

Escuela Superior de Economía y Negocios

Tema: Momento de Inercia Rotacional

Grupo 4

Integrantes:

Alfaro Díaz Camila María

Benítez Samayoa Valeria Lizbeth

Padilla Cerna Ernesto José

Segura Ríos Ana Sofía

Física II

Sección 01

Ing. José María Velásquez, MCs.

23 de septiembre de 2021

### **Resumen**

En el presente trabajo, se pretende encontrar la inercia rotacional experimental de un cilindro hueco y un disco, y verificarlos con sus valores teóricos. Para el mejor entendimiento de este reporte, se describe la teoría base, el equipamiento y procedimiento a seguir, y las fórmulas utilizadas.

Durante la práctica se evaluaron dos sistemas: el primero, conformado por un cilindro hueco, un disco y una masa de 0.0300 kg; y el segundo, por un disco y una masa de 0.0200 kg. Cada sistema se soltó cinco veces desde la misma altura, mientras un sensor de movimiento rotacional captaba las mediciones. Con la información recolectada, el programa PASCO Capstone proporcionó los datos para conocer las aceleraciones angulares y sus incertidumbres.

Por último, tras calcular y obtener los valores de la inercia rotacional del disco y el cilindro hueco, por separado, se comparan sus valores experimentales con los teóricos. Al evaluar los errores porcentuales, se concluye que sí existe una diferencia; sin embargo, se atribuyen estas discrepancias a las incertidumbres o a agentes externos al sistema.

**Objetivo**

Calcular el momento de inercia del cilindro hueco y del disco, a través de un método experimental, con el fin de verificar que los resultados corresponden a los valores teóricos estimados.

¿Por qué la distribución de la masa influye al rotar un cuerpo? ¿Casualidad? Siquiera cerca de la realidad. Tras todos los cuerpos en rotación, existe un fenómeno llamado inercia rotacional, pilar fundamental de la mecánica rotacional. Esta expresa la dificultad para cambiarle la velocidad de rotación a un cuerpo, según factores como la distribución de la masa, radio de aplicación y otros.

Sobrevolar la ciudad en helicóptero o ir en bicicleta es gracias a la ciencia detrás de la rotación. El estudio de esta área, que inicia hace cientos de años y tiene aportes por genios como Albert Einstein, sigue en constante estudio por su gran utilidad y complejidad. Por facilidad, en el presente reporte, se supondrán cuerpos rígidos: sin variabilidad en su forma.

En el reporte, se analizará qué se necesita para hacer girar un cuerpo que parte del reposo, abordando el tema gradualmente. Se empezará con la segunda ley de Newton, continuando con en el área de la cinemática, cubriendo una amplia gama de temas.

### Teoría

El momento de torsión es una cantidad vectorial representada por Tau ( $\tau$ ), la cual mide la causa de los cambios en el movimiento de rotación de un objeto que pivotea en torno a un eje ante una fuerza externa. Este vector se calcula así:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1)$$

Donde  $\vec{r}$  es el vector radio y  $\vec{F}$ , el vector fuerza.

La magnitud de la torca se calcula así:

$$\tau = rF \sin \phi = Fd \quad (2)$$

Donde  $F$  es la fuerza aplicada;  $r$ , la distancia entre el eje de aplicación de la fuerza y el eje de rotación;  $\phi$ , el ángulo entre los vectores fuerza y radio; y  $d$ , la distancia perpendicular desde la línea de acción de la fuerza hasta el eje de rotación. Según el SI, sus unidades son newton metros ( $N \cdot m$ ).

Si hay más fuerzas actuando sobre el objeto, cada una está ejerciendo rotación en torno al eje. Entonces, el momento de torsión neto se calcula así:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 + F_2 d_2 \quad (3)$$

Cada fuerza tiende a rotar a una dirección, ya sea en sentido horario o antihorario, expresada con signo negativo o positivo, respectivamente.

Asimismo, el momento de inercia es “la resistencia a los cambios en el movimiento de rotación” (Serway y Jewett, 2008). Este depende de su masa y su distancia desde el eje de rotación.

Así, el momento de torsión neto se calcula con:

$$\sum \tau = I\alpha \quad (4)$$

Donde  $I$  es el momento de inercia y  $\alpha$ , la aceleración angular.

