María Sofía Álvarez López - 201729031

Tarea 1: Cúmulos abiertos

Ejercicio 4.1

La magnitud total de una estrella triple es 0.0. 2 de sus componentes tienen magnitudes 1.0 y 2.0. ¿Cuál es la magnitud de la tercera componente?

La magnitud aparente está dada por.

$$m = -2.5\log\left(\frac{F}{F_0}\right). \tag{1}$$

De esta forma, despejando para el flujo F.

$$F = F_0 10^{-m/2.5} \tag{2}$$

De esta forma, el flujo de cada una de las componentes de la estrella triple será:

$$F_1 = F_0 10^{-m_1/2.5} = F_0 10^{-1/2.5} = F_0 10^{-2/5} = F_0 10^{-0.4}, \tag{3}$$

$$F_2 = F_0 10^{-m_2/2.5} = F_0 10^{-2/2.5} = F_0 10^{-4/5} = F_0 10^{-0.8}, \tag{4}$$

$$F_3 = F_0 10^{-m_3/2.5} \tag{5}$$

En este caso m_3, la magnitud aparente de la tercera componente, es lo que nos interesa encontrar. A diferencia de las magnitudes (al ser cantidades logarítmicas), los flujos pueden sumarse. Entonces, el flujo total de la estrella triple será, usando (3), (4) y (5),

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F_T = F_0 10^{-0.4} + F_0 10^{-0.8} + F_0 10^{-m_3/2.5}$$

$$F_T = F_0 (10^{-0.4} + 10^{-0.8} + 10^{-m_3/2.5}) \tag{6}$$

De esta forma, usando (1), la magnitud aparente total de la estrella triple es:

$$m_T = -2.5\log\left(\frac{F_T}{F_0}\right).$$

Usando (6), y dado que $m_T = 0$,

$$0 = -2.5\log\left(\frac{\cancel{F_0}(10^{-0.4} + 10^{-0.8} + 10^{-m_3/2.5})}{\cancel{F_0}}\right)$$

Despejando para m_3,

$$10^0 = 10^{-0.4} + 10^{-0.8} + 10^{-m_3/2.5}$$

$$1 - 10^{-0.4} - 10^{-0.8} = 10^{-m_3/2.5}$$

$$m_3 = -2.5\log(1 - 10^{-0.4} - 10^{-0.8})$$

$$\boxed{m_3 = 0.883 \approx 0.9} \tag{7}$$

De esta forma, la magnitud de la tercera componente de la estrella triple es $m_3 = 0.883 \approx 0.9$.

Ejercicio 4.2 ESAI

La magnitud absoluta de una estrella en la galaxia Andrómeda (distancia de 690 Kpc) es M=5. Explota como una supernova, volviéndose un billón de veces (10^9 veces) más brillante. ¿Cuál es su magnitud aparente?

Calculo primero la magnitud aparente de la estrella original. Así,

$$m_1 - M_1 = 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

Con r=690.000 pc = 690 Kpc, y M=5

$$m_1 = 5 + 5\log\left(\frac{690.000\,pc}{10pc}\right)$$

$$m_1 = 5 + 5\log(69000)$$

$$m_1 = 29.19 \approx 29.2$$

(1)

Ahora, tras la explosión, la supernova es 10^9 veces más brillante que antes. De esta forma, relacionando el flujo inicial F_1, con el nuevo flujo ($F_2 = 10^9 F_1$), la magnitud aparente m_2 de la nueva estrella convertida en supernova será, usando la fórmula (4.7) del Karttunen,

$$m_1 - m_2 = -2.5\log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

Con $m_1 = 29.2$, $F_2 = 10^9 F_1$, y despejando para m_2,

$$m_2 = m_1 + 2.5\log\left(\frac{F_1}{10^9 F_1}\right)$$

$$m_2 = 29.2 + 2.5\log\left(\frac{1}{10^9}\right)$$

$$m_2 = 29.2 + 2.5\log(10^{-9})$$

$$m_2 = 29.2 - 22.5$$

$$\boxed{m_2 = 6.7}$$

(2)

Por lo tanto la magnitud aparente de la supernova será $m_2 = 6.7$. Ahora, su magnitud absoluta M_2 será

$$m_2 - M_2 = 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

Despejando para M_2, con r=690000pc=690Kpc,

$$-M_2 = 5\log\left(\frac{690000\,pc}{10\,pc}\right) - 6.7$$

$$M_2 = 6.7 - 5\log(69000)$$

$$\boxed{M_2 = -17.49 \approx -17.5}$$

Por lo tanto, la magnitud absoluta de la supernova será $M_2 = -17.5$

De esta forma, la magnitud aparente de la supernova será m=6.7 y su magnitud absoluta, será M=-17.5

Ejercicio 4.3

Asuma que todas las estrellas tienen la misma magnitud absoluta y que están uniformemente distribuidas en el espacio. Sea $N(m)$ el número de estrellas más brillantes que m magnitudes. Encuentre el ratio $N(m+1)/N(m)$.

Sea $\rho(m)$ la densidad de estrellas de magnitud m en un volumen de espacio $V(m)$. Sea $\rho(m+1)$ la densidad de estrellas de magnitud $m+1$ en un volumen $V(m+1)$. Como las estrellas están uniformemente distribuidos en el espacio, la densidad será la misma en todo el espacio.

Ahora, sabemos que:

$$\rho(m) = \frac{N(m)}{V(m)}, \quad \rho(m+1) = \frac{N(m+1)}{V(m+1)}$$

Como las estrellas están uniformente distribuidas, $\rho(m) = \rho(m+1)$. Así,

$$\frac{N(m)}{V(m)} = \frac{N(m+1)}{V(m+1)}$$

Tal que,

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \frac{V(m+1)}{V(m)} \qquad (1)$$

Podemos suponer que nos encontramos en un volumen esférico, tal que $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, con r la distancia desde nosotros hasta las estrellas. Entonces,

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \frac{4/3\,\pi\, r_{m+1}^3}{4/3\,\pi\, r_m^3} = \frac{r^3_{m+1}}{r^3_m} = \left(\frac{r_{m+1}}{r_m}\right)^3 \qquad (2)$$

Note que también pude haber tomado un volumen cúbico, ya que las constantes se cancelan.
Para hallar r_m, r_{m+1}, parto de la ecuación del modulo de distancia.

$$m - M = 5\log\left(\frac{r_m}{10pc}\right)$$

$$\frac{m-M}{5} = \log\left(\frac{r_m}{10pc}\right)$$

$$10^{(m-M)/5+1} = r_m \qquad (3)$$

De esta forma, como la magnitud absoluta M de las estrellas es la misma,

$$10^{(m+1-M)/5+1} = r_{m+1} \qquad (4)$$

Usando (3) y (4) en (2),

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \left(\frac{10^{(m+1-M/5+1)}}{10^{(m-M)/5+1}}\right)^3$$

$$\frac{N(m+1)}{N(m)} = \left(10^{\cancel{\frac{(m-M)}{5}} + \frac{1}{5} + \cancel{1} - \cancel{\frac{(m-M)}{5}} - \cancel{1}}\right)^3$$

3

De esta forma,

$$\boxed{\frac{N(m+1)}{N(m)} = \left(10^{1/5}\right)^3 = 10^{3/5} = \sqrt[5]{10^3} \approx 3.98}$$

En este espacio, la tasa $N(m+1)/N(m) = 10^{3/5} \approx 3.98$.

Ejercicio 4.4

La magnitud V de una estrella es 15.1, $B-V = 1.6$ y su magnitud absoluta es $M_V = 1.3$. La extinción en la dirección de la estrella en la banda visual es $a_V = 1 \text{ mag Kpc}^{-1}$. ¿Cuál es el color intrínseco de la estrella?

Lo primero que debemos calcular es la distancia a la que se encuentra la estrella. Usando la ecuación (4.19) del Karttunen,

$$V = M_V + 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right) + A_V,$$

$$V = M_V + 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right) + a_V r$$

(1)

$$V - M_V = 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right) + a_V r$$

$$15.1 - 1.3 = 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right) + \frac{1 mag}{Kpc} r$$

$$13.8 = 5\log\left(\frac{r}{10pc}\right) + \frac{1 mag}{10^3 pc} r$$

Resolviendo usando Python (ver adjunto),

$$r \approx 2144 pc \approx 2.144 Kpc \approx 2.1 Kpc$$

(2)

De acuerdo con el Karttunen, la rata de extinción visual A_V a exceso de color es casi constante para todas las estrellas:

$$R = \frac{A_V}{E_{B-V}} = \frac{A_V}{A_B - A_V} \approx 3.0$$

(3)

Como conocemos A_V, puedo despejar para A_B. Así,

$$A_V = 3.0(A_B - A_V)$$

$$A_V = 3A_B - 3A_V$$

$$4A_V = 3A_B$$

$$A_B = \frac{4}{3} A_V$$

$$A_B = \frac{4}{3} a_V r = \frac{4}{3}\left(\frac{1 mag}{Kpc}\right)(2.1 \cancel{Kpc})$$

$$A_B = 2.8 \text{ mag}$$

(4)

Para encontrar el color intrínseco de la estrella, $M_B - M_V$,

$$B - V = M_B - M_V + A_B - A_V$$

Como $B-V = 1.6$,

$$1.6 = M_B - M_V + 2.8 - 2.1$$

Entonces,

$$M_B - M_V = 1.6 - (2.8 - 2.1)$$
$$= 1.6 - 0.7$$
$$= 0.9$$

Entonces, el color intrínseco de la estrella es,

$$\boxed{M_B - M_V = (B-V)_0 = 0.9,}$$

Y el exceso de color de la estrella es,

$$\boxed{E_{B-V} = 0.7}$$

Ejercicio 4.5

Las estrellas son observadas a través de una ventana triple. Cada superficie refleja el 15% de la luz incidente.

a) ¿Cuál es la magnitud de Regulus ($M_V = 1.36$) vista a través de la ventana?

La ventana triple tendrá 2 superficies en cada una de las ventanas. Entonces, en total, tengo 6 superficies. De acuerdo con lo visto en clase:

$$m_6 - M_V = -2.5\log\left(\frac{F_6}{F_V}\right). \quad (1)$$

Si asumo que no hay extinción externa/adicional, más que la de la ventana. De acuerdo con el Karttunen

$$F_6(r) = F_0 \frac{R^2}{r^2} e^{-\tau} \quad (2)$$

$$F_V(r) = F_0 \frac{R^2}{r^2} e^{-0} = F_0 \frac{R^2}{r^2} \quad (3)$$

Asimismo, $e^{-\tau} = \frac{L}{L_0}$. Entonces,

$$F_6(r) = F_0 \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{L_6}{L_0} \quad (4)$$

Como cada superficie refleja el 15% de la luz incidente, $L_6 = (0.85)^6 L_0$. Entonces,

$$F_6(r) = F_0 \frac{R^2}{r^2} (0.85)^6 L_0/L_0 = F_0 \frac{R^2}{r^2} (0.85)^6 \quad (5)$$

usando (3) y (5) en (1),

$$m_6 - M_V = -2.5\log\left(\frac{\cancel{F_0 R^2/r^2}\,(0.85)^6}{\cancel{F_0 R^2/r^2}}\right)$$

$$m_6 - M_V = -2.5\log(0.85^6)$$

$$m_6 - M_V = 1.06 \quad (6)$$

Dado $M_V = 1.36$, la magnitud de Regulus a través de la ventana (A 10 pc) es:

$$m_6 = 1.06 + 1.36$$

$$\boxed{m_6 = 2.42}$$

b) What is the optical thickness of the window?

Para calcular el grosor óptico de la ventana, note que, como estamos calculando el grosor de la ventana a 10pc,

$$m_3 - M_v = 5\log\cancel{\left(\frac{10\,pc}{10\,pc}\right)}^{0} + A_v$$

$$A_v = 2.42 - 1.36 = 1.06$$

$$A_v = 1.06$$

Ahora,

$$A_v = (2.5\log e)\,\tau,$$

donde τ es el grosor óptico. Entonces,

$$\tau = \frac{A_v}{2.5\log e}$$

$$\tau = \frac{1.06}{2.5\log e} \approx 0.976$$

$$\boxed{\tau \approx 0.98}$$

Por lo tanto, el grosor óptico de la ventana es aproximadamente $\tau \approx 0.98$.

In [1]:
```
# ESAI
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

Tarea 1: Cúmulos abiertos

Los puntos 4.1 al 4.5 del Karttunen se encuentran en el PDF adjunto a esta tarea

Magnitud aparente de un avión

Para este punto, queremos saber cómo cambia la magnitud aparente de un avión a medida que va aterrizando. Lo primero que debemos conocer es la potencia de los bombillos de aterrizaje de un avión (Los bombillos de despegue tienen especificaciones diferentes). La mayoría de aviones Boeing y Airbus utilizan bombillos incadescentes Oshino Q4559X (De acuerdo con AeroSavvy). Buscando estos bombillos en la página de Boeing, estos bombillos tienen una potencia de 600 W.

Para motivos de este ejercicio, tomaremos un bombillo individual de los de un avión y calcularemos su magnitud aparente a distintas distancias, con el fin de visualizar cómo varía la magnitud a medida que el avión va aterrizando. Tomamos solo uno para seguir el procedimiento de Chandra D. en su artículo: Escala de magnitud aparente: lámparas incadescentes.

De acuerdo con Chandra, el flujo a una distancia determinada se calcula como:

$$F = \frac{Q(\lambda_i \to \lambda_f)}{4\pi d^2},$$

donde $Q(\lambda_i \to \lambda_f)$ es el flujo de superficie medido en lumens.

Lo primero que debemos hacer es conocer a cuánto equivalen los 600 W del bombillo del avión a lumens. En el artículo, tenemos la equivalencia de Watts a lumens para 4 valores para bombillos incadescendentes de tungsteno. Esto se ve en el siguiente dataframe:

In [2]:
```
watts_lumens = pd.DataFrame([[10, 80], [100, 1920], [1000,23740], [10000,335
watts_lumens
```

Out[2]:

	Watts	Lumens
0	10	80
1	100	1920
2	1000	23740
3	10000	335000

Ahora, la potencia en Watts se puede calcular como:

$$P(W) = \frac{\phi_V(\mathrm{lm})}{\eta(\mathrm{lm}/W)} \rightarrow \phi_V(\mathrm{lm}) = \eta(\mathrm{lm}/W)P(W),$$

donde $\phi_V(\mathrm{lm})$ es el flujo luminoso medido en lumens y $\eta(\mathrm{lm}/W)$, la eficacia luminosa (en lm/W). Conociendo la potencia en Watts y su equivalencia en lumens, podemos realizar una regresión lineal y calcular a cuántos lumens equivalen los 600 W del bombillo del avión:

In [3]:
```
def linear(x,m,b): return m*x + b
popt, _ = curve_fit(linear, watts_lumens['Watts'], watts_lumens['Lumens'])
```

De esta forma, en lumens, los 600 W del bombillo del avión son:

In [11]:
```
Q = 600*popt[0] + popt[1]
print('Flujo de la superficie (Tungsteno): {} lumens'.format(np.round(Q, 2)))
```

```
Flujo de la superficie (Tungsteno): 16559.51 lumens
```

Esta es una buena aproximación. No obstante, de acuerdo con Boeing, el tipo de filamento de sus bombillos es **halógeno**, entonces el valor de η(lm$/W)$, es distinto. De acuerdo con lo que encontré, para los bombillos halógenos, $\eta = 20$(lm$/W)$. Entonces,

In [12]:
```
Q = 600*20
print('Flujo de la superficie (Halógeno): {} lumens'.format(np.round(Q, 2)))
```

```
Flujo de la superficie (Halógeno): 12000 lumens
```

Ya habiendo encontrado el flujo de la superficie, podemos hallar la magnitud para varias distancias a partir del flujo.

Según lo visto en clase y de acuerdo con Chandra,

$$m = -2.5\log_{10}\left(\frac{F}{F_{\text{Vega}}}\right),$$

donde F es el flujo del bombillo del avión y $F_{\text{Vega}} = 2.56\cdot 10^{-6}\text{lm}\cdot\text{m}^{-2}$ es el flujo de la estrella de referencia Vega cuya magnitud aparente es $m = 0$.

De esta forma, usando la ecuación del flujo,

$$m = -2.5\log_{10}\left(\frac{1}{4\pi d^2}\frac{Q(\lambda_i\to\lambda_f)}{F_{\text{Vega}}}\right) = -2.5\log_{10}\left(\frac{1}{4\pi d^2}\frac{12000\ \text{lm}}{2.56\cdot 10^{-6}\ \text{lm}\cdot\text{m}^{-2}}\right),$$

con la distancia d medida en metros.

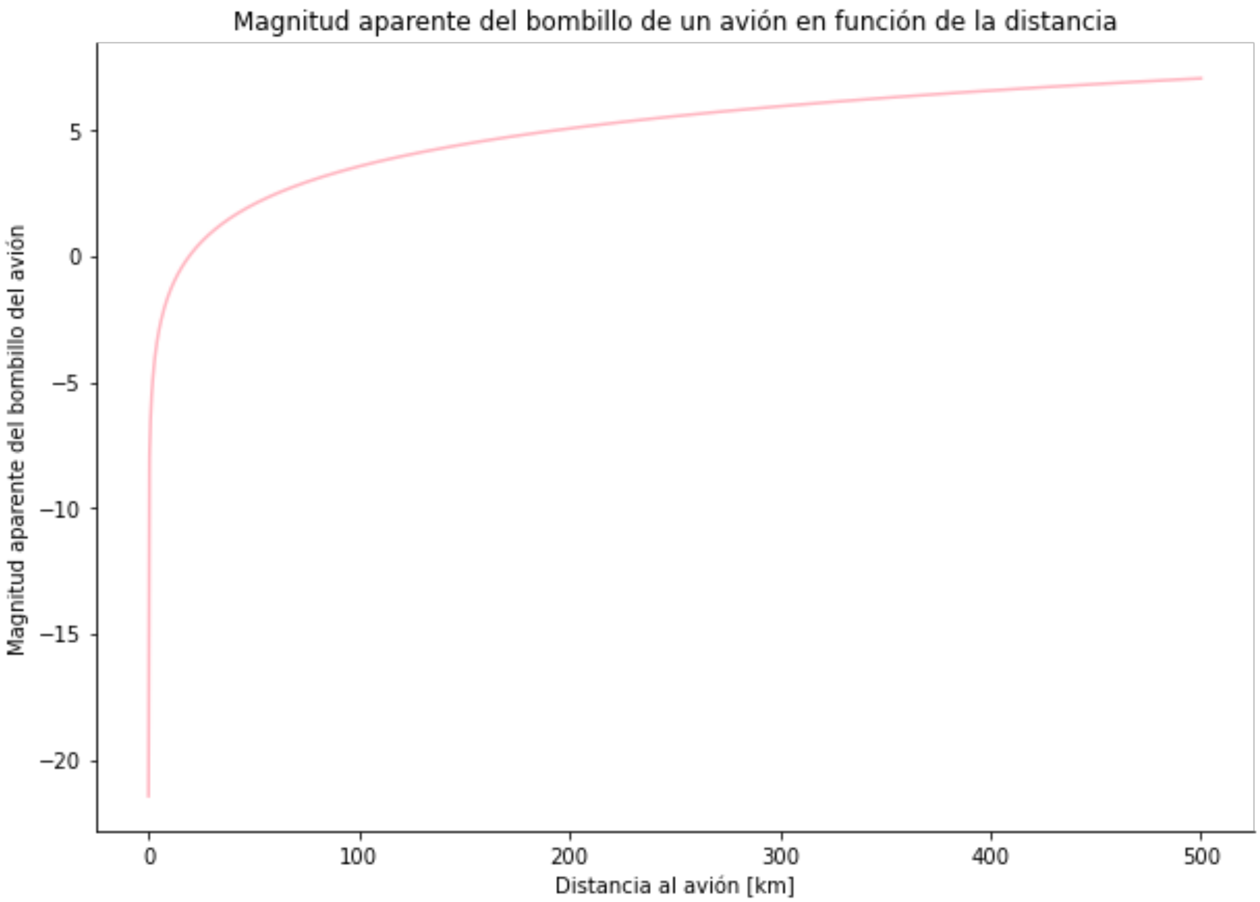
Para este ejercicio, veamos cómo varía la magnitud para distancias entre 1 m y 500 km.

In [6]:
```
d = np.linspace(1, 500*10**3,1000)
```

In [7]:
```
m = -2.5*np.log10((1/(4*np.pi*(d**2)))*(12000/(2.56*10**-6)) )
```

Graficando,

In [8]:
```
fig, ax= plt.subplots(figsize=(10,7))
plt.plot(d/1000,m,c='lightpink')
plt.xlabel('Distancia al avión [km]')
plt.ylabel('Magnitud aparente del bombillo del avión')
plt.title('Magnitud aparente del bombillo de un avión en función de la dista
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
#plt.gca().invert_yaxis() # Si lo volteo?
plt.show()
```

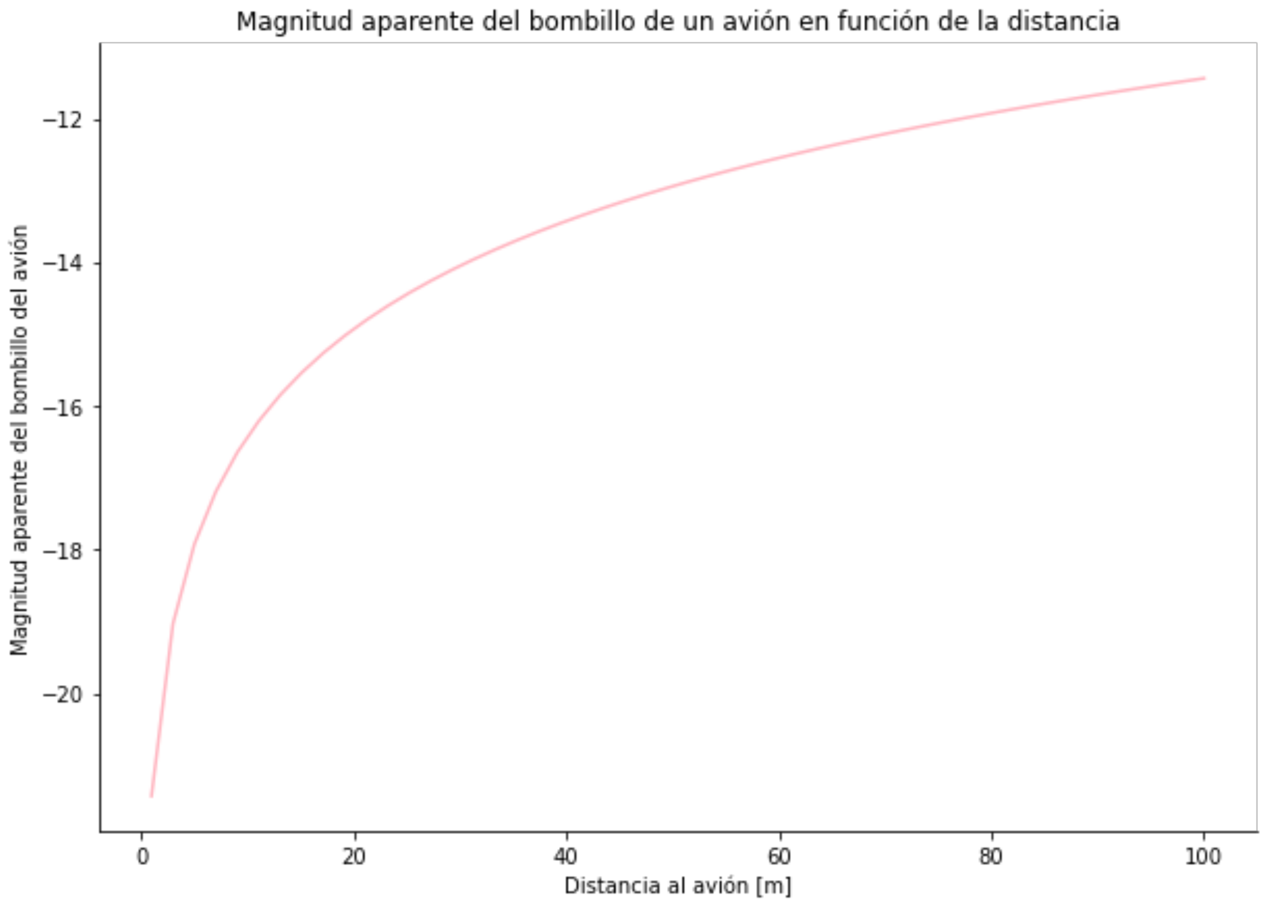


Note que, a medida que aumenta la distancia, la magnitud incrementa también. Esto significa que, a distancias más pequeñas, el bombillo es más brillante (como es de esperarse).

Note que la magnitud aumenta muy rápido para distancias pequeñas. Si miramos el gráfico solamente para los 100 primeros metros, vemos que la magnitud incremente rápidamente (al tener un comportamiento logarítmico).

In [9]:

```
d_1 = np.linspace(1, 100)
m_1 = -2.5*np.log10((1/(4*np.pi*(d_1**2)))*(12000/(2.56*10**-6)) )
fig, ax= plt.subplots(figsize=(10,7))
plt.plot(d_1,m_1,c='lightpink')
plt.xlabel('Distancia al avión [m]')
plt.ylabel('Magnitud aparente del bombillo del avión')
plt.title('Magnitud aparente del bombillo de un avión en función de la dista
ax.spines['top'].set_visible(False)
ax.spines['right'].set_visible(False)
#plt.gca().invert_yaxis() # Si lo volteo?
plt.show()
```



De acuerdo con Chandra, un valor interesante es la distancia para la cual la magnitud es aproximadamente 6. es decir, cuando empieza a ser visible para el ojo humano. De esta forma, tomamos el valor más cercano a 6 y calculamos la distancia para la cual empieza a ser visible el avión

In [10]:
```
m_6 = m[m >= 6][0] # El valor de la magnitud 6
i = np.where(m == m_6)[0] # El indice donde ocurre
d_6 = d[i][0] # La distancia a la cual el avion empieza a ser visible
print('La distancia a la que el avión empieza a ser visible es: {:.2f} km'.f
```

```
La distancia a la que el avión empieza a ser visible es: 306.31 km
```

Por lo tanto, los humanos empezaríamos a ver el bombillo del avión a partir de 306 km de distancia.

In [ ]: