

ΤΗΛ301

ΑΣΚΗΣΗ 2, 28/11/2019

Σοφία Καφρίτσα Γεωργαντά
ΑΜ | 2016030136

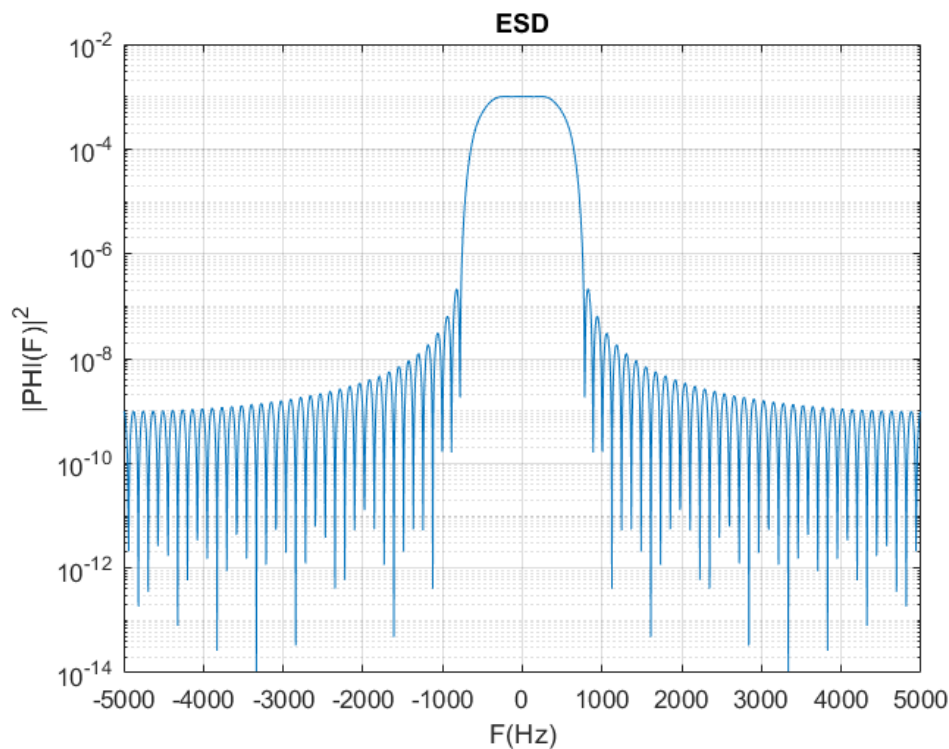
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της εργασίας αυτής, είναι να συγκρίνουμε τις φασματικές ισχύες υλοποιήσεων μέσω 2-PAM και 4-PAM, να κατανοήσουμε τον τρόπο που επηρεάζει η περίοδος το εύρος φάσματος, καθώς και να μελετήσουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος διαμορφωμένου σήματος.

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Υποερώτημα Α.1

Αρχικά, δημιουργήσα παλμό SRRC $\phi(t)$, με τιμές $T=10^{-3}$ sec, $\text{over} = 10$, $A=4$ και $\alpha=0.5$. Όπως και στην προηγούμενη άσκηση, υπολόγισα το μετασχηματισμό Fourier της $\phi(t)$ σε 2048 ισαπέχοντα σημεία. Τέλος, σχεδίασα τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$, ορίζοντας τον άξονα των συχνοτήτων από $-\frac{F_s}{2}$ μέχρι $\frac{F_s}{2} - \frac{F_s}{N_f}$, με βήμα $\frac{F_s}{N_f}$. Παρακάτω έχουμε την ESD του παλμού σε semilogy:



Παρατίθεται ο κώδικας του υποερωτήματος Α.1:

```
clear all;  
close all;  
clc;
```

```

%-----Erwthma A.1-----

%orismos parametrwn
T = 10 ^ (-3);
over = 10;
Ts = T/over;
A = 4;
a = 0.5;

%SRRC pulse me vash th synarthsh srrc_pulse
[phi, t1] = srrc_pulse (T, Ts, A, a);

Fs=1/Ts;
Nf=2048;

%aksonas syxnothtwn
f = (-Fs/2):(Fs/Nf):(Fs/2)-(Fs/Nf);

%fourier transform
fourier = fftshift(fft(phi,Nf))*Ts;

%esd
esd=abs(fourier).^2;

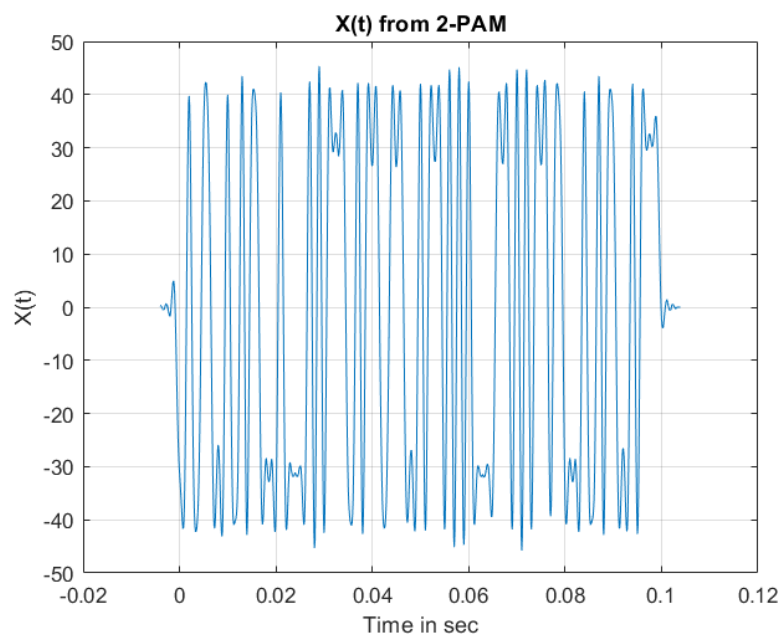
figure();
semilogy(f,esd);
grid on;
title('ESD');
xlabel('F (Hz) ');
ylabel(' |PHI (F) | ^2 ');

```

Υποερώτημα A.2

Στο 2^ο υποερώτημα, μέσω της συνάρτησης $X_n = \text{bits_to_2PAM}(b)$, απεικονίζω 100 ανεξάρτητα και ισοπίθανα bits σε σύμβολα X_n . Έπειτα κατασκευάζω την παρακάτω κυματομορφή:

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \phi(t - nT).$$



Υποθέτοντας ότι το πλήθος των συμβόλων είναι άπειρο, αποδεικνύουμε ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος

της $X(t)$ είναι $S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T} |\Phi(F)|^2$.

Παρατίθεται ο κώδικας της συνάρτησης $X_n = \text{bits_to_2PAM}(b)$:

```
function X = bits_to_2PAM(b)

    for i = 1:length(b)
        if (b(i)==0)
            X(i)=1;
        else
            X(i)=-1;
        end
    end
end
```