Para este experimento, se utiliza un disco y un cilindro hueco, por lo que se debe establecer sus momentos de inercia neto para calcular el torque neto. Dichas fórmulas son las siguientes:

$$I_D = \frac{1}{2}MR^2 \quad (5)$$

Donde  $M$  es la masa del disco y  $R$ , el radio de este.

$$I_{CH} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2) \quad (6)$$

Donde  $M$  es la masa del cilindro hueco;  $R_1$ , el radio interior; y  $R_2$ , el exterior.

Además, para calcular el momento de inercia neto, se necesitan las fuerzas que actúan sobre el sistema. Para ello, se utiliza la segunda ley de Newton que establece que “la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a la masa” (Giancoli, 2006). Se calcula así:

$$\sum F = mg - F = ma \quad (7)$$

$$a_t = r\alpha \quad (8)$$

Donde  $m$  es la masa del objeto;  $a$ , la aceleración tangencial, que es el producto del radio y la aceleración angular; y  $g$ , el valor teórico de la gravedad, el cual es el cambio de la velocidad en un objeto producido por una fuerza que actúa verticalmente hacia el centro de la tierra, aproximadamente  $9.80 \text{ m/s}^2$ .

En este experimento, los cuerpos son sostenidos por un hilo con masa despreciable, teniendo una fuerza de tensión y una fuerza gravitacional sobre él. Por lo tanto, la fuerza de tensión se calcula así:

$$\sum F = m(g - a) \quad (9)$$

Cabe destacar que cualquier medición utilizada en este laboratorio tiene asociada una incertidumbre (valor del margen de error al medir una cantidad). A continuación, se presentan las fórmulas.

**Suma o resta:**

$$R = m \pm w \quad (10)$$

$$\Delta R = \Delta m \pm \Delta w \quad (11)$$

**Producto o cociente:**

$$R = mw \quad (12)$$

$$\Delta R = |R| \left( \frac{\Delta m}{|m|} + \frac{\Delta w}{|w|} \right) \quad (13)$$

**Producto con una constante:**

$$R = km \quad (14)$$

$$\Delta R = |k|(\Delta m) \quad (15)$$

**Potencias:**

$$R = m^n \quad (16)$$

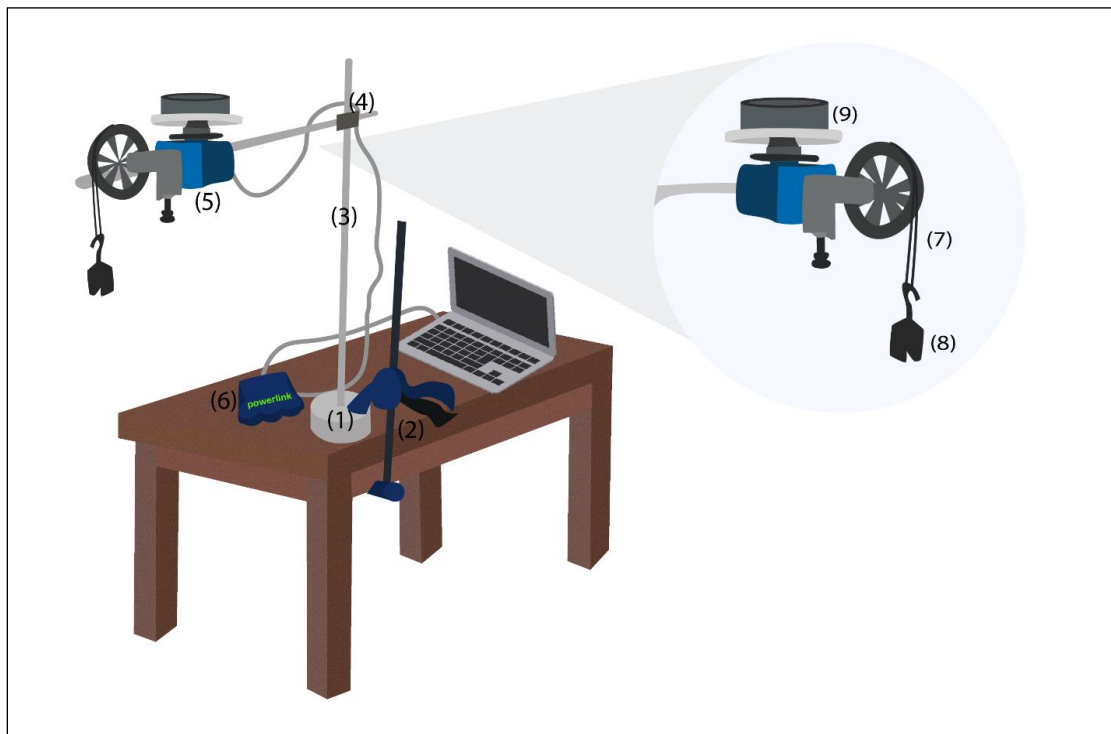
$$\Delta R = |R|n \frac{\Delta m}{m} \quad (17)$$

Donde  $m$  y  $w$  son valores;  $\Delta m$ ,  $\Delta w$  y  $\Delta R$  incertidumbre de  $m$ ,  $w$  y  $R$ , respectivamente;  $n$ , valor de la potencia;  $k$ , una constante; y  $R$ , valor del resultado.

### Métodos experimentales

Primero, se enrolla suficiente hilo en la polea. Luego, con una prensa, la base se fija a la mesa junto con dos barras metálicas, tal como se muestra en la figura 1. En uno de los extremos de la barra vertical, colocamos el sensor de movimiento rotacional, unido con la polea. Este sensor, lo conectamos al Powerlink, que está conectado a la laptop.

Figura 1. *Instrumentos y equipo*



Fuente: Elaboración propia.

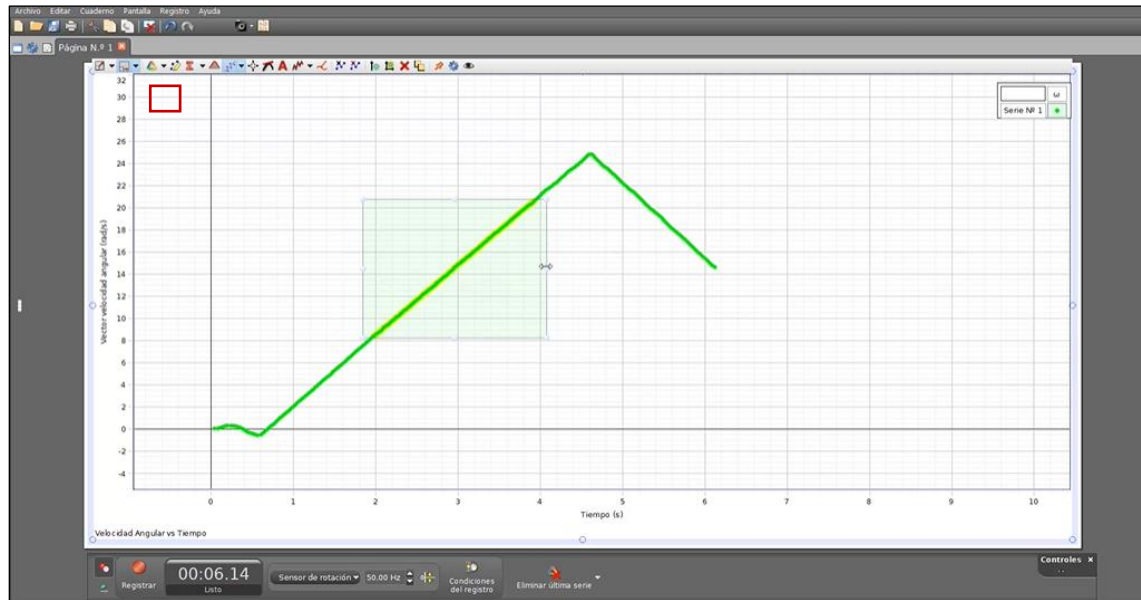
Luego, con la balanza medimos el cilindro hueco y el disco, y con el calibre, sus radios. Finalmente, con los cuerpos sobre el sensor rotacional, mientras detenemos el sistema para que no gire, colocamos una de las masas al extremo sobrante de la polea. Con todo armado, soltamos el cuerpo para tener el experimento final. Repetimos este paso para los dos sistemas.

Finalmente, PASCO Capstone proporcionará un gráfico de velocidad angular contra tiempo. Para obtener la información, primero, seleccionamos la cuarta herramienta de la barra superior, que permite seleccionar una parte del gráfico (figura 2); luego, la séptima herramienta,



donde seleccionamos “Lineal:  $mt + b$ ”, visualizando ahora la pendiente y los interceptos de la gráfica.

Figura 2. *Gráfica de PASCO Capstone*



Fuente: Laboratorio 1: Momento de Inercia Rotacional.

