РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных наук

Математическое моделирование

Отчет по лабораторной работе №4

Группа: НФИбд-03-19
Студент: Ломакина София
Васильевна

Москва
2022г.

Цель

Изучить уравнение гармонического осциллятора

Задания

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы

Выполнение лабораторной работы

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Задача

Вариант №21

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 0.6x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 0.4\dot{x} + 0.4x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 0.2\dot{x} + 10x = 0.5\cos(2t)$

На интервале $t \in [0; 51]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.4$, $y_0 = 2.1$

Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$\ddot{x} + 0.6x = 0$

```
model Lab_4

  parameter Real w = 0.6;

  Real x(start=0.4);

  Real y(start=2.1);

  equation

    der(x) = y;

    der(y) = -w*x;
```

```
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=51, Tplerance=1e-06,
Interval=0.05));

end Lab_4;
```

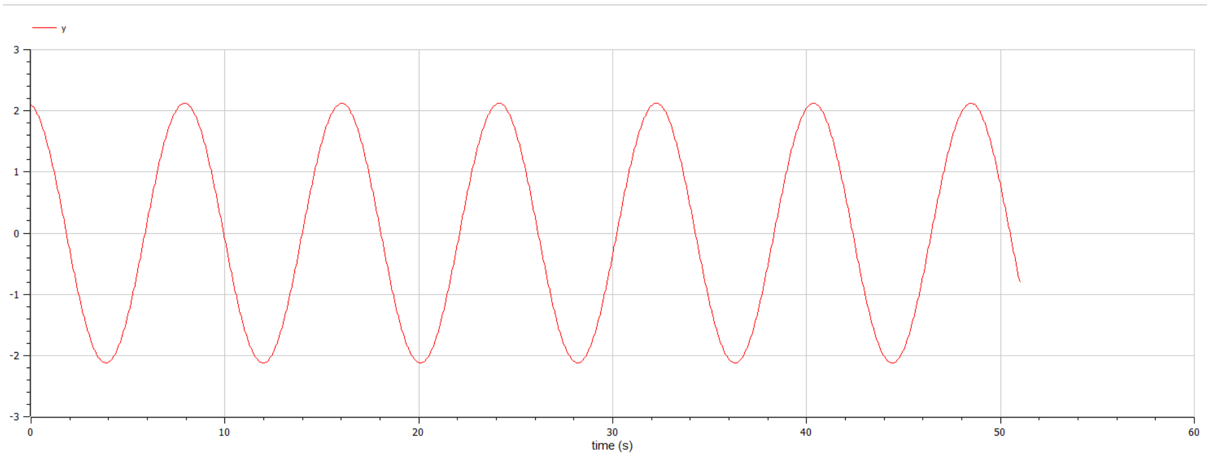

