HOJA DE FORMULAS. OPTIMIZACIÓN. SOFIA ROBAYO BONILLA.

NO LINEAL. RESTRICCIONES DE IGUALDAD

- $\min f(x)$
  s.a. $h_i(x) = 0$, $i = 1, \dots, m$
- Gradiente: $\nabla h_i(x)$, $i = 1, \dots, m$
  $\nabla h_i(x^*)$, $i = 1, \dots, m$
  ↳ Evaluado en un punto.
- Jacobiano: $Dh_i(x)$, $i = 1, \dots, m$.
  $Dh_i(x^*)$, $i = 1, \dots, m$.
  ↳ Evaluado en un punto.
  $Dh(x^*) = \begin{bmatrix} \nabla h_1(x^*)' \\ \vdots \\ \nabla h_m(x^*)' \end{bmatrix}$
- Espacio tangente a la superficie en el punto regular es:
  $T(x^*) = \{y : Dh(x^*)\, y = 0\}$ ☆
  $= \{y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \alpha,\ \alpha \in \mathbb{R}\}$

CONDICIÓN 1er ORDEN.

- $\nabla f(x) + \lambda_i \nabla h_i(x) = 0$ ♡
  $h_i(x) = 0$.

En un ejercicio $f(x)$ lo tengo y las restricciones de igualdad, luego hallo los gradientes y aplico ♡, lo resuelvo pongo las restricciones y se encuentra x^* y λ^* que satisface la CNPO.

CONDICIÓN 2do ORDEN.

- $Df(x^*) + \lambda^{*\prime} Dh(x^*) = 0$
- $y' L(x^*, \lambda^*)\, y \geq 0 \ \forall y \in T(x^*)$
  - $T(x^*)$: Espacio tangente a S en x^*
  - $L(x^*, \lambda^*)$ semidefinida positiva en $T(x^*)$.
- $L(x) = H(x) + \lambda_i H_i(x)$ Δ

Para esto, hallo gradientes y Hessianas. Hallamos x^* y λ^* que cumplen CNPO luego aplico ☆ y hallo y. Luego calculo Δ. Luego evaluo $y' L(x^*) y$ para $y \in T(x^*)$.

- $y' L(x^*) y \geq 0$, x^* cumple la CNSO.
- $y' L(x^*) y > 0$, $\forall \neq$, x^* cumple la CSSO.
  Si cumple esto x^* es minimo local

NO LINEAL. RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD.

- $\min f(x)$
  s.a. $g_i(x) \leq 0$.

CONDICIÓN 1er ORDEN. - KKT.

- $Df(x^*) + \lambda^{*\prime} Dh(x^*) + \mu^{*\prime} Dg(x^*) = 0$
- $\mu^* \geq 0$
- $\mu^{*\prime} g(x^*) = 0$
- Si esta activa $\mu_j \geq 0$ con $g_j(x^*) < 0$
- Si no esta activa $\mu_j = 0$ con $g_j(x^*) < 0$
- Combinacion restricciones de igualdad y restricciones activas en x^*.

$$-\nabla f(x^*) = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* \nabla h_i(x^*) + \sum_{j \in J(x^*)} \mu_j^* \nabla g_j(x^*)$$

Se buscan las posibles soluciones de μ, como en las restricciones de igualdad, obtengo x^* y μ^*

- Espacio tangente:
  $T(x^*) = \{y : Dh(x^*)\, y = 0,\ Dg_j(x^*)\, y = 0\}$
  solo para las activas en $g_j(x^*)$
- $\tilde{J}(x^*, \mu^*) = \{j : g_j(x^*) = 0, \mu_j > 0\}$.
  restricciones de desigualdad activas en x^*.

- $\tilde{T}(x^*, M^*)$ Espacio tangente que es formada por las restricciones de igualdad y las activas en el punto x^*

CONDICIÓN SUFICIENTE 2do ORD.

- $Df(x^*) + \lambda^{*'} Dh(x^*) + M^{*'} Dg(x^*) = 0$
  $M^* \geq 0 \quad M^{*'} g(x^*) = 0.$

- $y' L(x^*, \lambda^*, M^*) y > 0$

PENALIZACIÓN

- Min $f(x)$
  s.a. $x \in \Omega \to$ R.F.

$f^0 \begin{cases} 0, & x \in \Omega \\ +\infty & x \notin \Omega \end{cases}$ Problema auxiliar
min $f(x) + CP(x)$

- Tiene que ser continua y derivable

- 2 tipos de restricciones

  - $h(i) = 0 \begin{cases} P(x) = h^2(x) \\ P(x) = |h(x)| \to \text{DISCONT.} \end{cases}$
  - $g(i) \leq 0 \begin{cases} P(x) = \max(0, g(x)) \\ P(x) = \max(0, g(x))^2 \end{cases}$

Barrera

- Se aplica únicamente a problemas con restricciones de desigu.

- Min $f(x)$
  s.a. $g_i(x) \leq 0$

- El interior del conjunto factible es no vacío.

- $f(x) + M\, B(x)$

- Algunas funciones de barrera

  - $B(x) = -\sum_{i \in I} 1/g_i(x)$
  - $B(x) = -\sum_{i \in I} \ln(-g_i(x))$.