## Resultados y discusión

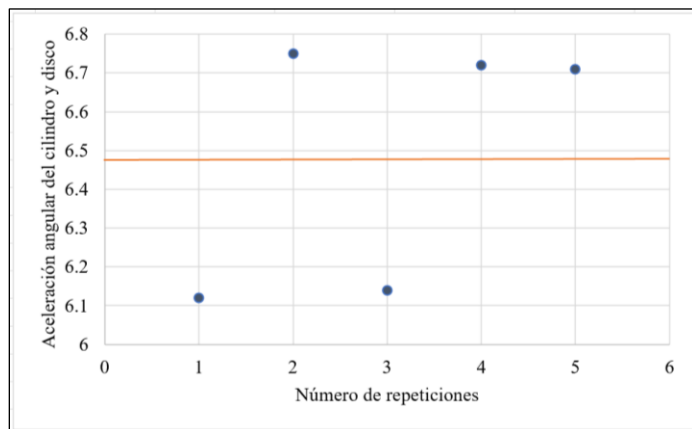
Tras calcular el momento de inercia del cilindro hueco y del disco, a través del método experimental, se compararon los resultados con los valores teóricos estimados. A continuación, se detallan los resultados obtenidos, los errores porcentuales y algunas causas de posibles discrepancias.

Con las mediciones tomadas de los cuerpos utilizados en cada sistema, según el Apéndice F, y utilizando la ecuación 5 y ecuación 6, el sistema del disco tiene una inercia de  $2.25 \times 10^{-4} \pm 5.65 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; el cilindro hueco,  $6.44 \times 10^{-4} \pm 1.076 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; y el sistema conformado por ambos,  $8.69 \times 10^{-4} \pm 1.641 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

El experimento se desarrolló en dos partes, donde los objetos rotaban debido a la presencia de una masa que se soltaba desde el reposo. Esto, con el propósito de calcular la aceleración angular de los sistemas.

Primero, se utilizó un cilindro hueco de 0.465 kg con radio exterior de 0.038 m e interior de 0.027 m, un disco de 0.128 kg con radio de 0.048 m, y un bloque de masa de 0.03 kg. En la gráfica 1 pueden visualizarse las cinco aceleraciones angulares obtenidas y el promedio de ellas que es de 6.48 rad/s<sup>2</sup>.

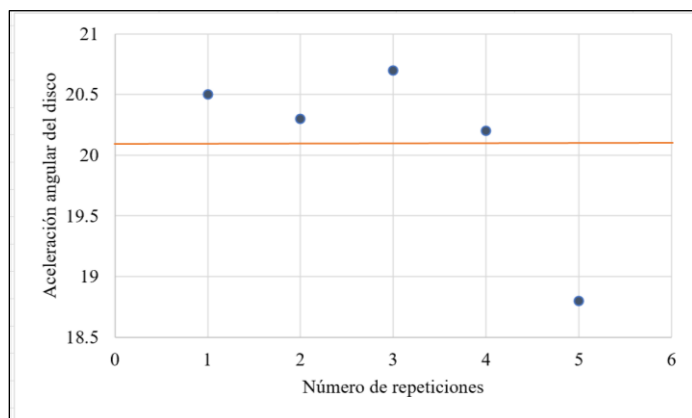
Gráfica 1. Aceleración angular del cilindro y disco con objeto de 0.030 kg



Fuente: Elaboración propia.

En segundo lugar, se utilizó un disco de 0.128 kg con radio de 0.477 m y un bloque de masa de 0.02 kg. En la gráfica 2 pueden visualizarse las cinco aceleraciones angulares obtenidas y el promedio de ellas que es de 20.1 rad/s<sup>2</sup>.

Gráfica 2. Aceleración angular del disco con objeto de 0.02 kg



Fuente: Elaboración propia.

Basados en las mediciones experimentales de la aceleración angular en ambos sistemas, con ampliación en el Apéndice D, la inercia del disco es de  $(2.250 \times 10^{-4} \pm 5.650 \times 10^{-4}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; la del cilindro,  $(4.190 \times 10^{-4} \pm 1.640 \times 10^{-3}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; y, finalmente, la del sistema en conjunto,  $(6.440 \times 10^{-4} \pm 1.076 \times 10^{-3}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Para cuantificar con facilidad la dispersión de los dos tipos de resultados, según el Apéndice G, se calculan los errores porcentuales. Así, el error al calcular la inercia del cilindro hueco es de 0.343 %; en el disco, 7.221 %; y en el sistema completo, 1.252 %, aproximadamente.

Las discrepancias entre los resultados teóricos y prácticos se pueden deber a los siguientes factores:

- 1) **Errores humanos:** Las tareas realizadas manualmente, donde pudieron tomarse mal las medidas o no tener suficiente conocimiento de cómo utilizar correctamente las herramientas, fueron:

- a. Medir los diámetros del cilindro hueco (interior y exterior), del disco y de la polea utilizando un calibre.
  - b. Determinar la masa del cilindro hueco y el disco con una balanza.
- 2) **Resistencia del aire:** Al trabajar con masas de 0.0200 y 0.0300 kg, hay que considerar el efecto de la resistencia del aire, donde los datos que toma el sensor de movimiento rotacional pudieron verse afectados.
- 3) **Incertidumbres:** Se utilizaron dos herramientas para las mediciones:
- a. Calibre de 20 particiones con incertidumbre de  $5.00 \times 10^{-5} \text{ m}$ .
  - b. Balanza con incertidumbre de  $5.00 \times 10^{-5} \text{ kg}$ .

## Conclusiones

Durante este experimento, se logró evidenciar la diferencia entre la teoría, donde el cálculo de datos es en un escenario casi utópico, y la realidad. Esto se debe a errores experimentales como las equivocaciones humanas, las incertidumbres de las herramientas u otros agentes externos a los sistemas.

Como otro punto, se debe tener en cuenta que el equipo no realizó el experimento de forma presencial. Debido a esto, los datos utilizados fueron proporcionados por una persona externa, los cuales fueron tomados en cuenta para la elaboración de los cálculos, pero consideramos que puede haber errores.

Si bien los errores fueron sustancialmente bajos, sin siquiera sobrepasar el 10 % de diferencia, es posible que sea aún menor. Por ejemplo, si lo realiza un experimentador con mayor conocimiento, se evitará la toma incorrecta de las mediciones. También, se minimizarían los errores si se toman las muestras en condiciones controladas. Por último, se sugieren que se realicen más repeticiones para obtener datos más certeros.

### Referencias bibliográficas

- Albert Einstein tenía razón: el movimiento rotacional es relativo (2016). Recuperado de <https://www.europapress.es/ciencia/astronomia/noticia-albert-einstein-tenia-razon-movimiento-rotacional-relativo-20160520112513.html>
- Giancoli, C. D. (2006). Dinámica: Leyes del movimiento de Newton. En E. Quintanar Duarte (Ed.). *Física: principios con aplicaciones* (pp. 72-105). México: Pearson Educación.
- Inercia rotacional (2016). Recuperado de <https://es.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-momentum/torque-tutorial/a/rotational-inertia>
- Serway, R. A. y Jewett, J. W. (2008). *Física para ciencias e ingeniería*. (7.<sup>a</sup> ed.). México, D.F.: Cengage Learning Editores.
- Slüsarenko, V. y Rojas, R. (2021). Uso de cuplas o pares de fuerzas para expresar el torque en situaciones de equilibrio estático. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 43().  
Recuperado de <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0476>
- Velásquez, J. [José María Velásquez]. (16 de septiembre de 2021). [Video]. Recuperado de <https://clases.esen.edu.sv/mod/page/view.php?id=36745>

## **Apéndice A**

Materiales utilizados:

1. Base
2. Prensa
3. Barras metálicas
4. Conectores
5. Sensor de movimiento rotacional
6. Powerlink
7. Hilo
8. Masas
9. Disco y cilindro como accesorios rotacionales
10. Balanza
11. Pie de rey
12. Tijeras

**Apéndice B****Promedio de aceleraciones angulares**

Con los datos obtenidos en la práctica se calculan los promedios con la fórmula:

$$Prom = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (18)$$

**Sistema: Cilindro + Disco – 0.0300 kg**

*Prom*

$$= \frac{[(6.12 \pm 0.0140) + (6.75 \pm 0.0270) + (6.14 \pm 0.0300) + (6.72 \pm 0.0170) + (6.71 \pm 0.0300)] \text{ rad/s}^2}{5.00}$$

$$Prom = (6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2$$

**Sistema: Disco – 0.0200 kg**

*Prom*

$$= \frac{[(20.5 \pm 0.0350) + (20.3 \pm 0.0290) + (20.7 \pm 0.0600) + (20.2 \pm 0.0540) + (18.8 \pm 0.120)] \text{ rad/s}^2}{5.00}$$

$$Prom = (20.1 \pm 0.0596) \text{ rad/s}^2$$



## Apéndice C

### Aceleraciones lineales

Los siguientes cálculos están basados en las ecuaciones 8, 12 y 13.

#### Cilindro + Disco – 0.0300 kg

$$a_t = (6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2 \cdot \left( \frac{0.0287 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2.00} \right) m$$

$$a_t = (6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2 \cdot (0.0144 \pm 2.50 \times 10^{-5}) m$$

$$a_t = 0.0931 \pm (0.0931) \text{ rad/s}^2 \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5} m}{0.0144 m} + \frac{0.0236 \text{ rad/s}^2}{6.49 \text{ rad/s}^2} \right)$$

$$a_t = (0.0931 \pm 5.0086 \times 10^{-4}) m/s^2$$

#### Disco – 0.0200 kg

$$a_t = (20.1 \pm 0.0596) \text{ rad/s}^2 \cdot \left( \frac{0.0287 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2.00} \right) m$$

$$a_t = (20.1 \pm 0.0596) \text{ rad/s}^2 \cdot (0.0144 \pm 2.50 \times 10^{-5}) m$$

$$a_t = 0.288 \pm (0.288) \text{ rad/s}^2 \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5} m}{0.0144 m} + \frac{0.0236 \text{ rad/s}^2}{6.49 \text{ rad/s}^2} \right)$$

$$a_t = (0.288 \pm 1.35 \times 10^{-3}) m/s^2$$

## Apéndice D

### Valor experimental: momento de inercia del sistema cilindro hueco-disco

Para esto se han simultaneado las ecuaciones 2, 4 y 9-13 para obtener:

$$I = \frac{r \cdot m(g - a)}{\alpha} \quad (19)$$

Donde:

$$r = \left( \frac{0.0287 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2.00} \right) m$$

$$m = (0.0300 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg}$$

$$a_t = (0.0931 \pm 5.0086 \times 10^{-4}) \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = (6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2$$

$I$

$$= \frac{\left( \frac{0.0287 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2.00} \right) m \cdot (0.0300 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot (9.80 - (0.0931 \pm 5.0086 \times 10^{-4})) \text{ m/s}^2}{(6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2}$$

$$I = \frac{(0.0144 \pm 2.50 \times 10^{-5}) m \cdot (0.0300 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot (9.71 \pm 5.0086 \times 10^{-4}) \text{ m/s}^2}{(6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2}$$

$$R = m \cdot w$$

$$\Delta R = 4.30 \times 10^{-4} \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5}}{0.0144} + \frac{0.0500}{0.0300} \right)$$

$$I = \frac{(4.30 \times 10^{-4} \pm 1.47 \times 10^{-6}) \text{ kg} \cdot m \cdot (9.71 \pm 5.0086 \times 10^{-4}) \text{ m/s}^2}{(6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2}$$

$$\Delta R = 4.18 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{7.18 \times 10^{-4}}{4.30 \times 10^{-4}} + \frac{3.39 \times 10^{-4}}{9.71} \right)$$

$$I = \frac{(4.18 \times 10^{-3} \pm 1.45 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot m^2/s^2}{(6.49 \pm 0.0236) \text{ rad/s}^2}$$

$$\Delta R = 6.44 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \left( \frac{6.97 \times 10^{-3}}{4.18 \times 10^{-3}} + \frac{0.0236}{6.49} \right)$$

$\therefore$  La inercia experimental del sistema disco-cilindro es de  $I = 6.44 \times 10^{-4} \pm 4.57 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

## Apéndice E

### Valor experimental: momento de inercia del disco y del cilindro

#### Disco

Para calcularlo se ha utilizado las ecuaciones 10-13 y 19.

