РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных наук

Математическое моделирование

Отчет по лабораторной работе №6

Группа: НФИбд-03-19
Студент: Ломакина София
Васильевна

Москва
2022г.

Цель

Изучить модель эпидемии SIR

Задания

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через *S(t)*. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их *I(t)*. А третья группа, обозначающаяся через *R(t)* – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа *S(t)* меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(t) > I^* \\ 0, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(t) > I^* \\ -\beta I, \text{ если } I(t) \le I^* \end{cases} \quad (2)$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (3)$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни *R(0)=0*, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \le I^*$ и $I(0) > I^*$

Задача

Вариант 21

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (*N=20000*) в момент начала эпидемии (*t=0*) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) *I(0)=99*, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни *R(0)=5*. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S*(0)=N-I(0)- R(0)*.

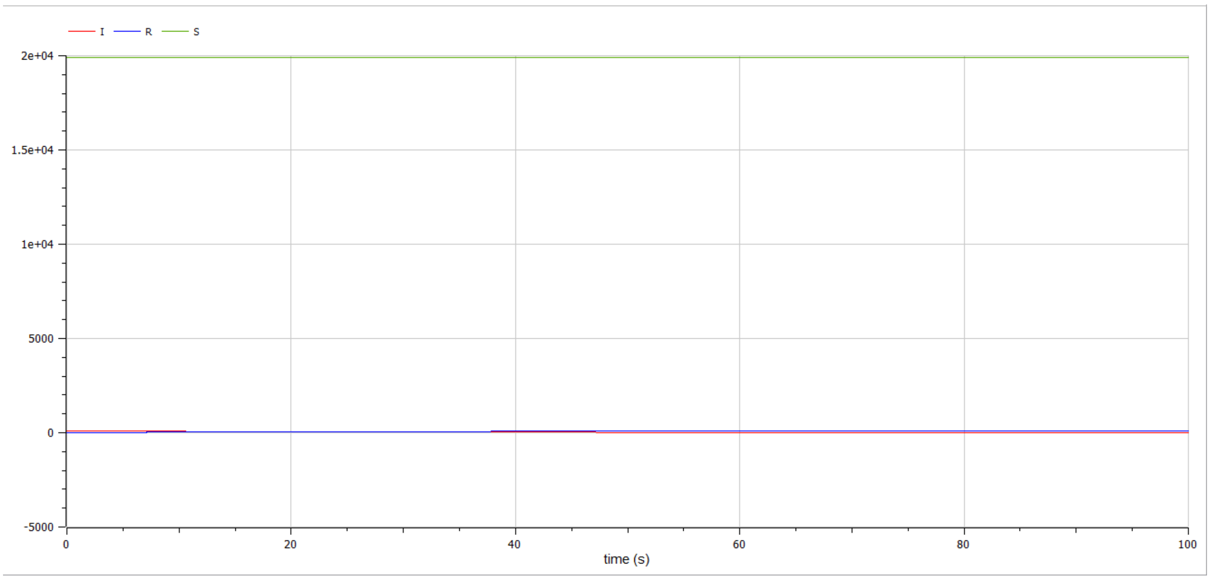
Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

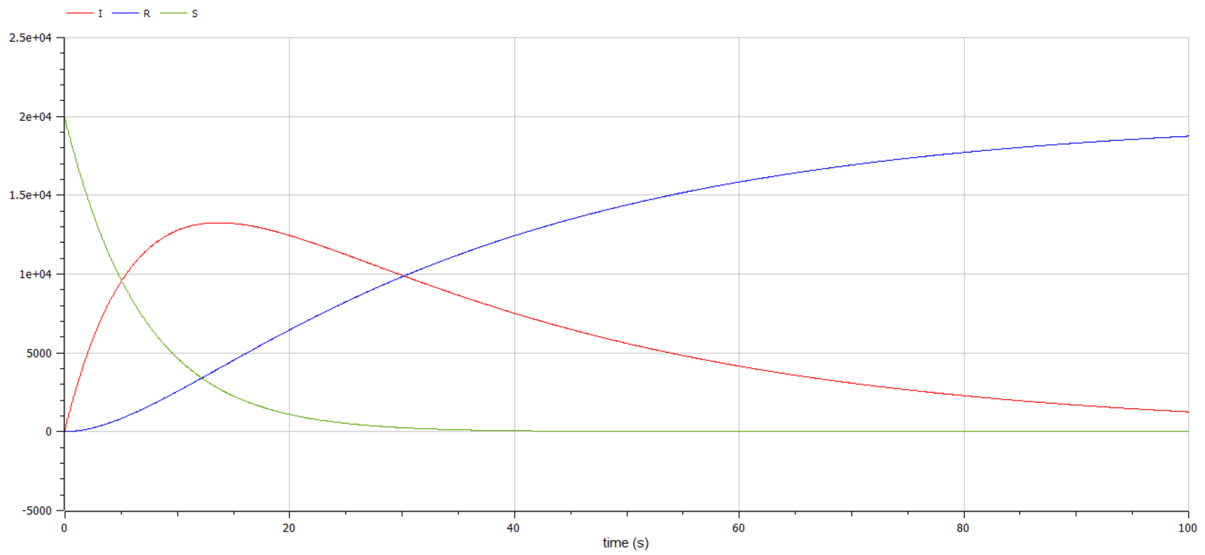
1) если $I(0) \le I^*$

2) если $I(0) > I^*$

```
model Project
  parameter  Real a=0.145;
  parameter  Real b=0.03;


  Real S(start=8920);
  Real I(start=70);
  Real R(start=10);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=100,
Tplerance=1e-06,Interval=0.05));

end Project;


model Project
  parameter  Real a=0.145;
  parameter  Real b=0.03;
```

```
  Real S(start=8920);
  Real I(start=70);
  Real R(start=10);

  equation
    der(S) = -a*S;
    der(I) = a*S-b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=100,
Tplerance=1e-06,Interval=0.05));

end Project;
```





Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель SIR и построены графики