



LFEAII - Ótica Coerente

Pedro Miguel Pombeiro Curvo (ist1102716)

Salvador Baptista Torpes (ist1102474)

Sofia Tété Garcia Ramos Nunes (ist1102633)

Estêvão Moreira Gomes (ist1102650)

23/24

1 Teórica - Transformada de Fourier Ótica

1.1 Transformada de Fourier Ótica

A transformada de fourier ótica de um objeto é formada num dado ponto do espaço sempre que a luz proveniente do objeto passa por uma lente: a transformada do objeto corresponde à difração que este provoca à luz quando é atravessado: Quanto maior a frequência espacial de um determinado padrão do objeto, menor as fendas espaciais por onde a luz passa e por isso maior a difração que este provoca, ou seja, maior o ângulo de difração - assim, a luz que atravessa padrões do objeto com frequência espacial maior é difratada mais do que a luz que atravessa padrões do objeto com frequência espacial menor - assim, na imagem de fourier, quanto mais longe radialmente estiver a luz do centro, maior a frequência espacial do padrão que a originou.

A transformada de fourier é uma estrutura que se forma naturalmente sempre que um objeto não opaco se deixa atravessar por luz, provocando a difração da mesma em diferentes intensidades e ângulos consoante as diferentes frequências espaciais do objeto. O objetivo deste trabalho é estudar os padrões da TF de diferentes objetos através do uso de um sistema ótico que, com uma lente, consegue colocar a transformada num plano onde se encontra um filtro de fourier - este plano é ampliado e fotografado para análise das transformadas de fourier dos objetos.

1.2 Coordenadas no Espaço de Fourier

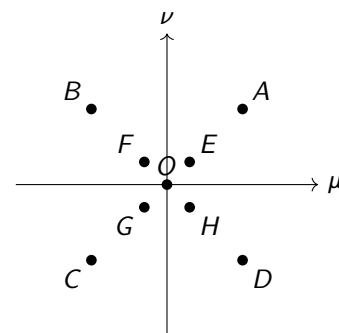
Na montagem experimental utilizada temos duas lentes: uma lente de ampliação e uma lente de fourier: a lente de fourier é colocada depois do objeto e tem como objetivo colocar a transformada de fourier do objeto num plano perto da lente de modo a que depois o possamos observar; No plano focal da lente de fourier, ou seja, onde se se pode observar a transformada de fourier do objeto, colocamos um filtro de fourier que possui 3 círculos ajustáveis para poder tapar o ponto central mais intenso. Por fim, seguidamente ao filtro de fourier, colocamos a segunda lente, uma lente de ampliação: esta lente é colocada de modo a que a imagem de fourier no filtro fique no plano focal da lente de

ampliação. Colocamos ainda, depois da lente de ampliação, a câmara CCD que irá captar a imagem final - a distância entre a câmara CCD e a lente de ampliação é menor que a distância focal da mesma lente ao filtro de fourier, de modo a que a imagem final seja ampliada.

Assim, o filtro de fourier encontra-se no plano focal da lente de fourier. É no filtro de fourier que conseguimos observar a transformada de fourier do objeto formada pela lente de fourier. A relação entre as coordenadas no espaço de fourier (μ, ν) e as frequências espaciais do objeto que estamos a observar (ν_x, ν_y) é dada pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \mu = \lambda f \nu_x \\ \nu = \lambda f \nu_y \end{cases}$$

Onde f é a distância focal. Se tivermos um objeto do qual estamos a ver a transformada de fourier então ν_x e ν_y são as, respetivamente, a frequência do objeto ao longo do eixo x e do eixo y . Podemos perceber que, à medida que a frequência espacial aumenta numa dada direção, a coordenada no espaço de fourier aumenta na mesma direção - pontos correspondentes a maiores frequências espaciais encontram-se mais afastados do centro do filtro de fourier.



Note-se que na figura acima o ponto O corresponde ao centro do filtro que contém normalmente luz intensa e indesejada. Os pontos A , B , C e D correspondem a frequências espaciais mais altas que as dos pontos E , F , G e H uma vez que estão mais afastados do centro, ou seja, têm valores de μ e ν maiores.

1.3 Redes de Difração

Uma rede de difração tem múltiplas frequências espaciais próprias: todas as combinações periódicas de riscas formam uma frequência espacial diferente: a frequência própria mais alta de uma rede de difração é aquelas que corresponde ao padrão com todas as riscas. Por outro lado, a menor frequência corresponde ao padrão com apenas a primeira e a última risca: assim, a imagem de fourier de uma rede de difração é um conjunto concêntrico de pontos, sendo que à medida que nos afastamos do centro, a frequência espacial responsável pelo ponto é maior.

1.4 Relação Matemática

As transformadas de fourier óticas que observamos são descritas matematicamente pela transformada de fourier de um conjunto de funções 2D. Se a nossa imagem for descrita pelo gráfico de uma função $f(x, y)$, então a sua transformada de fourier é dada por:

$$\mathcal{F}(f(x, y))(\mu, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i(\mu x + \nu y)} dx dy$$

O imagem de fourier é então o gráfico da função $\mathcal{F}(f(x, y))(\mu, \nu)$ no plano (μ, ν) .

Em adição, como já vimos anteriormente, a relação entre as coordenadas no espaço de fourier (μ, ν) e as frequências espaciais de um padrão do objeto na direção x e y (ν_x, ν_y) é dada por:

$$\begin{cases} \mu = \lambda f \nu_x \\ \nu = \lambda f \nu_y \end{cases}$$

2 Teórica - Interferometria

Com o objetivo de estudar a interferência de ondas eletromagnéticas em fases diferentes, utilizamos um interferômetro de Michelson. O interferômetro de Michelson é composto por uma fonte de luz, um beam splitter, dois espelhos e uma câmara CCD.

2.1 Funcionamento do Interferômetro de Michelson

A luz emitida pelo laser é direcionada (possivelmente com a ajuda de um espelho) para o beam splitter. O beam splitter reflete o feixe em duas direções perpendiculares: uma direciona-se a um espelho fixo e é refletido de volta para o beam splitter e do beam splitter para a fonte; o outro feixe é refletido para um espelho móvel (a sua distância o BS varia) e é refletido de volta para o BS e do BS para a câmara CCD. Em adição, o espelho móvel tem um ligeiro tilt de modo a que o feixe que é refletido para a câmara CCD tenha um ângulo de incidência diferente do feixe que é refletido para o espelho fixo: o feixe proveniente do espelho fixo incide perpendicularmente ao CCD enquanto que o feixe proveniente do outro feixe tem um ângulo de incidência igual a θ .

Assim, existem dois fenômenos que estamos a observar:

Fenômenos Geométricos - Interferência Em primeiro lugar, se mantivermos os dois espelhos a uma mesma distância d_0 do beam splitter e fizermos variar o ângulo de incidência de um dos feixes, podemos observar a formação do padrão de interferência: à medida que a diferença entre os dois ângulos de incidência aumenta, a distância entre os duas riscas no padrão de interferência torna-se cada vez menor - os picos de intensidade do padrão correspondem aos cruzamentos das riscas oblíquas (onda com inclinação θ) com as riscas verticais (onda com inclinação 0). A relação entre a distância a entre as riscas de interferência no padrão e o ângulo θ é dada por:

$$a = \frac{\lambda}{\sin \theta}$$

Onde λ é o comprimento de onda da luz do laser.

Fenômenos Temporais - Contraste Em segundo lugar, depois de fixarmos um ângulo θ para o qual o padrão de interferência seja razoável (uma distância entre riscas não demasiado elevada), podemos fazer variar a distância do espelho inclinado ao beam splitter: mantemos um dos espelhos a uma distância d_0 e colocamos uma outra a uma distância $d_0 + \Delta d$ - ao fazer isto, vamos criar um desfasamento temporal entre a chegada dos dois feixes à CCD dado que, depois do feixe inicial incidir no beam splitter e se dividir, um deles percorre uma distância maior: O desfasamento temporal entre a chegada dos dois feixes à CCD é dado por:

$$\Delta t = \frac{2\Delta d}{c}$$

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

Onde assumimos que a velocidade da luz é igual à do vácuo e d_2 é a distância ao espelho móvel e d_1 é a distância ao espelho fixo.

À medida que aumenta o desfasamento temporal entre os dois feixes, dado que estes são pulsos sinusoidais e não senos infinitos, os feixes deixam de se sobrepor e passamos a ter menos contraste - muito ruído e pouca interferência. O contraste máximo que podemos observar acontece quando o desfasamento temporal é nulo e os dois feixes estão em fase.

Em adição, o contraste pode ser calculado pela seguinte equação:

$$K = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Onde I_{max} é a intensidade máxima e I_{min} é a intensidade mínima do padrão de interferência. O objetivo nesta segunda parte é poder desenhar um gráfico do contraste da imagem de interferência obtida (para um θ constante) em função do desfasamento temporal Δt entre os dois feixes. A relação entre o contraste como função do desfasamento $K(\Delta t)$ e o espectro de energia $I(\omega)$ é dada pela transformada de fourier:

$$K(\Delta t) = \mathcal{F}(I(\omega))(\Delta t)$$

Onde ω é a frequência angular da onda e $I(\omega)$ é o espectro de energia da onda. Quando fazemos a transformada de fourier de I obtemos o contraste do padrão de interferência como função do desfasamento temporal.

