1.5. Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі)

Якщо всі n незалежних випробувань (експериментів) проводять в однакових умовах, і ймовірність появи події A в кожному випробуванні однакова (не залежить від появи чи непояви події A в інших випробуваннях), то таку послідовність випробувань називають ***схемою Бернуллі***.

Імовірність $P_n(m)$ появи події A рівно m разів в n випробуваннях (експериментах) за схемою Бернуллі обчислюють за ***формулою Бернуллі:***

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \tag{1.16}$$

де $p = P(A)$ – ймовірність появи події A в окремому випробуванні, $q = 1 - p = P(\bar{A})$, C_n^m – кількість комбінацій з n елементів по m елементів.

Імовірність $P_n(k \le m)$ появи події A не більше m разів в n випробуваннях за схемою Бернуллі обчислюють за формулою:

$$P_n(k \le m) = P_n(0) + P_n(1) + ... + P_n(m). \tag{1.17}$$

Імовірність $P_n(k \ge m)$ появи події A не менше m разів в n випробуваннях за схемою Бернуллі обчислюють за формулою:

$$P_n(k \ge m) = P_n(m) + P_n(m+1) + ... + P_n(n). \tag{1.18}$$

Найімовірніше число m_0 появи події A в n випробуваннях за схемоюБернуллі визначають співвідношенням:

$$np - q \le m_0 \le np + p, \tag{1.19}$$

де $p = P(A),\ q = 1 - p$ і число $m_0 \ge 0$ є цілим.

Зазначимо, що довжина відрізка $\left[np - q, np + p\right]$ дорівнює одиниці, бо $\left(np + p\right) - \left(np - q\right) = p + q = 1$. Якщо $np - q$ і $np + p$ – дробові числа, то всередині цього відрізка є тільки одне число m_0, а в іншому випадку m_0 має два значення, які збігаються з кінцями проміжку.

Функцію вигляду

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

називають***диференціальноюфункцією Лапласа***.

Значення цієї функції часто використовують і вони наведені у Додатку 1для $0 \le x \le 3{,}9$. Для значень $x \ge 4,\ x \le -4$ приймають, що $\varphi(x) = 0$, а для від'ємних значень аргументаx використовують парність функції: $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

Локальна теорема Муавра-Лапласа. Якщо у схемі Бернуллі кількість випробувань n досить велика, ймовірність $p = P(A)$ появи події A в цих випробуваннях однакова і $0 < p < 1$, то ймовірність $P_n(m)$ появи події A m разів в n випробуваннях обчислюють за наближеною формулою:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x_0), \text{ де } x_0 = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}. \tag{1.20}$$

Цю формулу доцільно використовувати, коли $n \ge 100$ і $\sqrt{npq} > 20$.

Функцію вигляду

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

називають ***інтегральною функцією Лапласа***.

Цю функцію також часто використовують на практиці, тому її значення для $0 \le x < 5$ наведені у Додатку 2. Для $x \ge 5$ приймаємо, що $\Phi(x) = 0,5$, а для від'ємних значень аргументаx використовуємо непарність цієї функції: $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Якщо у схемі Бернуллі в кожному з n незалежних випробувань подія A може з'явитися з однаковою ймовірністю $p = P(A)$ і $0 < p < 1$, то ймовірність $P_n(m_1 \le m \le m_2)$ появ події A в цих випробуваннях не менше ніж m_1 разів і не більше ніж m_2 разів обчислюють за формулою:

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \qquad (1.21)$$

де $x_1 = \dfrac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$, $x_2 = \dfrac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$.

Якщо число n випробувань у схемі Бернуллі велике, а ймовірність $p = P(A)$ мала, то ймовірності $P_n(m)$ і $P_n\left(m_1 \le m \le m_2\right)$ доцільно обчислювати за наближеними ***формулами Пуассона***:

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \qquad (1.22)$$

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) = \sum_{i=m_1}^{m_2} \frac{\lambda^i}{i!} \cdot e^{-\lambda}, \qquad (1.23)$$

де $\lambda = np$.

Ці величини також є табульовані (для $\lambda \le 20$)і наведені вДодатках 3 і 4, відповідно.

Ймовірність того, що при n незалежних випробуваннях за схемою Бернуллі відхилення відносної частоти $W_n(A)$ появ події A в цій серії випробувань від імовірності $p = P(A)$ появи цієї події в кожному окремому випробуванні не перевищує числа $\varepsilon > 0$, обчислюємо за формулою:

$$P\left(\left|W_n(A) - p\right| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right). \qquad (1.24)$$

Приклад 1. У місцевій лікарні протягом дня передбачають народження п'яти немовлят. Відомо, що ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,51. Знайти ймовірність, що серед народжених немовлят:

а) два хлопчики;
б) не більше ніж два хлопчики;
в) більше ніж два хлопчики;
г) не менше ніж два і не більше ніж три хлопчики?

Яка найімовірніша кількість хлопчиків народиться?

Розв'язання. Нехай подія A – у лікарні народився хлопчик. У цьому випадку є серіяn = 5 випробувань за схемою Бернуллі, у кожному з яких подія A може з'явитися з імовірністю $P\left(A\right) = p = 0,51$; $q = P\left(\bar{A}\right) = 1 - 0,51 = 0,49$.

Імовірність $P_5\left(2\right)$ народження двох хлопчиків серед 5-ти немовлят обчислюємо за формулою (1.16):

$$P_5\left(2\right) = C_5^2 \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3 = \frac{3!\cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3!} \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^3 =$$
$$= 10 \cdot 0,2601 \cdot 0,117649 \approx 0,306.$$

б) Імовірність $P_5\left(0 \le m \le 2\right)$ народження не більше двох хлопчиків серед 5-ти немовлят обчислюємо за формулою (1.17):

$$P_5\left(0 \le m \le 2\right) = P_5\left(0\right) + P_5\left(1\right) + P_5\left(2\right) = C_5^0 \cdot 0,51^0 \cdot 0,49^5 +$$

$$+C_5^1\cdot 0,51\cdot 0,49^4+C_5^2\cdot 0,51^2\cdot 0,49^3=\frac{5!}{0!\cdot 5!}\cdot 0,49^5+$$

$$+\frac{5!}{1!\cdot 4!}\cdot 0,51\cdot 0,49^4+\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot 0,51^2\cdot 0,49^3=0,49^5+$$

$$+5\cdot 0,51\cdot 0,49^4+10\cdot 0,51^2\cdot 0,49^3\approx 0,028+0,147+0,306=0,481.$$

(Нагадаємо, що 0!=1).

в) Імовірність того, що народиться більше ніж два хлопчики, обчислюємо за формулою (1.18):

$$P_5(m>2)=P_5(3)+P_5(4)+P_5(5)=C_5^3\cdot 0,51^3\cdot 0,49^2+C_5^4\cdot 0,51^4\cdot 0,49+$$

$$+C_5^5\cdot 0,51^5\cdot 0,49^0=\frac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot 0,51^3\cdot 0,49^2+\frac{5!}{4!\cdot 1!}\cdot 0,51^4\cdot 0,49+$$

$$+\frac{5!}{5!\cdot 0!}\cdot 0,51^5=10\cdot 0,51^3\cdot 0,49^2+5\cdot 0,51^4\cdot 0,49+0,51^5=0,318+0,166+0,306=0,79.$$

г) Імовірність $P_5(2\le m\le 3)$ народження не менше ніж двох і не більше ніж трьох хлопчиків серед п'яти немовлят обчислюємо за допомогою об'єднання формул (1.17) і (1.18):

$$P_5(2\le m\le 3)=P_5(2)+P_5(3)=C_5^2\cdot 0,51^2\cdot 0,49^3+C_5^3\cdot 0,51^3\cdot 0,49^2\approx 0,306+0,318=0,624.$$

Найімовірніше число m_0 народження хлопчиків серед п'яти немовлят знаходимо за формулою (1.19):

$$5\cdot 0,51-0,49\le m_0\le 5\cdot 0,51+0,51\Leftrightarrow 2,55-0,49\le m_0\le 2,55+0,51\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2,06\le m_0\le 3,06.$$

Одержану нерівність задовольняє одне ціле число $m_0=3$, тому найімовірнішим є народження трьох хлопчиків.

Приклад 2.Підручник видано тиражем 100 000 екземплярів. Імовірність того, що підручник зшитий неправильно, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж містить рівно п'ятьбракованих із-за зазначеної причини книг.

Розв'язання. У даній задачі йдеться про схему випробувань Бернуллі, у якій *n*=100 000. Подія *A* – вибрана навмання одна книга зшита неправильно, і потрібно знайти ймовірність появи події *A* рівно п'ятьразів у цій серії випробувань. Оскільки ймовірність $P(A)=p=0,0001$ події *A* є малою і число випробувань достатньо велике, то знаходити ймовірність $P_n(m)$ треба за формулою Пуассона. У цьому випадку

$$\lambda=n\cdot p=100000\cdot 0,0001=10$$

і $P_{100000}(5)=\dfrac{10^5}{5!}\cdot e^{-10}=\dfrac{100000}{120}\cdot\dfrac{1}{e^{10}}\approx 0,038.$

Приклад 3. Керівництво прикордонної застави зібрало дані, які свідчать, що 80% автомобілів, які перетинають кордон, легкові. Якщо на кордон прибуде 400 автомобілів, то яка ймовірність, що:

а) 330з них будуть легкові?

б) серед них буде від 300 до 350 легкових?

Розв'язання. Тут є послідовність випробувань за схемою Бернуллі, в якій кількість випробувань *n* = 400, а подія *A*– навмання вибраний автомобіль – легковий $p=P(A)=0,8$.

а) Імовірність $P_{400}(330)$ того, що 330 автомобілів з 400 є легкові обчислимо за формулою (1.20), бо число випробувань велике:

$$x_0=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}=\frac{330-400\cdot 0,8}{\sqrt{400\cdot 0,8\cdot 0,2}}=\frac{10}{20\cdot 0,4}\approx\frac{10}{8}=1,25;$$

$$P_{400}(330)=\frac{\varphi(1,25)}{\sqrt{400\cdot 0,8\cdot 0,2}}\approx\frac{0,1826}{8}=0,0226.$$

$\varphi(1,25)=0,1826$ знайдено за таблицею Додатка 1.

б) Імовірність $P_{400}(300\le m\le 350)$ того, що з 400 автомобілів легковими будуть від 300 до 350, обчислимо за формулою (1.21):

$$x_1=\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}=\frac{300-400\cdot 0,8}{\sqrt{400\cdot 0,8\cdot 0,2}}\approx\frac{-20}{8}=-2,5;$$

$$x_2=\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}=\frac{350-400\cdot 0,8}{\sqrt{400\cdot 0,8\cdot 0,2}}\approx\frac{30}{8}=3,75;$$

$$P_{400}(300\le m\le 350)\approx\Phi(3,75)-\Phi(-2,5)=\Phi(3,75)+\Phi(2,5)=\frac{\Phi(3,5)+\Phi(4,0)}{2}+\Phi(2,5)=$$

$$=\frac{0,49977+0,499968}{2}+0,4938=0,993669.$$

Значення $\Phi(3,75)$ і $\Phi(2,5)$ знайдені за таблицею Додатка 2.

Приклад 4. Імовірність того, що навмання вибране підприємство з 2 000 у регіоні є рентабельним, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що серед цих 2 000 підприємств є рентабельними:

а) не менше 1 550 і не більше ніж 1 700;

б) не менше ніж 1 750;

в) не більше ніж 1800.

