

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Математическое моделирование

Отчет по лабораторной работе №3

Группа: НФИбд-03-19

Студент: Ломакина София
Васильевна

Москва
2022г.

Цель

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий - модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие, как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главное характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Задания

1. Изучить три случая модели Ланчестера
2. Построить графики изменения численности войск
3. Определить победившую сторону

Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задается некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды.

Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбежно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому

считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанном в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Задача

Вариант №21

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 20500 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 21500 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a , b , c , h постоянны. Также считаем, что $P(t)$, $Q(t)$ это непрерывные функции. Нужно построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

Случай 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0,21x(t) - 0,74y(t) + \sin(t) + 0,5$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,68x(t) - 0,19y(t) + \cos(t) + 0,5$$

model Lab_3

parameter Real a(start=0.21);

parameter Real b(start=0.74);

parameter Real c(start=0.68);

parameter Real h(start=0.19);

Real y1(start=20500);

Real y2(start=21500);

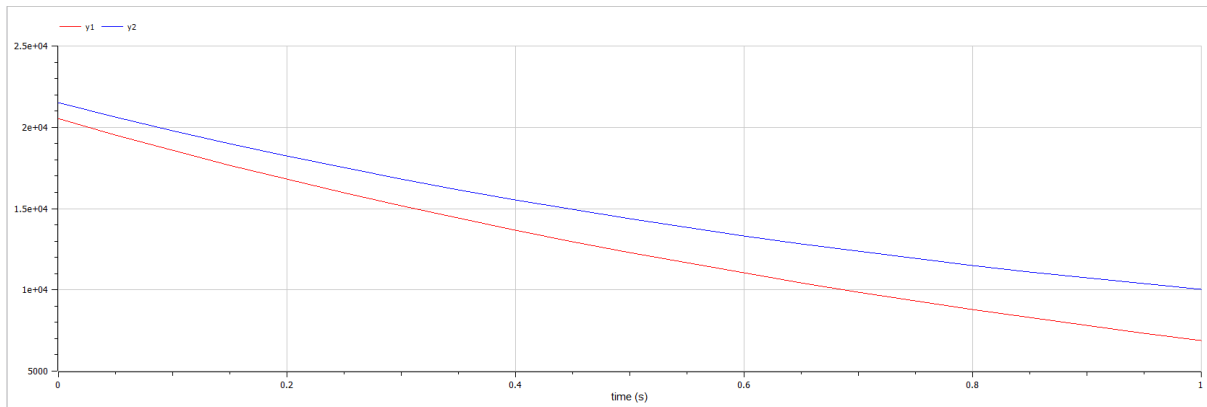
equation

der(y1) = -a*y1-b*y2 + sin(1*time)+0.5;

der(y2) = -c*y1-h*y2 + cos(1*time)+0.5;

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-06, Interval=0.05));

end Lab_3;



Случай 2. Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0,09x(t) - 0,79y(t) + \sin(2t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,62x(t)y(t) - 0,11y(t) + \cos(2t)$$

model Lab_3

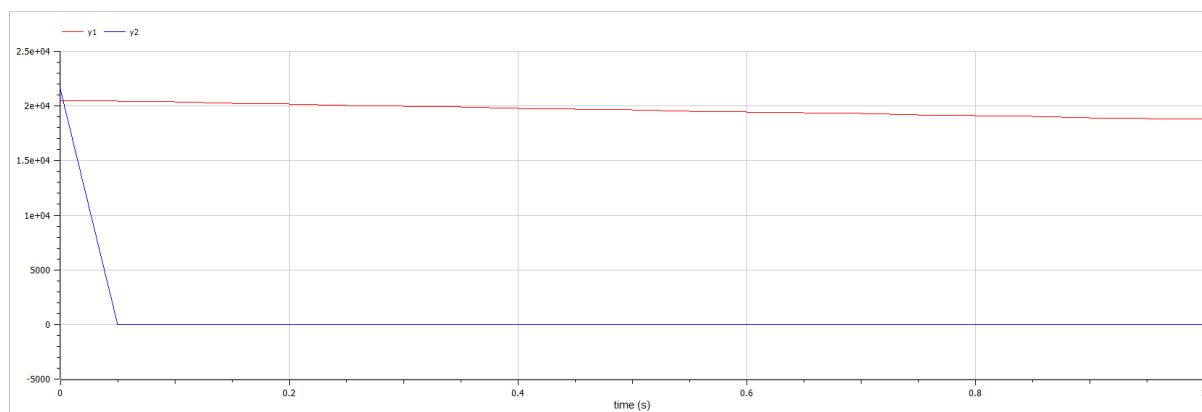
```
parameter Real a(start=0.09);
parameter Real b(start=0.79);
parameter Real c(start=0.62);
parameter Real h(start=0.11);
Real y1(start=20500);
Real y2(start=21500);
```

equation

```
der(y1) = -a*y1-b*y2 + sin(2*time);
der(y2) = -c*y1*y2-h*y2 + cos(2*time);
```

```
annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=1, Tolerance=1e-06, Interval=0.05));
```

end Lab_3;



Вывод

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью “Войны и сражения”. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики $y(t)$ и $x(t)$ в рассматриваемых случаях.