2.2 Equação da Difração

A equação da difração permite-nos relacionar o comprimento de onda da onda com o ângulo entre os dois feixes que estão a sofrer interferência.

2.3 Cálculo do ângulo θ

O ângulo θ calcula-se com a íris totalmente fechada uma vez que assim podemos tirar uma foto onde sejam visíveis/separáveis os dois feixes de luz que estão a sofrer interferência: como o feixe fica muito muito fino podemos vê-los distintos e calcular a distância entre eles através do comprimento dos pixels do CCD. Assim sendo, a distância entre os dois feixes Δ_{CCD} corresponde ao cateto oposto de um triângulo de cujo cateto adjacente é a distância L entre o CCD e o espelho móvel onde um dos feixes está a ser refletido com inclinação. Assim, o ângulo θ é dado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta_{CCD}}{L}\right) \Leftrightarrow \tan \theta = \frac{\Delta_{CCD}}{L}$$

2.4 Amplificação da Imagem

Entre o BS e o CCD colocamos uma lente de ampliação de modo a que a imagem de interferência seja ampliada e possamos observar melhor o padrão de interferência. De modo a sabermos qual a distância a que devíamos colocar a lente para obter a ampliação pretendida, usamos a fórmula da lente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

Onde f é a distância focal da lente, d_o é a distância entre a lente e o objeto (neste caso, o BS) e d_i é a distância entre a lente e a imagem, neste caso, o CCD.

A magnificação M da imagem é dada por:

$$M = -\frac{d_i}{d_o}$$

2.5 Desvio de fase no Interferograma

Como é que podemos calcular o desvio de fase entre o feixe emitido pelo laser e o feixe resultante da interferência?

2.6 Variação com a temperatura

De modo a averiguar como varia o padrão de interferência com a alteração da temperatura do meio, colocamos um ferro de soldar entre o BS e o espelho fixo. À medida que a temperatura aumentava, observamos que as riscas do padrão de interferência ficavam desformadas à medida que a temperatura aumentava.

2.7 Variação com a distância do 2º espelho

Fizemos variar a distância do espelho móvel ao BS e observamos que as riscas do padrão de interferência ficavam mais juntas à medida que a distância aumentava - riscas mais finas - menos a .

2.8 Variação com Ondas de Pressão

Com o objetivo de estudar como varia o padrão de interferência com ondas sonoras de determinada frequência. Colocamos uma coluna num suporte externo à mesa ótica para evitar que as vibrações mecânicas se propaguem para os espelhos do interferómetro. Verificamos que as ondas sonoras provocam um movimento do padrão de riscas de interferência: o padrão oscila como um todo a diferentes frequências consoante a frequência do som que é emitido.

2.9 Variação com o ângulo de incidência

Pretendemos agora estudar como varia o padrão de interferência com o ângulo de tilt do espelho móvel. Tiramos várias fotos do padrão à medida que variamos o ângulo.

3 Análise de Dados

3.1 Tratamento de imagem

Existem dois tipos de imagens com as quais podemos trabalhar: Em primeiro lugar temos as imagens RGB - estas são imagens cuja informação está guardada numa matriz onde o número de linhas e colunas é o número de pixels na vertical e na horizontal da imagem. Cada entrada da matriz é um vetor com 3 entradas: $[R, G, B]$ onde R , G e B são as intensidades de vermelho, verde e azul respetivamente:

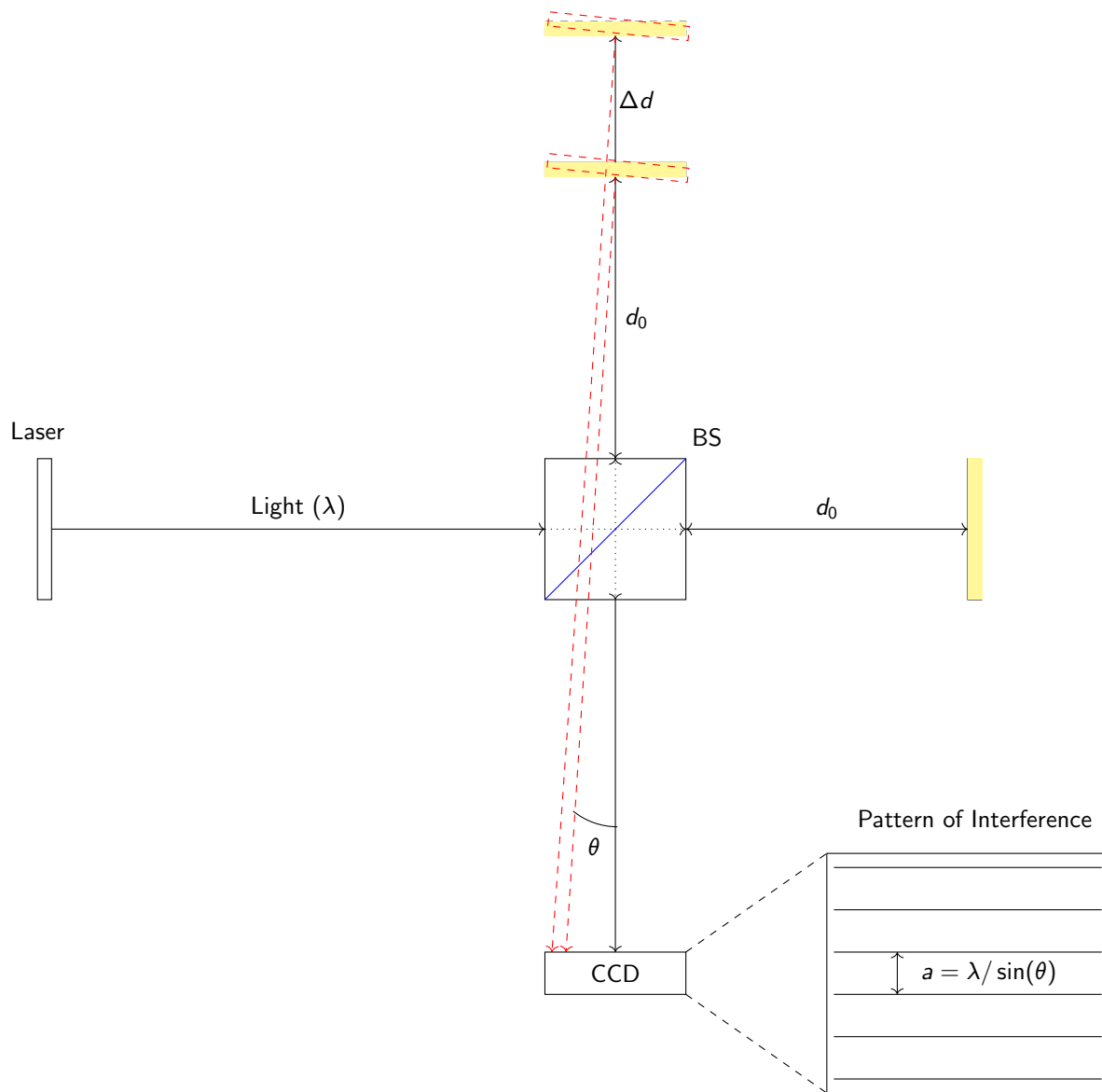
$$\text{image} = \begin{bmatrix} [R, G, B] & [R, G, B] & \cdots & [R, G, B] \\ [R, G, B] & [R, G, B] & \cdots & [R, G, B] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [R, G, B] & [R, G, B] & \cdots & [R, G, B] \end{bmatrix}$$

$$\text{onde} \quad \begin{cases} R \in [0, 255] \\ G \in [0, 255] \\ B \in [0, 255] \end{cases}$$

Em segundo lugar, temos as imagens **greyscale** - estas imagens são semelhantes mas a informação associada a cada ponto não é um array com três números mas sim um número entre 0 e 1 que representa a intensidade de cinzento do pixel:

$$\text{image} = \begin{bmatrix} I & I & \cdots & I \\ I & I & \cdots & I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & I & \cdots & I \end{bmatrix}$$

4 Montagem - Interferómetro de Michelson



LightPipes Simulation

1. Criar o plano da simulação grid - tenho de dizer o tamanho total GridSize(), lambda, GridDimension() (=1024)
2. criar o feixe - begin()
3. criar o objeto - aperture() - objeto opaco ou screen() - objeto normal
4. propagar o feixe até à lente - existem várias - Forvard() ou Fresnel(): Field3 = Forvard(distância a percorrer, Field2)
5. propagar a simulação a distância entre o objeto e a lente;
6. Simular a lente - lens() - é uma função de progação através da lente;
7. propagar a simulação a distância entre a lente e o plano de fourier - a distância focal da lente;
8. Se quiser bloquear altas ou baixas frequências, colocamos respetivamente uma circular aperture e um circular screen;
9. Informação guardada no campo: intensidade, fase;
10. Objeto branco no fundo preto em png: aperture;
11. Objeto preto no fundo branco em png: screen;

Aula Apresentação LFEUI

1. Até 27 de outubro - escolher uma experiência;
2. 3 Novembro - enviar lista com os pares grupos-experiência;
3. 6 Novembro - Leilão dos grupos em falta;
4. 10 Novmebro - Verificação junto dos Responsáveis;