1\. 1 semana P U. Tapabocas. → producción U. → unidades

α U. → costo.

C x semana → presupuesto

Dia j → vende D_{ij} U.

g → "ganancia" por cada unidad

Dia j → I_j U. se regalan.

$$\max \sum_{j=1}^{7} D_j\, g$$

$\alpha \geq g$ ← El costo

$\alpha P \leq C$ ← presupuesto

$\alpha D_j g \geq \alpha$

$\sum_{j=1}^{7} D_j + I_j \leq P$.

$D_j \geq 0$

2. $\min \; -x_1 + x_2$

s.a. $x_1 + x_2 \leq 4$

$x_1 + 3x_2 \geq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

a. F.S. $\min \; -x_1 + x_2$

s.a $x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$x_1 + 3x_2 - x_4 = 6$

$x_i \geq 0 \quad 1 \leq i \leq 4$

Hay que añadir v. art.

Fase 1.

$\min \; -x_1 + x_2$

s.a $x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 = 6$

$x_i \geq 0 \quad 1 \leq i \leq 5$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

$\min \; x_5$

$C = [0\;0\;0\;0\;1] \qquad C_B = [0 \;\; 1] \qquad C_N = [0\;0\;0]$

Iteración 1:

$I_B = \{3, 5\} \qquad I_N = \{1, 2, 4\}$

$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$

$X_B = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \bar{b}$

$z_0 = C_B \cdot X_B = [0 \;\; 1] \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = 6.$

$W = C_B B^{-1} = [0 \;\; 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \;\; 1] \qquad WN = [0 \;\; 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = [1 \;\; 3 \; -$

$\bar{c}_j = c_N - WN \qquad \bar{c}_j = [0 \quad 0 \quad 0] - [1 \quad 3 \quad -1] = [-1 \quad -3 \quad 1]$

la sol. no es optima.

$\min(\bar{c}_j) = -3$

x_2 entra a la base.

Ahora veremos quien sale...

$$y_2 = B^{-1} a_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} i=3 \\ i=5 \end{matrix} \qquad \bar{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} i=3 \\ i=5 \end{matrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{b}_3}{y_{32}}, \frac{\bar{b}_5}{y_{52}} \right\} = \min \left\{ \frac{4}{1}, \frac{6}{3} \right\} = \min \{4, 2\} = 2 \quad i=5$$

x_5 sale de la base.

Iteración 2:

$I_B = \{3, 2\} \qquad I_N = \{1, 5, 4\} \qquad C_B = [0 \quad 0] \qquad C_N = [0 \quad 1 \quad 0]$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3/3 & -1/3 \\ 0 & 3/3 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$ad - bc = (1)(3) - (1)(0)$
$= 3 - 0$
$= 3$

$$X_B = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 4/3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8/3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$z_0 = C_B X_B = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 8/3 \\ 6 \end{bmatrix} = 0$$

$$W = C_B B^{-1} = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0]$$

$$WN = [0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\bar{c}_j = C_N - WN = [0 \quad 1 \quad 0] - [0 \quad 0 \quad 0] = [0 \quad 1 \quad 0]$$ ← solución optima

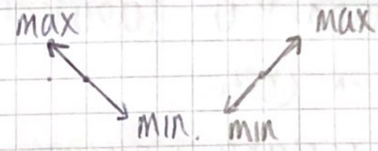
vea que la variable artificial $x_5 \neq 0$ entonces el problema original no tiene solución factible

2 c. $\min -x_1 + x_2$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



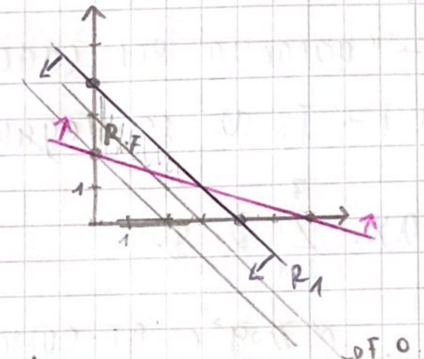
Graficamente.

R_1:

x_1	x_2
0	4
4	0

R_2:

x_1	x_2
0	2
6	0



$-x_1 + x_2 = 0$

$x_2 = x_1$

veáse que como se minimiza hacia ↙ el min valor que puede tomar la funcion es [0, 2]

3.

a. No, se encuentra dentro de la región Factible, la solucion Factible puede estar sobre el borde de este poliedro sin necesidad de ser un punto extremo dado que las que son dichos puntos extremos del poliedro son las soluciones basicas Factibles.

b. Cuando uno resuelve un problema sin solución Factible, es decir en la Fase 1, la variable artificial va a ser $\neq \emptyset$, entonces de ahí se sabe que no es Factible y si se procede a hacer la Fase 2 entonces puede que se llegue a una 'solución optima' pero no va a ser valida dado que el problema tiene que tener una solución optima y un optimo Finito.

c. No se cumple con el problema de Dualidad Debil dado que si las soluciones Factibles del programa dual son una cota superior de las soluciones Factibles del problema P, estaria dando a entender que $W_0 b \geq C X_0$ por lo que b es no negativo. Pero el Teorema de Dualidad debil dice que para que se cumpla $CX_0 \geq W_0 b$.

Primal:

4. $\max \ 3X_1 + X_2 + 2X_3$

s.a $2X_1 + X_2 \leq 10$

$3X_1 + 2X_2 - X_3 \leq 15$

$X_1 + 3X_3 \leq 8$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

S. optima $X_1 = 5$ $X_2 = 0$ $X_3 = 1$

$C = [3 \ 1 \ 2]$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$b = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 8 \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

a). Dual.

$\min. \ 10W_1 + 15W_2 + 8W_3$

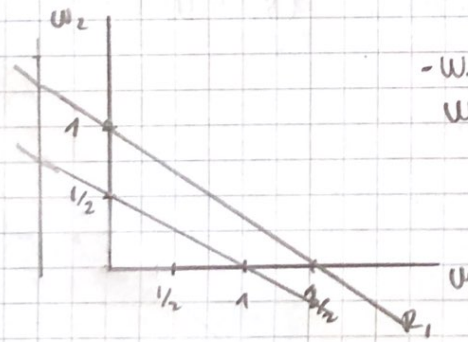
s.a. $2W_1 + 3W_2 + W_3 \geq 3$ R_1

$W_1 + 2W_2 \geq 1$ R_2

$-W_2 + 3W_3 \geq 2$ R_3

$W_1, W_2, W_3 \geq 0$.

b). SUP. $W_3 = 0$.



$-W_2 \geq 2$ R_3

$W_2 \leq -2$

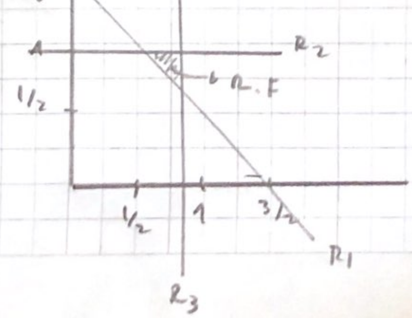
R_1

W_1	W_2
0	1
3/2	0

R_2

W_1	W_2
0	1/2
1	0

SUP. $W_2 = 0$



$R_1 =$

W_1	W_3
0	3
3/2	0

R_2 $W_1 \geq 1$

R_3

$3W_3 \geq 2$

$W_3 \geq \frac{2}{3}$

HOJA DE FORMULAS
PARCIAL OPTIMIZACIÓN

ESTUDIANTE: SOFIA ROBAYO BONILLA.

- variables de decisión: $x_1, x_2 \ldots$
- $Ax \leq b$.
- maximum = -minimum
- la desigualdad $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i$ denota la restricción i.
- Generalización:

$$F.O. \quad \min \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.a. \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i$$

- $x = \begin{bmatrix} x_B \\ 0 \end{bmatrix}$. S. b (Factible si $x_B \geq 0$).
- Si x tiene valores < 0 No es factible. Tambien si los valores de x no cumplen las restricciones no es Factible, De lo contrario es Factible
- $m \times p$
  - $p = m$ S.b.
  - $p < m$ matriz degenerada
- L.D. $y_1 a_1 + \ldots + y_p a_p = 0$

$$x_n = x_n - \varepsilon y_n$$

- matriz 2x2 inversa:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

MÉTODO SIMPLEX.

- pasar la F.O. a formato estandar.
- sacar A, b, C, tomar I_B y I_N → IDENTIDAD.
- Escribo B y saco B^{-1}.
- Resuelvo $x_B = B^{-1} b = \bar{b}$, $\hat{z}_0 = C_B x_B$ } Paso 1
- Resuelvo $\bar{C_j} = C_{NB} - WN$ → matriz de los no basicos; C_{NB} → costos no basicos
  $W = C_B B^{-1}$
  $\bar{C_k} = \min\{\bar{C_j}\}$ → candidata a entrar a la base
  } Paso 2
- Resuelvo $y_k = B^{-1} a_k$
  si $y_k \leq 0$: STOP → No tiene optimo finito → No acotado
  Si no $\min\left\{\frac{\bar{x}_{Bi}}{y_{ik}} : y_{ik} > 0\right\}$
  El indice del min sale de la base
  } Paso 3
- vuelva al paso 1.
- Si $\bar{C_j} \geq 0$ STOP S.b.F. es optima.
- Si $\min(\bar{C_j}) = 0$ la sol. tiene optimos alternos.
- Si $\min(\bar{C_j}) < 0$ sigo al paso 3.

MÉTODO DE LAS DOS FASES

- Si la var. de Holgura son negativas se agrega var. artificial.
- Se min. la suma de las var. artificiales y se saca C que va a ser todas las que no sean var. art 0 y la que sea var. art es 1.
- Se hace simplex y tienen si o si que salir cuando halle el valor optimo en esa fase 1.

- Si var. art. $\neq 0$ → el problema original no tiene solución factible.

- Si var. art $= 0$ y fuera de la base, comentar Fase II.

- Si var. art $= 0$ y dentro de la base, reemplazar por variables estructurales.

- Fase II se empieza con l_B de sol. óptima, sacando las var. art.

DUALIDAD - PRIMAL.

- Formato Estándar de Dualidad

Primal:
$\min Cx$
s.a $Ax = b$
$x \geq 0$

Dual:
$\max. Wb$
s.a $WA' \leq C$
W no restringido

- Formato canónico del dual

Primal:
$\min Cx$
s.a $Ax \geq b$
$x \geq 0$

Dual:
$\max. Wb.$
s.a $WA' \leq C$
$W \geq 0$

- El dual del dual es el primal

Relaciones entre variables y restricciones

	min		max
VARIABLE	≥ 0	RESTRICCION	$\leq$
	≤ 0		$\geq$
	no rest.		$=$
RESTRICCION	$\geq$	VARIABLE	≥ 0
	$\leq$		≤ 0
	$=$		no. rest.

- Dualidad Débil $Cx_0 \geq W_0 b$
$Cx_0 = W_0 b$ → sol. opt.

- Dualidad fuerte
$W = C_B B^{-1}$
$Wb = C_B B^{-1} b = C_B X_B = Cx$ → W: S. opt. del dual.

Holgura complem. son óptimos si $(C - WA')x = 0$ y $W(Ax - b) = 0$