Παρατίθεται ο κώδικας του υποερωτήματος A.2

```
%-----Erwthma A.2-----

N=100;
b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn = bits_to_2PAM(b);

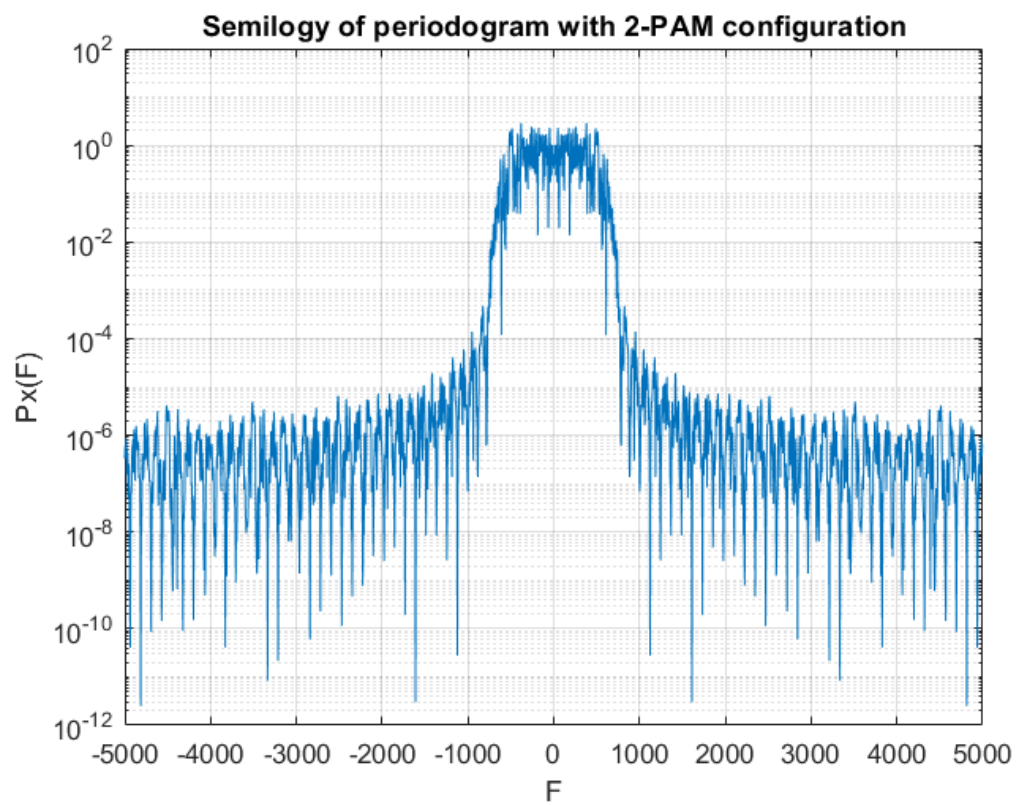
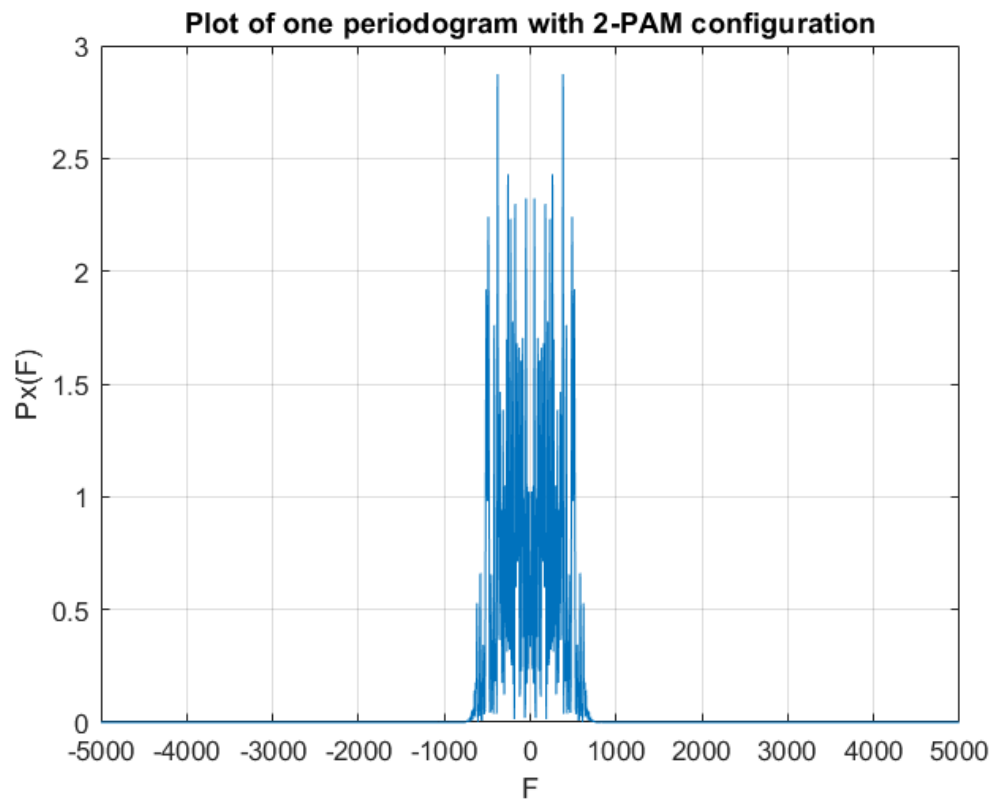
X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
t2 = 0:Ts:N*T-Ts;

Xt =conv(X_n,phi)*Ts;
t_conv = min(t1)+min(t2):Ts:max(t1)+max(t2);

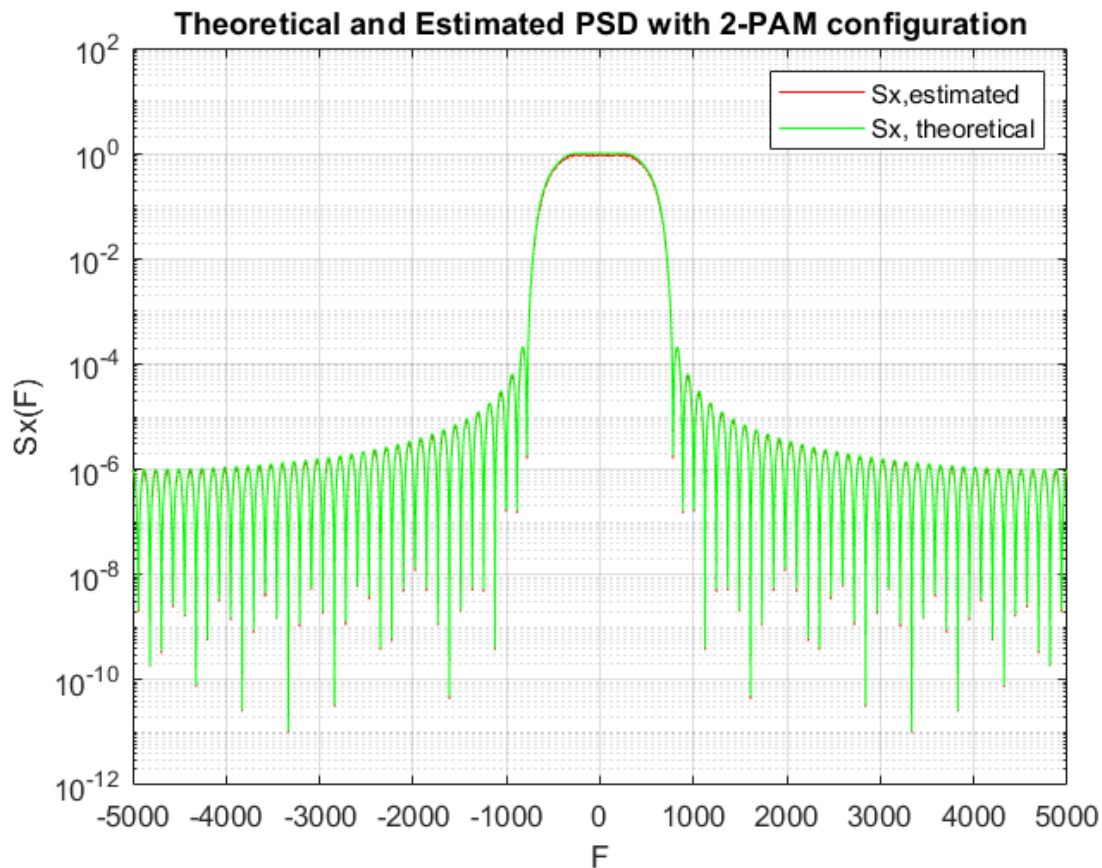
figure()
plot(t_conv,Xt)
title('X(t) from 2-PAM');
xlabel('Time in sec');
ylabel('X(t)');
grid on
```

Υποερώτημα A.3

α) Σε αυτό το υποερώτημα, παίρνω μία υλοποίηση Fourier και υπολογίζω το περιοδόγραμμα μίας υλοποίησης της $X(t)$. Προσέχω να ορίσω κατάλληλα τον συνολικό χρόνο διάρκειας του περιοδογράμματος. Παρακάτω φαίνεται το $P_X(F)$ με χρήση plot και semilogy:



β) Στη συνέχεια, καλούμαστε να σχεδιάσουμε την εκτίμηση και τη θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος. Μέσα σε ένα for-loop, επαναλαμβάνω την παραπάνω διαδικασία για 1000 δείγματα, ώστε να εκτιμήσω την φασματική πυκνότητα ισχύος, υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε αυτά σε 1000 υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων. Για την εκτιμώμενη PSD, χρησιμοποίησα τον τύπο $Sx_est = \text{sum}(PxF_pinakas) ./ K$ που υπολογίζει τη μέση τιμή με βάση δεδομένα που έχουμε βάλει από το for loop στον πίνακα με τα περιοδογράμματα, ενώ για την θεωρητική τιμή, χρησιμοποίησα τον τύπο $Sx_theor = (\text{var}(Xn)/T) .* (esd)$. Όπως φαίνεται, οι εκτιμώμενη και η θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος ταυτίζονται.



γ) Όπως αναφέρεται και στην εκφώνηση, όσο μεγαλώνει το K και το N, η προσέγγιση γίνεται καλύτερη. Συγκεκριμένα, αυτό συμβαίνει, διότι για μεγαλύτερα K, έχουμε περισσότερα δείγματα να επεξεργαστούμε, άρα και καλύτερη αντίληψη του πειράματος, ενώ για μεγαλύτερα N, στέλνουμε κάθε φορά περισσότερα bits στην $\text{bits_to_2PAM}(b)$. Μάλιστα, από τον θεωρητικό τύπο της PDS, βλέπουμε άμεσα τη συσχέτιση αυτή, καθώς η διασπορά που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό της έχει μεγαλύτερα ακρίβεια. Για τη διασπορά της της Xn με 2-PAM έχουμε $\text{var}(Xn) = \frac{1^2 + (-1)^2}{2} = 1$

Παρατίθεται ο κώδικας για το A.3:

```
%-----Erwtima A.3-----

K=1000;
T_total=length(Xt)*Ts;
XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts; %fourier
PxF=(abs(XF).^2)/T_total %mias ylopoihs
```

```

%ftiaxnoume polles ylopohseis gia thn Sx
for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn = bits_to_2PAM(b);
    X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
    Xt = conv(X_n,phi)*Ts;
    XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts;
    T_total=length(Xt)*Ts;

    PxF=(abs(XF).^2)/T_total;
    PxF_pinakas(k,:)=PxP;

end

Sx_est = sum(PxF_pinakas)./K; %estimated
Sx_theor = (var(1/T).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF);
title('Plot of one periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

%semilogy
figure();
semilogy(f, PxP);
title('Semilogy of periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sx_est,'r',f,Sx_theor,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F) ');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;

