados:

Planta Original:

Margen de Ganancia = 37.428929 dB

Margen de Fase = Inf deg

Sistema Compensado I:

Margen de Ganancia = -0.104779 dB

Margen de Fase = 0.567294 deg

Sistema Compensado II:

Margen de Ganancia = -0.045836 dB

Margen de Fase = 5.004621 deg

En un sistema inestable en lazo abierto, los márgenes de ganancia y fase calculados de manera convencional no son indicadores confiables de estabilidad o robustez, por lo que solo sirven como referencia inicial de que el sistema requiere estabilización obligatoria.

Con el compensador I, los márgenes resultan extremadamente bajos. Un margen de fase menor a un grado implica prácticamente nula tolerancia a retardos, y un margen de ganancia negativo indica que el sistema no podría soportar incrementos adicionales de ganancia sin perder estabilidad. En consecuencia, el sistema es estable en lazo cerrado, pero muy frágil frente a variaciones en la planta.

Con el compensador II, la situación mejora levemente en el margen de fase, aunque los valores siguen siendo insuficientes para una aplicación práctica. Cabe recalcar que como criterio de robustez estándar se busca márgenes de ganancia y fase superiores a 6dB y 45°, respectivamente.

Ambos controladores logran estabilizar el sistema inestable, pero al costo de márgenes muy pobres. Esto refleja que la dinámica requerida para llevar el polo inestable dentro del círculo unitario deja muy poca reserva de robustez frente a perturbaciones o incertidumbre en el modelo. El controlador debe hacer un esfuerzo muy grande para llevar el polo inestable al círculo unitario.

2.2.4. Comportamiento del sistema a lazo cerrado.

A continuación, se presenta el modelo en SIMULINK para mostrar el comportamiento a lazo cerrado de la planta:

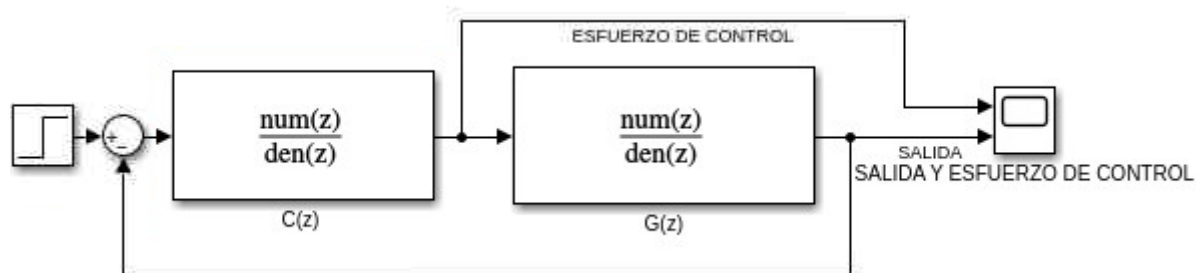


Figure 2.21: Modelo de bloques simulink

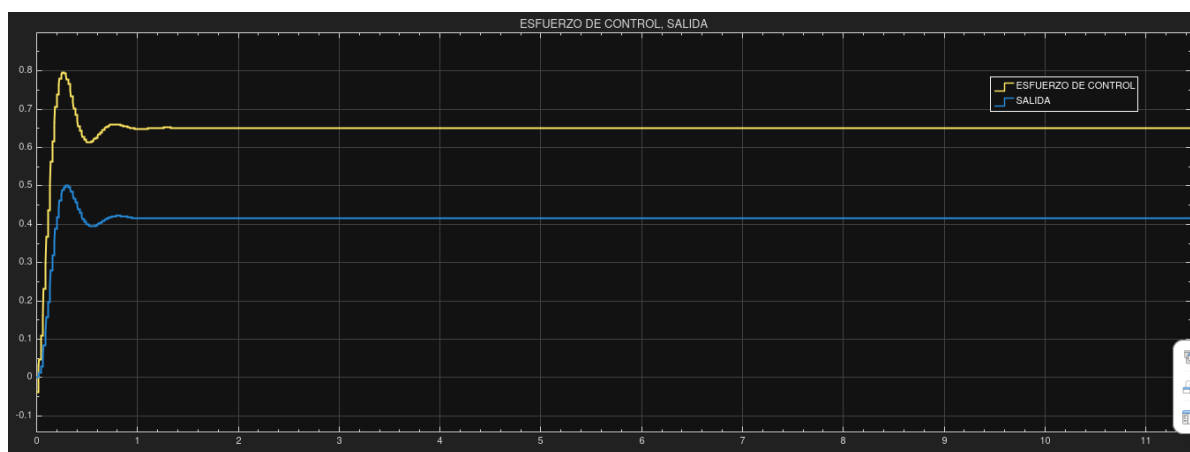


Figure 2.22: Gráficos lazo cerrado: Compensador I (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

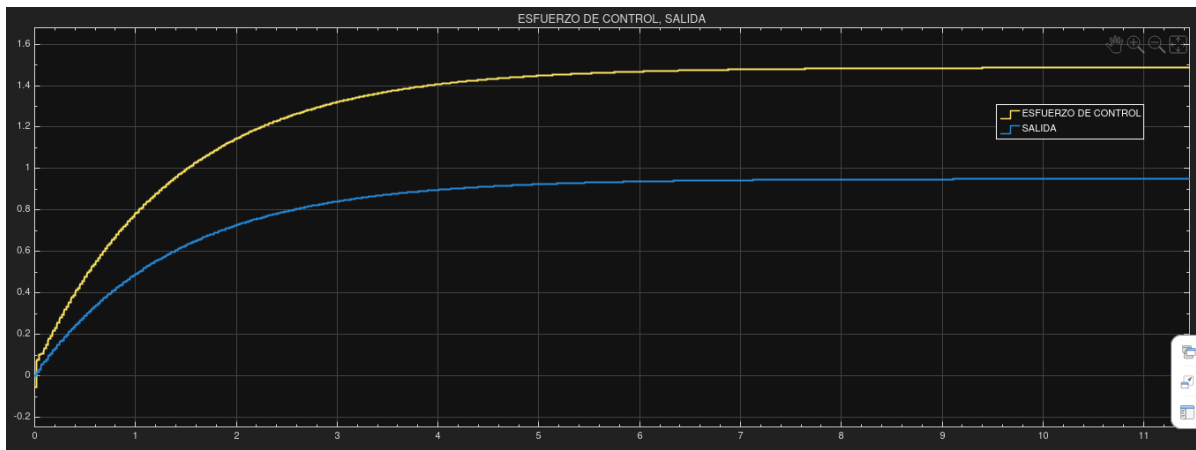


Figure 2.23: Gráficos lazo cerrado: Compensador II (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

Las respuestas al escalón simuladas reproducen fielmente el comportamiento predicho en MATLAB. Se observa la respuesta subamortiguada con el primer compensador y la críticamente amortiguada (si bien el sistema es más lento) con el segundo compensador, lo que valida el diseño de los compensadores.

En cuanto a las señales de control, para el primer compensador, se observa una acción inicialmente agresiva, elevándose rápidamente hasta un valor pico. Este esfuerzo inicial es necesario para acelerar la bola y vencer la inercia y la gravedad rápidamente. A medida que la salida se acerca al valor deseado, el esfuerzo de control disminuye frenando activamente la bola para mitigar el sobrepaso y guiarla hacia el estado estacionario.

Para el segundo compensador, el esfuerzo de control es mucho más suave y progresivo. Esta estrategia de control menos enérgica es la que garantiza que la bola levite hacia su posición final sin sobrepasarla.

2.2.5. Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta continua linealizada.