Donde:

$$r = \left( \frac{0.0287 \pm 5 \times 10^{-5}}{2} \right) m$$

$$m = (0.0200 \pm 5.00 \times 10^{-5}) kg$$

$$a_t = (0.288 \pm 1.35 \times 10^{-3}) m/s^2$$

$$\alpha = (20.1 \pm 0.0596) rad/s^2$$

$I$

$$= \frac{\left( \frac{0.0287 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2.00} \right) m \cdot (0.0200 \pm 0.0500) kg \cdot (9.80 - (0.288 \pm 1.35 \times 10^{-3})) m/s^2}{(20.1 \pm 0.0596) rad/s^2}$$

$$I = \frac{(0.0144 \pm 2.50 \times 10^{-5}) m \cdot (0.0200 \pm 0.0500) kg \cdot (9.51 \pm 1.35 \times 10^{-3}) m/s^2}{(20.1 \pm 0.0596) rad/s^2}$$

$$R = m \cdot w$$

$$\Delta R = 2.87 \times 10^{-4} \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5}}{0.0144} + \frac{5.00 \times 10^{-5}}{0.0200} \right)$$

$$I = \frac{(2.87 \times 10^{-4} \pm 1.22 \times 10^{-6}) kg \cdot m \cdot (9.51 \pm 1.35 \times 10^{-3}) m/s^2}{(20.1 \pm 0.0596) rad/s^2}$$

$$\Delta R = \left( 2.73 \times 10^{-3} \cdot \frac{1.22 \times 10^{-6}}{2.87 \times 10^{-4}} + \frac{1.35 \times 10^{-3}}{9.51} \right)$$

$$I = \frac{(2.73 \times 10^{-3} \pm 1.19 \times 10^{-5}) kg \cdot m^2/s^2}{(20.1 \pm 0.0596) rad/s^2}$$

$$\Delta R = 1.35 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \left( \frac{0.0596}{20.1} + \frac{1.19 \times 10^{-5}}{2.73 \times 10^{-3}} \right)$$

$\therefore$  La inercia experimental del sistema disco es de  $I = 1.35 \times 10^{-4} \pm 9.98 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

### **Cilindro**

La inercia experimental del cilindro es la diferencia entre la inercia del sistema disco y el cilindro con la del sistema disco.

$$I_C = ((6.44 \times 10^{-4} \pm 4.57 \times 10^{-6}) - (1.35 \times 10^{-4} \pm 9.98 \times 10^{-7})) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_C = (5.08 \times 10^{-4} \pm 3.57 \times 10^{-6}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

## Apéndice F

### Valor teórico: momento de inercia rotacional

#### Cilindro hueco

Para calcularlo se utiliza las ecuaciones 6 y 10-17, donde:

$$M = (0.465 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg}$$

$$R_1 = 2.68 \text{ cm} \equiv (0.0268 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ m}$$

$$R_2 = 3.82 \text{ cm} \equiv 0.0382 \pm 5.00 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$I_{CH} = \frac{0.465 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2} \text{ kg} \cdot (((0.0268 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ m})^2 + ((0.0382 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ m})^2)$$

Donde, si  $w = q^n$ , entonces  $\Delta w = n \cdot |w| \cdot \frac{\Delta q}{q}$

$$\Delta w_1 = 2.00 \cdot (0.0268 \text{ m})^2 \cdot \frac{5.00 \times 10^{-5} \text{ m}}{0.02675 \text{ m}} = 2.68 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta w_2 = 2.00 \cdot (0.0382 \text{ m})^2 \cdot \frac{5.00 \times 10^{-5} \text{ m}}{0.0382 \text{ m}} = 3.82 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$I_{CH} =$$

$$\frac{0.465 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2} \text{ kg} \cdot ((7.16 \times 10^{-4} \pm 2.68 \times 10^{-6}) \text{ m}^2 + (1.46 \times 10^{-3} \pm 3.82 \times 10^{-6}) \text{ m}^2)$$

Donde, si  $w = q \pm r$ , entonces  $\Delta w = \Delta q + \Delta r$

$$\Delta w_1 = 2.68 \times 10^{-6} \text{ m}^2 + 3.88 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 6.50 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$I_{CH} = \frac{0.465 \pm 5.00 \times 10^{-5}}{2} \text{ kg} \cdot (2.18 \times 10^{-3} \pm 6.50 \times 10^{-6}) \text{ m}^2$$

Donde, si  $x \pm \Delta x$  y se busca  $w = Ax$ ;  $\forall A \in \mathbb{R}$ , entonces  $\Delta w = |A| \cdot \Delta x$

$$\Delta w = \frac{1}{2} \cdot 5.00 \times 10^{-5} \text{ kg} = 0.0250 \text{ kg}$$

$$I_{CH} = (0.232 \pm 2.50 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot (2.18 \times 10^{-3} \pm 1.30 \times 10^{-5}) \text{ m}^2$$

$$w = p \cdot q$$

$$\Delta w = 5.060 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5} \text{ kg}}{0.232 \text{ kg}} + \frac{1.30 \times 10^{-5} \text{ m}^2}{2.18 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \right)$$