```

Υποερώτημα A.4

α) Για το 4^ο υποερώτημα, χρειάστηκε να δημιουργήσουμε μία νέα συνάρτηση [X]=bits_to_4PAM(b), για να χρησιμοποιήσουμε την απεικόνιση που μας ζητείται: 00 → +3, 01 → +1, 11 → -1, 10 → -3. Ο κώδικάς της παρατίθεται παρακάτω:

```
function X = bits_to_4PAM(b)
```

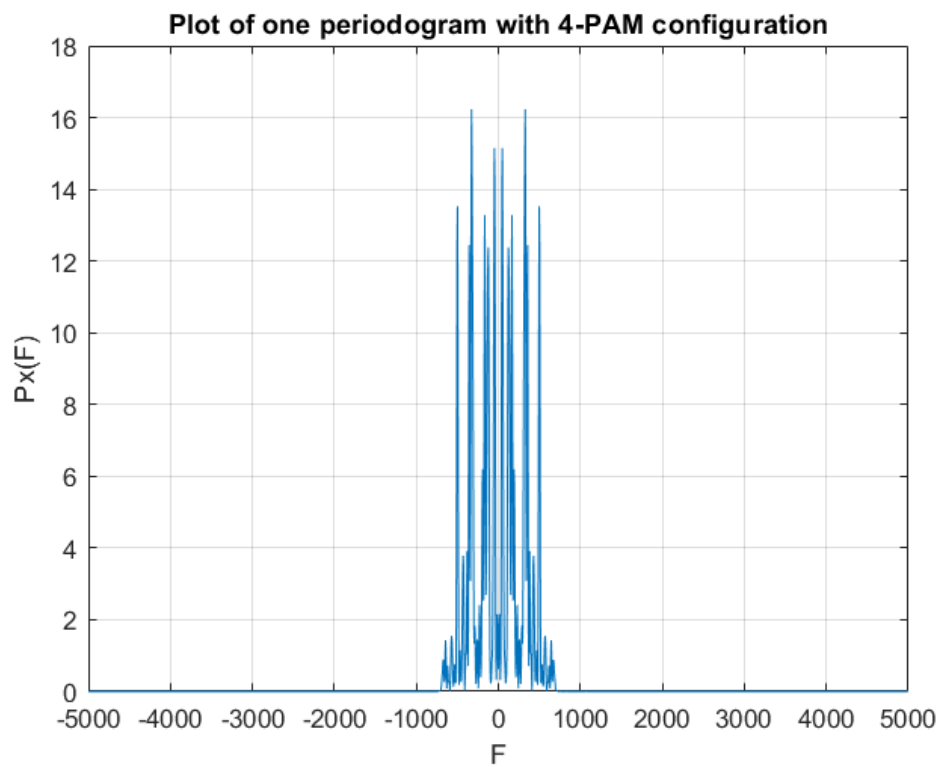
```

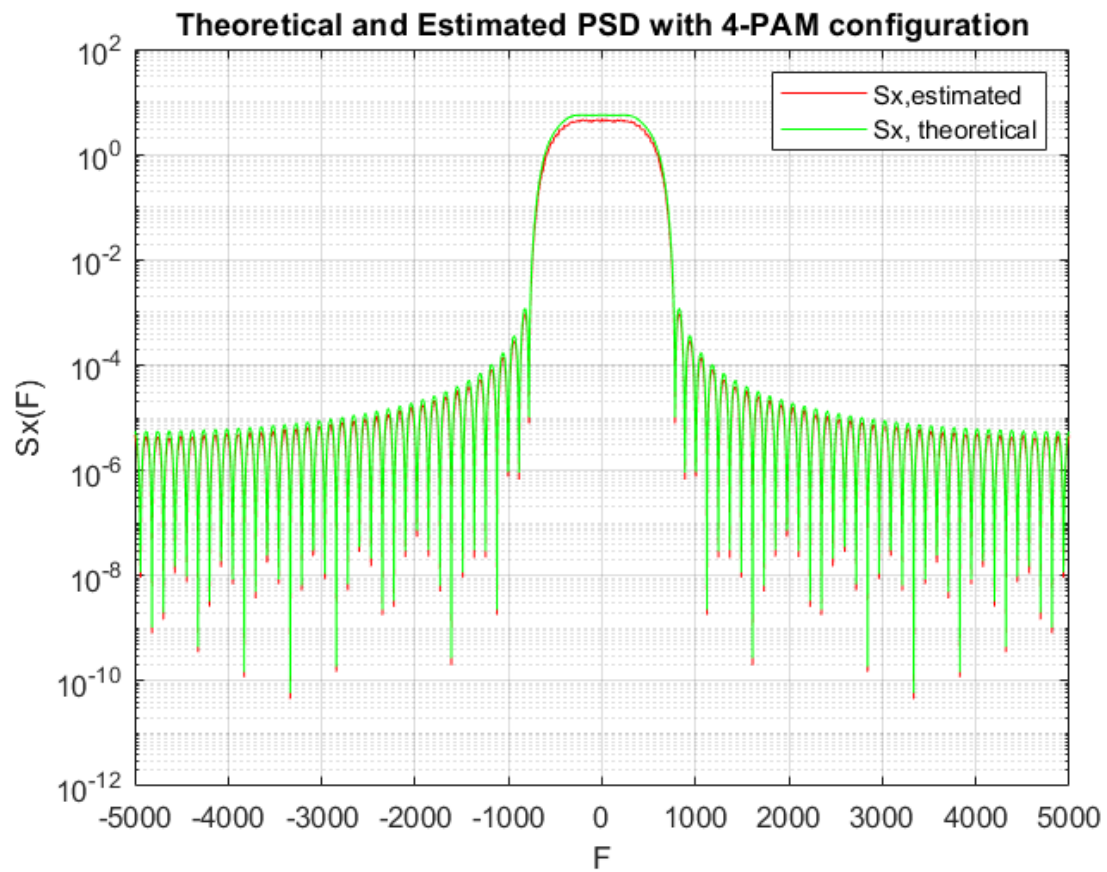
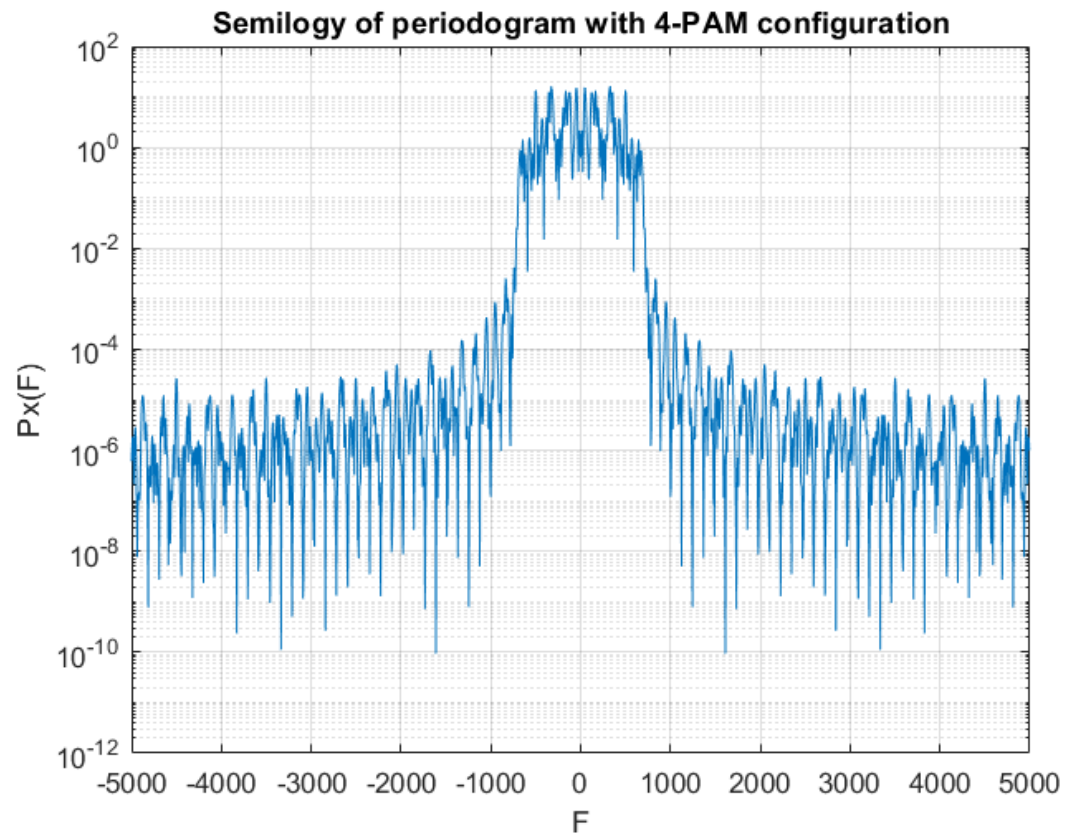
j=1;
for i=1:2:length(b)
    if (b(i)==0 && b(i+1)==0)
        X(j)=3;
    elseif (b(i)==0 && b(i+1)==1)
        X(j)=1;
    elseif (b(i)==1 && b(i+1)==1)
        X(j)= -1;
    else
        X(j)= -3;
    end
    j=j+1;
end
end

```

Για τη διασπορά της της X_n με 4-PAM έχουμε $\text{var}(X_n) = \frac{3^2+1^2+(-3)^2+(-1)^2}{2} = 1$

Τα ερωτήματα είναι τα ίδια με τα προηγούμενα, άρα παραθέτω κατευθείαν τα διαγράμματα:





γ) Σύγκριση 2-PAM / 4-PAM

Ως προς το εύρος φάσματος, δεν παρατηρείται κάποια διαφορά, καθώς, όπως γνωρίζουμε και από τον θεωρητικό τύπο, $BW = \frac{1+a}{2T}$, εξαρτάται μόνο από την περίοδο, η οποία μένει σταθερή. Παρατηρούμε, όμως, διαφορά στην φασματική πυκνότητα ισχύος, δηλαδή το μέγιστο πλάτος τιμών της. Συγκεκριμένα, σε 4-PAM διαμόρφωση, παρατηρούμε μεγαλύτερες τιμές απ' ό,τι σε 2-PAM, επειδή η διασπορά των συμβόλων της πρώτης (5) έχει μεγαλύτερη τιμή από της 2^{ης} (1).

Παρατίθεται ο κώδικας για το υποερώτημα Α.4:

```
%-----Erwthma A.4-----

b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn = bits_to_4PAM(b);
X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
Xt =conv(X_n,phi)*Ts;

T_total=length(Xt)*Ts; %
XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts; %fourier
PxF=(abs(XF).^2)/T_total %mias ylopoihsis

for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn = bits_to_4PAM(b);
    X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
    Xt = conv(X_n,phi)*Ts;
    XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts;

    PxF=(abs(XF).^2)/T_total;
    PxF_pinakas(k,:)=PxF;

end

Sx_est = sum(PxF_pinakas)./K; %estimated
Sx_theor = (5/T).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF)
title('Plot of one periodogram with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

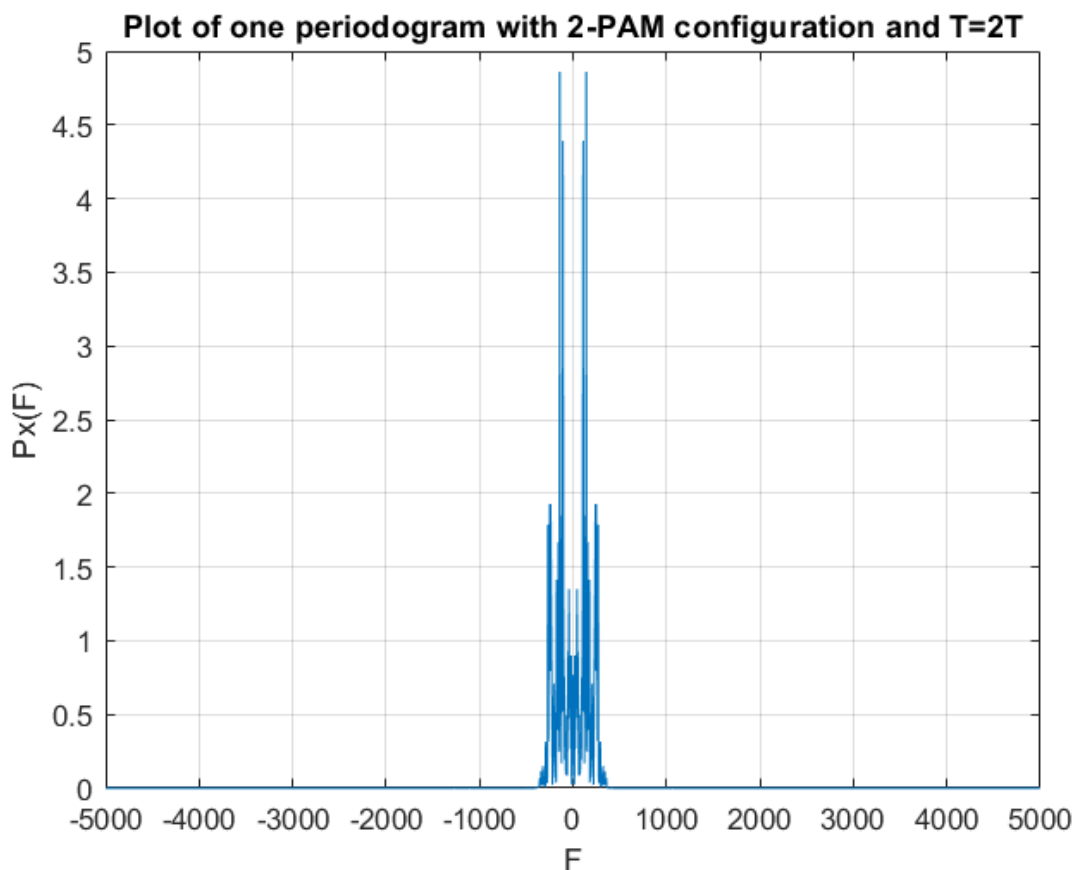
%semilogy
figure();
semilogy(f, PxF);
title('Semilogy of periodogram with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;
```

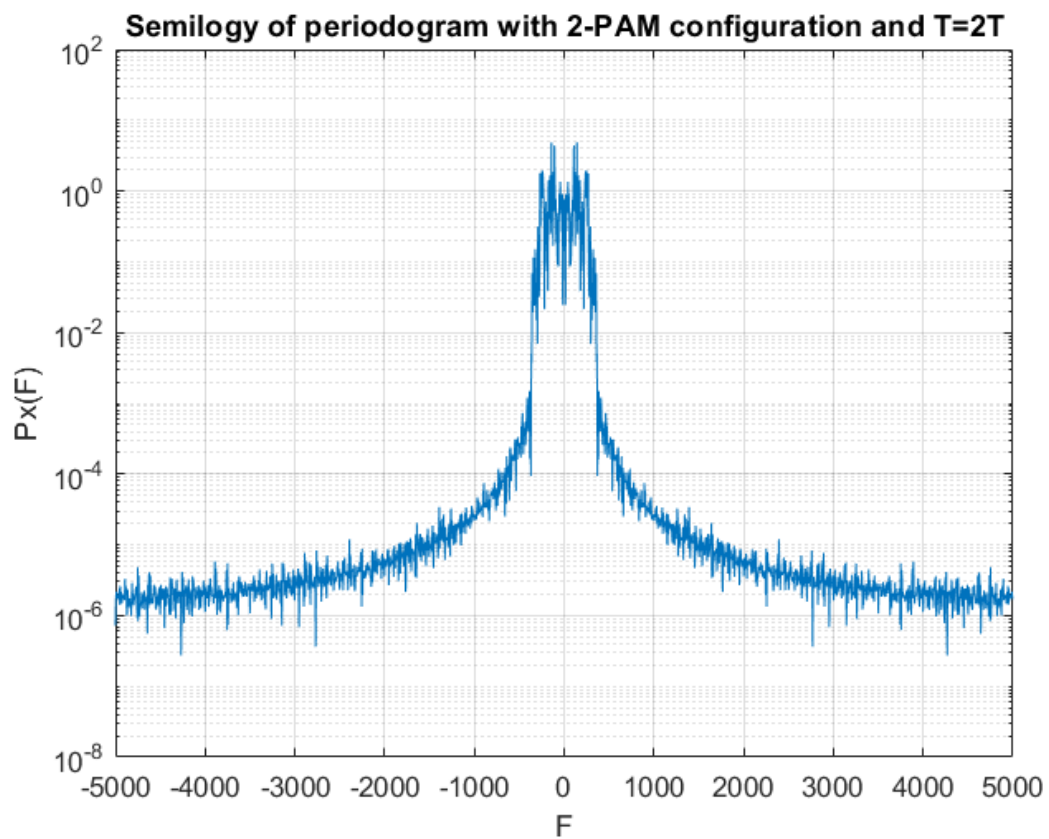
```
figure();
semilogy(f,Sx_est,'r',f,Sx_theor,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F)');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;
```

Υποερώτημα A.5

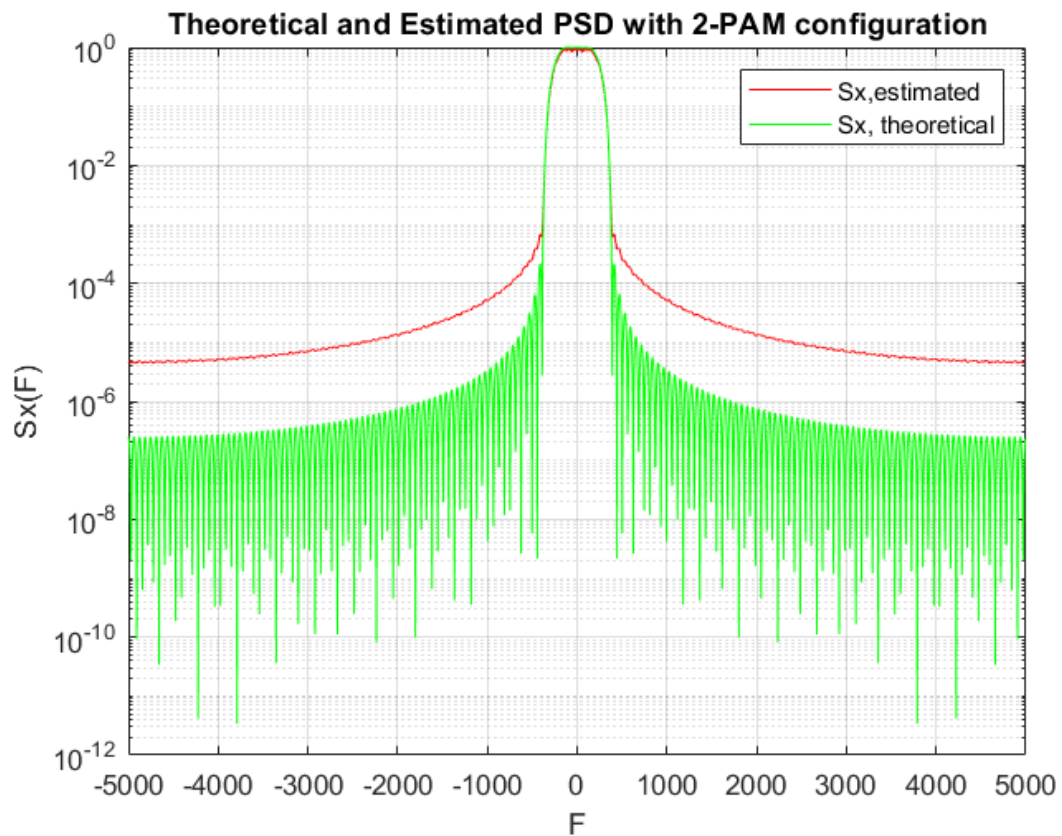
α) Σε αυτό το υποερώτημα, αρχικά θέτω την περίοδο $T_{\text{new}} = 2T$ και επειδή θέλουμε να διατηρήσουμε σταθερή την T_s , διπλασιάζω και την παράμετρο over . Με αυτά τα δεδομένα, επαναλαμβάνω τα βήματα του A.3 και εξάγω τις εξής κυματομορφές:

Παρατήρηση: Επειδή για $N=100$ δείγματα, παρατηρείται μία «ασυνήθιστη» συμπεριφορά της εκτιμώμενης φασματικής πυκνότητας ισχύος, όπως θα δείξω παρακάτω, επιλέγω να χρησιμοποιήσω 97 δείγματα (είναι η οριακή τιμή που το διάγραμμα δεν παραμορφώνεται), καθώς με αυτό τον τρόπο οι φασματικές πυκνότητες ταυτίζονται πάλι, όπως και στα προηγούμενα υποερωτήματα:

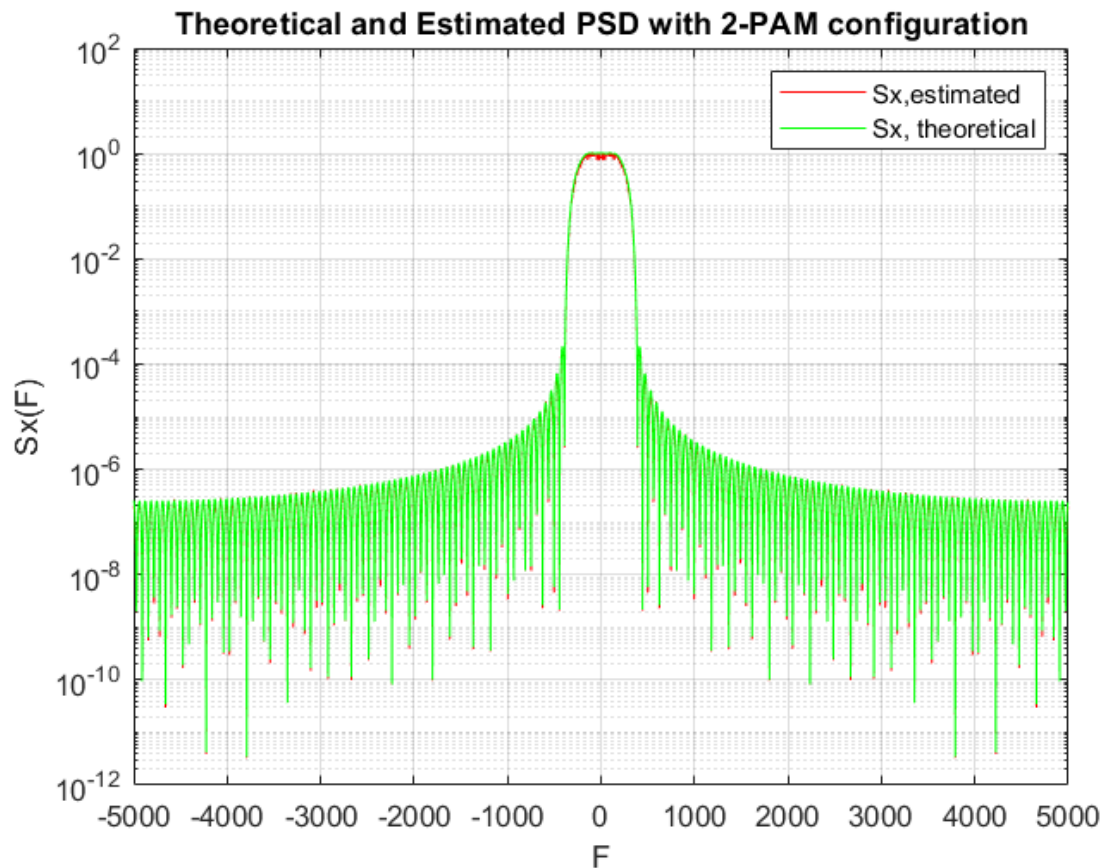




Για $N=100$ δείγματα:



Για N=97 δείγματα:



β) Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε διπλασιάσει την περίοδο, επομένως σύμφωνα με τον τύπο, περιμένουμε το εύρος φάσματος να έχει υποδιπλασιαστεί. Πράγματι, αυτό αποτυπώνεται και στις κυματομορφές, καθώς το εύρος φάσματος είναι αντιστρόφως ανάλογο με την περίοδο.

Παρατίθεται ο κώδικας για το A.5:

```
%-----Erwthma A.5-----

%orismos newn parametrwn
T_new = 2*T;
over_new = 2*over;

%SRRC pulse me vash th synarthsh srrc_pulse
[phi_new, t_new] = srrc_pulse (T_new, Ts, A, a);

%aksonas syxnothtwn
f = (-Fs/2):(Fs/Nf):(Fs/2)-(Fs/Nf);

%fourier transform
fourier_new = fftshift(fft(phi_new,Nf))*Ts;
```

```

%esd
esd=abs(fourier_new).^2;

figure();
semilogy(f,esd);
grid on;
title('ESD');
xlabel('F(Hz) ');
ylabel('|PHI(F)|^2');

N=97;
b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn_new = bits_to_2PAM(b);
X_n_new=1/Ts*upsample(Xn_new,over_new);
t2 = 0:Ts:N*T_new-Ts;
Xt_new =conv(X_n_new,phi_new)*Ts;
t_conv = min(t_new)+min(t2):Ts:max(t_new)+max(t2);

K=1000;
T_total_new=length(Xt_new)*Ts;
XF_new=fftshift(fft(Xt_new,Nf))*Ts; %fourier
PxF_new=(abs(XF_new).^2)/T_total_new %mias ylopoihs

%ftiaxnoume polles ylopoihs gia thn Sx
for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn_new = bits_to_2PAM(b);
    X_n_new=1/Ts*upsample(Xn_new,over_new);
    Xt_new = conv(X_n_new,phi_new)*Ts;
    XF_new=fftshift(fft(Xt_new,Nf))*Ts;
    T_total_new=length(Xt_new)*Ts; %

    PxF_new=(abs(XF_new).^2)/T_total_new;
    PxF_pinakas_new(k,:)=PxF_new;

end

Sx_est_new = sum(PxF_pinakas_new)./K; %estimated
Sx_theor_new = (1/T_new).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF_new)
title('Plot of one periodogram with 2-PAM configuration and T=2T');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

%semilogy
figure();
semilogy(f, PxF_new);
title('Semilogy of periodogram with 2-PAM configuration and T=2T');
xlabel('F');

```

```

ylabel('Px(F) ');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sx_est_new,'r',f,Sx_theor_new,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F) ');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;

```

Υποερώτημα Α.6

α) Δεδομένου ότι έχουμε διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα έχουν σταλεί ταχύτερα δεδομένα με 4-PAM, καθώς έτσι στέλνουμε 2 bits ανά σύμβολο, ενώ με 2-PAM στέλνουμε 1 bit ανά σύμβολο. Επομένως, η 4-PAM χρειάζεται το μισό χρόνο για να διαδώσει την ίδια πληροφορία.

β) Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, τότε θα επιλέγαμε περίοδο συμβόλου $2T$, καθώς όπως αποδείξαμε και πριν, όταν η περίοδος διπλασιάζεται το εύρος φάσματος υποδιπλασιάζεται.

-

ΕΡΩΤΗΜΑ Β

Υποερώτημα Β.1

Γνωρίζουμε ότι $E[X_n] = 0$. Επίσης, επειδή η $X[n]$ είναι ανεξάρτητη από τη θ , τότε και η $X(t)$ θα είναι ανεξάρτητη από τη θ , αλλά και από το $\cos(2\pi f_0 t + \theta)$. Έτσι, έχουμε:

$$E[Y(t)] = E[X(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)] = E[X(t)] \cdot E[\cos(2\pi f_0 t + \theta)] \quad (1)$$

- $E[X(t)] = 0$, από υπόθεση
- $E[\cos(2\pi f_0 t + \theta)] = \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_0 t + \theta) \cdot f_\theta(\theta) \cdot d\theta = \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_0 t + \theta) \cdot \frac{1}{2} \cdot d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_0 t + \theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$, καθώς το ολοκλήρωμα του συνημιτόνου σε μία περίοδο είναι μηδέν.

Άρα, η (1) γίνεται: $E[Y(t)] = 0 \cdot 0 = 0$

Στη συνέχεια, για την $E[Y(t+\tau) Y(t)]$ έχουμε:

$$\begin{aligned}
 E[Y(t+\tau) Y(t)] &= E[X(t+\tau) \cdot \cos(2\pi f_0(t+\tau) + \theta) \cdot X(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)] = \\
 &= E[X(t+\tau) \cdot X(t)] E[\cos(2\pi f_0(t+\tau) + \theta) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \theta)] = \\
 &= R_{xx}(t+\tau, t) \cdot E\left[\frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 \tau) + \frac{1}{2} \cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta)\right] = \\
 &= R_{xx}(t+\tau, t) \cdot \left[\frac{1}{2} \cos(2\pi f_0 \tau) + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos(4\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau + 2\theta) d\theta\right]
 \end{aligned}$$

Έχουμε $\omega=2 \Rightarrow 2\pi f = 2 \Rightarrow T = \pi$. Άρα, το ολοκλήρωμα του συνημιτόνου σε δύο περιόδους είναι μηδέν. Έτσι, $E[Y(t+\tau)Y(t)] = R_{xx}(t+\tau, t) \cdot \frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau) \Rightarrow R_{yy}(t+\tau, t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau) \cdot R_{xx}(t+\tau, t)$

Υποερώτημα B.2

- α) Αποδείξαμε ότι $E[Y(t)] = 0$, άρα για κάθε $t \in \mathbb{R}$ ισχύει $m_Y(t) = m_Y(t+T) = 0$
 β) Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι περιοδική με περίοδο T με $T > 0$, διότι

$$R_{yy}(t+\tau+T, t+T) = R_{xx}(t+\tau+T, t+T) \cdot \frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau) \Rightarrow$$

$$R_{yy}(t+\tau+T, t+T) = R_{xx}(t+\tau, t) \cdot \frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau), \text{ διότι } R_{xx} \text{ περιοδική} \Rightarrow$$

$$R_{yy}(t+\tau+T, t+T) = R_{yy}(t+\tau, t)$$

Επομένως, η στοχαστική διαδικασία $Y(t)$ είναι κυκλοστάσιμη υπό την ευρεία έννοια.

Υποερώτημα B.3

$$\text{Ισχύει ότι } S_Y(F) = F\{\hat{R}_Y(\tau)\} \text{ με } \hat{R}_Y(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T R_{YY}(t+\tau, t) dt$$

$$\text{Επίσης, } R_{yy}(t+\tau, t) = R_{xx}(t+\tau, t) \cdot \frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau)$$

$$\text{Έχουμε } \hat{R}_x(\tau) \leftrightarrow S_x(F)$$

$$\frac{1}{2} \cos(2\pi f o \tau) \hat{R}_x(\tau) \leftrightarrow \frac{1}{4} S_x(F - f o) + \frac{1}{4} S_x(F + f o)$$

$$\text{Άρα, } S_Y(F) = \frac{1}{4} S_x(F - f o) + \frac{1}{4} S_x(F + f o)$$

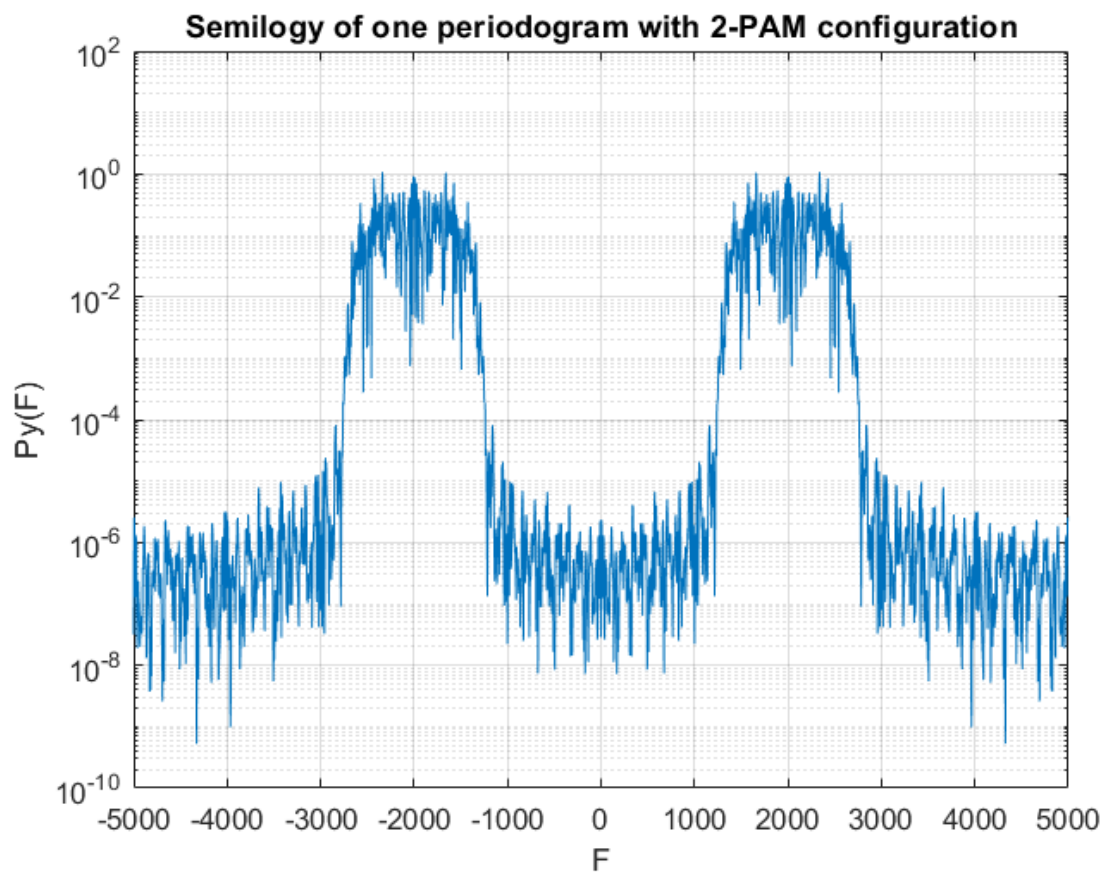
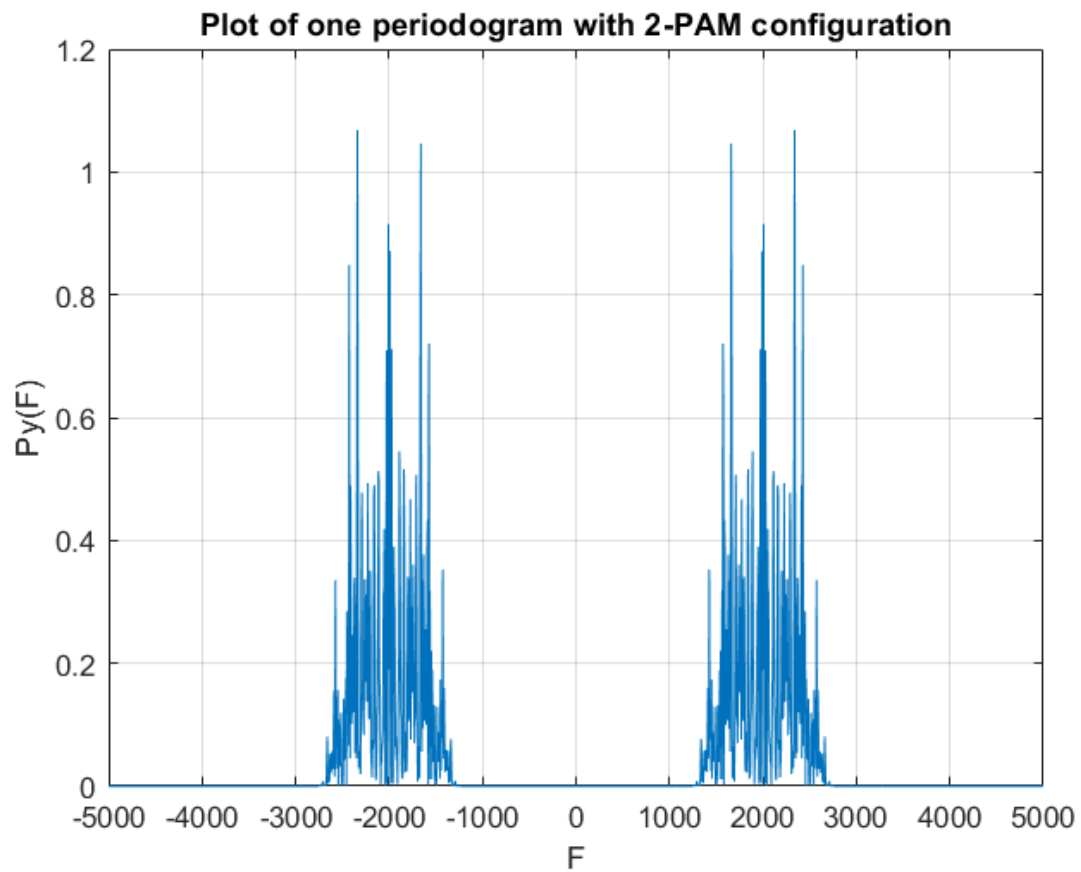
Υποερώτημα B.4

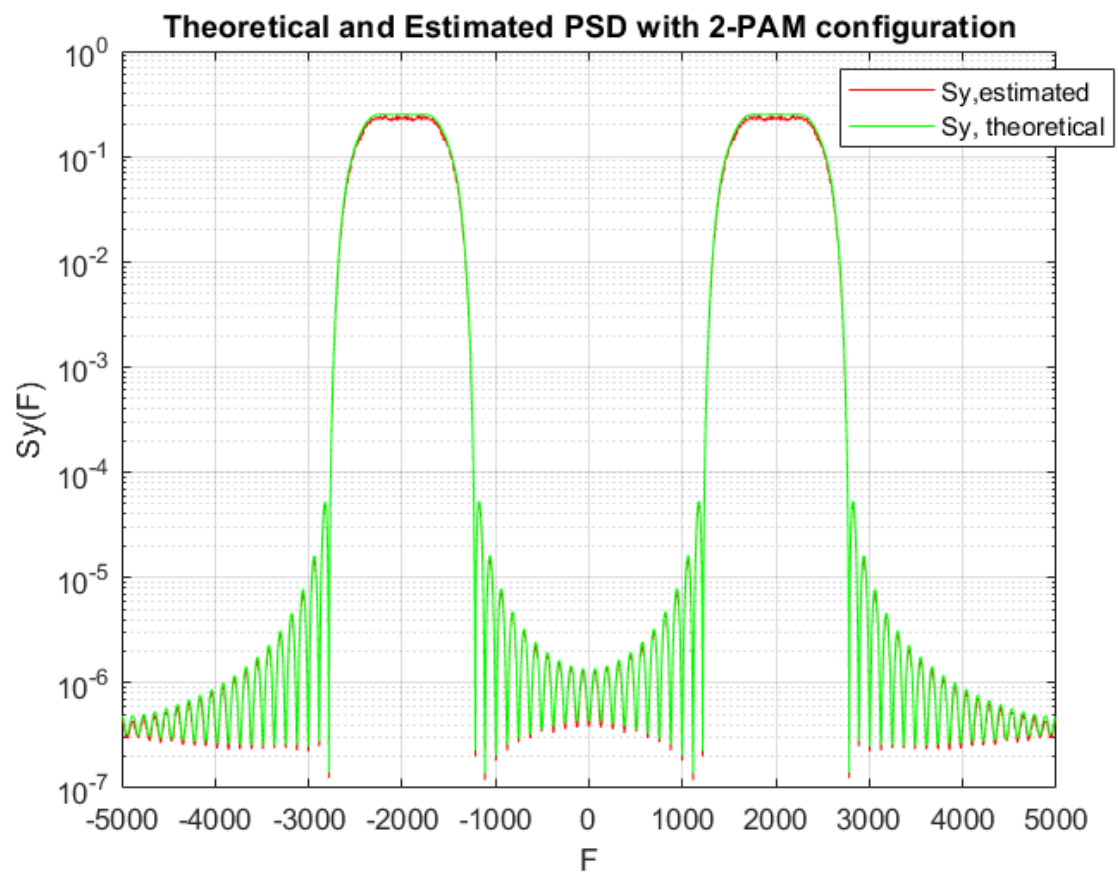
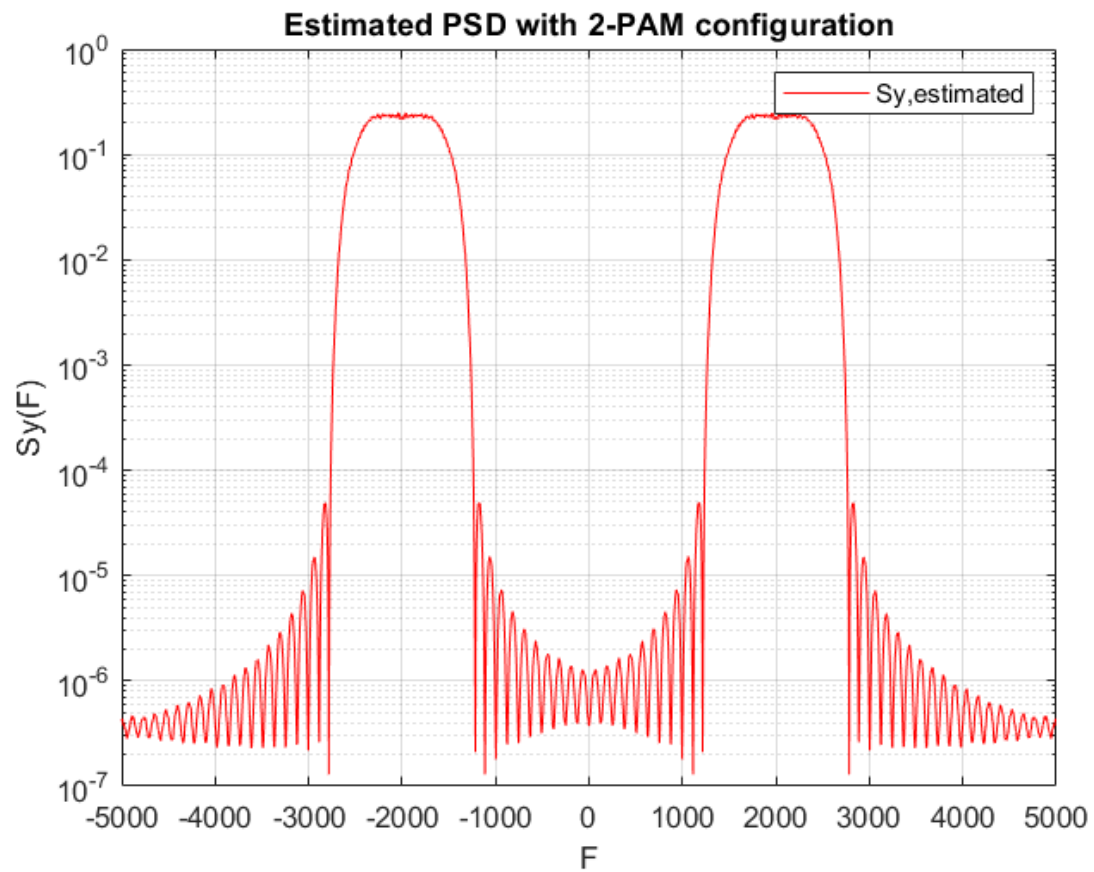
Σε αυτό το υποερώτημα καλούμαστε να επαληθεύσουμε πειραματικά το αποτέλεσμα του B.3, όπου υπολογίζουμε τη φασματική πυκνότητα ισχύος της $Y(t)$ συναρτήσει της φασματικής πυκνότητας ισχύος της $X(t)$ και της συχνότητας f_o . Πρέπει να επιλέξουμε συχνότητα $\frac{1}{2T} < f_o < \frac{Fs}{2} - \frac{1}{2T} \Rightarrow 500 < f_o < 5000-500 \Rightarrow 500 < f_o < 4500$ και συγκεκριμένα έθεσα $f_o = 2000\text{Hz}$ και διαμόρφωσα κυματομορφές που προκύπτουν από διαμόρφωση 2-PAM. Εκτελώντας όμοια διαδικασία με τα παραπάνω υποερωτήματα, εκτίμησα τη φασματική πυκνότητα ισχύος και την παράσταση σε semilogy. Όπως παρατηρούμε από τα διαγράμματα, η διαμόρφωση έγινε σωστά, καθώς οι παλμοί είναι κεντραρισμένοι στα 2000 Hz. Επίσης, εκτός από την εκτιμώμενη φασματική πυκνότητα ισχύος, σχεδίασα και την θεωρητική και, όπως βλέπουμε, οι φασματικές πυκνότητες ισχύος ταυτίζονται και σε αυτό το υποερώτημα.

Οι τύποι που χρησιμοποιήθηκαν για τη θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος είναι οι εξής:

$$\bar{R}_X(\tau) = \frac{A^2 \sigma_X^2}{T} g(\tau) * g(-\tau)$$

$$S_X(F) = \mathcal{F}\{\bar{R}_X(\tau)\} = \frac{A^2 \sigma_X^2}{T} G(F) G^*(F) = \frac{A^2 \sigma_X^2}{T} |G(F)|^2.$$





Παρατίθεται ο κώδικας για το Β ερώτημα:

```
clear all;
close all;
clc;

%orismos parametrwn
T = 10 ^ (-3);
over = 10;
Ts = T/over;
A = 4;
a = 0.5;

%SRRC pulse me vash th synarthsh srcc_pulse
[phi, t1] = srcc_pulse (T, Ts, A, a);

Fs=1/Ts;
Nf=2048;

%aksonas syxnothtwn
f = (-Fs/2):(Fs/Nf):(Fs/2)-(Fs/Nf);

%fourier transform
fourier = fftshift(fft(phi,Nf))*Ts;

%esd
esd=abs(fourier).^2;

N=100;

bits=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn = bits_to_2PAM(bits);
X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
t2 = 0:Ts:N*T-Ts;
Xt =conv(X_n,phi)*Ts;
t_conv = min(t1)+min(t2):Ts:max(t1)+max(t2);

thita = 2*pi*rand(1);
fo = 2000;
Y_t = Xt.*( cos(2*pi*fo*t_conv + thita));

T_total=length(Y_t)*Ts; %
YF=fftshift(fft(Y_t,Nf))*Ts; %fourier
PyF=(abs(YF).^2)/T_total; %mias ylopoihs

PyF_pinakas = zeros(1000,Nf);

for i=1:1000

    bits=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn = bits_to_2PAM(bits);
    X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
    t2 = 0:Ts:N*T-Ts;
    Xt =conv(X_n,phi)*Ts;
    t_conv = min(t1)+min(t2):Ts:max(t1)+max(t2);

    thita = 2*pi*rand(1); % orismos gwnias

    Y_t = Xt.* cos(2*pi*fo*t_conv + thita);
```

```

YF=fftshift(fft(Y_t,Nf))*Ts; %fourier orismos gwnias
PyF=(abs(YF).^2)/T_total; %mias ylopoihsis

PyF_pinakas(i,:)=(abs(YF).^2)/T_total; %

end

Sy_est = sum(PyF_pinakas)./1000; %estimated

Rx = 1/T*conv(phi,phi)*Ts;
t_b = -2*A*T:Ts:2*A*T;
Ry = 1/2*cos(2*pi*fo*t_b).*Rx;

Sy_theor = abs(fftshift(fft(Ry,Nf)*Ts));

%plot
figure();
plot(f,PyF)
title('Plot of one periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Py(F)');
grid on;

%plot
figure();
semilogy(f,PyF)
title('Semilogy of one periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Py(F)');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sy_est,'r',f,Sy_theor,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sy(F)');
legend('Sy,estimated', 'Sy, theoretical')
grid on;

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

❖ Παρατίθεται ολόκληρος ο κώδικας για το ερώτημα Α:

```

clear all;
close all;
clc;

%-----Erwthma A.1-----

%orismos parametrown
T = 10 ^ (-3);
over = 10;

```

```

Ts = T/over;
A = 4;
a = 0.5;

%SRRC pulse me vash th synarthsh srcc_pulse
[phi, t1] = srcc_pulse (T, Ts, A, a);

Fs=1/Ts;
Nf=2048;

%aksonas syxnohtwn
f = (-Fs/2):(Fs/Nf):(Fs/2)-(Fs/Nf);

%fourier transform
fourier = fftshift(fft(phi,Nf))*Ts;

%esd
esd=abs(fourier).^2;

figure();
semilogy(f,esd);
grid on;
title('ESD');
xlabel('F(Hz) ');
ylabel('|PHI(F)|^2');

%-----Erwthma A.2-----

N=100;
b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn = bits_to_2PAM(b);

X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
t2 = 0:Ts:N*T-Ts;

Xt =conv(X_n,phi)*Ts;
t_conv = min(t1)+min(t2):Ts:max(t1)+max(t2);

figure()
plot(t_conv,Xt)
title('X(t) from 2-PAM');
xlabel('Time in sec');
ylabel('X(t) ');
grid on

%-----Erwtima A.3-----

K=1000;
T_total=length(Xt)*Ts;
XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts; %fourier
PxF=(abs(XF).^2)/T_total %mias ylopoihsis

%ftiaxnoume polles ylopoihsis gia thn Sx
for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn = bits_to_2PAM(b);

```

```

X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
Xt = conv(X_n,phi)*Ts;
XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts;
T_total=length(Xt)*Ts;

PxF=(abs(XF).^2)/T_total;
PxF_pinakas(k,:)=PxF;

end

Sx_est = sum(PxF_pinakas)./K; %estimated
Sx_theor = (var(Xn)/T).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF)
title('Plot of one periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

%semilogy
figure();
semilogy(f, PxP);
title('Semilogy of periodogram with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sx_est,'r',f,Sx_theor,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F) ');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;

%-----Erwthma A.4-----

b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn = bits_to_4PAM(b);
X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
Xt =conv(X_n,phi)*Ts;

T_total=length(Xt)*Ts; %
XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts; %fourier
PxF=(abs(XF).^2)/T_total %mias ylopoihsis

for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn = bits_to_4PAM(b);
    X_n=1/Ts*upsample(Xn,over);
    Xt = conv(X_n,phi)*Ts;
    XF=fftshift(fft(Xt,Nf))*Ts;

    PxP=(abs(XF).^2)/T_total;

```

```

PxF_pinakas(k,:)=PxF;

end

Sx_est = sum(PxF_pinakas)./K; %estimated
Sx_theor = (var(Xn)/T).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF)
title('Plot of one periodogram with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

%semilogy
figure();
semilogy(f, PxF);
title('Semilogy of periodogram with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Px(F) ');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sx_est,'r',f,Sx_theor,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 4-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F) ');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;

%-----Erwthma A.5-----

%orismos newn parametrwn
T_new = 2*T;
over_new = 2*over;

%SRRC pulse me vash th synarthsh srrc_pulse
[phi_new, t_new] = srrc_pulse (T_new, Ts, A, a);

%aksonas syxnothtwn
f = (-Fs/2):(Fs/Nf):(Fs/2)-(Fs/Nf);

%fourier transform
fourier_new = fftshift(fft(phi_new,Nf))*Ts;

%esd
esd=abs(fourier_new).^2;

figure();
semilogy(f,esd);
grid on;
title('ESD');
xlabel('F(Hz) ');
ylabel(' |PHI(F) |^2 ');

```

```

N=97;
b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
Xn_new = bits_to_2PAM(b);
X_n_new=1/Ts*upsample(Xn_new,over_new);
t2 = 0:Ts:N*T_new-Ts;
Xt_new =conv(X_n_new,phi_new)*Ts;
t_conv = min(t_new)+min(t2):Ts:max(t_new)+max(t2);

K=1000;
T_total_new=length(Xt_new)*Ts;
XF_new=fftshift(fft(Xt_new,Nf))*Ts; %fourier
PxF_new=(abs(XF_new).^2)/T_total_new %mias ylopoihsheis

%ftiaxnoume polles ylopoihsheis gia thn Sx
for k=1:K

    b=(sign(randn(N,1))+1)/2;
    Xn_new = bits_to_2PAM(b);
    X_n_new=1/Ts*upsample(Xn_new,over_new);
    Xt_new = conv(X_n_new,phi_new)*Ts;
    XF_new=fftshift(fft(Xt_new,Nf))*Ts;
    T_total_new=length(Xt_new)*Ts; %

    PxF_new=(abs(XF_new).^2)/T_total_new;
    PxF_pinakas_new(k,:)=PxF_new;

end

Sx_est_new = sum(PxF_pinakas_new)./K; %estimated
Sx_theor_new = (1/T_new).*(esd); %theoritiki timi

%plot
figure();
plot(f,PxF_new)
title('Plot of one periodogram with 2-PAM configuration and T=2T');
xlabel('F');
ylabel('Px(F)');
grid on;

%semilogy
figure();
semilogy(f, PxF_new);
title('Semilogy of periodogram with 2-PAM configuration and T=2T');
xlabel('F');
ylabel('Px(F)');
grid on;

figure();
semilogy(f,Sx_est_new,'r',f,Sx_theor_new,'g')
title('Theoretical and Estimated PSD with 2-PAM configuration');
xlabel('F');
ylabel('Sx(F)');
legend('Sx,estimated', 'Sx, theoretical')
grid on;

```


❖ Παρατίθενται οι δύο επιπλέον συναρτήσεις:

```
function X = bits_to_2PAM(b)

    for i = 1:length(b)
        if (b(i)==0)
            X(i)=1;
        else
            X(i)=-1;
        end
    end
end

function [X] = bits_to_4PAM(b)
    j=1;
    for i=1:2:length(b)
        if (b(i)==0 && b(i+1)==0)
            X(j)=3;
        elseif (b(i)==0 && b(i+1)==1)
            X(j)=1;
        elseif (b(i)==1 && b(i+1)==1)
            X(j)= -1;
        else
            X(j)= -3;
        end
        j=j+1;
    end
end
```