Segundo Parcial

19 de octubre de 2020

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 7:00 a 8:55 a.m.**.
- Puede tener **una** hoja manuscrita de resumen con fórmulas. Esta hoja debe estar marcada con el nombre del estudiante y entregarse con el parcial.
- No se permite el uso de libros o apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los **celulares deben estar apagados** durante todo el examen.
- La cámara de su computador debe estar encendida todo el tiempo durante la duración del examen.
- No se permite ausentarse del área de trabajo o recibir llamadas durante el examen.
- No se permite el uso de ningún tipo de dispositivo para buscar soluciones a los puntos del parcial ni para comunicarse con otras personas.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente **justificadas**.

1. [20 ptos.] Dado el siguiente problema de minimización,

$$\text{mín } f(x) = x_1^3 + x_1^2 - x_2^2 - x_1 + 2x_2 + 1.$$

   a) Determine los puntos en $\mathbb{R}^2$ para los cuales la función objetivo es convexa.

   b) Determine el conjunto de puntos $x \in \mathbb{R}^2$ que satisfacen la condición necesaria de primer orden para un mínimo local.

   c) Determine el conjunto de puntos $x \in \mathbb{R}^2$ que satisfacen la condición necesaria de segundo orden para un mínimo local. ¿Tiene esta función mínimos locales?

2. [20 ptos.] Dado el siguiente problema de programación no lineal,

$$\min\ 2x^3 - 6x,$$

   utilice el método de Newton unidimensional y $x_1 = 2$ como punto inicial para encontrar el valor de x que minimiza la función. Realice al menos tres iteraciones.

3. [30 ptos.] Use el método de direcciones conjugadas para minimizar la siguiente función en $\mathbb{R}^2$,

$$f(x) = 2x_1 + x_2 + x_1x_2 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 1.$$

4. [30 ptos.] Dado el siguiente problema de programación no lineal

$$\begin{aligned} &\min\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \\ &\text{s.a. } x^2 + y^2 = 16. \end{aligned}$$

a) Existe algún punto irregular en las restricciones del problema.

b) Encuentre los puntos que satisfacen las condiciones de primer orden y son candidatos a ser mínimos locales.

c) Verifique si el punto $(x, y) = (0, 4)$, con $\lambda = -\dfrac{1}{9}$, cumple con las condiciones de segundo orden.