

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Σκοπός

Στην 8^η άσκηση, καλούμαστε να συγκρίνουμε τους τρόπους συνέλιξης μεταξύ μιας εικόνας και ενός φίλτρου. Ο πρώτος τρόπος είναι η έτοιμη συνάρτηση `conv2`, ο δεύτερος είναι ο πολλαπλασιασμός των μετασχηματισμών Fourier των σημάτων και ο τρίτος είναι με τη χρήση του πίνακα Toeplitz.

Επεξεργασία

Τα βήματα που ακολουθήθηκαν είναι τα εξής:

Αρχικά, δημιουργούμε την εικόνα την οποία θα χρησιμοποιήσουμε και το φίλτρο. Πρώτα μειώνουμε το μέγεθος της αρχικής εικόνας με τη συνάρτηση `imresize()` και υπολογίζουμε τον μετασχηματισμό Fourier της νέας εικόνας. Για την απεικόνιση του μετασχηματισμού, φροντίζουμε να κεντράρουμε το σήμα με τη συνάρτηση `fftshift`:

```
%step 2
I_new = imresize(I, [30 30]);

%step 3
I_fft2 = fft2(I_new);
I_shifted = fftshift(I_fft2);
```

Στη συνέχεια, κατασκευάζουμε το gaussian φίλτρο σύμφωνα με τη δεδομένη συνάρτηση `G`, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `meshgrid()`. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το μετασχηματισμό Fourier του φίλτρου, και το απεικονίζουμε με τη συνάρτηση `mesh()`. Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η επόμενη:

```
%step 5
N=9;
[X,Y] = meshgrid(ceil(-N/2):floor(N/2), ceil(-N/2):floor(N/2));
s = 0.8;
e = exp(-(X.^2 + Y.^2)/(2*s*s));
G = e/(2*pi*s*s);

%step 6
G_fft2 = fft2(G);
G_shifted = fftshift(G_fft2);
figure;

%step 7
G_mesh = mesh(abs(G_shifted), colormap(gray));
```

Έπειτα, όσον αφορά τη μέθοδο της συνέλιξης, έκανα padding στην εικόνα και με την επιλογή 'valid' απεικόνισα τη συνέλιξη.

```
%step 8
padded_image = padarray(I_new, [floor(N/2) floor(N/2)]);
filtered_im = conv2(padded_image, G, 'valid');
figure, imagesc(filtered_im), colormap(gray);
```

- -

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Στη συνέχεια, σύμφωνα με τα βήματα που πρέπει να ακολουθηθούν για να εφαρμοστεί ο πολλαπλασιασμός μεταξύ των σημάτων, υπολογίζω το μέγεθος που θα χρησιμοποιήσουμε για τους μετασχηματισμούς. Έτσι, εφαρμόζω padding μέσω της συνάρτησης `fft2`, ώστε να πολλαπλασιάσω τους μετασχηματισμούς.

```
%step 9
PQ = size(I_new) + size(G) - 1;
PQ = 2 * ceil(PQ / 2);

I_f=fft2(I_new, PQ(1), PQ(2));
G_f=fft2(G, PQ(1), PQ(2));

prod = G_f.*I_f;
```

Στη συνέχεια, εφαρμόζω αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier για να επιστρέψουμε στο πεδίο του χρόνου. Επίσης, χρειάζεται να επαναπροσδιορίσουμε το μέγεθος της εικόνας ώστε να κρατήσουμε τη χρήσιμη πληροφορία με την `imcrop()`.

```
%step 10
prod_ifft=real(ifft2(prod))
final_prod = imcrop(prod_ifft,[5 5 29 29]);
figure, imagesc(final_prod),colormap(gray);
```

