

## Métaheuristiques Distantiel

Xavier GANDIBLEUX

### Particle Swarm Optimisation (PSO)

## 1 Description

PSO (Particle Swarm Optimisation), qui signifie en français “optimisation par essaim particulaire”, est une métaheuristique à base de population qui est fondée sur un principe de communication et un principe d’apprentissage. Présentée pour la première fois en 1995 par James Kennedy et Russell Eberhart<sup>1</sup>, elle s’inspire du comportement de groupe observé chez certains organismes vivants (oiseaux, poissons, etc.) comme en illustre la figure 1



FIGURE 1 – Poissons se déplaçant en banc

PSO manipule une population de solutions candidates appelées particules. Chaque particule possède une position dans l’espace de recherche  $X$  et peut visiter l’ensemble de  $X$ . Le principe de PSO est de faire déplacer la population sous l’effet de (1) l’inertie de chaque particule, (2) une composante cognitive et (3) une composante sociale, en vue d’identifier la meilleure des positions (l’optimum global sur  $X$  d’une fonction  $f$ ).

---

1. J. Kennedy et R. Eberhart. Particle swarm optimization, *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995. Proceedings, vol. 4, p. 1942–1948, novembre 1995.

Une particule  $i$  est décrite par :

1. sa position  $\vec{x}_i(t) \in X$  avec :
  - $x$ , le vecteur des coordonnées de la position,
  - $i$ , l'indice de la particule,
  - $t$ , le temps (représenté de manière discrétisée) ;
 à une position  $\vec{x}_i(t)$  donnée, on pourra évaluer la fonction  $f$ .
2. sa vitesse  $\vec{v}_i(t) \in X$  qui décrit le mouvement de la particule  $i$ .

Les particules sont attirées entre elles via un mécanisme d'apprentissage influencé par deux informations mémorisées :

1.  $\vec{p}_i(t)$ , la meilleure position personnelle de la particule  $i$ ,
2.  $\vec{g}(t)$ , la meilleure position commune à l'essaim particulaire.

Deux vecteurs sont donc définis, l'un depuis la position courante d'une particule vers sa meilleure valeur ( $\vec{p}_i(t) - \vec{x}_i(t)$ ), l'autre depuis la position courante vers le meilleur global ( $\vec{g}(t) - \vec{x}_i(t)$ ). Une particule va se déplacer vers une nouvelle position sous l'influence de ces trois facteurs. La nouvelle position obtenue en  $(t + 1)$  au départ de la position courante en  $(t)$ , résulte de son vecteur de vitesse, influencé par le vecteur de meilleure solution globale et la meilleure solution individuelle. Le mécanisme se schématise par la représentation donnée à la figure 2.

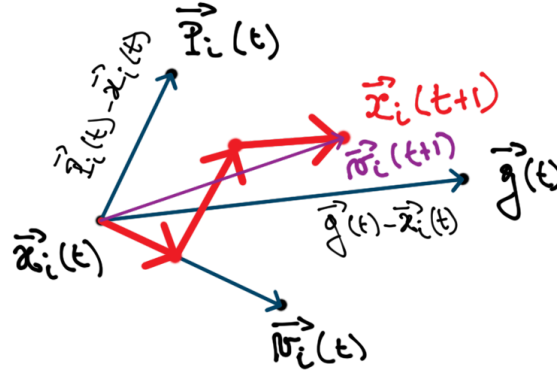


FIGURE 2 – Mécanisme de déplacement d'une particule

Le modèle de déplacement de l'ensemble de l'essaim particulaire est décrit comme suit

$$\vec{v}_i(t+1) = w \times \vec{v}_i(t) + r_1 \times c_1 \times (\vec{p}_i(t) - \vec{x}_i(t)) + r_2 \times c_2 \times (\vec{g}(t) - \vec{x}_i(t)) \quad (1)$$

$$\vec{x}_i(t+1) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i(t+1) \quad (2)$$

avec :

1.  $w$ , un nombre réel
2.  $r_1$  et  $r_2$ , deux nombres aléatoires (pris dans  $\mathcal{U}(0, 1)$ )
3.  $c_1$  et  $c_2$ , deux coefficients d'accélération (respectivement personnel et social)

Dans l'équation (1), le premier terme représente l'inertie, le second terme le composant cognitif et le troisième terme le composant social.

## 2 Application

Le document original de 1995 présentant cette métaheuristique est à votre disposition sur madoc. En faire une lecture préalablement à l'application qui vous est demandée si vous ressentez le besoin d'un complément d'information sur la méthode.

Soit la fonction

$$f(x) = x \times \sin(10 \times \pi \times x) + 1$$

à maximiser sur  $[-1; 2]$ , représentée par la figure 3.

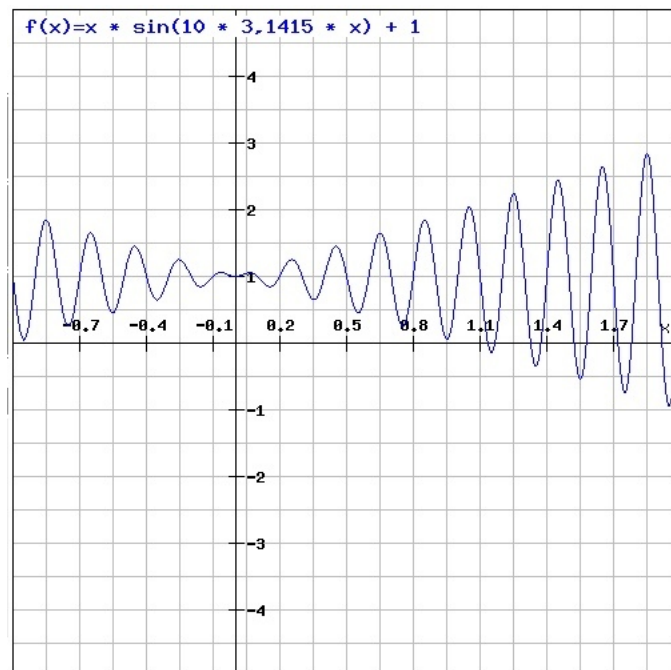


FIGURE 3 – Tracé de la fonction à utiliser

Les paramètres du PSO sont :

- un essaim composé de deux particules, indicées A et B, avec  $\vec{x}_A(0) = 0.5$  et  $\vec{x}_B(0) = 1.25$
- $w = 1$
- $c_1 = c_2 = 2$

Une suite de nombres aléatoires vous est donnée, à utiliser de gauche à droite (une valeur est utilisée une seule fois et seulement quand c'est indispensable) : 0.679923 0.269864 0.88061 0.722799 0.566828 0.44927 0.935181 0.1669 0.29829 0.670977 0.369223 0.927932

Partant de  $\vec{v}_A(0) = \vec{v}_B(0) = 0$ , calculer les 3 premières itérations de l'algorithme PSO avec ces éléments. Rapporter les valeurs respectives de  $\vec{x}_i(t)$ ,  $\vec{v}_i(t)$ ,  $\vec{p}_i(t)$ ,  $\vec{g}(t)$ . Quelle est la meilleure valeur de  $f(x)$  au terme de l'algorithme et pour quelle valeur de  $x$  ? Présenter vos résultats de manière propre et organisée (sous une forme de tableau par exemple).

N'hésitez pas à vous assister de quelques lignes de codes (en julia ou en C) pour vous aider à obtenir les informations demandées.

NB : Ce sujet est à la base d'une question du contrôle continu écrit de l'année académique 2017-2018.

### **3 Production à rendre**

Produire un court rapport sous latex qui présente de manière claire, argumentée et pédagogique vos résultats.

### **4 Remise**

Le rapport est à déposer sur la section réservée au distantiel de votre espace madoc, pour le 16 octobre 2019 au plus tard.