Рисунок 1: График решения для случая 1

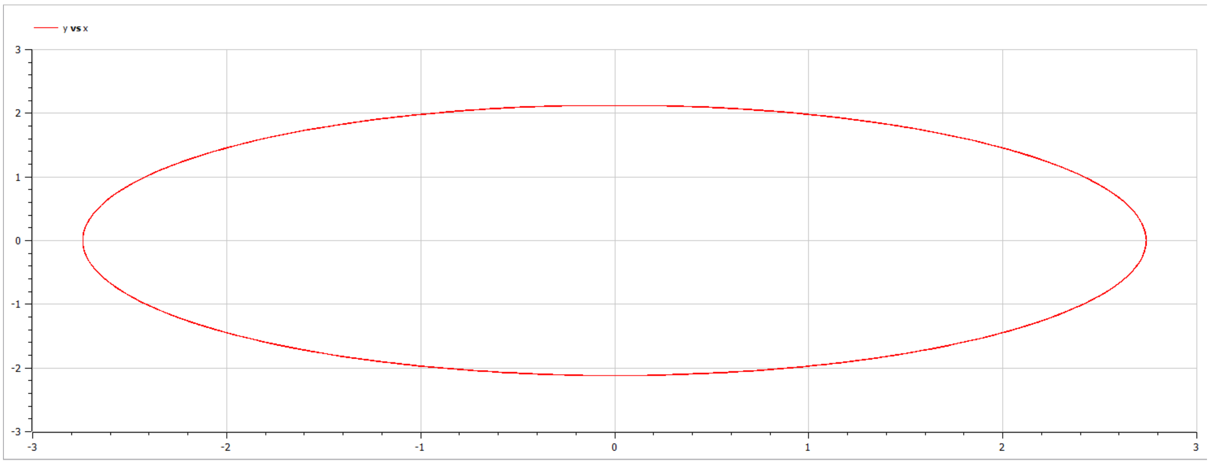

Рисунок 2: Фазовый портрет для случая 1

Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$\ddot{x} + 0.4\dot{x} + 0.4x = 0$

```
model Lab_4
  parameter Real w = 0.4;
  parameter Real g = 0.4;
```

```
  Real x(start=0.4);
  Real y(start=2.1);

  equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g*y-w*x;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=51, Tplerance=1e-06,
Interval=0.05));

end Lab_4;
```

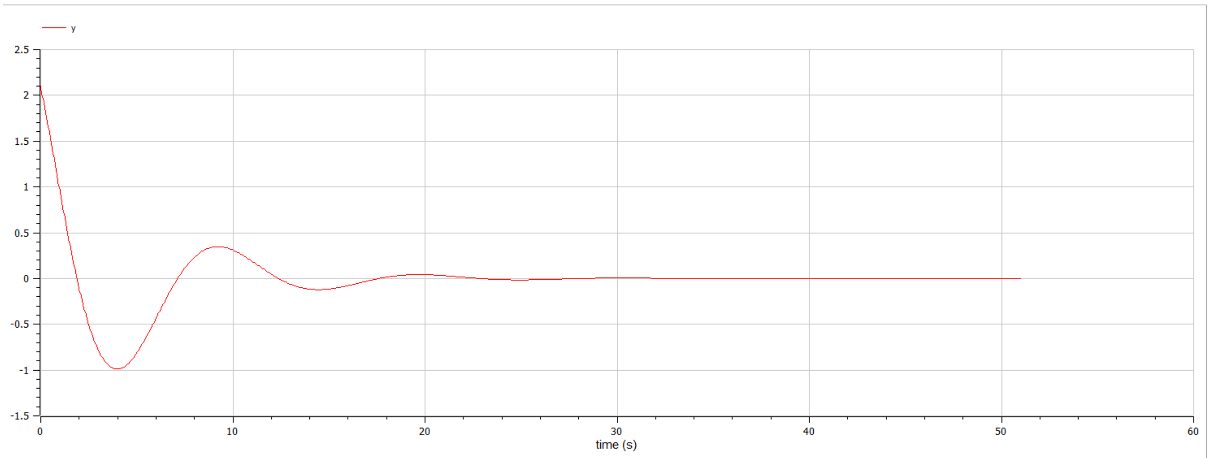

Рисунок 3: График решения для случая 2

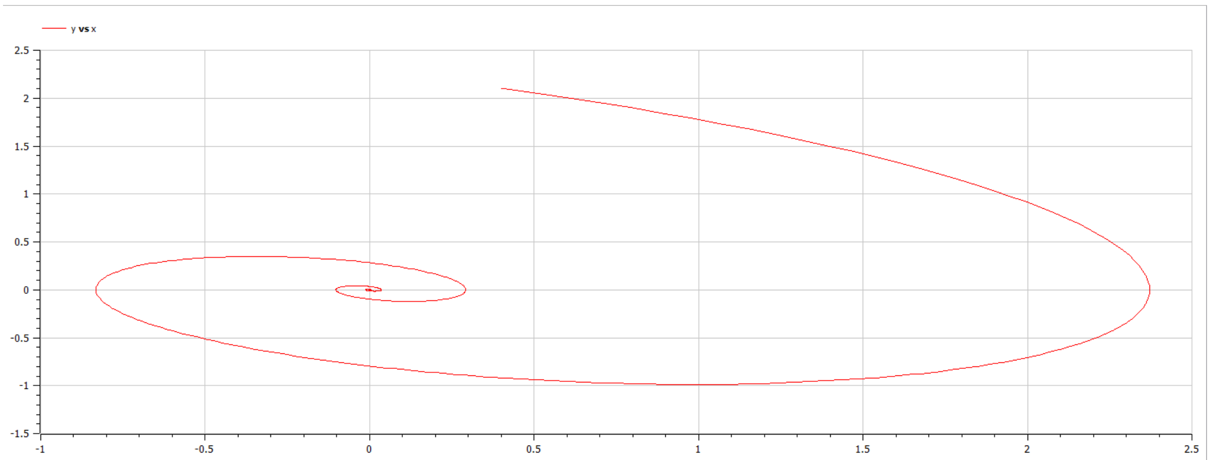

Рисунок 4: Фазовый портрет для случая 2

Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$\ddot{x} + 0.2\dot{x} + 10x = 0.5\cos(2t)$

```
model Lab_4
  parameter Real w = 10;
  parameter Real g = 0.2;
  Real x(start=0.4);
  Real y(start=2.1);
  equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g*y-w*x+0.5*cos(2*time);
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=51, Tplerance=1e-06,
Interval=0.05));
end Lab_4;
```

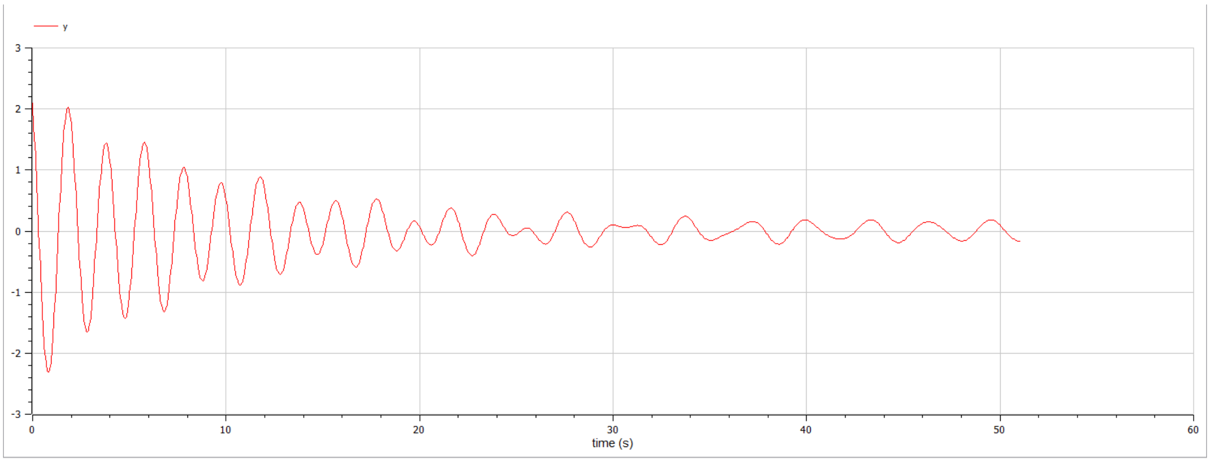

Рисунок 5: График решения для случая 3

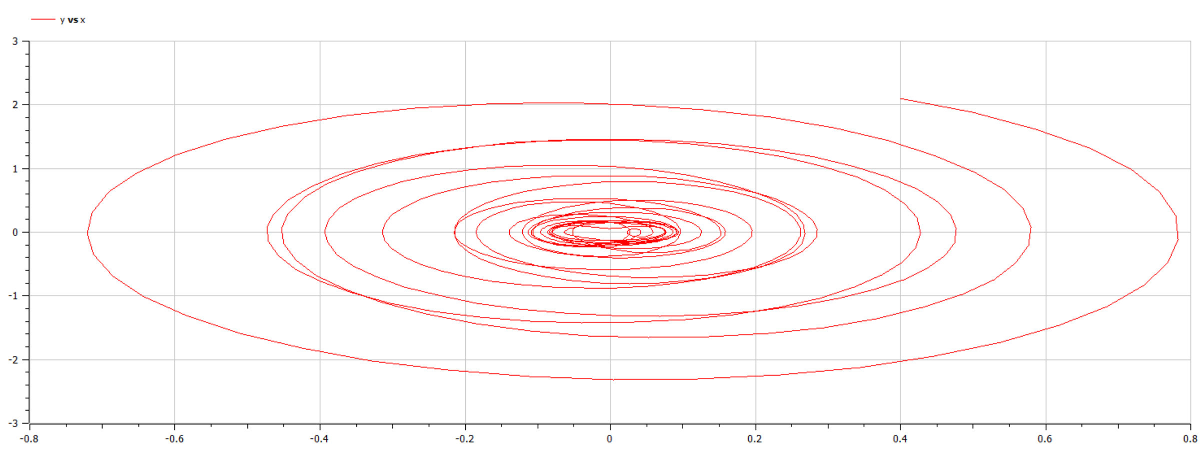

Рисунок 6: Фазовый портрет для случая 3

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы