Trabajo Práctico Final

Autor

Esp.Ing. Sofía Bertinat

Abril, 2023

Desarrollo del trabajo práctico....................2
1. Armado.................... 2
2. Análisis.................... 3
3. Identificación....................4
4. Controlador PID....................7
5. Período de muestreo.................... 8

Desarrollo del trabajo práctico

1. Armado

Se procede a armar el circuito propuesto el cual se detalla en la figura 1, con $R_1 = 2k\Omega, R_2 = 1k\Omega, y\ C = C_1 = C_2 = 1\mu F$. En la figura 2 se muestra el circuito implementado, donde se utiliza una protoboard para el conexionado de los componentes, y la EDU-CIAA.

La función de transferencia teórica es: $H(z) = \dfrac{\frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{z^2 + \frac{R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2}{R_1C_1R_2C_2}z + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}$

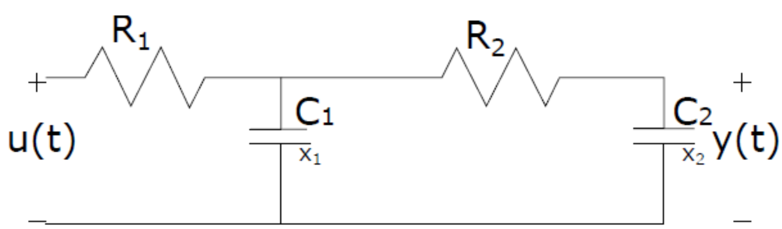

Figura 1: Circuito rc-rc

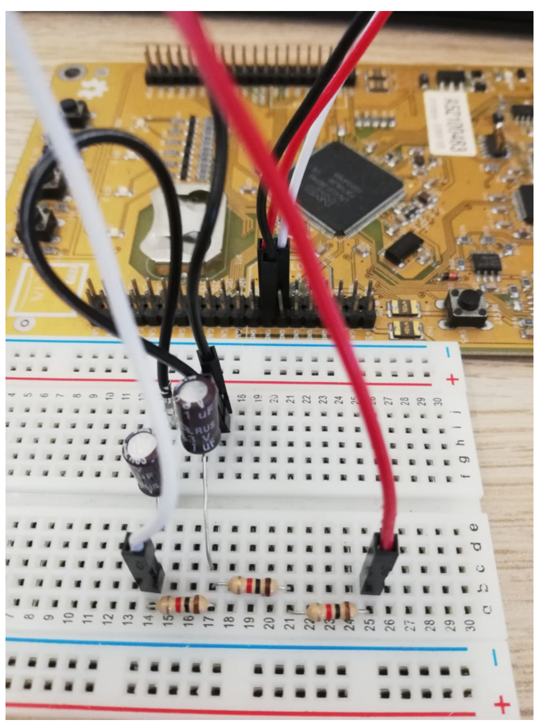

Figura 2: Circuito implementado.

2. Análisis

Se utiliza una señal cuadrada de 1 Hz como señal de referencia, esta se aplica a la entrada de la planta a través de la señal de salida del DAC del microcontrolador. Sin aplicar control, se obtiene la respuesta al escalón del sistema a lazo abierto, es decir, la salida de la planta utilizando el ADC del microcontrolador. La señal de referencia es creada en python y definida en un archivo 'entrada.h', para ser leída por el microcontrolador.

Para visualizar los datos, se envía por puerto serie las mediciones, el script de python 'visualizacion.py' implementado, es el encargado de leer 1000 mediciones del puerto serie y guardarlas en un archivo de texto, 'salida.txt'. Cabe aclarar que como solo se pueden enviar enteros por el puerto serie, se multiplicó la medida por 100 antes de enviarla para no perder la parte fraccionaria del dato tipo float medido por el ADC, y luego es tenido en cuenta a la hora de utilizar la medida.

En la figura 3 se muestran los gráficos generados en python, donde se ve la entrada y la salida de la planta superpuestas. Se observa la curva de carga y descarga del condensador.

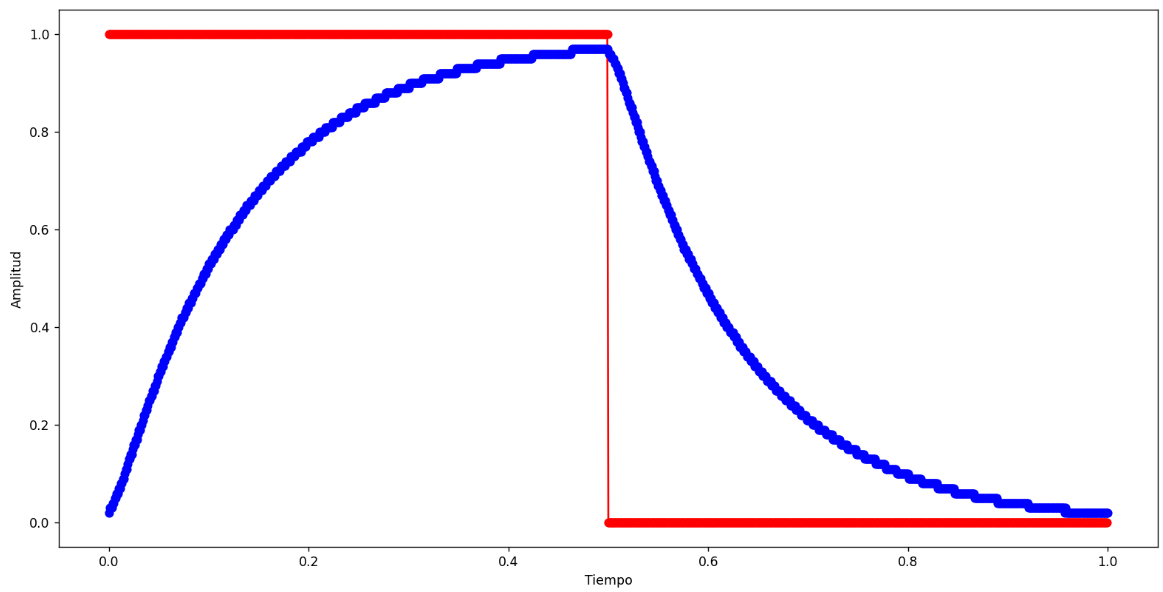

Figura 3: Entrada de referencia y Salida de la planta obtenida en lazo abierto.

Se mide el tiempo de subida, t_r, este se calcula como el tiempo que tarda la señal en ir del 10% al 90% de su valor, es decir, $t_r = t_{90\%} - t_{10\%}$. El tiempo de subida obtenido fue de $t_r = 0.2852852852852853$. Mientras el calculado teóricamente fue de $t_r = 0.10185079765021743$.

3. Identificación

En esta sección se busca la obtención de la identificación del sistema, es decir, la obtención del modelo que lo representa en base a datos experimentales. Se determina el valor de los polos del sistema mediante identificación, considerando al sistema como una caja gris (algunas partes del sistema son modeladas basándose en principios físicos). Se selecciona utilizar la identificación LS, primero se obtienen todos los datos experimentales y después se ajusta el modelo sobre estos (no recursivo).

Criterio utilizado en la identificación, mínimos cuadrados:

$J(\theta) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y})^2$, donde $J(\theta)$ función de errores de estimación, y_i es la medición, e $\hat{y}$ es la estimación $\hat{y} = \theta_1 \phi_1(u) + .. + \theta_k \phi_k(u)$, donde $\phi_1(u)... \phi_k(u)$ son funciones conocidas.