Розв'язання. У даній серії випробувань за схемою Бернуллі кількість n = 2 000. Подія A полягає в тому, що навмання вибране одне підприємство є рентабельним. При цьому $p=P(A)=0,8$, $q=P(\bar{A})=1-0,8=0,2$.

а) Імовірність $P_{2000}(1500\le m\le 1700)$ того, що в числі 2 000 підприємств регіону рентабельних є не менше 1 550 і не більше ніж 1 700 обчислимо за формулою (1.21):

$$\sqrt{npq}=\sqrt{2000\cdot 0,8\cdot 0,2}=\sqrt{320}\approx 17,89;$$

$$x_1=\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}=\frac{1550-2000\cdot 0,8}{17,89}=\frac{-50}{17,89}\approx -2,80;$$

$$x_2=\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}=\frac{1700-2000\cdot 0,8}{17,89}=\frac{100}{17,89}\approx 5,6;$$

$$P_{2000}(1550\le m\le 1700)\approx\Phi(5,58)-\Phi(-2,80)=\Phi(5,58)+\Phi(2,80)=0,5+0,49735=0,99735,$$

бо за таблицею Додатка 2 приймаємо, що $\Phi(5,58)$=0,5,

$$\Phi(2,79)=\frac{\Phi(2,78)+\Phi(2,80)}{2}=\frac{0,4973+0,49734}{2}=0,49735.$$

б) Шукану ймовірність $P_{2000}(m\ge 1750)$ обчислюємо за формулою (1.21), враховуючи, що $1750\le m\le 2000$:

$$x_1=\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}=\frac{1750-2000\cdot 0,8}{17,9}=\frac{150}{17,9}\approx 8,38;$$

$$x_2=\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}=\frac{2000-2000\cdot 0,8}{17,9}=\frac{400}{17,9}=22,35;$$

$$P_{2000}(m\ge 1750)=P(1750\le m\le 2000)=\Phi(22,35)-\Phi(8,38)=0,5-0,5=0,$$

Тобто подія $(m\ge 1750)$ неможлива.

в) Імовірність $P_{2000}\left(m \leq 1800\right)$ обчислюємо за формулою (1.21), враховуючи, що $0 \leq m \leq 1800$:

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{0 - 2000 \cdot 0,8}{17,9} = -89,38;$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{1800 - 2000 \cdot 0,8}{17,9} = \frac{200}{17,9} \approx 11,8;$$

$$P_{2000}(m \leq 1800) = P_{2000}\left(0 \leq m \leq 1800\right) = \Phi\left(11,8\right) - \Phi\left(-89,38\right) = 0,5 + 0,5 = 1,$$

тобто подія $\left(m \leq 1800\right)$ вірогідна.

Приклад 5. Імовірність появи події *A* у кожному з *n* незалежних випробувань за схемою Бернуллі дорівнює 0,8. Скільки потрібно виконати випробувань, щоб з імовірністю 0,9 можна було очікувати, що подія *A* з’явиться не менше ніж 75 разів? Яким буде найімовірніше число появ події *A*?

Розв’язання. У цій схемі Бернуллі $p = P\left(A\right) = 0,8$, $q = P\left(\bar{A}\right) = 0,2$, $m_1 = 75$, $m_2 = n$ і $P_n(75 \leq m \leq n) = 0,9$. Підставивши наведені значення у формулу (1.24), отримаємо:

$$0,9 = \Phi\left(\frac{n - n \cdot 0,8}{\sqrt{n \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) - \Phi\left(\frac{75 - n \cdot 0,8}{\sqrt{n \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) \Rightarrow$$

$$0,9 = \Phi\left(\frac{0,2n}{0,4\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 0,8n}{0,4\sqrt{n}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,9 = \Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 0,8n}{0,4\sqrt{n}}\right).$$

Оскільки $n > 75$, то $\frac{\sqrt{n}}{2} > \frac{\sqrt{75}}{2} \approx 4,33$. Функція $\Phi\left(x\right)$ зростаюча і $\Phi\left(4,33\right) \approx 0,5$, то можна розглядати рівняння:

$$0,9 = 0,5 - \Phi\left(\frac{75 - 0,8n}{0,4\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \Phi\left(\frac{75 - 0,8n}{0,4\sqrt{n}}\right) = -0,4.$$

За таблицею Додатка 2 0,4=Ф(1,28) і Ф(–1,28)= -0,4. Тому останнє рівняння набуває вигляду:

$$\frac{75 - 0,8 \cdot n}{0,4\sqrt{n}} = -1,28 \Rightarrow 75 - 0,8n = -1,28 \cdot 0,4\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,8 \cdot n - 0,512\sqrt{n} - 75 = 0.$$

Одержане рівняння є квадратне відносно $\sqrt{n} = x$: $0,8x^2 - 0,512x - 75 = 0$.

Корені цього рівняння $x_1 \approx -9,4$, $x_2 \approx 10$. Оскільки $\sqrt{n} > 0$, то $\sqrt{n} = 10$ або $n = 100$.

Звідси, подія *A* в описаній серії випробувань може появитися не менше ніж 75 разів, якщо буде проведено не менше 100 випробувань.

Якщо буде проведено 100 випробувань, то найімовірніше число m_0 появ події *A* в цій серії визначаємо за формулою (1.19):

$$100 \cdot 0,8 - 0,2 \leq m_0 \leq 100 \cdot 0,8 + 0,8 \Rightarrow 79,8 \leq m_0 \leq 80,8 \Rightarrow m_0 = 80.$$

Приклад 6. Імовірність потрапляння стрільця в мішень (подія *A*) дорівнює 0,75. Знайти:

а) імовірність того, що під час виконання 500 пострілів відносна частота потрапляння стрільцем у мішень відхилиться від його ймовірності за абсолютною величиною не більше ніж на 0,02;

б) число пострілів, для яких з імовірністю 0,874 відносна частота потрапляння стрільцем у мішень відхилиться від ймовірності потрапляння за абсолютною величиною не більше ніж на 0,01.

Розв'язання. а) Для визначення шуканої ймовірності використовуємо формулу (1.24), прийнявши в ній p = 0,75, q = 0,25, n = 500. Шукана ймовірність

$$P\left(\left|W_n - 0,75\right| < 0,02\right) = 2\cdot\Phi\left(0,02\cdot\sqrt{\frac{500}{0,75\cdot 0,25}}\right) = 2\Phi\left(0,02\cdot\sqrt{\frac{500}{0,1875}}\right) =$$

$$= 2\cdot\Phi\left(0,02\cdot 51,64\right) = 2\cdot\Phi\left(1,03\right).$$

За таблицею Додатка 2знаходимо $\Phi\left(1,03\right) = 0,3485$ і маємо, що

$$P\left(\left|W_n - 0,75\right| < 0,02\right) = 2\cdot 0,3485 = 0,697.$$

б) Для визначення числа пострілів також використаємо формулу (1.24), прийнявши в ній p = 0,75, q = 0,25, $\varepsilon = 0,01$ і

$$P\left(\left|W_n - 0,75\right| < 0,01\right) = 0,874 \Rightarrow$$

$$0,874 = 2\Phi\cdot\left(0,01\cdot\sqrt{\frac{n}{0,75\cdot 0,25}}\right) \Rightarrow 0,437 = \Phi\left(0,01\cdot\sqrt{\frac{n}{0,1875}}\right).$$

За таблицею Додатка 2знаходимо $\Phi\left(x\right) = 0,437$, якщо x = 1,53. Тому

$$0,01\cdot\sqrt{\frac{n}{0,1875}} = 1,53 \Rightarrow \sqrt{\frac{n}{0,1875}} = 153 \Rightarrow \frac{n}{0,1875} = 23409 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 4389,1875.$$

Отже, шукане число пострілів повинно бути не менше ніж 4 390.

Задачі для самостійного розв'язування

1. Із партії, в якій 12 стандартних і чотири нестандартні деталі, навмання беруть 3 деталі з поверненням. Знайти ймовірність того, що серед узятих деталей:

1) усі три стандартні;
2) не більш як одна нестандартна;
3) принаймні одна нестандартна.

2. Завод виготовляє однотипні телевізори, з яких 85% вищої якості. З партії виготовлених заводом телевізорів навмання вибирають сім. Яка ймовірність того, що серед них телевізорів вищої якості буде:

1) чотири;
2) не менш як чотири.

3. У кожному із семи ящиків міститься по шість стандартних і чотири браковані однотипні деталі. Навмання з кожного ящика беруть по одній деталі. Обчислити ймовірність того, що серед семи взятих деталей стандартних буде:

1) три;
2) не менш як три;
3) не більш як три.

4. Частка 3-го сорту становить у деякій масовій продукції у середньому 20 %. Знайти ймовірність того, що з п'яти узятих примірників продукції не менш як три будуть 3-го сорту.

5. У партії, у якій містяться вироби двох сортів, виробів другого сорту в 1,5 раза більше, ніж першого. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання взятих виробів принаймні один буде першого сорту.

6. Для забезпечення роботи на деякому будівельному об'єкті автопідприємство має шість автомобілів. Імовірність виходу кожного автомобіля на лінію в першу зміну дорівнює 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи автопідприємства, якщо для цього в першу зміну потрібно мати на лінії не менш як чотири автомобілі.

7. Садівник восени посадив сім саджанців яблуні. Імовірність того, що будь-який із саджанців навесні проросте, у середньому становить 0,7. Обчислити ймовірність того, що із семи саджанців яблуні навесні проростуть:

1) три саджанці;

2) не менш як три.

Знайти найімовірніше число саджанців, які навесні проростуть, і обчислити відповідну ймовірність.

8. Імовірність виготовлення робітником деталі відмінної якості становить 0,75. Яка ймовірність того, що серед шести виготовлених деталей робітником хоча б одна буде відмінної якості? Знайти найімовірнішу кількість виготовлених робітником деталей відмінної якості й обчислити ймовірність цієї кількості.

9. У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих деталей відносяться як 5:2. Навмання з партії беруть вісім деталей. Яка ймовірність того, що серед них стандартних виявиться шість? Знайти найімовірнішу кількість стандартних деталей серед семи навмання взятих й обчислити відповідну ймовірність.

10. Імовірність виходу з ладу конденсатора дорівнює $\frac{3}{11}$. Навмання беруть 10 конденсаторів і вмикають паралельно в електричну мережу. Знайти найімовірнішу кількістьm_0 конденсаторів, які вийдуть із ладу, та обчислити відповідну ймовірність.

11. Відомо, що серед виробів заводу стандартні деталі становлять у середньому 85%. Скільки потрібно взяти цих деталей, щобнайімовірніше число стандартних деталей було m_0 = 65?

12. Частка довгих волокон у партії бавовни становить у середньому 0,6 від загальної кількості волокон. Скільки потрібно взяти волокон, щоб найімовірніше число довгих волокон серед них дорівнювало 40?

13. За один цикл автомат виготовляє 10 деталей. За скільки циклів імовірність виготовлення принаймні однієї бракованої деталі буде не менш як 0,8, якщо ймовірність виготовлення бракованої деталі для автомата становить 0,01?

14. Знайти найімовірнішу кількість зупинок прядильного верстата протягом години роботи, якщо середня кількість зупинок за кожні 12 хв дорівнює 4.

15. Яку частку (у відсотках) виробів 1-го сорту має виробляти автомат, щоб у партії із 100 навмання взятих виробів найімовірніша кількість виробів 1-го сорту дорівнювала 80?

16. У яких межах має перебувати ймовірність появи випадкової події в одному експерименті, коли відомо, що в результаті проведення n = 600 незалежних експериментів за схемою Бернуллі m_0 = 60?

17. Частка 2-го сорту деякої масової продукції в середньому становить 20 %. Навмання взято 100 примірників цієї продукції. Яка кількість виробів 2-го сорту в утвореній групі найімовірніша і яка імовірність того, що в цій групі буде саме така кількість виробів 2-го сорту?

18. У фірмі працює 730 співробітників. Знайти ймовірність, що у двох співробітників день народження припаде на Новий рік. Вважати, що кількість днів у році 365.

19. На кожні 40 відштампованих виробів у середньому припадає чотири дефектних. З усієї продукції навмання узято 400 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 350 виробів будуть без дефектів.

20. Посівний фонд містить 92 % насіння 1-го сорту. Навмання взято 150 зерен. Знайти ймовірність того, що серед них 140 зерен 1-го сорту.

21. Імовірність того, що посіяне зерно ячменю проросте в лабораторних умовах, у середньому дорівнює 0,9. Було посіяно 700 зернин ячменю в лабораторних умовах. Визначити найімовірніше число зернин, які проростуть із цієї кількості зернин, та обчислити ймовірність цього числа.

22. Під час дослідження статутних фондів комерційних банків з'ясовано, що четверта частина банків має статутний фонд вище ніж 100 млн грн. Знайти ймовірність того, що серед 300 банків мають статутний фонд вище 100 млн грн.:

1) рівно 70;

2) від 70 до 80 включно;

3) більше ніж 80;

4) менше ніж 60.

23. Зерна пшениці проростають з імовірністю 0,95. Знайти ймовірність того, що із 2 000 посіяних зерен зійде від 1 880 до 1 920.

24. Деталі 1-го сорту становлять у середньому 2/3 від усіх деталей, що їх виготовляє верстат-автомат. Навмання взято 300 деталей. Знайти ймовірність того, що серед них буде від 190 до 210 деталей 1-го сорту.

25. Обстежується 500 проб руди. Імовірність промислового вмісту металу в кожній пробі дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що кількість проб із промисловим вмістом металу буде в межах від 300 до 370?

26. Магазин одержав 1 000 пляшок мінеральної води. Імовірність того, що під час транспортування пляшка розіб'ється, дорівнює 0,003. Знайти ймовірність, що магазин одержить розбитих пляшок:

1) рівно дві;

2) менше ніж дві;

3) більше ніж дві;

4) хоча б одну.

27. До банку надійшло 5 000 пачок грошових знаків. Імовірність того, що пачку неправильно вкомплектовано, дорівнює 0,0004. Знайти ймовірність того, що серед одержаних пачок буде не більш як одна неправильно укомплектована.

28. Пристрій складається із 2 000 елементів, які працюють незалежно один від одного. Імовірність відмови кожного елемента дорівнює 0,002. Знайти ймовірність відмови принаймні одного елемента.

29. Імовірність того, що під час епідемії грипу мешканець міста захворіє на цю хворобу, становить у середньому 0,03%. Яка ймовірність того, що серед навмання вибраних 300 мешканців міста хворих на грип виявиться:

1) п'ять осіб;

2) не більш як три особи.

30. Телефонна станція обслуговує 1000 абонентів. Імовірність того, що протягом години абонент розмовлятиме по телефону, дорівнює в середньому 0,002. Яка ймовірність того, що протягом години одночасно розмовлятимуть по телефону:

1) п'ять абонентів;

2) не більш як п'ять абонентів?

31. Під час виготовлення деталей у цеху брак становить у середньому 8%. Скільки деталей має перевірити контролер, щоб імовірність того, що абсолютна величина відхилення відносної частоти появи стандартної деталі від ймовірності p виготовлення такої деталі не перевищувала $\varepsilon = 0,002$, дорівнювала 0,988.

32. Імовірність того, що дилер, який торгує цінними паперами, продасть їх, дорівнює 0,8. Скільки повинно бути цінних паперів, щоб можна було стверджувати з імовірністю 0,992, що доля проданих серед них відхилиться від 0,8 не більш ніж на 0,05 (за абсолютною величиною)?

33. Верстат-автомат виготовляє стандартну деталь з імовірністю 0,9. Із продукції беруть партію деталей. Скільки деталей має містити партія, щоб з імовірністю 0,9973 можна було стверджувати: у партії відхилення відносної частоти появи нестандартної деталі від імовірності її виготовлення не перевищуватиме 0,03? Визначити можливу кількість нестандартних деталей у партії за даних умов.

34. Імовірність виходу з ладу виробу під час проведення експерименту, який має на меті виявити надійність виробу в роботі, дорівнює 0,2. Було перевірено 400 виробів. Чому дорівнює ймовірність такої події: абсолютна величина відхилення відносної частоти виходу із ладу виробів від імовірності $p = 0,2$ становить $\varepsilon = 0,01$?

35. У разі автоматичного виготовлення втулок брак становить у середньому 10%. Скільки втулок має взяти контролер, щоб імовірність того, що абсолютна величина відхилення відносної частоти появи стандартної втулки $W(A)$ (A – випадкова подія, яка полягає в появі стандартної втулки) від імовірності p виготовлення такої втулки не перевищує $\varepsilon = 0{,}001$, дорівнювала 0,999?

36. Імовірність появи випадкової події в кожному з 900 незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює 0,75. Яким має бути значення $\varepsilon > 0$, щоб $P(|W(A) - p| < \varepsilon) = 0{,}99$?

37. Для кожного з 900 першокурсників імовірність закінчити інститут дорівнює 0,9. Знайти межі, в яких перебуватиме відносна частота кількості першокурсників, які закінчать інститут з імовірністю 0,88.

38. У результаті автоматичного штампування заготівок виходить 10 % браку. Узято навмання 300 заготівок. Знайти ймовірність того, що кількість бракованих заготівок відхилиться від найімовірнішої кількості бракованих заготівок не більш ніж на шість.

39. Частка 1-го сорту в деякій продукції в середньому становить 80 %. Скільки примірників цієї продукції треба взяти, щоб з імовірністю 0,9 можна було стверджувати, що в партії буде не менш як 75 примірників 1-го сорту?

40. Проводяться n незалежних випробувань, у кожному з яких деяка подія A настає зі сталою ймовірністю $p = 0{,}8$.

1) Знайти імовірність того, що в 625 випробуваннях відносна частота появи події відхилиться від її імовірності не більш ніж на 0,03.
2) Скільки потрібно провести випробувань, щоб з імовірністю 0,9 гарантувати, що відхилення відносної частоти від імовірності настання події A не перевищить 0,01?
3) У яких межах може міститися відносна частота настання події A в 1 000 випробуваннях, якщо відхилення відносної частоти від імовірності настання події A в одному випробуванні потрібно гарантувати з імовірністю 0,7?

41. Імовірність виготовити на заводі виріб найвищої якості дорівнює 0,85. Навмання беруть 700 виробів. Визначити межі, в яких перебуватиме відносна частота появи виробів найвищої якості з імовірністю 0,999.

42. Імовірність появи випадкової події в кожному з n незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює p. Яка ймовірність того, що при цьому виконуватиметься нерівність $np - 1{,}5\sqrt{npq} \le m \le np + 1{,}5\sqrt{npq}$?

43. У водойму випустили 100 помічених риб. Згодом із неї було виловлено 400 риб, серед яких виявилося п’ять мічених. Визначити з імовірністю 0,9 кількість риби у цій водоймі.

44. Візуально спостерігати в заданому пункті штучний супутник Землі можна з імовірністю $p = 0{,}1$ (хмарності немає) щоразу, коли він пролітає над цим пунктом. Скільки разів має пролетіти супутник над пунктом спостереження, щоб з імовірністю, не меншою за 0,9975, вдалося виконати принаймні п’ять спостережень?

Додаток 1

Таблиця значень функції нормального розподілу Гаусса—Лапласа $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

Цілі і десяті частини	Соті частини *x*									
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3999	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009

Закінчення дод. 1

Цілі і десяті частини	Соті частини *x*									
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Таблиця значень функції Лапласа $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

Цілі і десяті частини x	Соті частки x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4986	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Додаток 3

Ймовірності $P_n(m) = \dfrac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$, $m = 0,1,2,\ldots$ розподілу Пуассона.

m \ λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,09484	0,81873	0,74082	0,67032	0,60653	0,54881	0,49659	0,44933	0,40657	0,36788
1	0,09048	0,16375	0,22225	0,26813	0,30327	0,32929	0,34761	0,35946	0,36591	0,36788
2	0,00452	0,01637	0,03334	0,05363	0,07582	0,09879	0,12166	0,14379	0,16466	0,18394
3	0,00015	0,00109	0,00333	0,00715	0,01264	0,01976	0,02839	0,03834	0,04940	0,06131
4		0,00005	0,00025	0,00072	0,00158	0,00296	0,00497	0,00767	0,01111	0,01533
5			0,00002	0,00006	0,00016	0,00036	0,00070	0,00123	0,00200	0,00307
6					0,00001	0,00004	0,00008	0,00016	0,00030	0,00051
7								0,00002	0,00004	0,00007

m \ λ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,13534	0,04979	0,01832	0,00674	0,00248	0,00091	0,00034	0,00012	0,00005
1	0,27067	0,14936	0,07326	0,03369	0,01487	0,00638	0,00268	0,00111	0,00045
2	0,27067	0,22404	0,14653	0,08422	0,04462	0,02234	0,01073	0,00500	0,00227
3	0,18045	0,22404	0,19537	0,14037	0,08924	0,05213	0,02863	0,01499	0,00757
4	0,09022	0,16803	0,19537	0,17547	0,13385	0,09123	0,05725	0,03374	0,01892
5	0,03609	0,10082	0,15629	0,17547	0,16062	0,12772	0,09160	0,06073	0,03783
6	0,01203	0,05041	0,10420	0,14622	0,16062	0,14900	0,12214	0,09109	0,06306
7	0,00344	0,02160	0,05954	0,10444	0,13768	0,14900	0,13959	0,11712	0,09008
8	0,00086	0,00810	0,02977	0,06528	0,10326	0,13038	0,13959	0,13176	0,11260
9	0,00019	0,00270	0,01323	0,03627	0,06884	0,10140	0,12408	0,13176	0,12511
10	0,00004	0,00081	0,00529	0,01813	0,04130	0,07098	0,09926	0,11858	0,12511
11		0,00022	0,00192	0,00824	0,02253	0,04517	0,07219	0,09702	0,11374
12		0,00006	0,00064	0,00343	0,01126	0,02635	0,04813	0,07277	0,09478
13		0,00001	0,00020	0,00132	0,00520	0,01419	0,02962	0,05038	0,07291
14			0,00006	0,00047	0,00223	0,00709	0,01692	0,03238	0,05208
15			0,00002	0,00016	0,00089	0,00331	0,00903	0,01943	0,03472
16				0,00005	0,00033	0,00145	0,00451	0,01093	0,02170
17				0,00001	0,00012	0,00060	0,00212	0,00579	0,01276
18					0,00004	0,00023	0,00094	0,00289	0,00709
19					0,00001	0,00009	0,00040	0,00137	0,00373
20						0,00003	0,00016	0,00062	0,00187
21							0,00006	0,00026	0,00089
22							0,00002	0,00011	0,00040
23								0,00004	0,00018
24								0,00002	0,00007
25									0,00003
26									0,00001

Продовження дод. 3

m \ λ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0,00002									
1	0,00018	0,00007	0,00003	0,00001						
2	0,00101	0,00044	0,00019	0,00008	0,00003	0,00001				
3	0,00370	0,00177	0,00083	0,00038	0,00017	0,00008	0,00003	0,00001		
4	0,01019	0,00531	0,00269	0,00133	0,00065	0,00031	0,00014	0,00007	0,00003	0,00001
5	0,02242	0,01274	0,00699	0,00373	0,00194	0,00098	0,00049	0,00024	0,00012	0,00005
6	0,04109	0,02548	0,01515	0,00870	0,00484	0,00262	0,00139	0,00072	0,00037	0,00018
7	0,06458	0,04368	0,02814	0,01739	0,01037	0,00599	0,00337	0,00185	0,00099	0,00052
8	0,08879	0,06552	0,04573	0,03044	0,01944	0,01199	0,00716	0,00416	0,00236	0,00131
9	0,10853	0,08736	0,06605	0,04734	0,03241	0,02131	0,01353	0,00833	0,00498	0,00291
10	0,11938	0,10484	0,08587	0,06628	0,04861	0,03410	0,02300	0,01499	0,00947	0,00582
11	0,11938	0,11437	0,10148	0,08436	0,06629	0,04960	0,03554	0,02452	0,01635	0,01058
12	0,10943	0,11437	0,10994	0,09842	0,08286	0,06613	0,05036	0,03678	0,02589	0,01763
13	0,09259	0,10557	0,10994	0,10599	0,09561	0,08139	0,06585	0,05093	0,03784	0,02712
14	0,07275	0,09049	0,10209	0,10599	0,10244	0,09302	0,07996	0,06548	0,05135	0,03874
15	0,05335	0,07239	0,08848	0,09892	0,10244	0,09922	0,09062	0,07858	0,06504	0,05165
16	0,03668	0,05429	0,07189	0,08656	0,09603	0,09922	0,09628	0,08840	0,07724	0,06456
17	0,02373	0,03832	0,05497	0,07128	0,08474	0,09338	0,09628	0,09360	0,08633	0,07595
18	0,01450	0,02555	0,03970	0,05544	0,07061	0,08301	0,09094	0,09360	0,09112	0,08439
19	0,00840	0,01614	0,02716	0,04085	0,05575	0,06990	0,08136	0,08867	0,09112	0,08884
20	0,00462	0,00968	0,01766	0,02860	0,04181	0,05592	0,06916	0,07980	0,08657	0,08884
21	0,00242	0,00553	0,01093	0,01906	0,02986	0,04261	0,05599	0,06840	0,07832	0,08461
22	0,00121	0,00302	0,00646	0,01213	0,02036	0,03099	0,04326	0,05597	0,06764	0,07691
23	0,00058	0,00157	0,00365	0,00738	0,01328	0,02156	0,03198	0,04380	0,05588	0,06688
24	0,00027	0,00079	0,00198	0,00431	0,00830	0,01437	0,02265	0,03285	0,04424	0,05573
25	0,00012	0,00038	0,00103	0,00241	0,00498	0,00920	0,01540	0,02365	0,03362	0,04459
26	0,00005	0,00017	0,00051	0,00130	0,00287	0,00566	0,01007	0,01637	0,02457	0,03430
27	0,00002	0,00008	0,00025	0,00067	0,00160	0,00335	0,00634	0,01092	0,01729	0,02541
28		0,00003	0,00011	0,00034	0,00086	0,00192	0,00385	0,00702	0,01173	0,01815
29		0,00001	0,00005	0,00016	0,00044	0,00106	0,00226	0,00436	0,00769	0,01252
30			0,00002	0,00008	0,00022	0,00056	0,00128	0,00261	0,00487	0,00834
31				0,00003	0,00011	0,00029	0,00070	0,00152	0,00298	0,00538
32				0,00001	0,00005	0,00015	0,00037	0,00085	0,00177	0,00336
33					0,00002	0,00007	0,00019	0,00047	0,00102	0,00204
34					0,00001	0,00003	0,00010	0,00025	0,00057	0,00120
35						0,00002	0,00005	0,00013	0,00031	0,00069
36							0,00002	0,00006	0,00016	0,00038
37							0,00001	0,00003	0,00008	0,00021
38								0,00001	0,00004	0,00011
39									0,00002	0,00006
40										0,00003
41										0,00001

Інтегральні ймовірності $P_n\left(k \geq m\right) = \sum_{k=m}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ розподілу Пуассона

m \ λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
1	0,09516	0,18127	0,25918	0,32968	0,39347	0,45119	0,50341	0,55067	0,59343	0,63212
2	0,00468	0,01752	0,03694	0,06155	0,09020	0,12190	0,15580	0,19121	0,22752	0,26424
3	0,00015	0,00115	0,00360	0,00793	0,01439	0,02312	0,03414	0,04742	0,06286	0,08030
4		0,00006	0,00027	0,00078	0,00175	0,00336	0,00575	0,00908	0,01346	0,01899
5			0,00002	0,00006	0,00017	0,00039	0,00079	0,00141	0,00234	0,00366
6					0,00001	0,00004	0,00009	0,00018	0,00034	0,00059
7								0,00002	0,00004	0,00008
8										0,00001

m \ λ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
1	0,86466	0,95021	0,98168	0,99326	0,99752	0,99909	0,99966	0,99988	0,99995
2	0,59399	0,80085	0,90842	0,95957	0,98265	0,99270	0,99698	0,99877	0,99950
3	0,32332	0,57681	0,76190	0,87535	0,93803	0,97036	0,98625	0,99377	0,99723
4	0,14288	0,35277	0,56653	0,73497	0,84880	0,91823	0,95762	0,97877	0,98966
5	0,05265	0,18474	0,37116	0,55951	0,71494	0,82701	0,90037	0,94504	0,97075
6	0,01656	0,08392	0,21487	0,38404	0,55432	0,69929	0,80876	0,88431	0,93291
7	0,00453	0,03351	0,11067	0,23782	0,39370	0,55029	0,68663	0,79322	0,86986
8	0,00110	0,01190	0,05113	0,13337	0,25602	0,40129	0,54704	0,67610	0,77978
9	0,00024	0,00380	0,02136	0,06809	0,15276	0,27091	0,40745	0,54435	0,66718
10	0,00005	0,00110	0,00813	0,03183	0,08392	0,16950	0,28338	0,41259	0,54207
11		0,00029	0,00284	0,01370	0,04262	0,09852	0,18411	0,29401	0,41696
12		0,00007	0,00092	0,00545	0,02009	0,05335	0,11192	0,19699	0,30322
13		0,00002	0,00027	0,00202	0,00883	0,02700	0,06380	0,12423	0,20844
14			0,00008	0,00070	0,00363	0,01281	0,03418	0,07385	0,13554
15			0,00002	0,00023	0,00140	0,00572	0,01726	0,04147	0,08346
16				0,00007	0,00051	0,00241	0,00823	0,02204	0,04874
17				0,00002	0,00017	0,00096	0,00372	0,01111	0,02704
18					0,00006	0,00036	0,00159	0,00532	0,01428
19					0,00002	0,00013	0,00065	0,00243	0,00719
20						0,00004	0,00025	0,00106	0,00345
21						0,00001	0,00009	0,00044	0,00159
22							0,00003	0,00018	0,00070
23							0,00001	0,00007	0,00030
24								0,00002	0,00012
25									0,00005
26									0,00002

Продовження дод. 4

m \ λ	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
1	0,99998	0,99999	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2	0,99980	0,99992	0,99997	0,99999	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
3	0,99879	0,99948	0,99978	0,99991	0,99996	0,99998	0,99999	1,00000	1,00000	1,00000
4	0,99508	0,99771	0,99895	0,99953	0,99979	0,99991	0,99996	0,99998	0,99999	1,00000
5	0,98490	0,99240	0,99626	0,99819	0,99914	0,99960	0,99982	0,99992	0,99996	0,99998
6	0,96248	0,97966	0,98927	0,99447	0,99721	0,99862	0,99933	0,99968	0,99985	0,99993
7	0,92139	0,95418	0,97411	0,98577	0,99237	0,99599	0,99794	0,99896	0,99948	0,99974
8	0,85681	0,91050	0,94597	0,96838	0,98200	0,99000	0,99457	0,99711	0,99849	0,99922
9	0,76801	0,84497	0,90024	0,93794	0,96255	0,97801	0,98740	0,99294	0,99613	0,99791
10	0,65949	0,75761	0,83419	0,89060	0,93015	0,95670	0,97388	0,98462	0,99114	0,99500
11	0,54011	0,65277	0,74832	0,82432	0,88154	0,92260	0,95088	0,96963	0,98168	0,98919
12	0,42073	0,53840	0,64684	0,73996	0,81525	0,87301	0,91533	0,94511	0,96533	0,97861
13	0,31130	0,42403	0,53690	0,64154	0,73239	0,80688	0,86498	0,90833	0,93944	0,96099
14	0,21871	0,31846	0,42696	0,53555	0,63678	0,72549	0,79913	0,85740	0,90160	0,93387
15	0,14596	0,22798	0,32487	0,42956	0,53435	0,63247	0,71917	0,79192	0,85025	0,89514
16	0,09260	0,15558	0,23639	0,33064	0,43191	0,53326	0,62855	0,71335	0,78521	0,84349
17	0,05592	0,10129	0,16451	0,24408	0,33588	0,43404	0,53226	0,62495	0,70797	0,77893
18	0,03219	0,06297	0,10953	0,17280	0,25114	0,34066	0,43598	0,53135	0,62164	0,70297
19	0,01769	0,03742	0,06983	0,11736	0,18053	0,25765	0,34504	0,43776	0,53052	0,61858
20	0,00929	0,02128	0,04267	0,07651	0,12478	0,18775	0,26368	0,34908	0,43939	0,52974
21	0,00467	0,01160	0,02501	0,04791	0,08297	0,13183	0,19452	0,26928	0,35283	0,44091
22	0,00225	0,00607	0,01408	0,02884	0,05311	0,08923	0,13853	0,20088	0,27450	0,35630
23	0,00104	0,00305	0,00762	0,01671	0,03274	0,05824	0,09527	0,14491	0,20686	0,27939
24	0,00046	0,00147	0,00397	0,00933	0,01946	0,03669	0,06330	0,10111	0,15098	0,21251
25	0,00020	0,00069	0,00199	0,00502	0,01116	0,02232	0,04065	0,06826	0,10675	0,15677
26	0,00008	0,00031	0,00097	0,00261	0,00618	0,01312	0,02524	0,04461	0,07313	0,11218
27	0,00003	0,00013	0,00045	0,00131	0,00331	0,00746	0,01517	0,02823	0,04856	0,07789
28	0,00001	0,00006	0,00020	0,00064	0,00172	0,00411	0,00883	0,01732	0,03127	0,05248
29		0,00002	0,00009	0,00030	0,00086	0,00219	0,00498	0,01030	0,01954	0,03433
30			0,00004	0,00014	0,00042	0,00113	0,00273	0,00594	0,01185	0,02182
31			0,00002	0,00006	0,00020	0,00057	0,00145	0,00333	0,00698	0,01347
32				0,00003	0,00009	0,00028	0,00075	0,00181	0,00400	0,00809
33				0,00001	0,00004	0,00013	0,00037	0,00096	0,00223	0,00473
34					0,00002	0,00006	0,00018	0,00049	0,00121	0,00269
35						0,00003	0,00009	0,00025	0,00064	0,00149
36						0,00001	0,00004	0,00012	0,00033	0,00080
37							0,00002	0,00006	0,00016	0,00042
38								0,00003	0,00008	0,00022
39								0,00001	0,00004	0,00011
40									0,00002	0,00005

41										0,00003
42										0,00001