A continuación se analiza la planta el comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta continua linealizada y los elementos necesarios para discretizarla

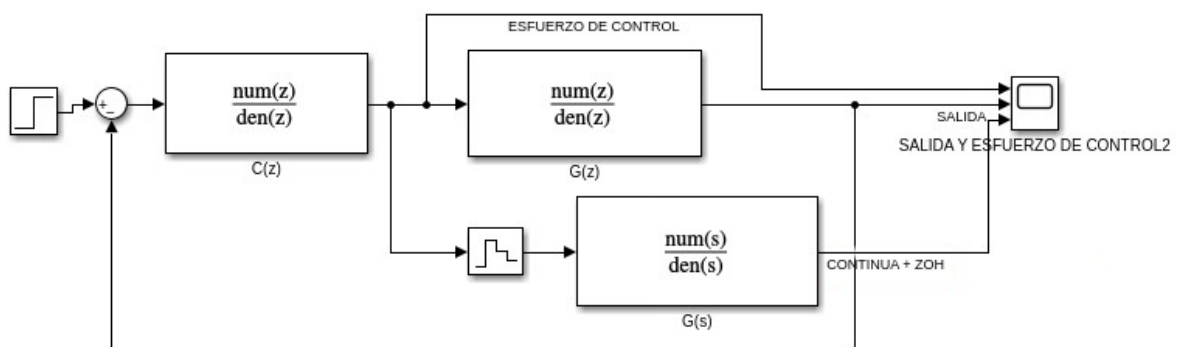


Figure 2.24: Modelo de bloques simulink

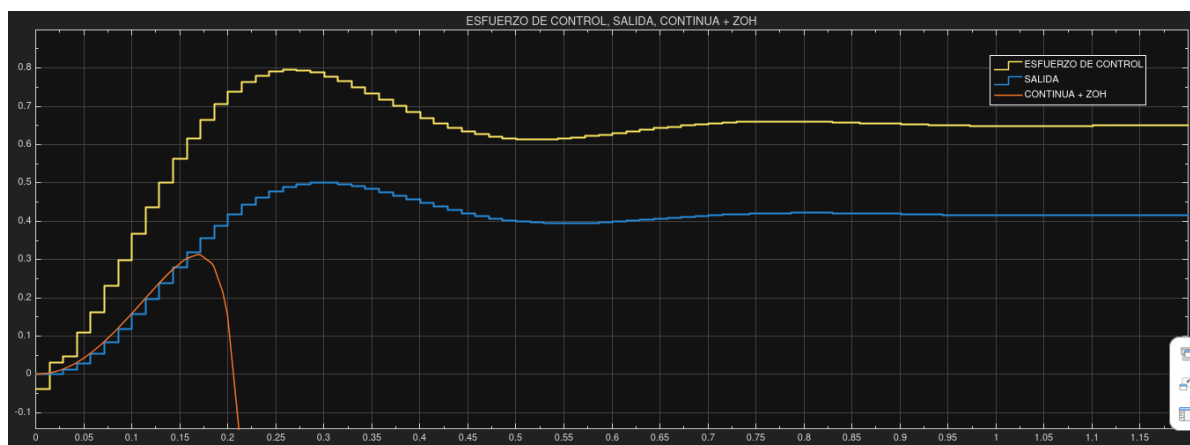


Figure 2.25: Gráficos lazo cerrado: Compensador I (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

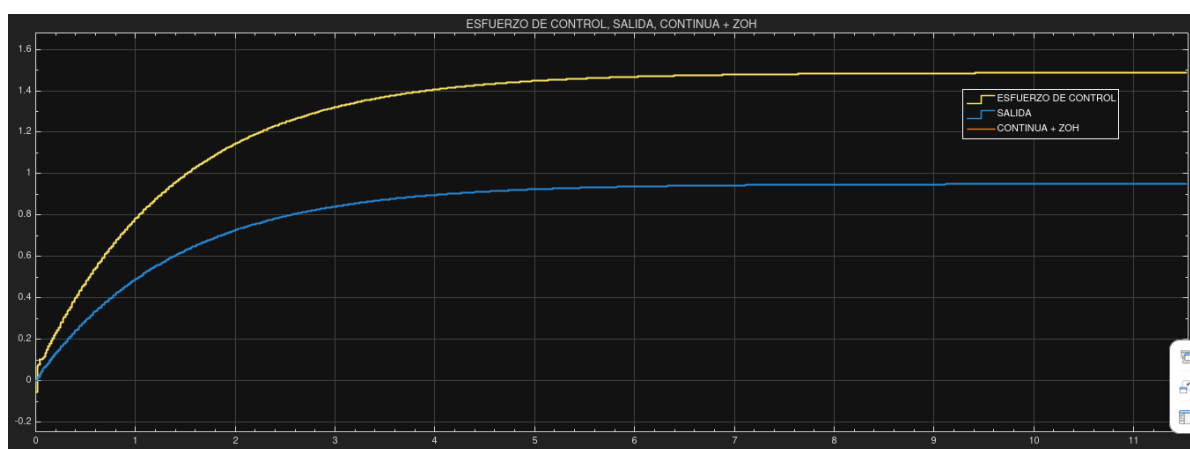


Figure 2.26: Gráficos lazo cerrado: Compensador II (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

Al ejecutar esta simulación híbrida, se observa que la salida correspondiente a la planta continua diverge abruptamente. Es crucial notar que la salida del bloque discreto y el esfuerzo de control siguen la misma trayectoria tal como se mostró en las figuras previas. En particular, para la simulación con el compensador II, la simulación se frenaba para antes de los 12 segundos ya que el solver del simulink identificaba una singularidad en la solución. Es por ello que la curva roja ni siquiera puede verse representada en la escala del gráfico. Este comportamiento evidencia que el problema no reside en el diseño de los controladores, sino en la interacción entre la señal de control discreta y la dinámica continua de la planta inestable. Se refleja una limitación inherente de controlar plantas inestables mediante señales discretas mantenidas por un ZOH.

La explicación a esto se debe a que en primer lugar la acción del ZOH toma la salida del controlador en un instante kT y la mantiene constante como una señal tipo escalón durante todo el intervalo de muestreo T . Durante ese intervalo, la planta continua está respondiendo a una entrada constante. Funcionalmente, opera en lazo abierto durante cada período de muestreo. Dado que la planta es inestable, cualquier entrada no nula provoca que su estado interno y su salida comiencen a crecer de forma exponencial.

2.2.6. Comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta no lineal.

A continuación se analiza el comportamiento del sistema a lazo cerrado con la planta no lineal

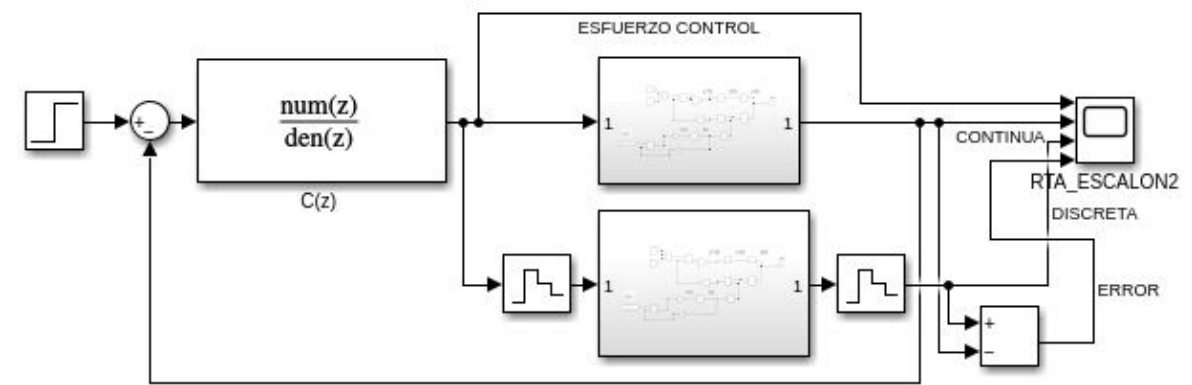


Figure 2.27: Modelo de bloques simulink

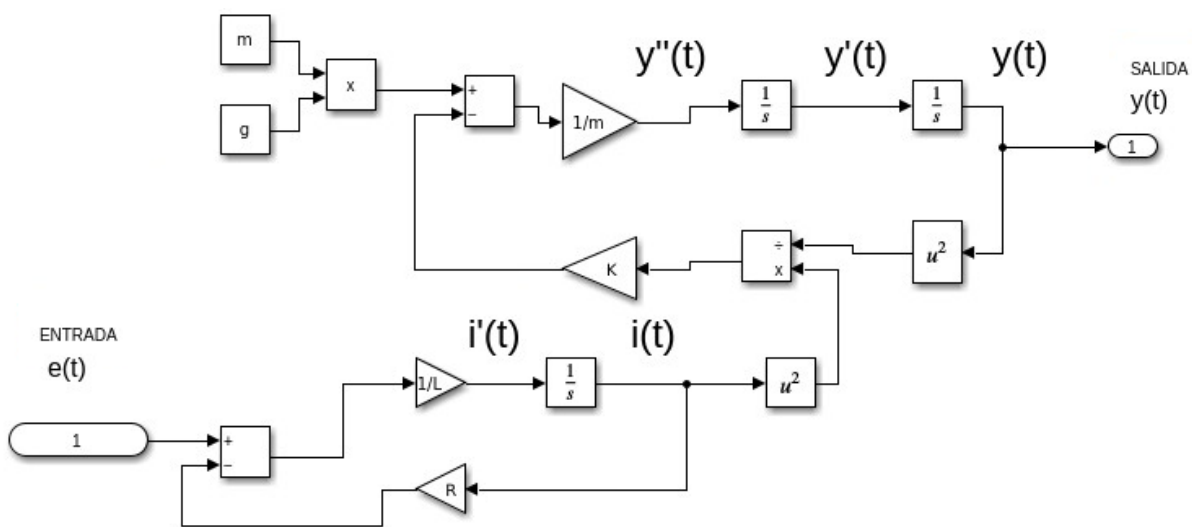


Figure 2.28: Modelo de bloques simulink: Subsistema no lineal que representa a G

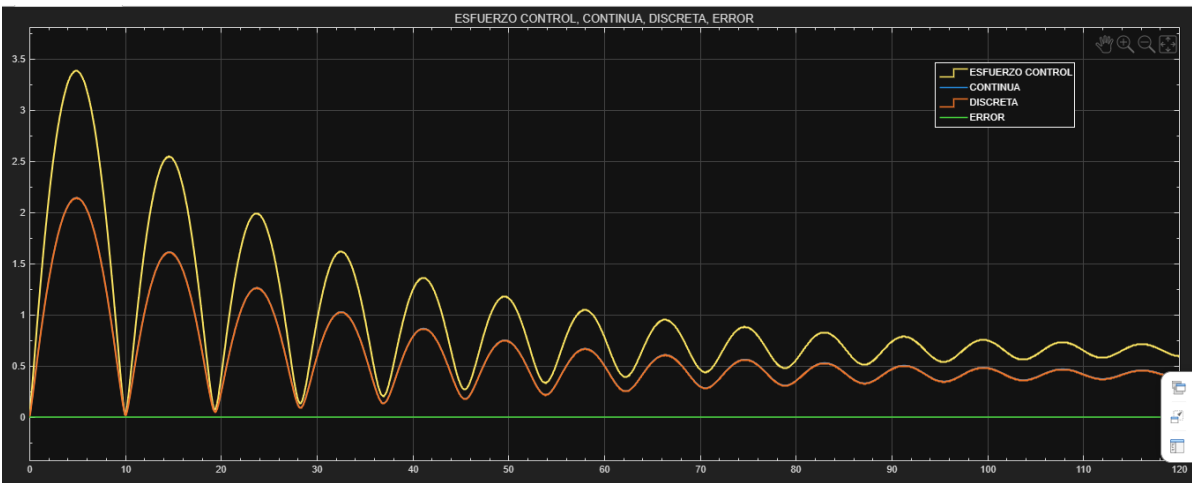


Figure 2.29: Gráficos lazo cerrado: Compensador I (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

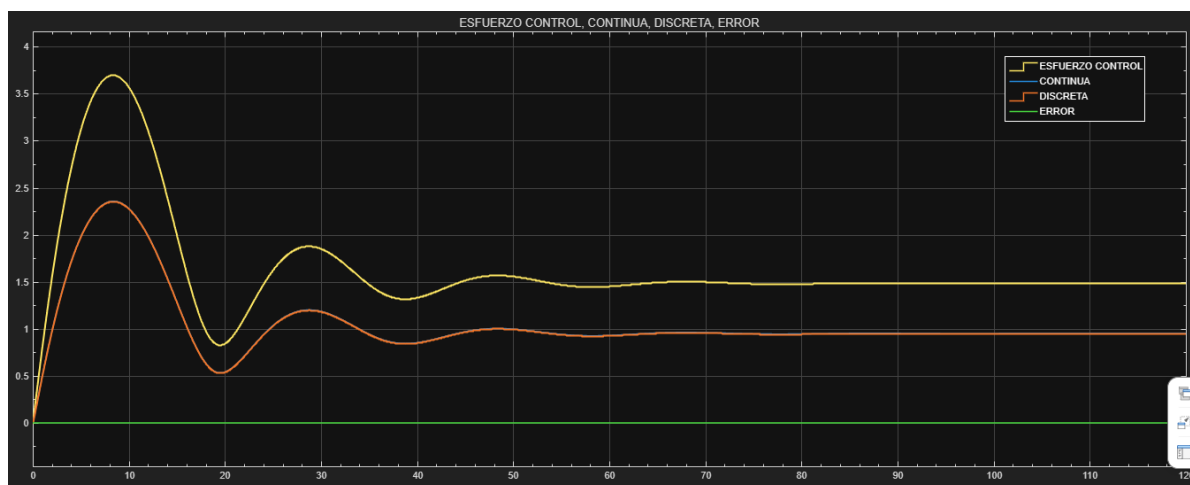


Figure 2.30: Gráficos lazo cerrado: Compensador II (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

Se observa que las señales de salida no tienen la forma que se esperaban que tengan en función a los requerimientos del enunciado. Esto se relaciona con el hecho de que al diseñar los compensadores, se hizo a partir de un modelo matemático linealizado.

En el diseño sin sobrepico se tenía una ubicación de polos específica para lograr una respuesta críticamente amortiguada. Sin embargo, en la planta no lineal, los polos del sistema no son fijos. Su ubicación efectiva cambia a medida que el sistema se mueve. Al imponer una entrada tipo escalón, la bola se aleja del punto de equilibrio. En esa nueva posición, la dinámica real ya no es la que el controlador esperaba. El efecto en la ubicación de polos deja de ser perfecta, y el sistema que el controlador ve es ligeramente distinto, resultando en esa respuesta subamortiguada que produce el sobrepico.

El diseño con sobrepico, resulta ser una ampliación de lo anterior. Dado que el controlador ya estaba diseñado para una respuesta subamortiguada, al enfrentarlo a la planta no lineal, la discrepancia entre el modelo y la realidad es aún más crítica. El controlador intenta frenar a la bolita basándose en su predicción lineal, pero la respuesta real es diferente. Esto causa que las acciones de control no estén perfectamente sincronizadas, llevando a esas oscilaciones adicionales y a un sistema mucho menos amortiguado de lo esperado.

A pesar de estas dificultades, la simulación pudo realizarse para tiempos mayores además de tender a valores estables. Esto demuestra que el controlador, a pesar de no lograr el rendimiento de diseño, logra estabilizar un sistema inherentemente inestable.

2.2.7. Elección del ADC.

Con los mismos criterios que para la planta del motor, se elige el rango de entrada del ADC. Se toma de 0 a 1.15V. Por lo que, el paso de cuantización:

$$q = \frac{\text{Rango total}}{\text{Número de niveles}} = \frac{1.15V}{1024} \approx 0.001123V \quad (2.8)$$

A continuación, se presenta el modelo de la planta con la incorporación del ADC propuesto:

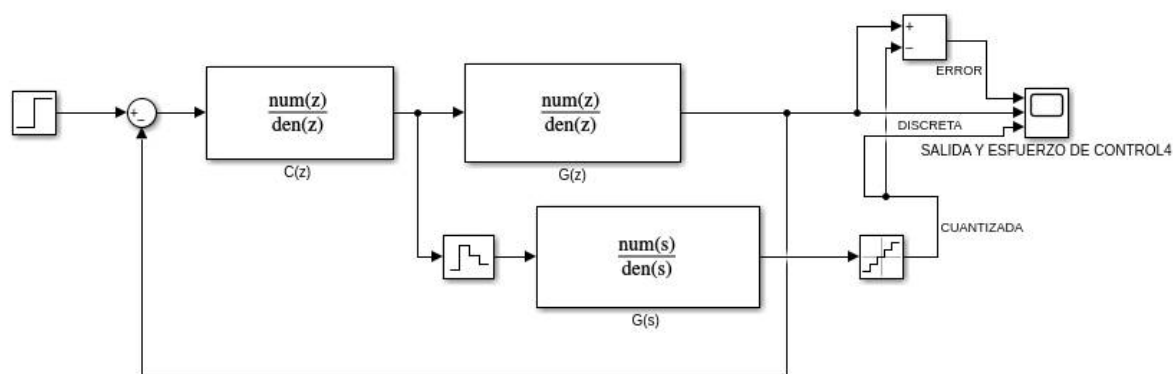


Figure 2.31: Modelo de bloques simulink.

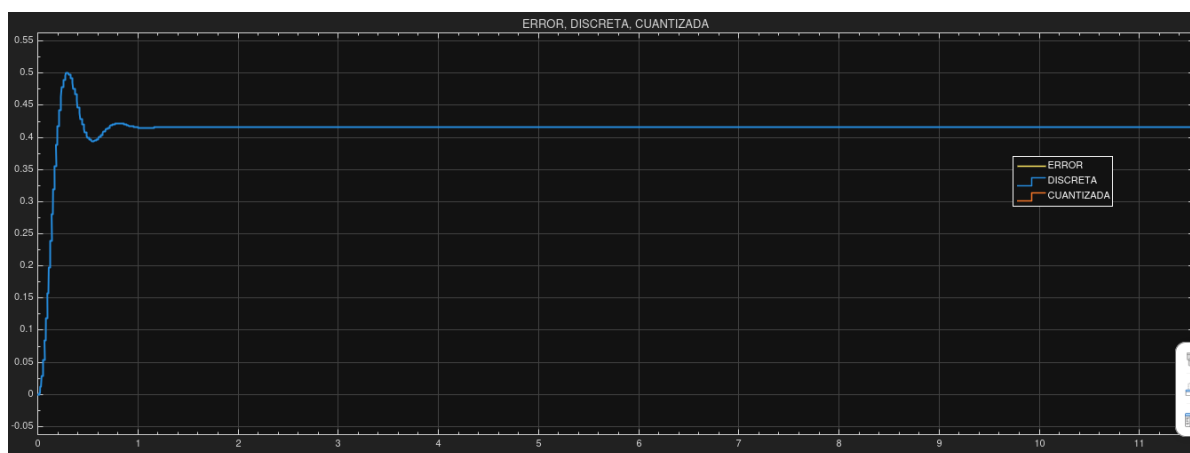


Figure 2.32: Cuantización para compensador I (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

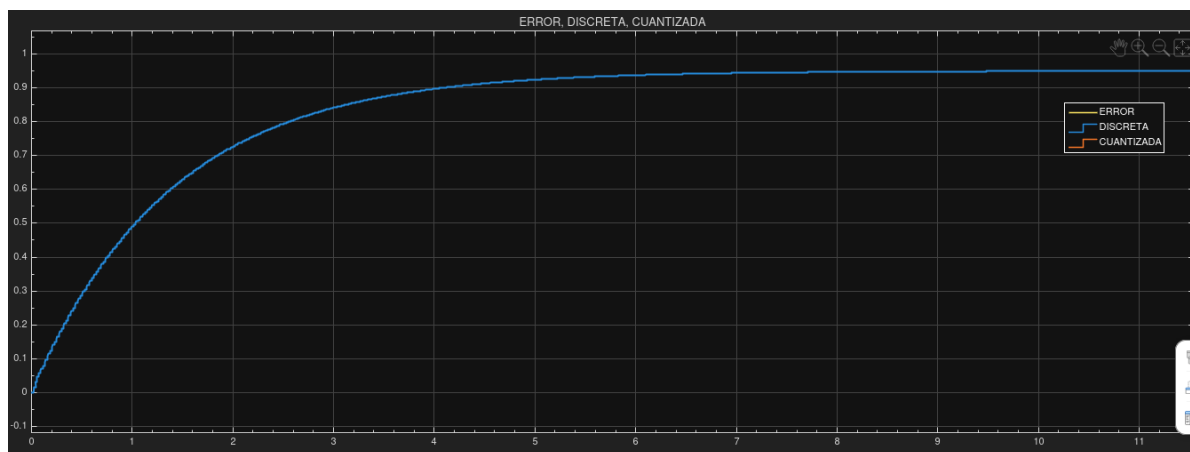


Figure 2.33: Cuantización para compensador II (El eje vertical es amplitud en metros y el horizontal es el tiempo en segundos)

Como se observa en el modelo, la simulación se realiza en un entorno híbrido como el de la sección 2.2.5 pero incorporando el ADC. Por ende, es esperable que la salida de la planta continua diverge abruptamente, mientras que el sistema puramente discreto se comporta de forma estable.

Es crucial destacar que este comportamiento persiste aún después de agregar el ADC ya que este componente afecta la precisión de la señal medida, introduciendo un error de cuantización acotado. Sin

embargo, no altera la dinámica fundamental del sistema. El crecimiento exponencial de la planta es un fenómeno de una magnitud órdenes mayor que el pequeño error introducido por el ADC.

Conclusiones y Observaciones Pertinentes

En este trabajo se abordó el diseño y la validación de controladores discretos clásicos para dos sistemas con dinámicas distintas.

Para el motor de CC, se demostró que es posible cumplir con especificaciones de respuesta transitoria con controladores PID. Las simulaciones validaron la robustez del diseño, mostrando un comportamiento coherente tanto en el modelo puramente discreto como en el híbrido con la planta continua.

Para el levitador, el sistema presentó desafíos mayores. El objetivo principal fue estabilizar la planta, lo cual se logró mediante controladores con una cuidadosa ubicación de polos y ceros, además del uso de ganancia negativa. Si bien se cumplieron las especificaciones de sobrepico en el dominio discreto, el análisis reveló una robustez muy limitada, con márgenes de ganancia y fase casi nulos.

Los hallazgos más significativos surgieron de las simulaciones híbridas: En primer lugar, al interactuar con la planta continua linealizada, el sistema divergió, evidenciando un problema crítico en el control digital de plantas inestables: Durante cada período de muestreo, el ZOH deja a la planta evolucionando en lazo abierto, lo que provoca un crecimiento exponencial de la salida. En segundo lugar, al enfrentarse a la planta no lineal, los controladores lograron estabilizar el sistema, pero no pudieron cumplir con las especificaciones de diseño originales. Esto remarca la dependencia de los controladores lineales del punto de operación y la inevitable degradación del rendimiento cuando el sistema opera fuera de esa región.

Finalmente, la introducción de un ADC de 10 bits en las simulaciones demostró que, si bien la cuantización introduce un error acotado, su efecto es despreciable en comparación con las dinámicas dominantes del sistema, validando que la resolución es adecuada para una implementación práctica.

Bibliography

Ogata. (1995). Discrete-Time control Systems (2nd ed.). Capítulos 1-4