Όσον αφορά τη μέθοδο `Toeplitz`, λόγω έλλειψης χρόνου, δεν κατάφερα να εφαρμόσω ολόκληρη τη διαδικασία, αλλά χρησιμοποίησα τη συνάρτηση `convmtx2()`, με βάση τα ορίσματα που απαιτούνται, όπως φαίνεται παρακάτω. Όπως και πριν, χρειάζεται και σε αυτό το σημείο να κρατήσουμε τη χρήσιμη πληροφορία.

```
%step 11
M = length(I_new);
X = double(I_new);
T = convmtx2(G,M,M);
toep=reshape(T*X(:),size(G)+[30 30]-1);

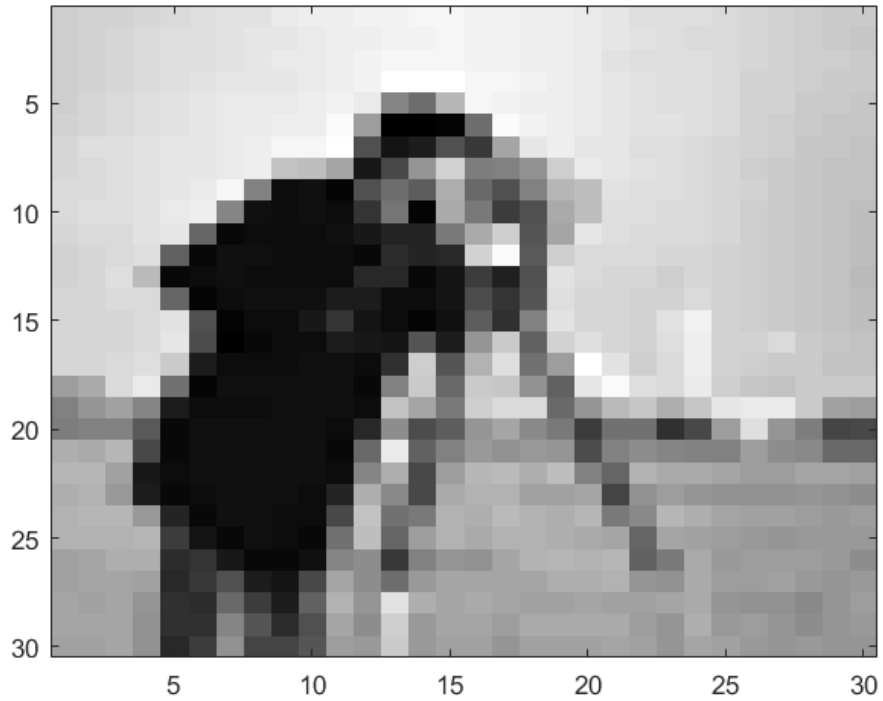
toep = toep(5:end-4,5:end-4);
figure, imagesc(toep),colormap(gray);
```

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

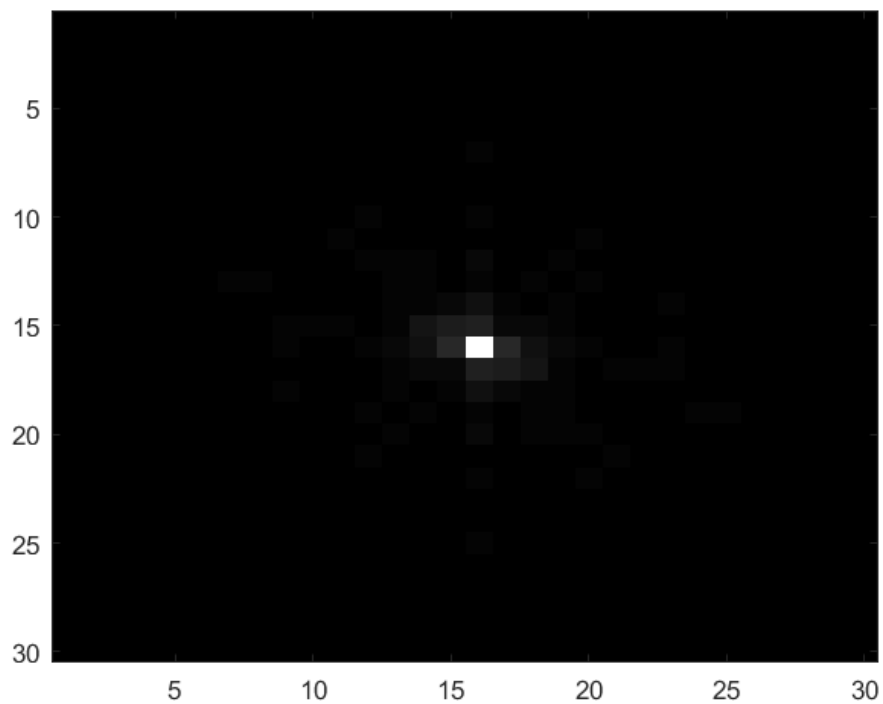
Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Αποτελέσματα

Η καινούρια εικόνα με μέγεθος 30x30:



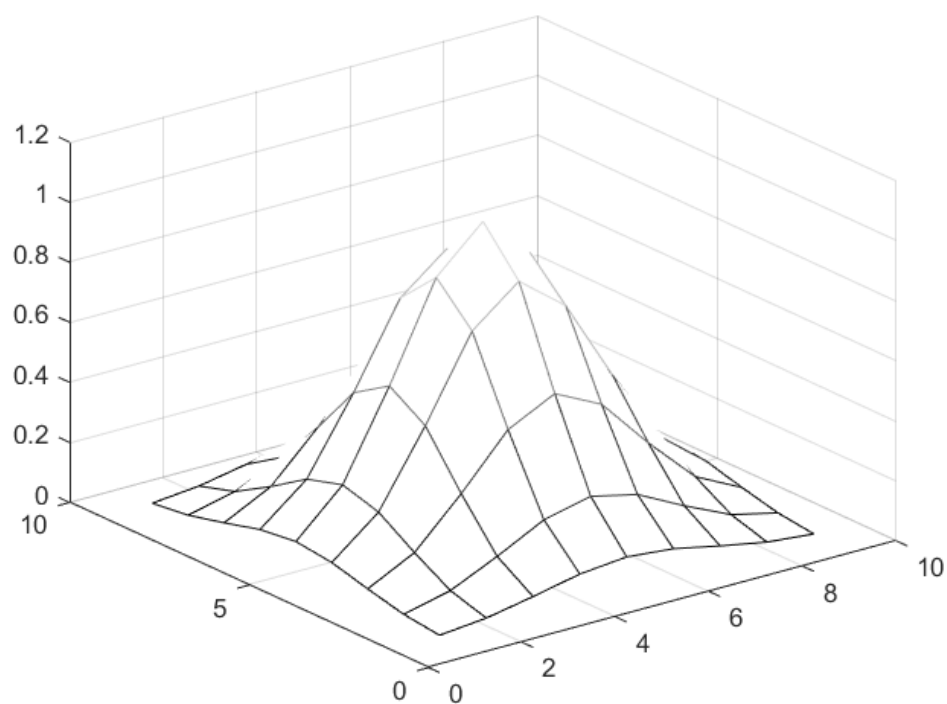
Ο μετασχηματισμός Fourier της εικόνας:



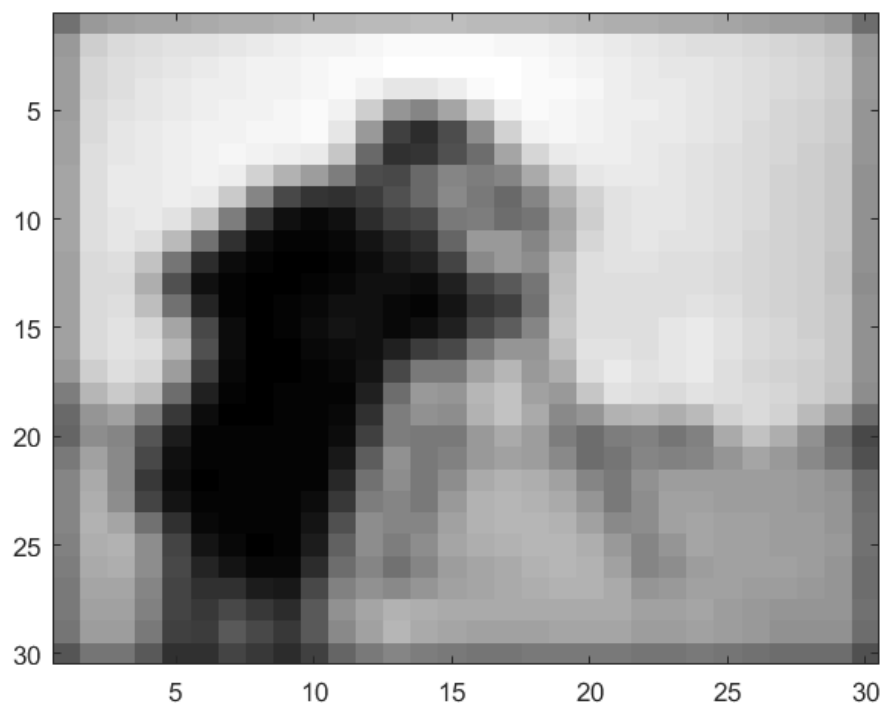
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Ο μετασχηματισμός Fourier του φίλτρου:



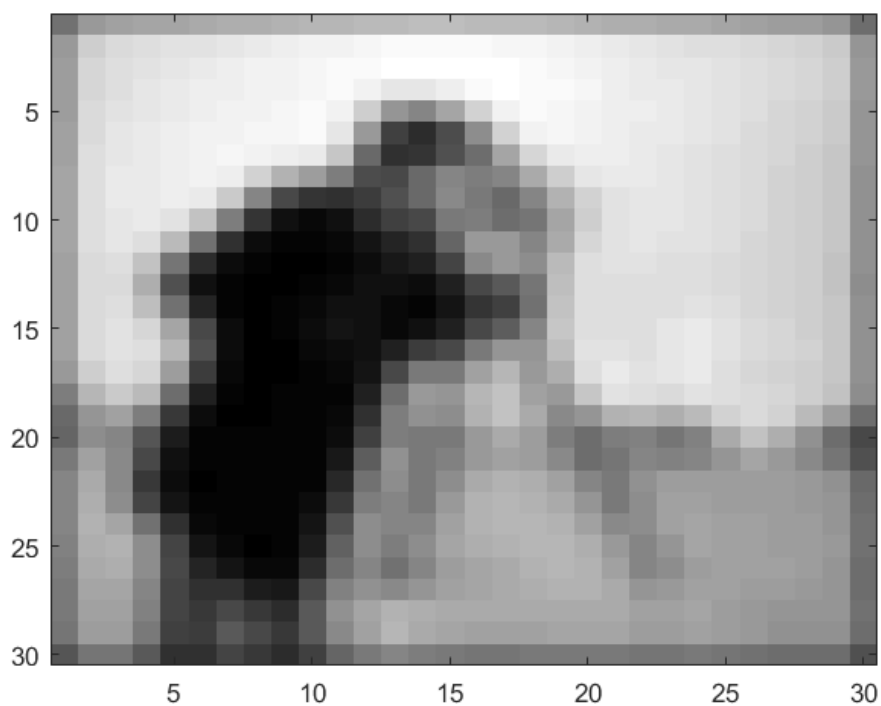
Μέθοδος `conv2()`:



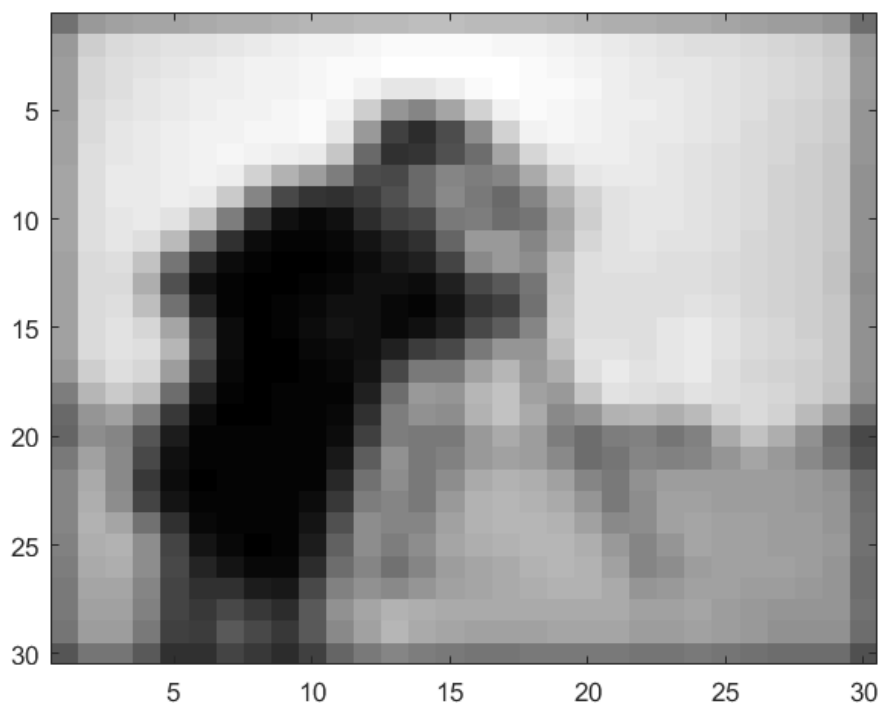
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Μέθοδος πολλαπλασιασμού:



Μέθοδος Toeplitz:



Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας – Άσκηση 8^η

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά, 2016030136

Παρατηρούμε ότι οι εικόνες είναι πανομοιότυπες. Επίσης, παρ' όλο που η μέθοδος του πολλαπλασιασμού έχει λιγότερες πράξεις, καταναλώνει τόσο μέγεθος, που είναι πιθανό η εικόνα να μην μπορεί να αποτυπωθεί. Επίσης, το σκούρο περίβλημα στις εικόνες οφείλεται στο padding.

Όσον αφορά το mse, οι διαφορές είναι πολύ μικρές, και οφείλονται είτε στις μαθηματικές διεργασίες των μεθόδων, είτε σε υπολογιστικά σφάλματα.

Σύγκριση MSE

conv2() – πολλαπλασιασμός: **2.6035e-27**

conv2() – Toeplitz: **2.1149e-27**

πολλαπλασιασμός – Toeplitz: **2.4875e-27**