Parcial #1 probabilidad y estadística 1.

1. "4 tobleronES" = A   6 chocolates.

"8 choc. Jet" = B $P(A) = \frac{4}{17}$ $P(B) = \frac{8}{17}$ $P(C) = \frac{5}{17}$

"5 snickers." = C

$P(\text{"2 toblerones"}) = \frac{2}{17}$ D $P(\text{"3 Jet"}) = \frac{3}{17}$ E $P(\text{"1 sniker"}) = \frac{1}{17}$ F

Total 17

$$P(D)+P(E)+P(F) = \frac{2}{17} + \frac{3}{17} + \frac{1}{17} = 0.35.$$

la probabilidad de que la muestra contenga 2 toblerones, 3 chocolatinas Jet y 1 snicker es de 0.35.

2. 45% mujeres → 0.45 $P(A) = 0.45$ 70% Hom. Fuman.

55% Hombres → 0.55 $P(B) = 0.55$ 10% muj. Fuman

A = "sea mujer" $P(C|B) = 0.7$

B = "sea hombre" $P(C|A) = 0.1$

C = "sea fumador" $P(C \cap B) = ?$

$P(C \cap B) = P(C|B)\,P(B)$

$P(C \cap B) = (0.7)(0.55)$

$P(C \cap B) = 0.385.$

la probabilidad de que un fumador sea hombre es 0.385.

3. 1. Vamos a demostrar que A^c y B son independientes.
Sean A y B dos eventos independientes.
Vease que al ser eventos independientes, se cumple la condicion.

$\rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Luego partiendo de dichas condiciones entonces supongamos que A^c y B son independientes, luego

$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B)$

Entonces $P(A^c|B) = \dfrac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A^c)\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A^c)$.

Asi mismo, tendriamos que

$P(B|A^c) = \dfrac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \dfrac{P(B)\cancel{P(A^c)}}{\cancel{P(A^c)}} = P(B)$.

Vease que $P(A^c|B) = P(A^c)$, lo que quiere decir que B no genera efecto alguno en A^c y en la $P(B|A^c) = P(B)$, quiere decir que A^c no genera efecto sobre B.

Por lo tanto A^c y B son independientes.

2

3. Vamos a demostrar que A^c y B^c son independientes.

Sean A y B eventos independientes, luego tenemos que se cumple la siguiente condición

$\rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Supongamos que A^c y B^c son independientes, luego se tiene que

$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c)$$

Luego tenemos que

$$P(A^c | B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A^c)\cancel{P(B^c)}}{\cancel{P(B^c)}} = P(A^c).$$

Nótese que $P(B^c)$ no afecta en ningún sentido a $P(A^c|B^c)$ por ende A^c es independiente.

Ahora sea

$$P(B^c | A^c) = \frac{P(B^c \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{P(B^c)\cancel{P(A^c)}}{\cancel{P(A^c)}} = P(B^c).$$

Véase que $P(A^c)$ no afecta a $P(B^c|A^c)$, luego B^c es un evento independiente.

Por lo tanto hemos demostrado que A^c y B^c son independientes.

4. 1. X: la diferencia entre el # de caras y el # de sellos obtenido cuando se lanza una moneda n veces. Se asume que la moneda es justa

sea a el # de caras y
sea b el # de sellos, siendo n # veces que se tira la moneda.

$X: a - b$.

2. $n = 3$.

$\Omega = \{CCC, CCS, CSC, CSS, SCC, SCS, SSC, SSS\}$
1 2 3 4 5 6 7 8

1. $a=3 \quad b=0$
$X=3$

2. $a=2 \quad b=1$
$X=1$

3. $a=2 \quad b=1$
$X=1$

4. $a=1 \quad b=2$
$X=-1$

5. $a=2 \quad b=1$
$X=1$

6. $a=1 \quad b=2$
$X=-1$

7. $a=1 \quad b=2$
$X=-1$

8. $a=0 \quad b=3$
$X=-3$.

$$P_x(-1) = P(\{X=-1\}) = P(\{X^{-1}\{-1\}\}) = P(\{X=-1\})$$
$$= P(\{CSS, SCS, SSC\}) = \frac{3}{8}$$

$$X = \begin{cases} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{cases}$$

$$P_x(1) = P(\{X=1\}) = P(\{X^{-1}\{1\}\}) = P(\{X=1\})$$
$$= P(\{CCS, CSC, SCC\}) = \frac{3}{8}$$

$$P_x(3) = P(\{X=3\} = P(\{X^{-1}\{3\}\}) = P(\{X=3\})$$
$$= P(\{CCC\}) = \frac{1}{8}$$

$$P_x(-3) = P(\{X=-3\} = P(\{X^{-1}\{-3\}\}) = P(\{X=-3\})$$
$$= P(\{SSS\}) = \frac{1}{8}.$$

5. $S = \{1, 2, \ldots, n\}$

$$P(A \subset B) = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

supongamos que A y B son cualesquiera de los 2^n subconjuntos de S.

sea N(B) el número de elementos en B. tenemos que

$$P(A \subset B) = \sum_{i=0}^{n} P(A \subset B \mid N(B) = i)\, P(N(B) = i)$$

$$P(A \subset B \mid \emptyset) P(\emptyset) + P(A \subset B \mid 1) P(1) + P(A \subset B \mid 2) P(2) + \ldots$$

$$+ P(A \subset B \mid n-2)(P(n-2)) + P(A \subset B / n-1) P(n-1) + P(A \subset B / n)\, P(n).$$

$$\left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right)^n = : \frac{3^n}{4^n} = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$P(A \subset B \mid N(B) = i)\, P(N(B) = i) = \frac{P(A \subset B \cap N(B) = i)}{\cancel{P(N(B) = i)}} \cancel{P(N(B) = i)}$$