LFEAII - Ótica Coerente

Pedro Miguel Pombeiro Curvo (ist1102716)

Salvador Baptista Torpes (ist1102474)

Sofia Tété Garcia Ramos Nunes (ist1102633)

Estêvão Moreira Gomes (ist1102650)

23/24

1 Teórica - Transformada de Fourier Ótica

1.1 Transformada de Fourier Ótica

A transformada de fourier ótica de um objeto é formada num dado ponto do espaço sempre que a luz proveninente do ojeto passa por uma lente: a transformada do objeto corresponde à difração que este provoca à lus quando é atravessado: Quanto maior a frequência espacial de um determinado padrão do objeto, menor as fendas espaciais por onde a luz passa e por isso maior a difração que este provoca, ou seja, maior o ângulo de difração - assim, a luz que atravessa padrões do objeto com frequência espacial maior é difratada mais do que a luz que atravessa padrões do objeto com frequência espacial menor - assim, na imagem de fourier, quanto mais longe radialmente estiver a luz do centro, maior a frequência espacial do padrão que a originou.

A transformada de fourier é uma estrutura que se forma naturalmente sempre que um objeto não opaco se deixa atravessar por luz, provocando a difração da mesma em diferentes intensidades e ângulos consoante as diferentes frequências espaciais do objeto. O objetivo deste trabalho é estudar os padrões da TF de diferentes objetos através do uso de um sistema ótico que, com uma lente, consegue colocar a transformada num plano onde se encontra um filtro de fourier - este plano é ampliado e fotografado para análise das transformadas de fourier dos objetos.

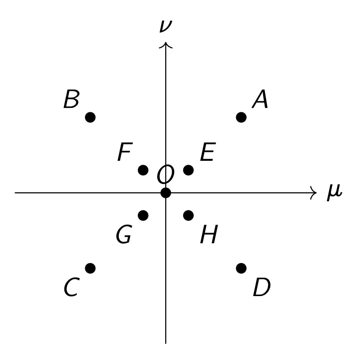
1.2 Coordenadas no Espaço de Fourier

Na montagem experimental utilizada temos duas lentes: uma lente de ampliação e uma lente de fourier: a lente de fourier é colocada depois do objeto e tem como objetivo colocar a transformada de fourier do objeto num plano perto da lente de modo a que depois o possamos observar; No plano focal da lente de fourier, ou seja, onde se pode observar a transformada de fourier do objeto, colocamos um filtro de fourier que possui 3 círculos ajustáveis para poder tapar o ponto central mais intenso. Por fim, seguidamente ao filtro de fourier, colocamos a segunda lente, uma lente de ampliação: esta lente é colocada de modo a que a imagem de fourier no filtro fique no plano focal da lente de ampliação. Colocamos ainda, depois da lente de ampliação, a câmara CCD que irá captar a imagem final - a distância entre a câmara CCD e a lente de ampliação é menor que a distância focal da mesma lente ao filtro de fourier, de modo a que a imagem final seja ampliada.

Assim, o filtro de fourier encontra-se no plano focal da lente de fourier. É no filtro de fourier que conseguimos observar a transformada de fourier do objeto formada pela lente de fourier. A relação entre as coordenadas no espaço de fourier (μ, ν) e as frequências espaciais do objeto que estamos a observar (ν_x, ν_y) é dada pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \mu = \lambda f \nu_x \\ \nu = \lambda f \nu_y \end{cases}$$

Onde f é a distância focal. Se tivermos um objeto do qual estamos a ver a transformada de fourier então ν_x e ν_y são as, respetivamente, a frequência do objeto ao longo do eixo x e do eixo y. Podemos perceber que, à medida que a frequência espacial aumenta numa dada direção, a coordenada no espaço de fourier aumenta na mesma direção - pontos correspondentes a maiores frequências espaciais encontram-se mais afastados do centro do filtro de fourier.



Note-se que na figura acima o ponto O corresponde ao centro do filtro que contém normalmente luz intensa e indesejada. Os pontos A, B, C e D correspondem a frequências espaciais mais altas que as dos pontos E, F, G e H uma vez que estão mais afastados do centro, ou seja, têm valores de μ e ν maiores.

1.3 Redes de Difração

Uma rede de difração tem múltiplas frequências espaciais próprias: todas as combinações periódicas de riscas formam uma frequência espacial diferente: a frequência própria mais alta de uma rede difração é aquelas que corresponde ao padrão com todas as riscas. Por outro lado, a menor frequência corresponde ao padrão com apenas a primeira e a última risca: assim, a imagem de fourier de uma rede de difração é um conjunto concêntrico de pontos, sendo que à medida que nos afastamos do centro, a frequência espacial responsável pelo ponto é maior.

1.4 Relação Matemática

As transformadas de fourier óticas que observamos são descritas matematicamente pela transformada de fourier de um conjunto de funções 2D. Se a nossa imagem for descrita pelo gráfico de uma função $f(x, y)$, então a sua transformada de fourier é dada por:

$$\mathcal{F}(f(x,y))(\mu,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-2\pi i(\mu x+\nu y)}dxdy$$

O imagem de fourier é então o gráfico da função $\mathcal{F}(f(x,y))(\mu,\nu)$ no plano (μ,ν).