El problema se resuelve al encontrar $\theta_i\ \forall i\ /\ J(\theta)\ sea\ min.$

Partiendo de la función de transferencia de orden 2:

$$H(z) = \frac{Y(Z)}{U(Z)} = \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} \Rightarrow z^2 Y(Z) + a_1 z Y(Z) + a_0 Y(Z) = b_1 z\, U(z) + b_0\, U(z)$$

Aplicando la anti-transformada Z:

$$Y[k+2] + a_1 Y[k+1] + a_0 Y[k] = b_1 U[k+1] + b_0 U[k]$$

Se desplaza las muestras:

$$Y[k] + a_1 Y[k-1] + a_0 Y[k-2] = b_1 U[k-1] + b_0 U[k-2]$$

$$\Rightarrow Y[k] = - a_1 Y[k-1] - a_0 Y[k-2] + b_1 U[k-1] + b_0 U[k-2]$$

Se obtiene un sistema de ecuaciones que puede escribirse como $\hat{Y} = \Phi\,\Theta$, donde:

$$\Phi = \begin{matrix} Y[k-1] & Y[k-2] & U[k-1] & U[k-2] \\ Y[k] & Y[k-1] & U[k] & U[k-1] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y[k+N-1] & Y[k+N-2] & U[k+N-1] & U[k+N-2] \end{matrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_0 & b_1 & b_0 \end{bmatrix}^T$$

Se puede escribir J de forma matricial como: $J = \frac{1}{2}(Y - \Phi\Theta)^T (Y - \Phi\Theta)$

Entonces para hallar el mínimo Θ se debe cumplir $\frac{dJ}{d\Theta} = 0$, es decir:

$$\Theta = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T Y$$

Se toma como señal de referencia un tren de pulsos aleatorio, con el fin de detectar suficientes cambios que permita estimar los coeficientes de la planta. La frecuencia de la señal es también de importancia, según la misma se podrá detectar las variaciones de la planta. Se elige una frecuencia de 4 veces el tiempo de subida de la planta, es decir, 1 Hz, redondeando.

Como resultado de la identificación LS se obtienen los siguientes valores de los parámetros identificados según el modelo elegido para el ajuste y el error asociado.

En la figura 4.a se ve el gráfico de la entrada aplicada y la salida obtenida.

$[-\ 6.0,\ 0.071,\ 0.084,\ 0.\ 893,\ 5.937]$, estos resultados no son coherentes.

Se notó que la señal no variaba lo suficiente, por lo que se creó otra señal de entrada aleatoria desde el microcontrolador, como se vio en clase, se obtuvo lo mostrado en la figura 4.b. Se obtuvieron en esta ocasión los siguientes parámetros:

$[0.145,\ 0.29,\ 0.114, 0.940,\ 0.121]$

En la figura 4.c se grafica la respuesta al escalón de la transferencia teórica y de la transferencia obtenida a partir de los parámetros de la identificación. No se obtiene el resultado esperado.

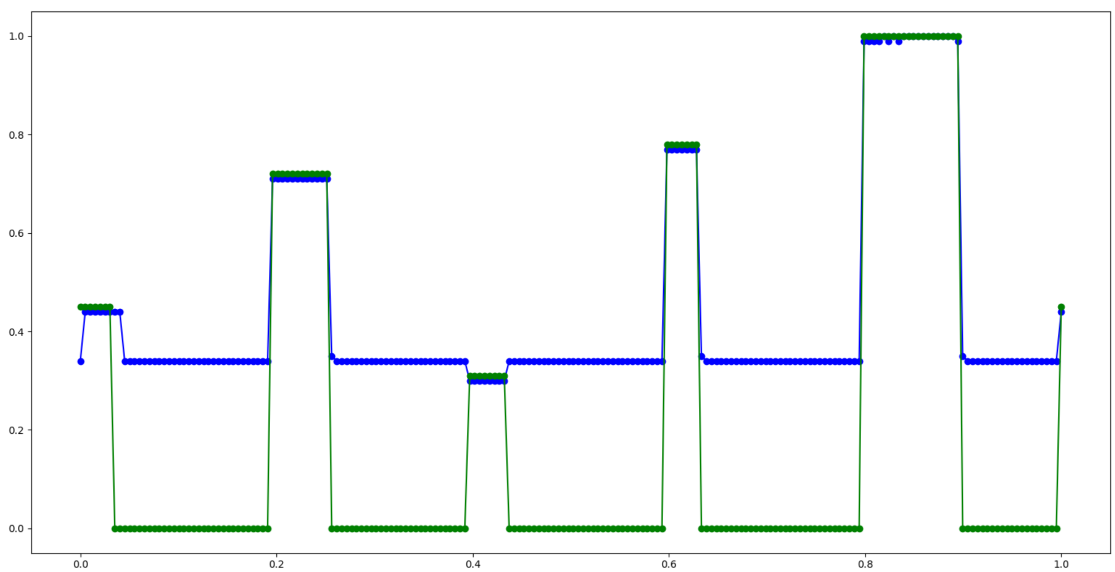

Figura 4.a: en verde señal de referencia y en azul señal obtenida a la salida.

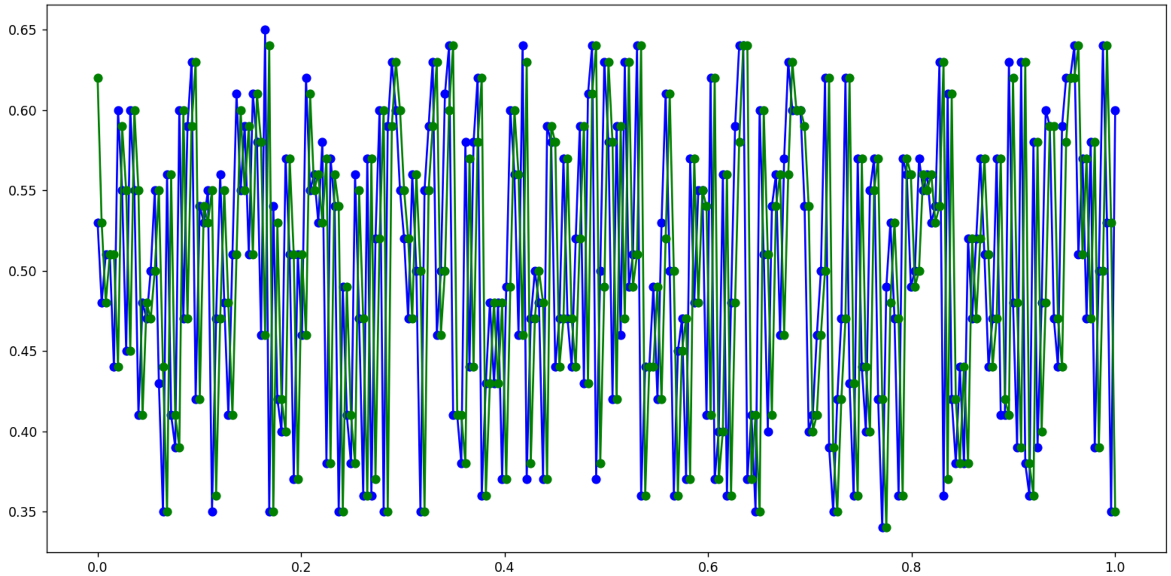

Figura 4.b: señal de referencia y señal obtenida a la salida.

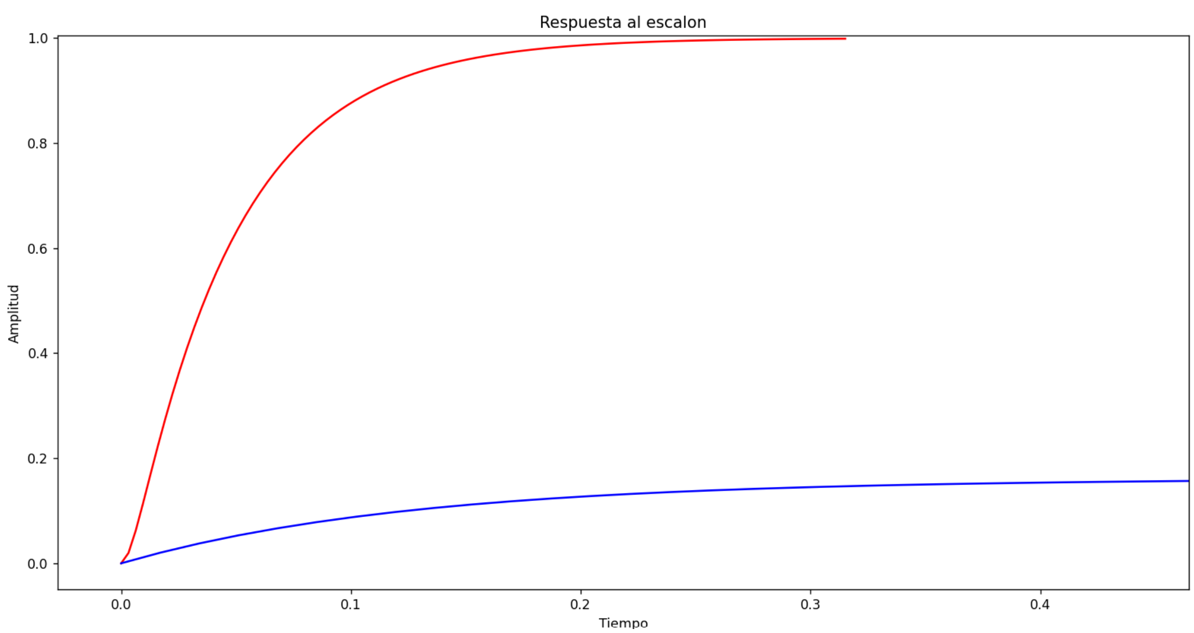

Figura 4.c: respuesta al escalón de la transferencia teórica en rojo y respuesta al escalón de la transferencia obtenida a partir de los parámetros de la identificación en azul.

4. Controlador PID

Diseñar y aplicar un control PID para cumplir con las siguientes especificaciones:

- Tener error de estado estacionario nulo.
- Mejorar el tiempo de subida, t_r, un 30% con respecto a la respuesta a lazo abierto.
- Tener un sobrepico menor al 8 %.

Se toma como señal de referencia el tren de pulsos de la sección 2. Dentro del loop de la tarea obtenemos un nuevo valor de la señal de referencia, un nuevo valor de salida de la planta (señal obtenida con el ADC), y se calcula con la acción de control. Por último se aplica la acción de control sobre la planta a través del DAC.
Los coeficientes se eligen mediante el método iterativo, prueba y error.

Primero se aplicó los siguientes parámetros de sintonización: $h = 4ms$, $k_p = 2,8$, $k_i = \frac{1,2}{h}$, $k_d = \frac{1}{h}$, $N = 20$, $\beta = 1$. Se obtuvo la salada de la planta mostrada en la figura 5, se observa un sobretiro mayor al deseado y un tiempo de subida muy rápido, por lo que se modifican los valores.

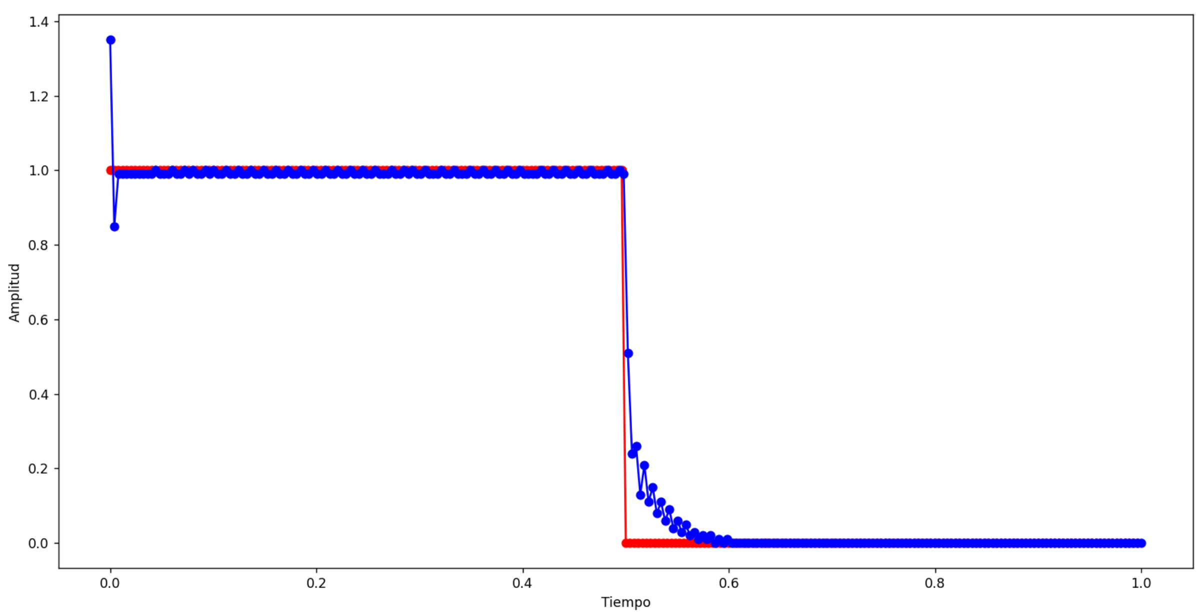

Figura 5: Entrada de referencia y Salida de la planta obtenida en lazo cerrado.

Se tiene que cuanto mayor es la ganancia proporcional k_p, acelera el tiempo de subida del sistema, pero incrementa inestabilidad, por lo que para la próxima prueba se tomó un valor más bajo, $k_p = 2,1$.

Por lo que se puede ver en la figura 6, esto logró bajar el sobretiro que se tenía, estando ahora dentro de los requerimientos.
Se comprueba que la forma de la señal de salida en la figura 6, se debe a saturación, tanto para valores positivos como negativos.

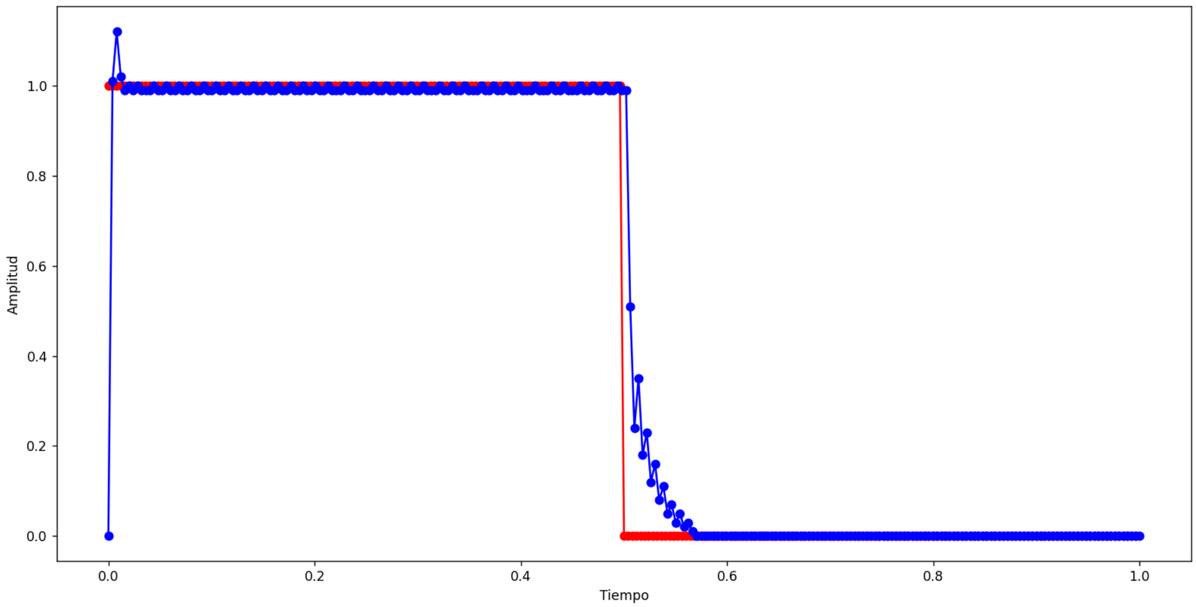

Figura 6: Entrada de referencia y Salida de la planta obtenida en lazo cerrado.

5. Período de muestreo

El límite inferior de h está dado por el hardware utilizado y su tiempo de cómputo asociado (τ_C): $\tau_C = T_{ADC} + T_{PROC.ALGORITMO} + T_{DAC}$

$$h \geq 20\tau_C$$

$$\Rightarrow h_{min} = 20 * (T_{ADC} + T_{PROC.ALGORITMO} + T_{DAC})$$

El tiempo de cómputo obtenido mediante el conteo de los ciclos de la CPU, fue de:
$\tau_C = 10\, us$

$\Rightarrow h_{min} = 20\, us$

En la figura 7 se gráfica la entrada del sistema, la salida en lazo abierto y la salida en lazo cerrado (con h = 1ms).

A partir de los datos obtenidos, se determina el tiempo de subida del sistema en lazo cerrado y el sobrepico, resultando en t_r = 0.005005005005005003.

Dado la siguiente regla general:

$f_{LC}\, h \approx 0.1\ a\ 0,6$ y $f_{LC} = BW = \frac{0.35}{t_{rLC}}$

Se determina el período de muestreo máximo como:

$h_{max} = \frac{0.6\, t_{rLC}}{0.35} \Rightarrow h_{max} = 8.6\, ms$

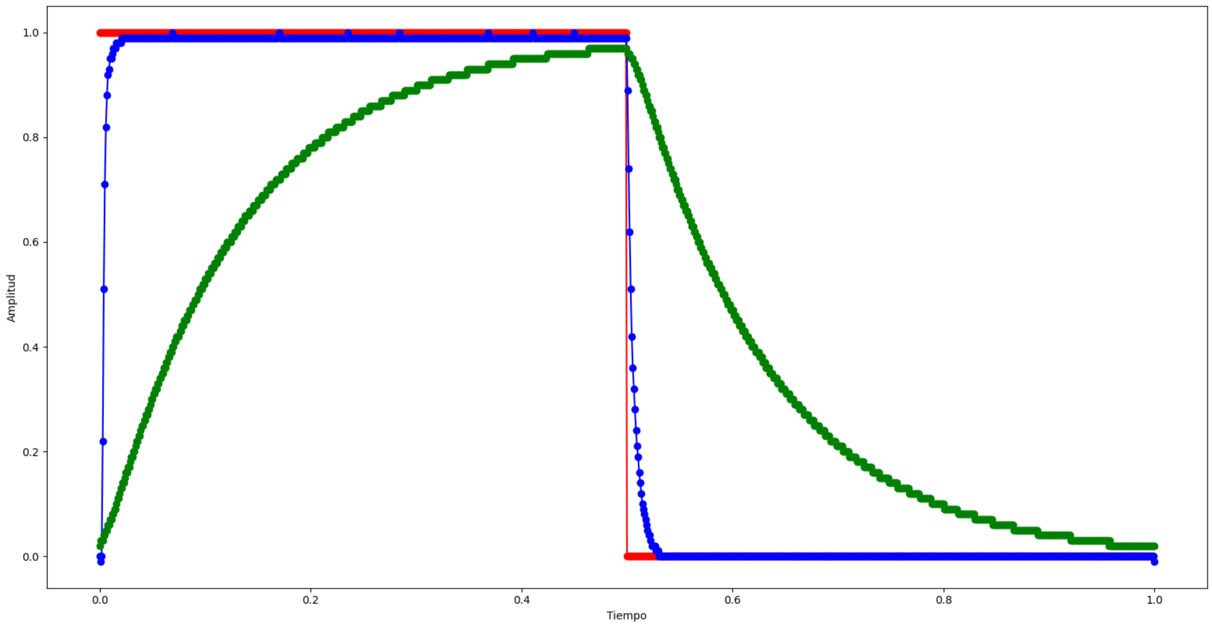

Figura 7: Entrada de referencia en rojo, Salida de la planta obtenida en lazo abierto en verde y Salida de la planta obtenida en lazo cerrado en azul.