Τεχνητή Νοημοσύνη 1 – Χειμερινό 2021-2022

Εργασία τέταρτη

Κατσαούνη Σοφία Μερόπη , sdi1800070

Πρόβλημα 1:

(a) (∀x) φοιτητής(x) ⇒ έξυπνος(x)

(b) (∃x) φοιτητής(x)

(c) (∃x) φοιτητής(x) ∧ έξυπνος(x)

(d) (∀x) (∃y) (φοιτητής(x) ∧ φοιτητής(y) ⇒ συμπαθεί (x, y))

(e) (∀x) (∃y) (φοιτητής(x) ∧ φοιτητής(y) ∧ ¬(x =y) ⇒ συμπαθεί (x, y))

(f) (∃y) (∀x) (φοιτητής(y) ∧ φοιτητής(x) ∧ ¬(x =y) ⇒ συμπαθεί (x, y))

(g) φοιτητής(Γιάννης)

(h) ¬παρακολουθεί (Γιάννης, Τεχνητή Νοημοσύνη)

(i) (¬∃x) (φοιτητής(x) ∧ συμπαθεί (x, Γιάννη))

(j) (∃x) (siblings(x, Γιάννης) ⇔ female(x))

(k) ¬(∃x) (siblings(x, Γιάννης) ⇔ female(x))

(l) (∃x) (siblings(x, Γιάννης) ⇔ female(x) ∧ (∄y) siblings(y, Γιάννης) ⇔ female(y))

(m) (∀x)(∃y) (φοιτητής(x) ∧ subject(y) ⇒ παρακολουθεί(x,y))

(n) (∃x) (φοιτητής(x) ⇒ failure(x,Τεχνητή Νοημοσύνη)) ∧ (∀g) (φοιτητής(g) ∧ x≠g ⇒ ¬failure(x,Τεχνητή Νοημοσύνη))

(o) ¬ (∃x) (φοιτητής(x) ⇒ failure(x,Τεχνητή Νοημοσύνη)) ∧ (∃g) (φοιτητής(g) ⇒ failure(g, Τεχνητή Νοημοσύνη))

(p) (∀x) (φοιτητής(x) ⇒ παρακολουθεί(x, Τεχνητή Νοημοσύνη) ⇒ παρακολουθεί(x, Λογικό Προγραμματισμό))

(q) (∀x) (∀y) (φοιτητής(x) ∧ φοιτητής(y) ∧ x ≠y ⇒ ξεγελάει(x, y))

(r) Τρίγωνο = (∃x) (∀s) (∀g) (πολύγωνο (x) ∧ πλευρά (s) ∧ γωνία(g) ∧ sizeof(x,s) = 3 ∧ sizeof(x,g) = 3)

(s) Ορθογώνιο Τρίγωνο = (∃x) (πλευρά(x) ⇒ μοίρες(x, 90))

(t) (∀x)(∃y) Σύντεκνοι(x,y) ⇔ (male(x) ∧ male(y) ∧ (∃k1) child(x,k1) ∧ βάφτισε(y,k1) ∧ (∃k2) child(y,k2) ∧ βάφτισε(x,k2))

Πρόβλημα 2:

Α) Αρχικά ορίζουμε το πεδίο της Ι, που περιέχει τα αντικείμενα της εικόνας, δηλαδή:

|I| = { leonardo, jennifer, Leo’s cup, Jennifer’s cup }.

Για τα σύμβολα σταθερών, η **I** κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις:

leonardo ^{I} = Leonardo Dicaprio   jennifer ^{I} = Jennifer Lawrence   Leo’s cup ^{I} = κούπα μπροστά από τον λεονάρντο   Jennifer’s cup^{I} = κούπα μπροστά από την τζενιφερ

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Man την ακόλουθη μοναδιαία σχέση:

{<Leonardo Dicaprio>}

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Woman την ακόλουθη μοναδιαία σχέση:

{<Jennifer Lawrence>}

Η I αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος Cup είναι:

{<Leo’s cup, Jennifer’s cup>}

<u>Πρέπει ελέγξουμε την πρόταση φ1 για καθένα από τα αντικείμενα της εικόνας μέχρι να βρούμε κάποιο για το οποίο θα ικανοποιείται η πρόταση φ1 εφόσον η πρόταση μιλάει για κάποιο x</u>.

Για τον τύπο ϕ 1, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

1)

$\models_I$ Cup(leonardo)[s]   ανν   <s(Leonardo)> ∈ Cup^{I}

Όμως s(Leonardo) = leonardo^{I}= Leonardo dicaprio και Cup^{I} = {<Leo’s cup, Jennifer’s cup>} άρα το παραπάνω δεν ισχύει για το αντικείμενο Leonardo.

2)

$\models_I$ Cup(jennifer)[s]   ανν   <s(jennifer)> ∈ Cup^{I}

Όμως s(jennifer) = jennifer^{I}= Jennifer Lawrence και Cup^{I} = {<Leo’s cup, Jennifer’s cup>} άρα το παραπάνω δεν ισχύει για το αντικείμενο jennifer.

3)

$\models_I$ Cup(Leo’s cup)[s]   ανν   <s(Leo’s cup)> ∈ Cup^{I}

Όμως s(Leo’s cup) = Leo’s cup^{I} = Leo’s cup και Cup^{I} = {<Leo’s cup, Jennifer’s cup>} άρα το παραπάνω ισχύει για το αντικείμενο Leo’s cup δηλαδή υπάρχει τουλάχιστον ένα x για το οποίο να ικανοποιείται η φ1 από την I.

<u>Πρέπει ελέγξουμε την πρόταση φ2 για καθένα από τα αντικείμενα της εικόνας εφόσον η πρόταση μιλάει για κάποιο x</u>.

Για τον τύπο ϕ2, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

1)

$\vDash_I$ Woman(leonardo)[s]   ανν   <s(Leonardo)> ∈ $Woman^I$

Όμως s(Leonardo) = $leonardo^I$= Leonardo dicaprio και $Woman^I$ = {<Jennifer Lawrence>} άρα το παραπάνω δεν ισχύει για το αντικείμενο Leonardo.

2)

$\vDash_I$ Woman(jennifer)[s]   ανν   <s(jennifer)> ∈ $Woman^I$

Όμως s(jennifer) = $jennifer^I$= Jennifer Lawrence και $Woman^I$ = {<Jennifer Lawrence>} άρα το παραπάνω ισχύει για το αντικείμενο jennifer δηλαδή υπάρχει τουλάχιστον ένα x για το οποίο να ικανοποιείται η φ2 από την I.

<u>Πρέπει ελέγξουμε την πρόταση φ3 για καθένα από τα αντικείμενα της εικόνας εφόσον η πρόταση μιλάει για κάθε x</u>.

Για τον τύπο ϕ3, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

$\vDash_I$ (∀x) ((Man(x) ∨ Woman(x))[s]

που ισχύει ανν για κάθε dx ∈ |I| $\vDash_I$ (∀x) ((Man(x) ∨ Woman(x))[s(x|dx)]

1)

$\vDash_I$ ((Man(Leonardo) ∨ Woman(Leonardo))[s(x|leonardo)]

Το οποίο ισχύει εφόσον Man^I = {<Leonardo Dicaprio>}

2)

$\vDash_I$ ((Man(Jennifer) ∨ Woman(Jennifer))[s(x|jennifer)]

Το οποίο ισχύει εφόσον $Woman^I$ = {<Jennifer Lawrence>}

3)

$\vDash_I$ ((Man(Leo's cup) ∨ Woman(Leo's cup))[s(x|Leo's cup)]

Το οποίο δεν ισχύει εφόσον Man^I = {<Leonardo Dicaprio>} και $Woman^I$ = {<Jennifer Lawrence>}. Επομένως η φ3 δεν ικανοποιείται από την I εφόσον δεν ικανοποιείται για κάθε αντικείμενο.

Πρόβλημα 3:

Μερικά λουλούδια ξεθωριάζουν γρήγορα, αλλά τα τριαντάφυλλα δεν είναι το μόνο είδος λουλουδιών και έτσι δεν είναι απαραίτητα αλήθεια ότι τα τριαντάφυλλα ξεθωριάζουν γρήγορα. Με άλλα λόγια μερικά λουλούδια δεν σημαίνουν μερικά τριαντάφυλλα επομένως δεν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η τελευταία πρόταση προκύπτει από τις 2 προηγούμενες.

Έστω ότι ισχύουν οι προτάσεις All roses are flowers. Και Some flowers fade quickly. Δηλαδή σύμφωνα με τον ορισμό της ερμηνείας θα έχουμε, I(All roses are flowers) = True και I(some flowers fade quickly) = true.

Πρόβλημα 4:

Από το θεώρημα παραγωγής $\phi \models \psi$ ανν $\phi \Rightarrow \psi$ είναι έγκυρη.

(a) $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$ δηλαδή $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \models (\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$, το οποίο θα συμβαίνει ι ανν για κάθε ερμηνεία I και ανάθεση μεταβλητών s:Vars→ |I|, τέτοια ώστε $\models 1$ (x ∀) (P(x) v Q(x))[s] έχουμε επίσης ότι $\models 1$ ((∀ x) (P(x) v (∀ x) Q(x))[s]

Ας υποθέσουμε έναν ισχυρισμό για κάθε πρόταση του τύπου P(x)='' O x είναι άρτιος'' και Q(x)=''O x είναι περιττός''.

Τότε ισχύει $\models 1$ P(x)[s(x|dx)] ή $\models_1$ Q(x)[s(x|dx)] ∀ dx

- Έχουμε για dx = 2: $\models_1$ P(x)[s(x|2)] ανν <ŝ (x|2)(x)> $\in P^1$

  Είναι <ŝ (x|2)(x)> = <s (x|2)(x)> = <2> $\in P^1$

  Άρα ισχύει $\models_1$ (∀x)(P(x)vQ(x))[s]

Αρκεί να ισχυεί $\models_1$ P(x)[s(x|dx)] ∀ dx ή $\models_1$ Q(x)[s(x|dx)] ∀ dx

- Για dx = 3: $\models_1$ P(x)[s(x|3)] ανν <ŝ (x|3)(x)> $\in P^1$

  Είναι <ŝ (x|3)(x)> = <s (x|3)(x)> = <3> $\notin P^1$

  Άρα δεν ισχύει $\models_1$ (∀ x)(P(x)[s]

- Για dx = 2: $\models_1$ Q(x)[s(x|2)] ανν <ŝ (x|2)(x)> $\in P^1$

  Είναι <ŝ (x|2)(x)> = <s (x|2)(x)> = <2> $\notin P^1$

  Άρα δεν ισχύει $\models_1$ (∀ x)Q(x)[s]

Τελικά η πρόταση δεν είναι έγκυρη.

(b) Αρκεί να δείξουμε ότι $(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \models (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$, το οποίο θα συμβαίνει αν για κάθε ανάθεση μεταβλητών του I έχουμε: $(\forall x)P(x) \models_I (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$ ή $(\forall x)Q(x) \models_1 (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$

τα οποία ισχύουν ανν για κάθε ερμηνεία I και ανάθεση μεταβλητών s:vars → |I| τέτοια ώστε $\models_1$(∀x) P(x)[s] έχουμε επίσης ότι $\models_1$(∀x) (P(x)vQ(x))[s] ή $\models_1$(∀x) Q(x)[s] έχουμε επίσης ότι $\models_1$(∀x) (P(x) v Q(x))[s]

Έστω μια τυχαία ερμηνεία I και μια τυχαία ανάθεση μεταβλητών s, τ.ω. $\models_1$(∀x) P(x)[s] ή $\models_1$(∀x) Q(x)[s]

Σύμφωνα με τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με καθολικό ποσοδείκτη, για κάθε d ∈ |I| έχουμε $\models_1$P(x)[s(x|dx)] ή $\models_1$Q(x)[s(x|dx)]. Από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με διάζευξη έχουμε $\models_1$P(x) v Q(x)[s(x|dx)].Τώρα, από τον ορισμό της ικανοποίησης για τους τύπους με καθολικό ποσοδείκτη, και πάλι, έχουμε $\models_1$(∀ x)P(x)vQ(x)[s] επομένως η πρόταση είναι έγκυρη.

Πρόβλημα 5:

Από την άσκηση 4 προκύπτει ότι η β) είναι έγκυρη. Από τον κανόνα της ανάλυσης έχουμε KB $\models \phi$.Αν ονομάσουμε την πρόταση$(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x)$, KB και την πρόταση $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$, φ θα έχουμε:

Μετατρέπουμε την ΚΒ σε CNF, με απαλοιφή των καθολικών ποσοδεικτών και με την προτυποποίηση των μεταβλητών έχουμε, $P(x_1) \vee Q(x_1)$

Μετατρέπουμε την ¬φ σε CNF, $\neg (\forall x)(P(x) \vee Q(x)) = (\exists x)(\neg P(x) \wedge \neg Q(x))$, απαλοιφή του υπαρξιακού ποσοδείκτη: $\neg P(x_2) \wedge \neg Q(x_2)$ και αφαιρούμε την σύζευξη οπότε καταλήγουμε με $\neg P(x_2)$, $\neg Q(x_2)$

ΚΒ ∧ ¬φ και αντικατάσταση του x1 με x2: $P(x_2) \vee Q(x_2) \wedge \neg P(x_2)$ τελικά προκύπτει η πρόταση $Q(x_2)$. Από την πρόταση $Q(x_2)$ και $\neg Q(x_2)$ καταλήγει σε κενή φράση και άρα έχουμε αντίφαση.

Επομένως η πρόταση $(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) \models (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$ είναι έγκυρη εφόσον η φ έπεται λογικά από την ΚΒ.

Πρόβλημα 6:

α)Ορίζω τα σύμβολα Αντωνάκης, Βαγγελάκης και Μαιρούλα, ΠΚ, Σοσιαλισμός και Καπιταλισμός που αποτελούν σταθερές. Σύμβολα κατηγορημάτων αποτελούν τα: Μέλος(x,y) (η σταθερά x είναι μέλος ενός κόμματος y), Δεξιός(x) (η σταθερά x είναι δεξιός), Φιλελεύθερος(x) (η σταθερά x είναι φιλελεύθερος), Αρέσει(x,y) (Αρέσει στην σταθερά x η σταθερά y).

Επομένως οι ΚΒ είναι:

i)Μέλος(Αντωνάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Μαιρούλα,ΠΚ)

ii) (∀x)(Μέλος(x,ΠΚ) ∧ ¬(Δεξιός(x)) ⇒ Φιλελεύθερος(x))

iii) (∀x)(Δεξιός(x) ⇒ ¬(Αρέσει(x, Σοσιαλισμός)))

iv) (∀x)(¬(Αρέσει(x, Καπιταλισμός)) ⇒ ¬ (Φιλελεύθερος(x)))

v) (∀y)(Αρέσει(Βαγγελάκης, y) ⇒ ¬(Αρέσει(Αντωνάκης, y)) ∧ ¬(Αρέσει(Βαγγελάκης, y)) ⇒ Αρέσει(Αντωνάκης, y))

vi) Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

και η πρόταση φ που προκύπτει:

vii) (∃x) (Μέλος(x,ΠΚ) ∧ Φιλελεύθερος(x) ∧ ¬(Δεξιός(x)))

β)

Θα μετατρέψουμε σε CNF τις προτάσεις της ΚΒ:

1) Απαλοιφή συνεπαγωγών και μετακίνηση άρνησης προς τα μέσα:

   i)Μέλος(Αντωνάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Μαιρούλα,ΠΚ)

   ii) (∀x)(¬Μέλος(x,ΠΚ) ∧ Δεξιός(x) ∨ Φιλελεύθερος(x))

   iii) (∀x)(¬Δεξιός(x) ∨ ¬(Αρέσει(x, Σοσιαλισμός)))

   iv) (∀x)(Αρέσει(x, Καπιταλισμός) ∨ ¬ (Φιλελεύθερος(x)))

   v) (∀y)(¬(Αρέσει(Βαγγελάκης, y)) ∨ ¬(Αρέσει(Αντωνάκης, y)) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, y) ∨ Αρέσει(Αντωνάκης, y))

   vi) Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

2) Προτυποποίηση μεταβλητών:

i)Μέλος(Αντωνάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Μαιρούλα,ΠΚ)

ii) (∀x_1)(¬Μέλος(x_1,ΠΚ) ∧ Δεξιός(x_1) ∨ Φιλελεύθερος(x_1))

iii) (∀x_2)(¬Δεξιός(x_2) ∨ ¬(Αρέσει(x_2, Σοσιαλισμός)))

iv) (∀x_3)(Αρέσει(x_3, Καπιταλισμός) ∨ ¬ (Φιλελεύθερος(x_3)))

v) (∀y_4)(¬(Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4)) ∨ ¬(Αρέσει(Αντωνάκης, y_4)) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4) ∨ Αρέσει(Αντωνάκης, y_4))

vi) Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

3) Αφαιρούμε τους καθολικούς ποσοδείκτες:

i)Μέλος(Αντωνάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) ∧ Μέλος(Μαιρούλα,ΠΚ)

ii) (¬Μέλος(x_1,ΠΚ) ∨ Δεξιός(x_1) ∨ Φιλελεύθερος(x_1))

iii) (¬Δεξιός(x_2) ∨ ¬(Αρέσει(x_2, Σοσιαλισμός)))

iv) (Αρέσει(x_3, Καπιταλισμός) ∨ ¬ (Φιλελεύθερος(x_3)))

v) (¬(Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4)) ∨ ¬(Αρέσει(Αντωνάκης, y_4)) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4) ∨ Αρέσει(Αντωνάκης, y_4))

vi) Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) ∧ Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

Αφαιρούμε την σύζευξη και καταλήγουμε σε:

i)Μέλος(Αντωνάκης,ΠΚ) , Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) , Μέλος(Μαιρούλα,ΠΚ)

ii) (¬Μέλος(x_1,ΠΚ) ∨ Δεξιός(x_1) ∨ Φιλελεύθερος(x_1))

iii) (¬Δεξιός(x_2) ∨ ¬(Αρέσει(x_2, Σοσιαλισμός)))

iv) (Αρέσει(x_3, Καπιταλισμός) ∨ ¬ (Φιλελεύθερος(x_3)))

v) (¬(Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4)) ∨ ¬(Αρέσει(Αντωνάκης, y_4)) , Αρέσει(Βαγγελάκης, y_4) ∨ Αρέσει(Αντωνάκης, y_4))

vi) Αρέσει(Βαγγελάκης, Σοσιαλισμός) , Αρέσει(Βαγγελάκης, Καπιταλισμός)

και η άρνηση της πρότασης φ που προκύπτει:

vii) ¬ ((∃x) (Μέλος(x,ΠΚ) ∧ Φιλελεύθερος(x) ∧ ¬(Δεξιός(x))))

Μετατροπή σε CNF:

Μετακίνηση άρνησης προς τα μέσα: (∀x)(¬Μέλος(x,ΠΚ) ∧ ¬Φιλελεύθερος(x) ∧ Δεξιός(x))

Απαλοιφή του καθολικού ποσοδείκτη: ¬Μέλος(x,ΠΚ) ∧ ¬Φιλελεύθερος(x) ∧ Δεξιός(x)

Από την iii) ¬Δεξιός(x_2) V ¬Αρέσει(x_2 ,Σοσιαλισμός) και την Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) από την vi), με την αντικατάσταση x2=Βαγγελάκης παίρνουμε την πρόταση: ¬Δεξιός(Βαγγελάκης), έστω viii)

Από την ¬φ:¬Μέλος(x,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(x) V Δεξιός(x) και την viii) ¬Δεξιός(Βαγγελάκης) με την αντικατάσταση x=Βαγγελάκης, παίρνουμε την πρόταση ix) ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης)

Από την ix) ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης) και την ii) ¬Μέλος(x_1 ,ΠΚ) V Δεξιός(x_1) V Φιλελεύθερος(x_1) με την αντικατάσταση x1=Βαγγελάκης, παίρνουμε την x) ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V Δεξιός(Βαγγελάκης)

Από την x) ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V Δεξιός(Βαγγελάκης) και Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) της i), παίρνουμε την xi) Δεξιός(Βαγγελάκης)

Από την xi) Δεξιός(Βαγγελάκης) και την iii) ¬Δεξιός(x_2) V ¬Αρέσει(x_2 ,Σοσιαλισμός) με την αντικατάσταση x2 = Βαγγελάκης παίρνουμε την πρόταση xii) ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός)

Από την xii) ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) και την vi) Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) καταλήγουμε σε κενή φράση.

Εφόσον το σύνολο φράσεων KB ∪ ¬φ δεν ικανοποιείται, αυτό σημαίνει ότι η φ έπεται λογικά από την KB, άρα KB |= φ.

γ) Προσθέτουμε την πρόταση Ans(x_5) V ¬φ στην KB και εφαρμόζουμε ανάλυση.

Συγκεκριμένα παίρνουμε την πρόταση vii) Ans(x5) V ¬Μέλος(x,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(x) V Δεξιός(x)

Άρα έχουμε:

Από την iii) ¬Δεξιός(x_2) V ¬Αρέσει(x_2 ,Σοσιαλισμός) και την Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) από την vi), με την αντικατάσταση x2=Βαγγελάκης παίρνουμε την πρόταση: ¬Δεξιός(Βαγγελάκης), έστω viii).

Από την vii) Ans(x_5) V ¬Μέλος (x,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(x) V Δεξιός(x) και την viii) ¬Δεξιός(Βαγγελάκης) με την αντικατάσταση x, x5=Βαγγελάκης, παίρνουμε την πρόταση ix) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης)

Από την ix) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Μέλος (Βαγγελάκης,ΠΚ) V ¬Φιλελεύθερος(Βαγγελάκης) και την ii) ¬Μέλος (x_1 ,ΠΚ) V Δεξιός(x_1) V Φιλελεύθερος(x_1) με την αντικατάσταση x1=Βαγγελάκης, παίρνουμε την x) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Μέλος (Βαγγελάκης,ΠΚ) V Δεξιός(Βαγγελάκης).

Από την x) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) V Δεξιός(Βαγγελάκης) και Μέλος(Βαγγελάκης,ΠΚ) της i), παίρνουμε την xi) Ans(Βαγγελάκης) V Δεξιός(Βαγγελάκης)

Από την xi) Ans(Βαγγελάκης) V Δεξιός(Βαγγελάκης) και την iii) ¬Δεξιός(x2) V ¬Αρέσει(x2 ,Σοσιαλισμός) με την αντικατάσταση x2 = Βαγγελάκης παίρνουμε την πρόταση xii) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός)

Από την xii) Ans(Βαγγελάκης) V ¬Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) και την vi) Αρέσει(Βαγγελάκης,Σοσιαλισμός) καταλήγουμε στην xiii) Ans(Βαγγελάκης).

Η xiii) Ans(Βαγγελάκης) είναι η μοναδική φράση στην οποία καταλήγουμε. Αυτό λοιπόν μας δίνει την πληροφορία ότι το μέλους του ΠΚ που έχει την ιδιότητα φ είναι ο Βαγγελάκης.

Πρόβλημα 8:

α) Μετατρέπουμε την φ:$(\forall x)(((\exists y)P(x,y)\Rightarrow Q(x))\wedge(\forall z)(R(z)\Rightarrow(\exists w)S(x,z,w)))$ σε CNF

Απαλοιφή της συνεπαγωγής και μετακίνησης της άρνησης προς τα μέσα:

$(\forall x)((\forall y)(\neg P(x,y) \vee Q(x))\wedge(\forall z)(\neg R(z) \vee (\exists w)S(x,z,w)))$

Προτοτυποιούμε τις μεταβλητές, αντικαθιστούμε τον υπαρξιακό ποσοδείκτη και απαλοίφουμε τον καθολικό ποσοδείκτη:

$(\neg P(x1, y1) \lor Q(x1)) \land (\neg R(z1) \lor S(x1, z1, F(x1, z1)))$

Αφαιρούμε την σύζευξη και καταλήγουμε σε: $\neg P(x1, y1) \lor Q(x1)$, $\neg R(z1) \lor S(x1, z1, F(x1, z1))$ Οπότε φέραμε την φ σε CNF.

β) Ψ: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists w)((P(x, y) \Rightarrow Q(x)) \land (R(z) \Rightarrow S(x, z, w)))$

Άρνηση της Ψ:

$\neg (\forall x)(\forall y)(\forall z)(\exists w)((P(x, y) \Rightarrow Q(x)) \land (R(z) \Rightarrow S(x, z, w)))$

Φέρνουμε την ¬ Ψ σε CNF. Ξεκινάμε με απαλοιφή συνεπαγωγών και μετακίνησης της άρνησης προς τα μέσα: $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\forall w)((P(x,y) \land \neg Q(x)) \lor (R(z) \land \neg S(x,z,w)))$

Αντικαθιστούμε τους υπαρξιακούς ποσοδείκτες: $(\forall w)((P(A,B) \lor \neg Q(A)) \land (R(C) \lor \neg S(A,C,w)))$

Απαλοίφουμε τον καθολικό ποσοδείκτη: $(P(A,B) \lor \neg Q(A)) \land (R(C) \lor \neg S(A,C,w1))$

Εφαρμόζουμε επιμερισμό V ως προς ∧:

$((P(A,B) \land \neg Q(A)) \lor R(C)) \land ((P(A,B) \land \neg Q(A)) \lor \neg S(A,C,w1))$

$(P(A,B) \lor R(C)) \land (\neg Q(A) \lor R(C)) \land (P(A,B) \lor \neg S(A,C,w1)) \land (\neg Q(A) \lor \neg S(A,C,w1))$

Αφαιρούμε την σύζευξη και καταλήγουμε σε: $(P(A,B) \lor R(C))$, $(\neg Q(A) \lor R(C))$, $(P(A,B) \lor \neg S(A,C,w1))$, $(\neg Q(A) \lor \neg S(A,C,w1))$

Ξεκινάμε λοιπόν να εφαρμόζουμε ανάλυση:

Από την $\neg P(x1, y1) \lor Q(x1)$ της φ, και την $(P(A,B) \lor R(C))$ της ¬Ψ με την αντικατάσταση $x1 = A$, $y1 = B$ παίρνουμε την $Q(A) \lor R(C)$

Από την $(\neg Q(A) \lor R(C))$ της ¬Ψ και την νέα $Q(A) \lor R(C)$ παίρνουμε την $R(C)$

Από την $\neg R(z1) \lor S(x1, z1, F(x1, z1))$ της φ, και την νέα $R(C)$ με την αντικατάσταση $z1=C$, παίρνουμε την $S(x1, C, F(x1, C))$

Από την $\neg P(x1, y1) \lor Q(x1)$ της φ, και $(P(A,B) \lor \neg S(A,C,w1))$ της ¬Ψ, με την αντικατάσταση $x1 = A$, $y1 = B$ παίρνουμε την $Q(A) \lor \neg S(A,C,w1)$

Από την $(\neg Q(A) \lor \neg S(A,C,w1))$ της ¬Ψ και την $Q(A) \lor \neg S(A,C,w1)$ παίρνουμε την $\neg S(A,C,w1)$

Από την νέα $S(x1, C, F(x1, C))$ και την νέα $\neg S(A,C,w1)$ με την αντικατάσταση $w1 = F(x1, C)$, $x1 = A$, καταλήγουμε στην κενή φράση.

Εφόσον λοιπόν δείξαμε ότι το σύνολο φράσεων $φ \cup \neg Ψ$ δεν ικανοποιείται, αυτό σημαίνει ότι η Ψ έπεται λογικά από την φ, άρα $φ \models Ψ$.

Πρόβλημα 7:

Αρχικά μετατρέπουμε τις προτάσεις σε λογική πρώτης τάξης.

α) (∀file) (∃pc,x) (ΒρίσκεταιΣε(file,pc) ∧ ΠρόσβασηΣε(x,pc) ⇒ ΠροσπελάσιμοΜεFTP(file))

β) (∀file,mag) (ΔημοσιεύεταιΣε(file,mag) ∧ ΕκδίδεταιΑπο(mag,Student) ⇒ ΒρίσκεταιΣε(file,ftp.press.std.gr)) γ) (∀pc) (ΠροσφέρειAnonFTP(pc) ⇒ (∀x)ΠρόσβασηΣε(x,pc)

δ) ΠροσφέρειAnonFTP(ftp.press.std.gr)

ε) ΔημοσιεύταιΣε("ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική","ΦοιτητικήΖωή") ∧ ΕκδίδεταιΑπο("ΦοιτητικήΖωή",Student)

Μετατρέπουμε λοιπόν τις προτάσεις σε μορφή Horn:

α) ΒρίσκεταιΣε(file,pc) ∧ ΠρόσβασηΣε(x,pc) ⇒ ΠροσπελάσιμοΜεFTP(file)

β) ΔημοσιεύταιΣε(file,mag) ∧ ΕκδίδεταιΑπο(mag,Student) ⇒ ΒρίσκεταιΣε(file,ftp.press.std.gr)

γ) ΠροσφέρειAnonFTP(pc) ⇒ ΠρόσβασηΣε(x,pc)

δ) ΠροσφέρειAnonFTP(ftp.press.std.gr)

ε) ΔημοσιεύταιΣε("ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική","ΦοιτητικήΖωή") ∧ ΕκδίδεταιΑπο("ΦοιτητικήΖωή",Student)

Σημείωση: Το δυαδικό κατηγόρημα **ΔημοσιεύεταιΣε** εκφράζει αν σε κάποιο περιοδικό δημοσιεύεται κάποιο άρθρο, π.χ. **ΔημοσιεύεταιΣε**(ΦοιτητικήΖωή,ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική): στο περιοδικό "Φοιτητική Ζωή" δημοσιεύεται το άρθρο "Πως να διαβάσετε αποδοτικά στην εξεταστική".

Απόδειξη: Το άρθρο "Πως να διαβάσετε αποδοτικά στην εξεταστική" είναι προσπελάσιμο με ftp. Θέλουμε να καταλήξουμε στο ΠροσπελάσιμοΜεFTP(ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική)

Από τις ε) και β) με την αντικατάσταση file = ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική και mag = "ΦοιτητικήΖωή", δημιουργούμε την πρόταση στ) ΒρίσκεταιΣε("ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική",ftp.press.std.gr)

Από τις προτάσεις δ) ΠροσφέρειAnonFTP(ftp.press.std.gr) και γ) ΠροσφέρειAnonFTP(pc) ⇒ ΠρόσβασηΣε(x,pc), με την αντικατάσταση pc = ftp.press.std.gr δημιουργούμε την πρόταση ζ) ΠρόσβασηΣε(x,ftp.press.std.gr)

Τέλος από τις προτάσεις στ) ΒρίσκεταιΣε("ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική",ftp.press.std.gr), ζ) ΠρόσβασηΣε(x,ftp.press.std.gr) και α) ΒρίσκεταιΣε(file,pc) ^ ΠρόσβασηΣε(x,pc) ⇒ ΠροσπελάσιμοΜεFTP(file), με την αντικατάσταση file = "ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική" και pc = ftp.press.std.gr, δημιουργούμε την πρόταση η) ΠροσπελάσιμοΜεFTP("ΠωςΝαΔιαβάσετεΑποδοτικάΣτηνΕξεταστική")

Η η) αναπαριστά την πληροφορία που θέλαμε να αποδείξουμε, άρα εδώ σταματάει ο αλγόριθμος.

Πρόβλημα 9:

α) Σε Datalog:

Η βάση:

professor(manolis)

professor(stavros)

professor(elena)

course(ai)

course(compilers)

course(algebra)

dept(ece)

dept(math)

teaches(manolis,ai)

teaches(manolis,compilers)

teaches(stavros,db)

teaches(elena,algebra)

works_in(manolis,ece)

works_in(stavros,ece)

works_in(elena,math)

works_in(yannis,math)

Η ερώτηση:

?- works_in(X,math), teaches(X,_).

Η απάντηση:

X = elena

?- More

no
β)

Η SQL ερώτηση από παραπάνω είναι TeachesIn(x,y) Λ WorksIn(x,Math).Με την χρήση forward chaining έχουμε:

Θέτω x = Elena Και y = Algebra το οποίο οδηγεί σε TeachesIn(Elena,Algebra) Λ WorksIn(Elena,Math), η οποία είναι η ζητούμενη πρόταση άρα καταλήξαμε στο ζητούμενο.

Πρόβλημα 10:

α) Τα σύμβολα σταθερών/μεταβλητών είναι: fname, minit, lname, ssn, birthday, address,typing_speed, tgrade, engtype, salary, payscale

Τα σύμβολα κατηγορημάτων είναι:

Name (fname, minit, lname)

Employee(ssn, birthday, address, Name (fname, minit, lname))

Secretary(ssn, typing_speed)

Technician(ssn, tgrade)

Engineer(ssn, engtype)

Project(x)

Manages(Manager(ssn),Project(x))

SalariedEmployee(ssn,salary)

HourlyEmployee(ssn,payscale)

TradeUnion(t)

BelongsTo(HourlyEmployee(ssn,payscale),TradeUnion(t))

(∃ssn) (Employee(ssn, birthday, address, Name(x, y, z))
⇒(Secretary(ssn,typing_speed)) V Technician(ssn,tgrade) V Engineer(ssn,engtype))

(∃ssn) (Employee(ssn, ,birthday, address, Name(x, y, z)) ⇒ Manager(ssn))

(∃ssn) (Manager(ssn) ⇒ Manages(Manager(ssn),Project(x))

(∃ssn) (Employee(ssn, birthday, address, Name(x, y, z)) ⇔

SalariedEmployee(ssn,salary))

(∃ssn) (Employee(ssn, birthday, address, Name(x, y, z)) ⇔

HourlyEmployee(ssn,payscale))

(∃ssn) (HourlyEmployee(ssn,payscale) ⇒

BelongsTo(HourlyEmployee(ssn,payscale),TradeUnion(t)))

β) Πρόταση: “Ο Γιώργος Γ. Μαυρόπουλος είναι τεχνικός και ζει στην Αθήνα”

Name (Giorgos, G., Mavropoulos)

Employee(ssn,birthday,Athens, Name (Giorgos, G., Mavropoulos))

Και σχηματίζουμε την τελική σύνθετη πρόταση: Employee(ssn,birthday,Athens, Name (Giorgos, G., Mavropoulos))) ⇒ Technician(ssn,Tgrade)