Em adição, como já vimos anteriormente, a relação entre as coordenadas no espaço de fourier (μ,ν) e as frequências espaciais de um padrão do objeto na direção x e y (ν_x,ν_y) é dada por:

$$\begin{cases} \mu = \lambda f \nu_x \\ \nu = \lambda f \nu_y \end{cases}$$

2 Teórica - Interferometria

Com o objetivo de estudar a interferência de ondas eletromagnéticas em fases diferentes, utilizamos um interferómetro de Michelson. O interferómetro de Michelson é composto por uma fonte de luz, um beam splitter, dois espelhos e uma câmara CCD.

2.1 Funcionamento do Interferómetro de Michelson

A luz emitida pelo laser é direcionada (possivelemnte com a ajuda de um espelho) para o beam splitter. O beam splitter reflete o feixe em duas direções perpendiculares: uma direciona-se a um espelho fixo e é refletido de volta para o beam splitter e do beam splitter para a fonte; o outro feixe é refletido para um espelho móvel (a sua distância o BS varia) e é refletido de volta para o BS e do BS para a câmara CCD. Em adição, o espelho móvel tem um ligeiro tilt de modo a que o feixe que é refletido para a câmara CCD tenha um ângulo de incidência diferente do feixe que é refletido para o espelho fixo: o feixe provenninente do espelho fixo incide perpendicularmente ao CCD enquanto que o feixe proveniente do outro feixe tem um ângulo de incidência igual a θ.

Assim, existem dois fenómenos que estamos a observar:

Fenómenos Geométricos - Interferência Em primeiro lugar, se mantivermos os dois espelhos a uma mesma distância d_0 do beam splitter e fizermos varia o ângulo de incidência de um dos feixes, podemos observar a formação do padrão de interferência: à medida que a diferença entre os dois ângulos de incidência aumenta, a distância entre os duas riscas no padrão de interferência torna-se cada vez menor - os picos de intensidade do padrão correspondem aos cruzamentos das riscas oblíquas (onda com inclinação θ) com as riscas verticais (onda com inclinação 0). A relação entre a distância a entre as riscas de interferência no padrão e o ângulo θ é dada por:

$$a = \frac{\lambda}{\sin\theta}$$

Onde λ é o comprimento de onda da luz do laser.

Fenómenos Temporais - Contraste Em segundo lugar, depois de fixarmos um ângulo θ para o qual o padrão de interferência seja razoável (uma distância entre discas não demasiado elevada), podemos fazer variar a distância do espelho inclinado ao beam splitter: mantemos um dos espelhos a uma distância d_0 e colocamos uma outra a uma distância $d_0 + \Delta d$ - ao fazer isto, vamos criar um desfasamento temporal entre a chegada dos dois feixes à CCD dado que, depois do feixe inicial incidir no beam splitter e se dividir, um deles percorre uma distância maior: O desfasamento temporal entre a chegada dos dois feixes à CCD é dado por:

$$\Delta t = \frac{2\Delta d}{c}$$

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

Onde assumimos que a velocidade da luz é igual à do vácuo e d_2 é a distância ao espelho móvel e d_1 é a distância ao espelho fixo.

Á medida que aumenta o desfasamento temporal entre os dois feixes, dado que estes são pulsos sinusoidais e não senos infinitos, os feixes deixam de se sobrepor e passamos a ter menos constraste - muito ruido e pouca interferência. O contraste máximo que podemos observar acontece quando o desfasamento temporal é nulo e os dois feixes estão em fase.

Em adição, o contraste pode ser calculado pela seguinte equação:

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Onde I_{max} é a intensidade máxima e I_{min} é a intensidade mínima do padrão de interferência. O objetivo nesta segunda parte é poder desenhar um gráfico do contraste da imagem de interferência obtida (para um θ constante) em função do desfasamento temporal Δt entre os dois feixes. A relação entre o contraste como função do desfasamento $K(\Delta t)$ e o espetro de energia $I(\omega)$ é dada pela transformada de fourier:

$$K(\Delta t) = \mathcal{F}(I(\omega))(\Delta t)$$

Onde ω é a frequência angular da onda e $I(\omega)$ é o espetro de energia da onda. Quando fazemos a transformada de fourier de I obtemos o contraste do padrão de interferência como função do desfasamento temporal.

2.2 Equação da Difração

A equação da difração permite-nos relacionar o comprimento de onda da onda com o ângulo entre os dois feixes que estão a sofrer interferência.

2.3 Cálculo do ângulo θ

O ângulo θ calcula-se com a íris totalmente fechada uma vez que assim podemos tirar uma foto onde sejam visíveis/separáveis os dois feixes de luz que estão a sofrer interferência: como o feixe fica muito muito fino podemos vê-los distintos e calcular a distância entre eles através do comprimento dos pixeis do CCD. Assim sendo, a distância entre os dois feixes Δ_{CCD} corresponde ao cateto oposto de um triângulo de cujo cateto adjacente é a distância L entre o CCD e o espelho móvel onde um dos feixes está a ser refletido com inclinação. Assim, o ângulo θ é dado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta_{CCD}}{L}\right) \Leftrightarrow \tan\theta = \frac{\Delta_{CCD}}{L}$$

3 Procedimento Experimental