$\therefore$  La inercia del cilindro hueco es  $I_{CH} = (5.065 \times 10^{-4} \pm 1.56 \times 10^{-6}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

### Disco

En base a las ecuaciones 5 y 12-17, donde:

$$M = 0.128 \pm 5.00 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

$$R = 4.77 \text{ cm} \equiv 0.0477 \pm 5.00 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot (0.128 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot ((0.0477 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ m})^2$$

Donde, si  $w = q^n$ , entonces  $\Delta w = n \cdot |w| \cdot \frac{\Delta q}{q}$

$$\Delta w_1 = 2 \cdot (0.0477 \text{ m})^2 \cdot \frac{5.00 \times 10^{-5} \text{ m}}{0.0477 \text{ m}} = 4.77 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$I_D = \frac{1}{2} \cdot (0.128 \pm 5.00 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot (2.28 \times 10^{-3} \pm 4.77 \times 10^{-6}) \text{ m}^2$$

Donde, si  $x \pm \Delta x$  y se busca  $w = Ax$ ;  $\forall A \in \mathbb{R}$ , entonces  $\Delta w = |A| \cdot \Delta x$

$$\Delta w = \frac{1}{2} \cdot 5.00 \times 10^{-5} \text{ kg} = 2.50 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

$$I_D = (0.0640 \pm 2.50 \times 10^{-5}) \text{ kg} \cdot (2.28 \times 10^{-3} \pm 4.77 \times 10^{-6}) \text{ m}^2$$

$$w = p \cdot q$$

$$\Delta w = 1.46 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \left( \frac{2.50 \times 10^{-5} \text{ kg}}{0.0640 \text{ kg}} + \frac{4.77 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{2.28 \times 10^{-3} \text{ m}^2} \right) = 3.62 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

∴ La inercia del disco es de  $I_D = (1.46 \times 10^{-4} \pm 3.62 \times 10^{-7}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

### **Cilindro hueco - Disco**

La inercia de este sistema es la suma de las inercias por separado:

$$I = (5.080 \times 10^{-4} \pm 3.57 \times 10^{-6}) + (1.46 \times 10^{-4} \pm 3.62 \times 10^{-7})$$

$$I = 6.52 \times 10^{-4} \pm 1.92 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

∴ La inercia experimental del sistema disco-cilindro es de  $I = 6.52 \times 10^{-4} \pm 1.92 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$



## Apéndice G

### Error porcentual

Se mide con la siguiente fórmula:

$$E_p = \frac{\text{Valor Teórico} - \text{Valor práctico}}{\text{Valor práctico}} \cdot 100 \% \quad (20)$$

### Cilindro Hueco

$$\text{Error porcentual}_{CH} = \frac{5.06 \times 10^{-4} - 5.08 \times 10^{-4}}{5.08 \times 10^{-4}} \cdot 100 \% = 0.34 \%$$

### Disco

$$\text{Error porcentual}_D = \frac{1.45 \times 10^{-4} - 1.35 \times 10^{-4}}{1.35 \times 10^{-4}} \cdot 100 \% = 7.22 \%$$

### Cilindro hueco – disco

$$\text{Error porcentual}_{CH-D} = \frac{(6.52 \times 10^{-4}) - 6.44 \times 10^{-4}}{6.44 \times 10^{-4}} \cdot 100 \% = 1.25 \%$$

**Apéndice H**Tabla 1. *Datos calculados*

Cuerpo	Momento de Inercia Teórico ( $kg \cdot m^2$ )	Momento de Inercia Experimental ( $kg \cdot m^2$ )	Porcentaje de error (%)
Disco	$1.45 \times 10^{-4} \pm 3.62 \times 10^{-7}$	$1.35 \times 10^{-4} \pm 9.98 \times 10^{-7}$	7.22
Cilindro hueco	$5.08 \times 10^{-4} \pm 3.57 \times 10^{-6}$	$5.08 \times 10^{-4} \pm 3.57 \times 10^{-6}$	0.34
Disco + Cilindro hueco	$6.52 \times 10^{-4} \pm 1.92 \times 10^{-6}$	$6.44 \times 10^{-4} \pm 4.57 \times 10^{-6}$	1.25

Fuente: Elaboración propia.